

ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG
DER
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

VON
H. GEIGER

105. BAND

Mit 306 Textfiguren



VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN

1937

Alle Rechte,
namentlich das Recht der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten

Printed in Germany

228

Inhalt.

Erstes und zweites Heft.

Abgeschlossen am 6. April 1937.

	Seite
W. Lochte-Holtgreven und H. Maecker , Temperaturbestimmung an frei brennenden Kohlelichtbögen mit Hilfe der CN-Banden. Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 6. Januar 1937)	1
Hans Kopfermann und Heinz Wittke , Über das magnetische Moment des Scandiumkernes. Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 6. Januar 1937)	16
U. Dehlinger , Über Umwandlungen von festen Metallphasen. VI. Allotrope Umwandlungen. (Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für Metallforschung in Stuttgart.) Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 9. Januar 1937) . .	21
R. Schmid und L. Gerö , Zur Vervollständigung des Termschemas von Kohlenoxyd. I. Schwingungsterme und Rotationskonstanten des $\alpha'^3\Sigma^+$ -Zustandes. (Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Königlich Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften.) Vorgelegt in der Sitzung am 23. November 1936 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften. Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 31. Dezember 1936)	36
Theodor Linhart , Untersuchungen über Diffusion in Flüssigkeiten. XI. Neue Versuche über die gegenseitige Diffusion von Elektrolytlösungen. (Aus dem Physikalischen Institut der Deutschen Universität in Prag.) Mit 8 Abbildungen. (Eingegangen am 2. Januar 1937)	45
Alf Heimer , Das rote Bandenspektrum des Nickelhydrids. Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 11. Januar 1937)	56
A. Budó , Rotationsstruktur von $^4\Sigma \rightarrow ^4\Pi$ -Banden. (Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Königlich Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften.) Mit 2 Abbildungen. (Eingeg. am 11. Januar 1937)	73
H. Haalck , Kann bei sehr hohen Drucken in einer Masse durch einen Druckgradienten eine Ladungstrennung hervorgerufen werden? (Zur Frage nach der Ursache des magnetischen und elektrischen Erdfeldes.) (Eingegangen am 11. Januar 1937)	81
Manindra Kumar Chakravarty und S. R. Khastgir , Einige Experimente über die unipolare elektrische Leitfähigkeit von Carborund. Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 9. Dezember 1936)	88

	Seite
H. Takaki , Über die Magnetostriktion der Eisenkristalle bei hoher Temperatur. Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 19. Dezember 1936)	92
Werner Volland , Die Reichweitengruppen der natürlichen H-Strahlen. Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 17. Dezember 1936)	104
P. Jordan , Beiträge zur Neutrinotheorie des Lichtes. II. (Eingegangen am 16. Januar 1937)	114
L. Courvoisier , Tageskurve des Effektes der Lorentz-Kontraktion nach Be- obachtungen an einem drehbaren Libellenapparat. Mit 1 Abbildung. (Ein- gegangen am 21. Januar 1937)	122
M. H. L. Pryce , Zur Neutrinotheorie des Lichtes. (Eingeg. am 25. Januar 1937)	127

Drittes und viertes Heft.

Abgeschlossen am 14. April 1937.

Trutz Fölsche , Bestimmung des mechanischen Kernmoments von Caesium aus dem inversen Zeeman-Effekt der Hyperfeinstruktur. Mit 12 Abbildungen. (Eingegangen am 26. Januar 1937)	133
Tage Larsén , Refraktion und Dispersion des schweren Methans (CD ₄). (Ein- gegangen am 26. Januar 1937)	164
H. Schüler und H. Korsching , Eine Gesetzmäßigkeit beim Aufbau des Atom- kerns und Bestimmung des Quadrupolmomentes von $^{187}_{75}\text{Re}$ und $^{185}_{75}\text{Re}$. (Mit- teilung aus dem Astrophysikalischen Observatorium — Institut für Sonnen- physik, Potsdam.) Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 28. Januar 1937)	168
Alfred Schiller , Absorptionsmessungen an organischen Farbstoffen im nahen Ultrarot. Mit 14 Abbildungen. (Eingegangen am 3. Februar 1937) . . .	175
Manfred von Ardenne , Messungen über das Nachleuchten von Elektronenstrahl- oszillogrammen an Schirmen mit langer Abklingzeit. Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Februar 1937)	193
F. Hund , Symmetrieeigenschaften der Kräfte in Atomkernen und Folgen für deren Zustände, insbesondere der Kerne bis zu sechzehn Teilchen. Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 13. Februar 1937)	202
P. Jordan , Beiträge zur Neutrinotheorie des Lichtes. III. Ergänzung zu den Ausführungen von II; Berichtigung eines dortigen Fehlers. (Eingegangen am 23. Februar 1937)	229
Albert Meye , Untersuchungen zur künstlichen Radioaktivität leichter Atom- kerne nach Beschießen mit α -Strahlen. Mit 13 Abbildungen. (Eingegangen am 28. Januar 1937)	232
Heinrich Cordes , Über ein neues Absorptionsspektrum des zweiatomigen Schwefels. (Mitteilung aus dem Institut für Physikalische Chemie der Johann-Wolfgang-Goethe-Universität Frankfurt a. M.) Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 11. Februar 1937)	251

Seishi Kikuchi, Kodi Husimi und Hiroo Aoki, Bemerkung zu der Arbeit von Herrn Fleischmann: „Energietönung bei der Anlagerung von Neutronen“. (Eingegangen am 19. Dezember 1936)	265
Witold Jacyna, Bemerkung zu meiner Arbeit: „Über die <i>U</i> -Effekte von H. Amagat und P. Weiss“ in der Verbindung mit der Frage über die Zustandsgleichung auf Grund des Joule-Thomson-Effektes. (Eingegangen am 11. Februar 1937)	267
W. Messerschmidt, Anmerkung zur Arbeit „Untersuchungen über den Reststrom von Ionisationsdruckkammern und über die Druckabhängigkeit der Ionisation durch Ultrastrahlung“	268

Fünftes und sechstes Heft.

Abgeschlossen am 27. April 1937.

H. Wolter, Zur Optik dünner Metallfilme. Mit 8 Abbildungen. (Eingegangen am 18. Februar 1937)	269
S. S. Banerjee und B. N. Singh, Über einige Beobachtungen der Änderung der äquivalenten Höhen der Ionosphäre. Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 9. Januar 1937)	309
Hannes Alfvén, Versuch zu einer Theorie über die Entstehung der kosmischen Strahlung. Mit 9 Abbildungen. (Eingegangen am 14. Dezember 1936) . .	319
B. Gross, Zum Breiteneffekt der Ultrastrahlung. Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 25. Januar 1937)	334
B. Trumphy, Zur Struktur der kosmischen Ultrastrahlung. III. (Mitteilung aus dem Geophysikalischen Institut Bergen.) Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Februar 1937)	341
H. Haberland und W. Walcher, Die Untersuchung der Glühelktronenemission an einzelnen Elektronen mit einem geheizten Zählrohr. Mit 12 Abbildungen. (Eingegangen am 10. Februar 1937)	348
V. Middel, Lichtelektrische Messungen an metallischem Antimon. Mit 11 Abbildungen. (Eingegangen am 11. Februar 1937)	358
R. Brill, Über die quantitative Bestimmung von Gitterstörungen aus Debye-Scherrer-Aufnahmen. (Aus dem Forschungslaboratorium Oppau der I. G. Farbenindustrie A.-G.) Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 12. Februar 1937)	378

Siebentes und achtes Heft.

Abgeschlossen am 8. Mai 1937.

	Seite
Hans Kopfermann und Hubert Krüger , Über die Anreicherung des Argon-isotops Ar^{36} und den Isotopieverschiebungseffekt im Spektrum des Ar I . Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 13. Februar 1937)	389
H. Barwich und W. Schütze , Anreicherung der leichten Argonisotope durch Diffusion. Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 16. Februar 1937) . . .	395
Adolf Trost , Über Zählrohre mit Dampfzusatz. Mit 33 Abbildungen. (Eingegangen am 19. Februar 1937)	399
Erich Lutze , Über die gegenseitige Anregung von Wasserstoff und Argon beim Atomstoß. Mit 7 Abbildungen. (Eingegangen am 19. Februar 1937) . .	445
C. Reinsberg , Zur Theorie der Verbreiterung der Spektrallinien einer Serie durch Fremdgase. (Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Universität Bonn.) Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 20. Februar 1937)	460
Werner Brummack , Über die Wirkung langsamer positiver Kaliumionen auf metallische Oberflächen. Mit 1 Abb. (Eingegangen am 25. Februar 1937)	468
S. Bahrs und J. Engl , Zum piezoelektrischen Effekt an Ammoniumchloridkristallen beim Umwandlungspunkt $-30,5^\circ$. Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 3. März 1937)	470
K. H. Riewe und R. Rompe , Über die Wärmeleitung von Gasen bei hohen Temperaturen. I. (Mitteilung der Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung m. b. H. [Osram-Konzern.]) Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 26. Februar 1937)	478
A. K. Sen Gupta , Das Bandenspektrum vom Germaniumoxyd. Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 8. Februar 1937)	487
H. Schüler und H. Korsching , Über die Veränderlichkeit der magnetischen Momente der Atomkerne beim Einbau von Teilchenpaaren. (Mitteilung aus dem Institut für Sonnenphysik, Astrophysikalisches Observatorium, Potsdam.) Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 10. März 1937)	495
H. Hintenberger , Über die Bahnen geladener Teilchen im Wechselfeld eines Kondensators, mit Rücksicht auf die Wirkung der Streufelder. (Aus dem vereinigten I. u. II. physikalischen Institut der Universität Wien.) Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 30. März 1937)	501
F. Horst Müller , Bemerkung zu einer Arbeit von G. Rössler, Köln: „Über eine Präzisionsmeßanordnung zur Bestimmung der Molekularpolarisation nicht dissoziierender Flüssigkeiten“. Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 3. März 1937)	513
Renia Wajnkranc , Berichtigung zu der Arbeit: Über das Absorptions- und Fluoreszenzspektrum des Indiumdampfes	516

Neuntes und zehntes Heft.

Abgeschlossen am 21. Mai 1937.

	Seite
H. Geiger und O. Zeiller , Die räumliche Verteilung der kosmischen Ultraschauerstrahlen. Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 13. März 1937)	517
S. Flügge , Die Massendefekte der leichtesten Atomkerne auf Grund der neuen Annahmen über die Kräfte. Mit 3 Abbildungen. (Eingegang. am 4. März 1937)	522
H. Volz , Über die Größe der Kernkräfte. Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 16. März 1937)	537
H. Euler , Über die Art der Wechselwirkung in den schweren Atomkernen. Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 16. März 1937)	553
Werner Schaaffs , Ein Schlierenversuch über die Schwingungsform einer dünnen Quarzscheibe. Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 5. März 1937) . .	576
A. Budó , Intensitätsformeln für die Triplettbanden. (Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Königl.-Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften.) Mit 1 Abbildung. (Eingeg. am 11. März 1937)	579
U. Dehlinger , Zur Verformungsempfindlichkeit der metallischen Überstrukturen. (Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für Metallforschung in Stuttgart.) Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 13. März 1937)	588
R. Schade , Die Charakteristik des Townsend-Stromes und die Beeinflussung der Zündspannung einer Glimmentladung durch Bestrahlung. Mit 10 Abbildungen. (Eingegangen am 31. März 1937)	595
Arthur March , Zur Grundlegung und Anwendung einer statistischen Metrik. (Eingegangen am 15. Februar 1937)	620
Hannes Alfvén , Wie entstehen die Nordlichtteilchen? Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 25. Februar 1937)	633
J. Barnóthy , Bemerkungen zu den Arbeiten von A. Ehmert: „Zum Richtungseffekt der Ultrastrahlung. I.“ und „Über den Sternzeitgang der Ultrastrahlungsintensität. II.“ Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 29. Januar 1937)	642

Elftes und zwölftes Heft.

Abgeschlossen am 29. Mai 1937.

Erich Kretschmann , Über die spektrale Intensität schwarzer Strahlung im Bereiche hoher Schwingungszahlen. Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 11. März 1937)	645
Werner Schaaffs , Die Schallgeschwindigkeiten von Lösungen und ihre Beziehungen zur Schallgeschwindigkeit des gelösten Stoffes. Mit 11 Abbildungen. (Eingegangen am 23. März 1937)	658
K. H. R. Weber , Beiträge zur Analyse des Vorganges der technischen Magnetisierung. II. Teil: Bedeutung der Wechselwirkung der Elementarbereiche für die technischen Magnetisierungskurven, insbesondere für solche mit makroskopischen Sprüngen. Mit 10 Abbildungen. (Eingegangen am 25. März 1937)	676

	Seite
R. Fleischmann , Ein Zusammenhang zwischen Wirkungsquerschnitten für langsame Neutronen. Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 27. März 1937)	698
Hans Bartels , Über Anregung und Emission der Atomgrenzkontinua. (Eingegangen am 2. April 1937)	704
Herbert Mayer , Die Ausbeute bei der Ionisierung von Kaliumatomen an glühenden Platin- und Wolframoberflächen. Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 3. April 1937)	725
H. Groß und G. Seitz , Die Herstellung von elektronenoptischen Strukturbildern mit lichtelektrischen Elektronen. (Aus dem Forschungslaboratorium Oppau, physikalische Gruppe, der I. G. Farbenindustrie A. G., Ludwigshafen a. Rh.) Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 13. April 1937)	734
Gregor Wentzel , Zur Theorie der β -Umwandlung und der Kernkräfte. II. Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 7. April 1937)	738
E. David , Bemerkung zur Arbeit: „Über die Polarisierung der Elektronen bei der Streuung an Kristallen“ von V. Weisskopf. (Eingegangen am 17. April 1937)	747
B. C. Mukerji , Bemerkung zu meiner Arbeit: „Über elektromagnetische Wellen im Friedmannschen Raum“	750
Autorenregister	751
Namenregister für Band 101 bis 105	754

Temperaturbestimmung an frei brennenden Kohlelichtbögen mit Hilfe der CN-Banden.

Von **W. Lochte-Holtgreven** und **H. Maecker** in Kiel.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 6. Januar 1937.)

Das Spektrum eines frei brennenden Kohlelichtbogens wird durch eine durchbohrte Elektrode mit großer Dispersion aufgenommen und die CN-Bande $\lambda = 3883 \text{ \AA}$ photometrisch ausgewertet. Selbstumkehr, Überlagerung der Linien und Inhomogenität der emittierenden Gassäule werden dabei berücksichtigt. Für den normal brennenden Lichtbogen ergibt sich als Temperatur der Bogenachse 7600° K . Ein schwach überlasteter Bogen ergibt 6700° K , während für einen stark überlasteten, sogenannten Zischbogen, etwa 8700° K gefunden werden.

Einleitung. Über die Bestimmung der Temperatur frei brennender Kohlelichtbögen liegt bereits eine Reihe von Arbeiten vor. Mannkopf¹⁾ schätzt die Temperatur aus der Elektronendichte, die er durch Ionenwanderung und aus dem Ionisationsgrad eingebrachter Zusätze bestimmt, zu 6000 bis 8000° K ab. Hörmann²⁾ bestimmt die Elektronendichte aus Strahlungsmessungen in Verbindung mit Leitfähigkeitsmessungen und berechnet daraus eine Temperatur von 6000 bis 7000° K . Die Temperatur selbst messen Ornstein und Brinkman³⁾ aus der Energieverteilung im Schwingungs- und Rotationsspektrum der CN-Banden zu etwa 6500° K . Das gleiche Resultat (6000° K) wird von Horst und Krygsmann⁴⁾ aus Intensitätsmessungen der Rotationsstruktur der C_2 -Banden erhalten. — Messungen an stabilisierten Bögen müssen in diesem Zusammenhang unerwähnt bleiben, da der Bogen durch Anblasen seine Temperatur erheblich ändert⁵⁾.

Ein wesentlicher Einwand gegen die spektroskopische Methode wurde von Engel und Steenbeck erhoben⁶⁾, indem sie auf die Möglichkeit hinwiesen, daß die Energieverteilung über die Rotationsstufen der Moleküle nicht die Temperatur des Bogengases, sondern nur die der leuchtenden Moleküle anzeigt. Es besteht also die Möglichkeit, daß chemische Reaktionen, die zur Bildung z. B. des CN-Moleküls führen, durch die damit verbundene Wärmetönung für das CN-Molekül eine von der Temperatur des Lichtbogen-

¹⁾ R. Mannkopf, ZS. f. Phys. **86**, 161, 1933. — ²⁾ H. Hörmann, ebenda **97**, 539, 1935. — ³⁾ L. S. Ornstein u. H. Brinkman, Proc. Amst. **34**, 498, 1931. —

⁴⁾ D. ter Horst u. C. Krygsmann, Physica **1**, 114, 1934. — ⁵⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck, Elektrische Gasentladungen Bd. 2, S. 146. Jul. Springer 1934.

— ⁶⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck, Wiss. Veröff. a. d. Siemens-Konzern **10**, 160, 1931.

gases abweichende Temperaturverteilung herbeiführen. Eine derartige abweichende Energieverteilung ist für besondere Fälle chemischer Reaktionen im Entladungsrohr bereits nachgewiesen¹⁾.

Für den Lichtbogen zeigen nun die Arbeiten von Mannkopf²⁾ und Witte³⁾, daß die Anregungs- und Ionisationsverhältnisse weitgehend dem Zustande thermischen Gleichgewichts entsprechen. Von uns konnte in der vorliegenden Arbeit der Nachweis geführt werden, daß sich eine Schicht von unangeregtem CN in unmittelbarer Nähe des leuchtenden Bogens als selbstumkehrende Schicht befindet. Man muß also annehmen, daß nicht nur chemische Reaktionen, die zur Bildung von CN mit gleichzeitiger Anregung führen, für die Emission der CN-Banden von Bedeutung sind, sondern daß mindestens ein Teil der leuchtenden CN-Moleküle durch thermische Anregung aus dem Grundzustande entsteht und daher eine Energieverteilung über die Rotationszustände aufweist, die der Gas-temperatur entspricht.

Die spektroskopische Methode bietet weiter den Vorteil, daß die Banden, aus denen die Temperaturbestimmung erfolgt, ohne jede Beeinflussung des Bogens aufgenommen werden können. Außerdem kann der Ort der Messung im Bogen bis zu einem gewissen Grade lokalisiert werden, indem man z. B. in verschiedenen Abständen von den Elektroden oder durch die durchbohrten Elektroden beobachtet. Da sich jedoch gegen die eingangs erwähnte spektroskopische Temperaturbestimmung von Ornstein und seinen Schülern eine Reihe von Einwänden erheben lassen (siehe weiter unten), soll in der vorliegenden Arbeit eine möglichst einwandfreie Temperaturbestimmung, die auf neuen Messungen beruht, durchgeführt werden.

Ermittlung der Temperatur aus der Intensität von Rotationslinien der CN-Bande $\lambda = 3883 \text{ \AA}$. Die Messungen beziehen sich sämtlich auf die auch von Ornstein benutzte CN-Bande bei $\lambda = 3883 \text{ \AA}$. Es ist dies die 0—0-Bande eines $^2\Sigma - ^2\Sigma$ -Überganges. Für die Intensität (Übergangswahrscheinlichkeit mal Anzahl der Atome im angeregten Zustande) einer R- bzw. P-Linie ergibt sich:

$$I_R(J) = I_P(J+1) \sim \nu^4 \cdot \frac{(J+1)^2 - \frac{1}{4}}{J+1} \cdot e^{-\frac{h^2}{8\pi^2\Theta} \cdot \frac{1}{kT} \cdot J \cdot (J+1)}. \quad (1)$$

Hierbei ist J die Rotationsquantenzahl, Θ das Trägheitsmoment des oberen Zustandes, k die Boltzmannsche Konstante.

¹⁾ W. Lochte-Holtgreven, ZS. f. Phys. **64**, 443, 1930. — ²⁾ R. Mannkopf, l. c. — ³⁾ H. Witte, ZS. f. Phys. **88**, 415, 1934.

Durch Logarithmieren und Umformen erhält man mit $\Theta = 14,1 \cdot 10^{-40} \text{ g cm}^2$ und für konstantes¹⁾ ν

$$0,82 \cdot \log \frac{I_R(J) \cdot (J+1)}{(J+1)^2 - \frac{1}{4}} + \text{Konst.} = -J(J+1) \cdot \frac{1}{T}. \quad (2)$$

Trägt man also die linke Seite der Gleichung (2), welche wir kurz mit $a \cdot \log y + \text{Konst.}$ bezeichnen, als Funktion von $J \cdot (J+1)$ auf, so erhält man in bekannter Weise eine Gerade, deren Neigung die reziproke Temperatur $1/T$ angibt.

Fehlerquellen. Wollen wir nun die Gleichung (2) zur Temperaturbestimmung heranziehen, so muß die Lichtquelle noch einer Reihe von Bedingungen genügen.

I. Inhomogenität der Temperatur. Eine erste — triviale — Voraussetzung dafür, daß die gemessenen Intensitätswerte in der obigen Darstellungsart

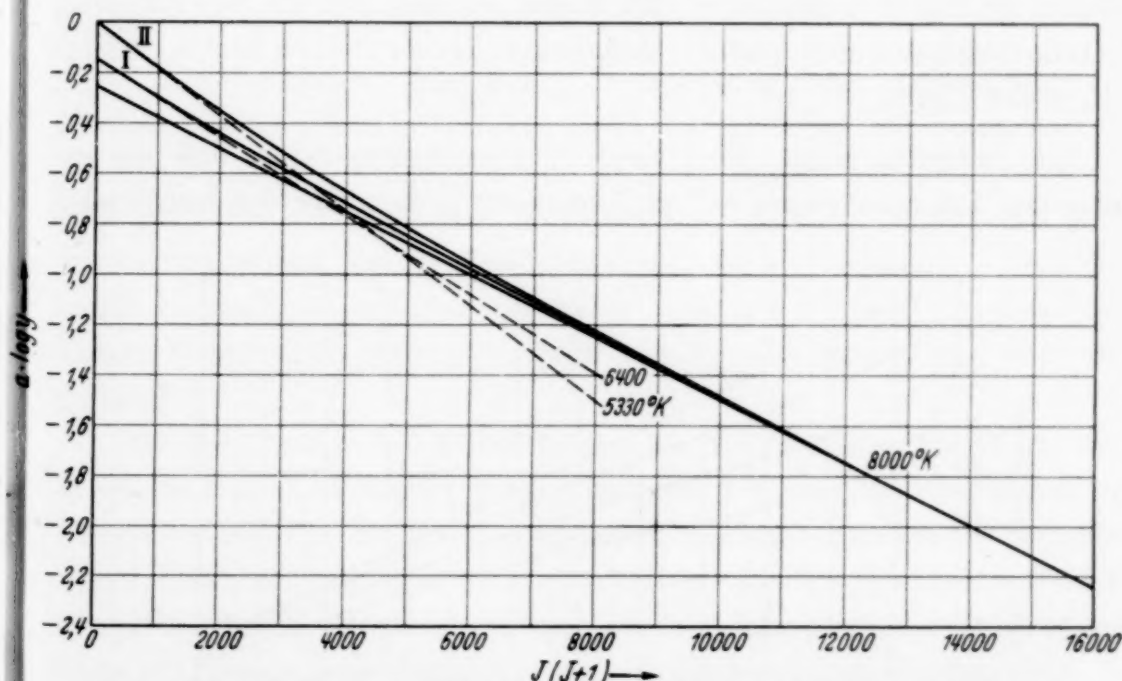


Fig. 1. Berechnung des Intensitätsverlaufs ($a \cdot \log y$) bei inhomogener Temperatur der Lichtquelle.

wirklich auf einer Geraden liegen, ist das Vorhandensein einer einheitlichen Temperatur in der die Banden emittierenden Lichtquelle. Zeigen die Meßwerte aber systematische Abweichungen von einer Geraden, so kann dies daran liegen, daß die Temperatur nicht einheitlich ist.

Als Beispiel ergibt sich der in der Fig. 1, Kurve I gezeichnete Verlauf der Intensitäten aus der Überlagerung zweier Maxwell-Kurven von 8000°K und 4000°K , wobei angenommen wurde, daß der geringeren Temperatur $1/4$,

¹⁾ Die Korrektur für veränderliches ν siehe weiter unten.

der höheren Temperatur $\frac{3}{4}$ der in der Lichtquelle leuchtenden Moleküle entsprechen. Die zweite Kurve der Fig. 1 entspricht den gleichen Ausgangstemperaturen von 8000 und 4000° K, jedoch jetzt in einem Mischungsverhältnis von 1:1.

Man sieht, daß sich bei sehr hohen Rotationen die Kurven derjenigen Geraden anschmiegen, deren Neigung die Höchsttemperatur — 8000° — angibt, während die Neigung der Kurven bei geringen Rotationen einer Zwischentemperatur entspricht, die bedeutend über der Minimaltemperatur der Lichtquelle — 4000° — liegt. — Der elektrische Lichtbogen hat nach den Messungen von Hörmann ein (ziemlich breites) Temperaturmaximum in der Bogenachse. Nach außen nimmt die Temperatur in ebenfalls von Hörmann gemessener Weise ab: Eine Aufnahme des Lichtbogens *von der Seite* superponiert also Gebiete hoher Temperatur (Achse des Bogens) mit solchen geringerer Temperatur. Es überlagern sich also die verschiedenen Rotationstemperaturen, und die Meßpunkte liegen auf einer Kurve, ähnlich denen der Fig. 1.

II. Selbstabsorption. Eine zweite Voraussetzung dafür, daß die gemessenen Intensitätswerte — bei homogener Temperatur der leuchtenden

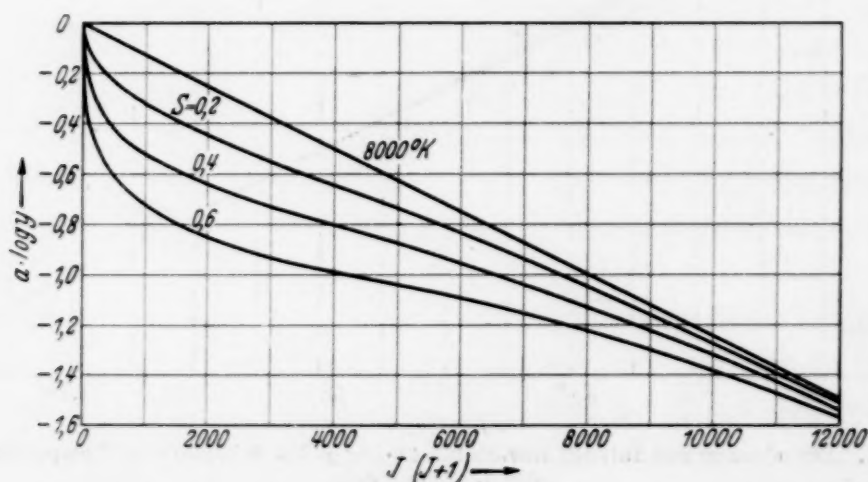


Fig. 2. Berechnung des Intensitätsverlaufs ($a \cdot \log y$) bei Vorhandensein von Selbstabsorption in der Lichtquelle.

Schicht — auf einer Geraden liegen, ist die Ausschaltung bzw. Berücksichtigung der Selbstabsorption. Starke Linien werden auch stark selbstabsorbiert; daher werden die Linien in der Nähe des Intensitätsmaximums der Bande zu schwach gegenüber den schwächeren, weniger selbstabsorbierten Linien am Bandenursprung und Bandenschwanz. Bei Intensitätsmessungen ergibt sich dann wieder eine Abweichung der Meßpunkte von der Temperaturgeraden.

In Fig. 2 ist eine homogene Temperatur der Lichtquelle von 8000°K angenommen. Wäre keine Selbstabsorption vorhanden, so würden die Meßwerte der Intensität auf der 8000° -Geraden liegen. Für drei Fälle verschieden starker Selbstabsorption haben wir die Kurve der Intensitäten eingezeichnet, wie sie sich aus den Berechnungen von Ladenburg¹⁾ ergibt. Die drei Kurven entsprechen einer Selbstabsorption der stärksten Bandenlinie $S = a \cdot \log I/I_0 = 0,2, 0,4$ und $0,6$, entsprechend einer maximalen Änderung des Intensitätsverhältnisses von $0,75, 0,33$ und $0,19$. Als wesentlichsten Unterschied zu dem Verlauf der Intensitäten bei inhomogener Temperatur der Lichtquelle bemerkt man, daß die resultierenden Intensitäten dort oberhalb, hier sämtlich unterhalb der der Höchsttemperatur entsprechenden Geraden bzw. ihrer Verlängerung liegen. Weiter erkennt man, daß die Kurve der Intensitäten bei kleinen Rotationen steil abfällt und erst bei sehr hohen Rotationen sich ganz allmählich der 8000° -Geraden wieder annähert.

III. Selbstumkehr. Eine dritte Voraussetzung dafür, daß die Meßwerte der Intensitäten auf einer Geraden liegen, ist das Fehlen einer umkehrenden Schicht geringerer Temperatur am äußeren Rande der Lichtquelle. Ist eine solche Schicht vorhanden, so absorbieren die darin befindlichen Moleküle entsprechend der Maxwell-Verteilung ihrer Temperatur. Das Absorptionsmaximum ist also gegenüber dem der Selbstabsorption nach kleinen Rotationen verschoben, gemäß dem Rotationsmaximum der kälteren Schicht.

Bei Berechnung der Selbstumkehr hat man zu berücksichtigen, daß es sich hier um „Linienabsorption“ handelt, d. h. aus dem *Linienprofil der Emissionslinie*, die in einer leuchtenden Schicht sehr kleiner optischer Dicke entsteht, wird eine Absorptionslinie, die einer kälteren Schicht entspricht, herausabsorbiert. Dabei ist das Linienprofil der Absorptionslinie von demjenigen der Emissionslinie dadurch verschieden, daß die Doppler-Breiten beider Linien sich voneinander unterscheiden, entsprechend der für Absorptionslinie und Emissionslinie verschiedenen Temperatur. Im Anschluß an die Darstellungsweise der Linienabsorption bei Mitchell und Zemansky²⁾ bezeichnen wir mit $\alpha = \frac{\Delta \omega_{DE}}{\Delta \omega_{DA}}$ das Verhältnis der Doppler-Breiten der emittierenden und absorbierenden Linie. Für $\alpha = 1,5$ (Kurven II) und $\alpha = 2,5$ (Kurven I), d. h. für eine Temperatur der

¹⁾ R. Ladenburg u. S. Levy, ZS. f. Phys. **65**, 204, 1930. — ²⁾ G. Mitchell u. W. Zemansky, Resonance Radiation and Excited Atoms. S. 323. Cambridge 1934.

absorbierenden Schicht von 3550° und 1280° haben wir den Verlauf der Meßwerte in Fig. 3 dargestellt. Hierbei wurde für die optische Dicke der absorbierenden Schicht in der Mitte der stärksten Bandenlinie jeweils der Wert $k_0 \cdot l = 1$ bzw. $k_0 \cdot l = 4$ angenommen. Die resultierenden Werte der Intensitäten liegen wieder *unterhalb* der Geraden der Höchsttemperatur der Lichtquelle, und zwar derartig, daß sich die Abweichungen von der Temperaturgeraden im wesentlichen auf kleine Rotationen be-

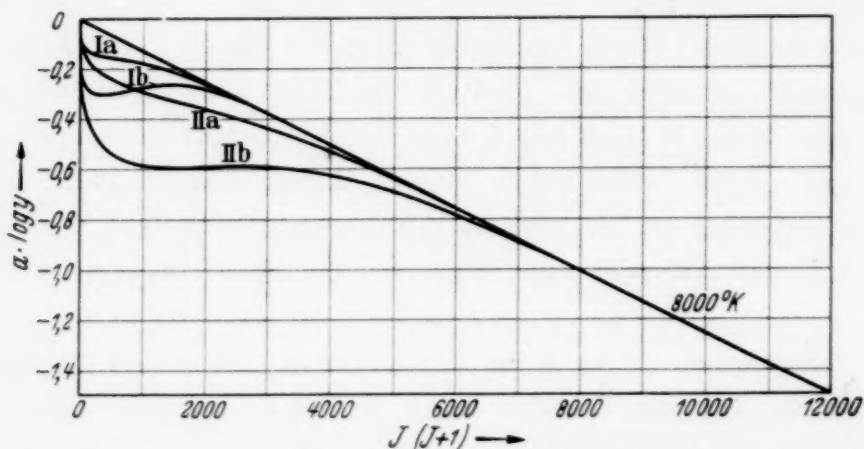


Fig. 3. Berechnung des Intensitätsverlaufs ($a \cdot \log y$) bei Vorhandensein von Selbstumkehr.

Ia) $\alpha = 2,5$, $k_0 \cdot l = 1$. Ib) $\alpha = 2,5$, $k_0 \cdot l = 4$.
 IIa) $\alpha = 1,5$, $k_0 \cdot l = 1$. IIb) $\alpha = 1,5$, $k_0 \cdot l = 4$.

schränken. Dabei hängt die Größe der Abweichung von der optischen Dicke der umkehrenden Lage, die Ausdehnung dieses Bereiches von der Temperatur dieser Lage ab.

In der eingangs erwähnten Arbeit von Ornstein und Brinkmann ist eine Darstellung der von ihnen gemessenen Intensitätswerte enthalten. Man erkennt aus dieser, daß die Linien kleiner Laufzahl bedeutend *oberhalb* der Temperaturgeraden liegen. Dies deutet, wie auch Ornstein bemerkt, auf inhomogene Temperatur. Meßpunkte in einem für die Selbstabsorption wesentlichen Teile der Kurve fehlen ganz, doch lassen Anzeichen darauf schließen, daß die Meßpunkte dort *unterhalb* der Temperaturgeraden liegen. Meßpunkte bei hohen Rotationen fehlen ebenfalls, so daß für den Einfluß von Selbstabsorption kein Maßstab vorhanden ist. Die von ihm erhaltene Gerade, nur durch die P-Linien der Laufzahl 46 bis 61 bestimmt, läßt daher keinen eindeutigen Schluß auf die Temperatur des emittierenden Lichtbogengases zu.

IV. Überlagerung von Linien. Endlich wird man bei Messung von „Spitzenintensitäten“, bei denen man nur die maximalen Photometerausschläge berücksichtigt, nur dann richtige Meßwerte für die Rotations-

linien erhalten, wenn die Linien im Spektrograph einwandfrei getrennt sind. Es ergab sich im Verlaufe unserer Arbeit, daß auch im Lichtbogen bereits merkliche Stoßdämpfung herrscht, die die Linien „flügel“ stark verbreitert. Dieses Ergebnis ist gerade im Hinblick auf die CN-Banden von besonderer Wichtigkeit. Die Rotationslinien sind nämlich hier sehr enge Dubletts, deren Dublettastand langsam mit der Laufzahl variiert. Es ist klar, daß die Messung von Spitzenintensitäten hier nicht zuverlässige Intensitätswerte ergeben kann, da sich die einzelnen Dublett-komponenten teilweise überdecken und auch vielfach mit benachbarten Linien hinsichtlich der Dämpfungsflügel überlagern. Besonders bei kleinen Laufzahlen (wegen der dort auftretenden großen Liniendichte) führt das genannte, von Ornstein eingeschlagene Verfahren zu ganz beträchtlichen Fehlern.

Deuten wir in Ornsteins Ergebnissen die Abweichung der Linien kleiner Laufzahl, die zu *große* Intensität haben, nur durch die inhomogene Temperatur der Lichtquelle, so sollte — entsprechend unserer Fig. 1 — die Tangente an die Meßwerte kleiner Laufzahl die *obere* Grenze für die „Minimaltemperatur“ des Bogens angeben. Die Ornsteinschen Meßwerte ergeben als obere Grenze für die Minimaltemperatur des leuchtenden Lichtbogens 170° K. Für diese Unstimmigkeit kann also nicht allein die Inhomogenität der Lichtquelle verantwortlich gemacht werden. Die zu hohen Meßwerte bei kleinen Rotationen werden zum Teil auf Überlagerung der Linien beruhen, andererseits ist der Verlauf der Meßpunkte in diesem Teil der Kurve ein typisches Zeichen für das Vorhandensein von Selbstumkehr.

Versuchsanordnung. Um eine möglichst wohldefinierte Schicht homogener Temperatur im Bogen zu beobachten, wurde die Anode des Kohlelichtbogens mit einer Längsdurchbohrung von 2 mm versehen, durch die die Achse des Lichtbogens beobachtet wurde. Gewöhnliche Homogenkohlen der Siemens-Planiawerke von 5, 12 und 14 mm Durchmesser wurden benutzt. Für die Stromstärke im Bogen ergab sich eine untere Grenze daraus, daß der Bogen symmetrisch um das Loch der Anode herum brennen muß, d. h. die Anodenbrennfläche muß die Anodenoberfläche voll ausfüllen. Dies war **stets** dann erfüllt, wenn die Stromstärke etwa dem Durchmesser der verwendeten Kohlestäbe entsprach, also bzw. 5, 12 und 14 Amp. betrug. Das vom senkrecht stehenden Bogen durch die Elektrode tretende Licht wurde vermitteltst Oberflächenspiegel und Quarzlinse in natürlicher Größe auf den Spektrographenspalt abgebildet. Da dieses Bild entsprechend der Größe der Bohrung nur 2 mm hoch war, konnte zur Bestimmung der Schwärzungskurve der photographischen Platte eine gleichmäßige Ausleuchtung dieses

Bildes und dessen Abstufung nicht in Frage kommen. Die Intensitätsmarken wurden deshalb auf jeder Platte in einer besonderen Aufnahme erhalten, in der die Abstufung durch einen rotierenden Sektor erfolgte. Die gleichmäßige Ausleuchtung des Spaltes wurde dabei dadurch erreicht, daß eine vom Lichtbogen erleuchtete weiße Fläche (*magnesia usta*) nach der Dorgeloschen Methode unscharf auf den Spektrographenspalt abgebildet wurde. Die Belichtungszeit für Aufnahme der Banden und der Schwärzungsmarken war gleich und bewegte sich im Spielraum von 4 Minuten bis 2 Stunden. Eine dritte Aufnahme auf jeder Platte mit der für die Schwärzungsmarken benutzten Anordnung, jedoch ohne rotierenden Sektor, diente dazu, die gleichmäßige Ausleuchtung des Spaltes immer wieder zu überprüfen. Bei den auszumessenden Aufnahmen wurde in den Lichtweg ein gewöhnlicher (nicht Stufen-) Sektor gebracht, der sich mit gleicher Tourenzahl drehte wie der für die Schwärzungsmarken benutzte Stufen-sektor, um Intermittenzeffekte möglichst auszuschalten.

Als Spektrograph diente ein Rowlandsches Plangitter in dritter Ordnung mit einer Quarzlinse von 350 cm Brennweite in Autokollimation, womit eine Dispersion von $1,2 \text{ \AA/mm}$ erreicht wurde. Um den Einfluß der Stoßdämpfung zu ermitteln, wurde das Plangitter auch in fünfter Ordnung benutzt, wobei die Dispersion $0,6 \text{ \AA/mm}$ betrug. Für die Aufnahmen benutzten wir Agfa-Normal-Platten, die in Hauff-Methol-Hydrochinon-Entwickler entwickelt und dann mit einem Zeisschen Registrierphotometer ausgemessen wurden.

Auswertung der Registrierplatten, Korrektion aus der Apparatedurchlässigkeit. Zunächst wurde aus der Stufensektoraufnahme die Schwärzungskurve unabhängig für jede Platte ermittelt. Mit deren Hilfe konnten dann die entsprechenden Photometerkurven jeder Linie in großem Maßstabe auf Intensitätskurven umgezeichnet werden. Von diesen Zeichnungen wurde endlich mit dem Planimeter die Fläche ermittelt. Dabei gelangten jeweils beide Dublett Komponenten, die in keinem Falle völlig zu trennen sind, gemeinsam zur Auswertung und ergaben zusammen *einen* Flächenwert, entsprechend ihrer Gesamtintensität. Auf diese Weise vermeidet man eine Verfälschung der Resultate durch den langsam wachsenden Abstand der beiden Dublett Komponenten. Von jeder Platte kamen nur diejenigen Bandenlinien zur Auswertung, deren Intensität in dem günstigsten Teil der Schwärzungskurve lag.

Die erhaltenen Schwärzungs- bzw. Intensitätswerte müssen dann noch einer Korrektion unterzogen werden wegen der veränderlichen Platten-

empfindlichkeit und Lichtdurchlässigkeit des Spektralapparates. Um diese zu ermitteln, wurde das kontinuierliche Spektrum eines im Vakuum glühenden Wolframdrahtes mit demselben Spektrographen im gleichen Spektralgebiet unter Verwendung der gleichen Plattensorte aufgenommen. Mit Hilfe des Pyrometers wurde die Helligkeitstemperatur des Wolframdrahtes zu 2375°K bestimmt; dieser entspricht nach den Untersuchungen von Forsythe und Worthing¹⁾ eine Farbtemperatur von 2680°K . Das Verhältnis der gemessenen Intensität zu der nach dem Planckschen Gesetz berechneten ergab den gesuchten Korrektionsfaktor. Dieser war für $\lambda < 3770 \text{ \AA}$ bei der von uns benutzten Plangitteraufstellung konstant, für größere Wellenlängen zeigte er einen systematischen Verlauf.

Um diese Korrekturen weiter zu sichern und von der spezifischen Strahlung des Wolframs, die derjenigen eines schwarzen Körpers nicht genau entspricht, unabhängig zu werden, wurde die Messung mit dem Kontinuum des positiven Kraters eines Kohlelichtbogens (Farbtemperatur 4200°) wiederholt, wobei sich innerhalb der Meßgenauigkeit die gleichen Korrekturen ergaben²⁾. Die im folgenden mitgeteilten Meßwerte (Fig. 4 und 5) sind bereits mit den aus den Apparatekonstanten folgenden Intensitätskorrekturen versehen.

Die auf die Darstellungsart der Gleichung (2) umgerechneten, korrigierten Intensitätswerte wurden endlich noch mit dem aus Gleichung (1) folgenden Faktor $(v/v')^4$ multipliziert.

Resultate. In Fig. 4 sind drei vollständige Meßreihen wiedergegeben. Die erste Kurve bezieht sich auf einen Lichtbogen von 14 Amp. Stromstärke. Die Bogenlänge betrug 3 mm, der Durchmesser der benutzten Kohlen³⁾ 14 mm. Die zweite Kurve bezieht sich auf einen 6 Amp. Bogen (5 mm Kohlendurchmesser) bei 6 mm Länge und die dritte Kurve auf einen 14 Amp. Bogen (14 mm Kohlendurchmesser) bei 6 mm Länge. Dabei haben wir die Messung über einen möglichst großen Bereich der Rotationsquantenzahl ausgedehnt, um eine Einsicht in das Verhalten der Lichtbogen-gase bezüglich Inhomogenität der Temperatur, Selbstabsorption und Selbstumkehr zu erhalten.

In allen drei Kurven ergibt sich ein geradliniger Verlauf der Meßpunkte bei hohen Rotationen. Wie in Fig. 2 gezeigt, sollte der Einfluß starker

¹⁾ Siehe Landolt-Börnstein, Erg.-Bd. 1, S. 321. — ²⁾ Die Genauigkeit der zweiten Methode wurde durch die stets anwesenden und überlagernden CN-Banden beeinträchtigt, wobei der Verlauf des Kontinuums zwischen den Linien ermittelt werden mußte. — ³⁾ Wir haben stets für Anode und Kathode Homogenkohlen von jeweils gleicher Art und gleichen Dimensionen benutzt.

Selbstabsorption bis zu Linien hoher Laufzahl als eine Abweichung der Meßwerte von der Temperaturgeraden bemerkbar sein. Wir schließen also aus den erhaltenen Resultaten, daß der Einfluß der Selbstabsorption nur gering ist. Dies ergibt sich auch unmittelbar aus der Betrachtung der Intensität der einzelnen Bandenlinien im Verhältnis zur Intensität des Kontinuums eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur (etwa 7600° K

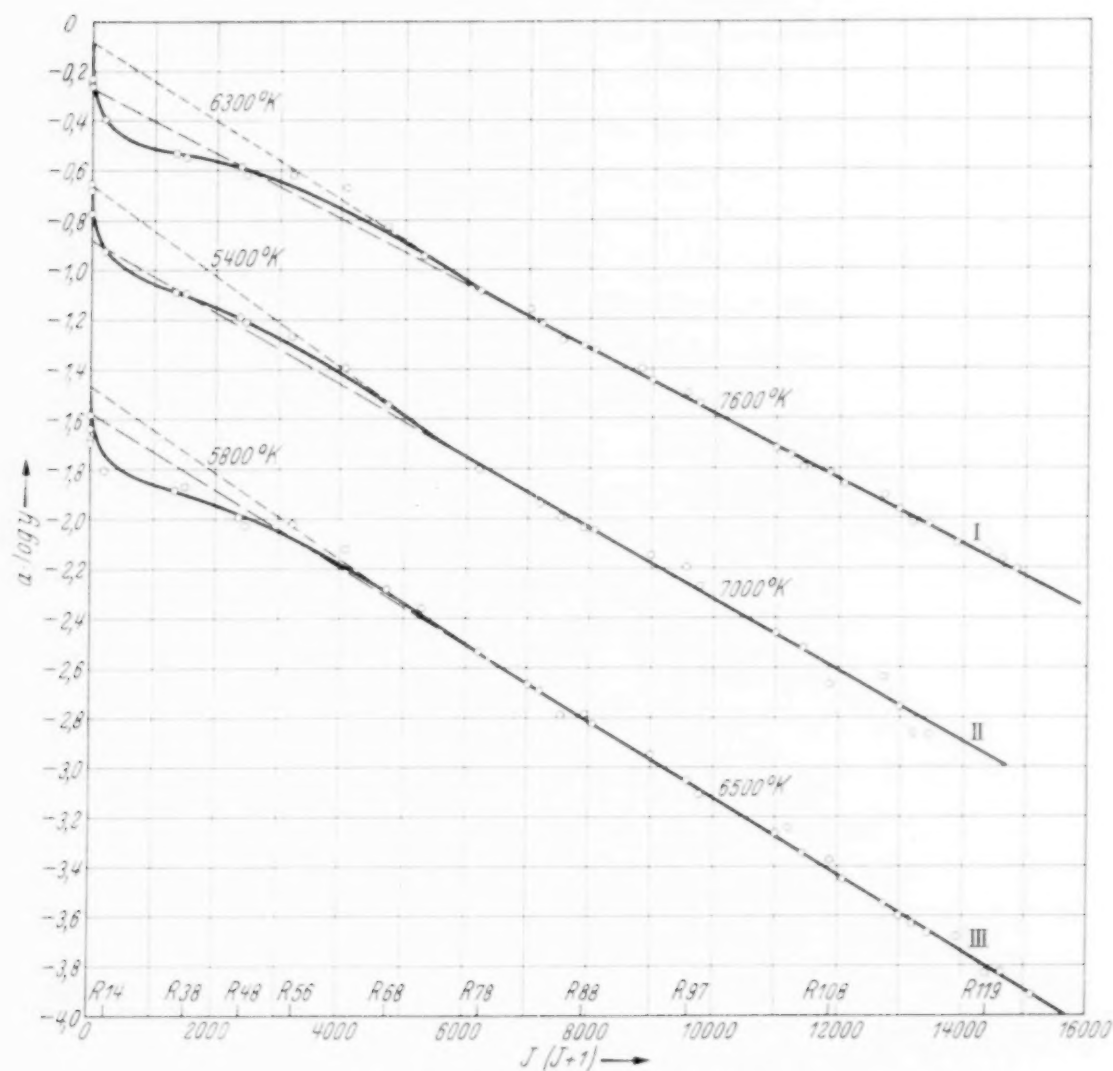


Fig. 4. Intensitätsmessungen im Lichtbogen.

I. Bogen 3 mm lang, 14 Amp. II. Bogen 6 mm lang, 6 Amp. III. Bogen 6 mm lang, 14 Amp.

siehe weiter unten) an der gleichen Stelle. Der Vergleich zeigt, daß die Linienintensität ganz erheblich unter der Intensität des schwarzen Körpers liegt. Dementsprechend wächst beim zufälligen Zusammenfallen einzelner Linien, die verschiedenen Übergängen zugehören, die Intensität etwa proportional an, wie dies besonders deutlich aus dem Intensitätsanstieg am Kopf der Bande ersichtlich ist. Der Einfluß der Selbstabsorption

kann also in den von uns benutzten Lichtbögen kleiner Länge vernachlässigt werden und die aus den Intensitäten von Linien hoher Laufzahl ermittelten Temperaturwerte dürfen als richtige Werte für die Maximaltemperatur der Lichtbogengase angesehen werden. Die aus den Werten hoher Laufzahl sich ergebende Temperaturgerade wurde in jedem Falle in die Figur eingezeichnet. Man erkennt nun, daß die Meßwerte bei mittleren Laufzahlen sich zunächst über die Temperaturgerade erheben, um dann bei kleinen Laufzahlen stark unter die Gerade zu sinken. Die Meßwerte bei ganz kleinen Laufzahlen erheben sich wieder über die Temperaturgerade hinaus¹⁾. Das Ansteigen über die Gerade deutet auf Inhomogenität, das Absinken unter die Gerade auf Selbstumkehr. Die experimentellen Kurven konnten am besten mit theoretischen zur Deckung gebracht werden, wenn eine selbstumkehrende Schicht von 3000°K mit der optischen Schichtdicke $k_0 \cdot l = 1,45$ bzw. 1,35 und 1,4 angenommen wurde. Die umkehrende Schicht wird sich in dem heißen Teil der durchbohrten Anode befinden und die mittlere Temperatur der Elektrode an dieser Stelle haben, was mit der experimentell ermittelten Temperatur von 3000°K im Einklang steht. Man wird daher annehmen müssen, daß diese Temperatur einerseits noch die Existenzmöglichkeit für das CN-Molekül bietet, andererseits aber kaum mehr im Stande ist, das Molekül zum Leuchten anzuregen, so daß eine umkehrende Wirkung dieser CN-Schicht resultiert. Die durch Inhomogenität hervorgerufene Aufwärtsbiegung der Temperaturgeraden konnte wegen der gleichzeitig auftretenden Selbstumkehr nur sehr ungenau durch eine Gerade größerer Neigung approximiert werden, da ihre Lage einerseits nur durch den Meßpunkt der kleinsten Quantenzahl ($1/2$) und auf der anderen Seite nur durch wenige Meßwerte bei mittleren Laufzahlen festgelegt wird. Die Neigung der „Inhomogenitätsgeraden“ entspricht einer Temperatur von 6300° , 5450° bzw. 5850°K . Diese Temperatur stellt jedoch nur eine Mittelung über einen tatsächlichen Temperaturverlauf dar und gibt, wie oben gezeigt, nicht etwa einen Minimalwert der im Bogen vorhandenen Temperaturen an.

¹⁾ Die Messung dieser ersten Bandenlinien (*R*-Linien) ist dadurch erschwert, daß diese in unmittelbarer Nachbarschaft starker *P*-Linien liegen. Eine Aufnahme in der fünften Ordnung unseres Gitters bestätigte uns, daß eine völlige Trennung der Linien nicht möglich ist. Es wurde daher die photometrische Auswertung auf die Photometerkurve von *P* + *R*-Linien erstreckt und durch Aufteilung der Gesamtintensität (durch Symmetriesierung und Subtraktion der starken, mit den Linienflügeln überlagernden *P*-Linie) erhalten. Die Meßwerte dürften deshalb hier eine etwas geringere Genauigkeit besitzen.

Ergebnisse der Temperaturbestimmungen. Aus den oben mitgeteilten experimentellen Resultaten und ihrer theoretischen Deutung geht hervor, daß für Temperaturbestimmungen im Lichtbogen der geradlinige Teil unserer Temperaturkurve (von etwa R 78 bis R 122) benutzt werden kann. Unsere weiteren Messungen erstrecken sich daher auf die auswertbaren Linien in diesem Gebiete.

Man kann nun die Lichtbögen hinsichtlich ihrer Temperatur in drei Gruppen einteilen:

1. Ein ruhig brennender Bogen, dessen Anodenbrennfläche kleiner oder gleich dem Anodenquerschnitt ist. Dieser Zustand ist praktisch erreicht, wenn die Stromstärke des Lichtbogens in Amp. etwa dem Durchmesser der benutzten Kohleelektroden gleich ist, d. h. ein 5 Amp. Bogen bei 5 mm Kohlendicke bzw. ein 14 Amp. Bogen bei 14 mm Kohlendicke. Für diese Lichtbögen ergab sich bei 3 mm Bogenlänge:

Bogenlänge: 3 mm.

Kohlendurchmesser	5 mm	Stromstärke	5 Amp.	Temperatur	7400° K.
„	14 „	„	14 „	„	7800° K.

Die Temperatur von Lichtbögen innerhalb dieser Gruppe ergibt sich im wesentlichen als stets die gleiche. Mit guter Annäherung läßt sich eine *mittlere Maximaltemperatur von 7600° K* angeben. Bei einer Bogenlänge von 6 mm erhielten wir (hier wurden nur zwei Messungen ausgeführt) eine niedrigere Temperatur (siehe Fig. 4).

2. In der zweiten Gruppe fassen wir Lichtbögen zusammen, die zwar noch ruhig brennen, bei denen der Anodenbrennfleck jedoch größer wäre, wenn der Anodenquerschnitt es erlauben würde. Der Anodenquerschnitt ist also kleiner, als der vom Bogen erstrebte Querschnitt des Anodenbrennfleckes. Lichtbögen dieser Art wollen wir schwach überlastete Lichtbögen nennen. Ihre Maximaltemperaturen liegen erheblich *unter* denen der ersten Gruppe. Wir fanden als Mittel von mehreren voneinander ganz unabhängigen Messungen:

Bogenlänge: 3 mm.

Kohlendurchmesser	12 mm	Stromstärke	14 Amp.	Temperatur	6600° K.
„	14 „	„	18 „	„	6900° K.

3. Wird schließlich die Überlastung noch weiter getrieben, so brennt der Bogen nicht mehr ruhig, sondern beginnt zu zischen (Zischbogen). Die Temperatur des Zischbogens liegt wesentlich über der Maximaltemperatur der ersten Gruppe. Bei sehr großer Überlastung des Zischbogens ist

schließlich kein thermisches Gleichgewicht mehr vorhanden, die Meßpunkte liegen nicht mehr auf einer Geraden, sondern auf einer Kurve und die Temperaturdefinition verliert damit ihren Sinn. Es wurde von uns gemessen:

Bogenlänge: 3 mm.

Kohledurchmesser	14 mm	Stromstärke	20 Amp.	Temperatur	8800 ⁰
"	14 "	"	22 "	"	8600 ⁰
"	14 "	"	32 "	"	nicht definiert ¹⁾

Die graphische Darstellung der erhaltenen Resultate für diese drei Gruppen zeigt die Fig. 5.

In drei Fällen wurden die Temperaturmessungen unter gleichen Bedingungen vollständig wiederholt. Dabei ergaben sich folgende Werte: 7800⁰ bzw. 7600⁰ K, 6700⁰ bzw. 6400⁰ K, 6600⁰ bzw. 7200⁰ K.

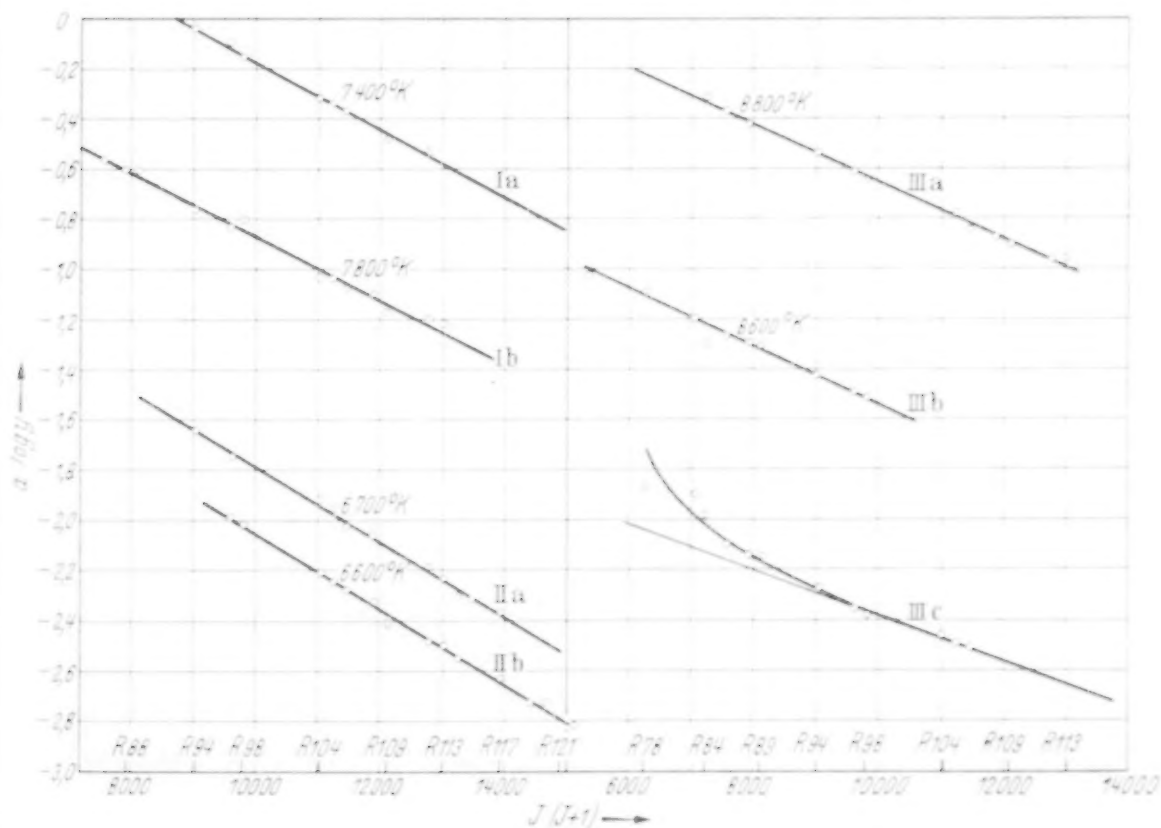


Fig. 5. Meßwerte für die Temperaturbestimmungen.

Der mögliche Fehler der Einzelmessung wird durch die graphische Mittelung der Meßwerte in der Temperaturgeraden weitgehend ausgeglichen.

¹⁾ Die in der Fig. 5. Kurve IIIc eingezeichnete Gerade entspricht einer Temperatur von 10900⁰ K.

Der mittlere Fehler der Temperaturbestimmung ergibt sich nach vorsichtiger Schätzung zu etwa 4% d. h. etwa $\pm 300^\circ$.

Verhalten der Stromdichte im Lichtbogen. Es mag zunächst überraschend erscheinen, daß die Maximaltemperatur der Lichtbogengase, die bei normal brennendem Bogen 7600°K beträgt, mit wachsender Stromstärke zunächst absinkt, um erst bei weiterer Steigerung der Stromstärke im Zischbogen sprunghaft wieder anzusteigen. Eine qualitative Bestätigung dieses Verlaufes der Temperaturen mit wachsender Belastung erhielten wir jedoch aus einer Abschätzung der Stromdichten im Bogen. Zu diesem Zwecke wurde der Lichtbogen stark vergrößert auf einem Schirm abgebildet und der Durchmesser des violetten Kernes in Abhängigkeit von der Belastung des Bogens ermittelt. Es ergab sich für einen Kohlendurchmesser von 12 bzw. 14 mm folgendes Resultat:

Bogenlänge: 3 mm.

	Normal brennender Bogen	Schwach überlasteter Bogen	Zisch- bogen	Normal brennender Bogen	Schwach überlasteter Bogen	Zisch- bogen
Stromstärke . . .	14	18	20 Amp.	14	18	20 Amp.
Bogendurchmesser	42	49	46 mm	55	65	56 mm
Relat. Stromdichte	1,01	0,96	1,21	0,59	0,515	0,82

Der Verlauf der relativen Stromdichte mit der Belastung zeigt qualitativ eine Ähnlichkeit mit dem Verlauf der Temperatur. Von dem Ausgangspunkt des normal brennenden Bogens sinkt die Stromdichte bei mäßiger Überlastung des Bogens ab, um schließlich bei weiter gesteigerter Überlastung im Zischbogen sprunghaft anzuwachsen.

Zusammenfassung.

Die Möglichkeit einer genauen Temperaturbestimmung der Lichtbogengase aus der Energieverteilung über die Rotationsstruktur emittierter Bandenspektren wird untersucht. Dabei wird der Einfluß von Temperaturinhomogenität, Selbstabsorption und Selbstumkehr eingehend behandelt.

Die Linienkonturen der CN-Bande $\lambda = 3883 \text{ \AA}$ werden neu gemessen, wobei die Aufnahmen durch die durchbohrte Anode erfolgen, um die Maximaltemperatur des Lichtbogens in seiner Achse zu ermitteln.

Es zeigt sich ein Einfluß von Inhomogenität und Selbstumkehr, der sich jedoch nur auf die Meßpunkte bei kleinen und mittleren Rotationen erstreckt. Eine Temperaturbestimmung aus den Linien hoher Rotationsquantenzahl läßt sich einwandfrei durchführen.

Auf Grund derartiger Temperaturbestimmungen werden die Lichtbögen — entsprechend ihrer Temperatur — in drei Gruppen eingeteilt:

1. Die normal brennenden Bögen mit einer Temperatur der Bogenachse von 7600° K.
2. Die schwach überlasteten Bögen mit einer Temperatur der Bogenachse von 6700° K.
3. Die stark überlasteten Zischbogen mit einer Temperatur der Bogenachse von 8700° und darüber.

Die Arbeit wurde ermöglicht durch die Benutzung des Zeiss'schen Mikrophotometers der Deutschen Forschungsgemeinschaft, dessen Gebrauch uns von der hiesigen Sternwarte in großzügiger Weise gestattet wurde.

Den Herren Professoren Rausch von Traubenberg und A. Unsöld möchten wir für ihr freundliches Interesse an den Arbeiten aufrichtig danken.

Kiel, Institut für Experimentalphysik, Dezember 1936.

Über das magnetische Moment des Scandiumkernes.

Von **Hans Kopfermann** und **Heinz Wittke** in Berlin-Charlottenburg.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 6. Januar 1937.)

Aus der Hyperfeinstrukturanalyse des $4s\ ^2S_{1/2}$ -Terms des Sc III folgt für das magnetische Moment des Scandiumkernes der Wert $\mu = 4,8$ K. M. Das Moment besitzt positives Vorzeichen.

Hyperfeinstrukturuntersuchungen am Spektrum des Sc I, die von verschiedenen Autoren ausgeführt worden sind¹⁾, haben den Wert $I = 7/2$ für das mechanische Kernmoment des Scandiums sichergestellt. Kopfermann und Rasmussen konnten aus geringen Aufspaltungen der Grundzustände des Sc I, $3d\ 4s\ ^2D_{3/2}$ und $3d\ 4s\ ^2D_{5/2}$, nach Goudsmits Formel (siehe S. 19) unter plausiblen Annahmen für die effektive Kernladungszahl Z_i des d -Elektrons auch die Größe des magnetischen Kernmomentes abschätzen. Da diese Abschätzung wegen der Unsicherheit in Z_i ziemlich grob sein dürfte, so schien es wünschenswert, aus geeigneteren Spektraltermen einen sicheren Wert für das magnetische Scandiumkernmoment zu gewinnen. In Frage kam vor allem der $4s\ ^2S_{1/2}$ -Zustand des Sc III, dessen Aufspaltung nach allen bisher gemachten Erfahrungen relativ groß zu erwarten war und für den man die effektive Kernladungszahl Z_i kennt.

Wir haben deshalb versucht, das Sc III-Spektrum lichtstark und mit genügender Linienschärfe zu erzeugen²⁾. Es zeigte sich, daß kondensierte Entladungen in einer Hohlkathode mit Helium als Füllgas die gewünschten Linien in großer Intensität lieferten³⁾. Allerdings waren die mit Pérot-Fabry-Aufnahmen gefundenen Hyperfeinstrukturkomponenten sehr breit und hoben sich nur mäßig von einem kontinuierlichen Untergrund ab, der das ganze Dispersionsgebiet gleichmäßig erfüllte. Nach längeren Versuchen, bei denen Füllgasdruck und Substanzmenge in der Lichtquelle bzw. Kapazität und Stoßfunkenstrecke der elektrischen Anordnung systematisch variiert

¹⁾ H. Schüler u. Th. Schmidt, Naturwissensch. **22**, 758, 1934; H. Kopfermann u. E. Rasmussen, ZS. f. Phys. **92**, 82, 1934. — ²⁾ Auch an dieser Stelle möchten wir Herrn Dr. Feit, Berlin und Herrn Prof. Sterba-Böhm, Prag unseren Dank für die freundliche Überlassung von Scandiumpräparaten sagen. — ³⁾ F. Paschen hat kondensierte Hohlkathodenentladungen dazu benutzt, um z. B. die Linien des Al III-Spektrums anzuregen (Ann. d. Phys. **71**, 142, 1923). Die Brauchbarkeit dieser Entladungsform für interferometrische Untersuchungen wurde unseres Wissens bisher nicht geprüft.

wurden, konnten Bedingungen gefunden werden, bei denen der Untergrund praktisch verschwand und die Komponenten selbst relativ schmal wurden¹⁾.

Es ist selbstverständlicherweise nicht zu erwarten, daß bei der verwendeten Erregungsart die Komponentenbreiten so gering sind wie bei einer Gleichstromhohlkathodenentladung. Für die Genauigkeit der Bestimmung einer Aufspaltung kommt jedoch nur das Verhältnis von Aufspaltung zu Komponentenbreite in Frage. Wird die Aufspaltung infolge der höheren Ionisierungsstufe des zum Leuchten angeregten Atoms genügend groß, so kann man eine Linienverbreiterung um einen Faktor 3 leicht in Kauf nehmen, ohne die Genauigkeit der Abstandsmessung wesentlich herabzusetzen. Ein Beispiel hierfür ist die auf dem beschriebenen Wege gefundene Aufspaltung der Linie $\lambda = 2700 \text{ \AA}$, deren Hyperfeinstrukturbild in Fig. 1 gezeigt wird. Die Linie besteht aus zwei recht gut definierten Komponenten mit einem Abstand von $\Delta r = 0,621 \text{ cm}^{-1}$. Das aus fünf verschiedenen Platten gemessene Δr schwankt um weniger als 1% um den angegebenen Mittelwert.

Zur Bestimmung des magnetischen Momentes des Sc-Kernes erwiesen sich die beiden auf dem $4s^2S_{1/2}$ -Zustand endigenden Sc III-Linien $\lambda = 2700 \text{ \AA}$ und $\lambda = 2735 \text{ \AA}$ als geeignet. Die Komponentenabstände Δr beider Übergänge sind in Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1.

λ in \AA	Übergang	Δr in cm^{-1}
2700	$4s^2S_{1/2} - 4p^2P_{3/2}$	0,621
2735	$4s^2S_{1/2} - 4p^2P_{1/2}$	0,136; 0,528; 0,140 ²⁾

Die Abstände $\Delta r = 0,136 \text{ cm}^{-1}$ bzw. $0,140 \text{ cm}^{-1}$ bei der zweiten Linie wurden aus unsymmetrischen Verbreiterungen der beiden gefundenen Komponenten geschätzt und dürften auf 15% sicher sein (Aufspaltungsbild siehe Fig. 2).

Vergleicht man die aus $\lambda = 2735 \text{ \AA}$ gewonnenen Δr -Werte mit dem Termschema dieses Überganges in Fig. 3, so folgen für die Aufspaltungen des $4p^2P_{1/2}$ - und des $4s^2S_{1/2}$ -Zustandes die Werte $\delta r(^2P_{1/2}) = 0,14 \text{ cm}^{-1}$ und $\delta r(^2S_{1/2}) = 0,67 \text{ cm}^{-1}$. Die große Unsicherheit in $\delta r(^2P_{1/2})$ beein-

¹⁾ Eine ausführliche Beschreibung der Lichtquelle und der Erregungsbedingungen wird bei anderer Gelegenheit gegeben werden. — ²⁾ Mittelwerte aus vier verschiedenen Aufnahmen.



Fig. 1. Aufspaltungsbild der Linie $\lambda = 2700 \text{ \AA}$ in zwei Ordnungen bei 4 mm Etalonabstand.

trächtigt, wie man sich leicht überzeugt, wegen ihrer Kleinheit gegenüber dem Wert von $\delta r(^2S_{1/2})$ diesen letzteren nur sehr wenig. Wir glauben, daß der Fehler, mit dem die Festlegung von $\delta r(^2S_{1/2})$ behaftet ist, höchstens 3% beträgt.

Aus der Differenz zwischen der nunmehr bekannten Aufspaltung des $4s\ ^2S_{1/2}$ -Terms und dem gemessenen Komponentenabstand der Linie $\lambda = 2700\text{ Å}$ läßt sich auch $\delta r(^2P_{3/2})$ angeben¹⁾. Wegen der angenäherten

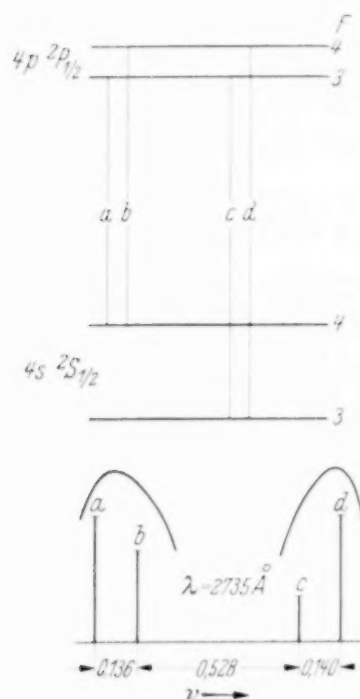


Fig. 2. Termschema und Aufspaltungsbild von $\lambda = 2735\text{ Å}$.

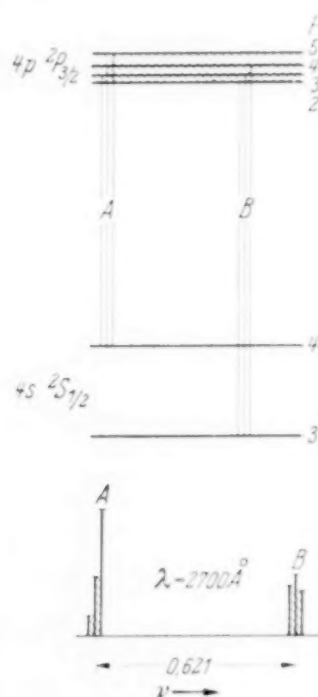


Fig. 3. Termschema und Aufspaltungsbild von $\lambda = 2700\text{ Å}$.

Gleichheit der beiden Aufspaltungen, deren Differenz in die Bestimmung von $\delta r(^2P_{3/2})$ eingeht, muß dieser Abstand als ziemlich rohe Schätzung bewertet werden.

Tabelle 2.

Term	$4s\ ^2S_{1/2}$	$4p\ ^2P_{1/2}$	$4p\ ^2P_{3/2}$
δr in cm^{-1}	0,67	0,14	$\sim 0,08$
a in cm^{-1}	0,16 ₈	$\sim 0,03_5$	$\sim 0,007$
g	1,36	$\sim 1,2_5$	$\sim 1,3$
μ in K. M.	4,8	$\sim 4,4$	$\sim 4,6$

¹⁾ Nach dem Termschema der Fig. 2 hat jede der beiden Komponenten dieser Linie eine enge, nicht aufgelöste Dreifachstruktur. Der gemessene Komponentenabstand stellt daher die Entfernung der Schwerpunkte dieser beiden Dreifachkomponenten dar. Unter der Annahme der angenäherten Gültigkeit der Intervallregel und der theoretischen Intensitäten ergibt sich für den Aufspaltungsfaktor a des $^2P_{3/2}$ -Zustandes die einfache Beziehung: $6,7\ a = 0,67 - 0,621$.

Tabelle 2 enthält in der zweiten Zeile die so ermittelten Aufspaltungen der drei Sc III-Terme und in der dritten Zeile die entsprechenden Aufspaltungsfaktoren a .

Aus ihnen läßt sich nach den Goudsmitschen Formeln¹⁾ der g -Faktor des Scandiumkerns und somit das gesuchte magnetische Moment berechnen. Für ein einzelnes s -Elektron gilt bekanntlich:

$$g = \frac{a \cdot 1838 \cdot 3 n^{*3}}{8 R \alpha^2 Z_i Z_a^2 \cdot z} \quad \text{mit} \quad Z_i = Z \quad (1)$$

und für ein einzelnes p -Elektron:

$$g = \frac{a \cdot 1838 \cdot Z_i (l + \frac{1}{2}) j (j + 1)}{\delta r^* l (l + 1) \cdot z} \quad \text{mit} \quad Z_i = Z - 4. \quad (2)$$

Die effektive Hauptquantenzahl n^* für den $4s^2S_{1/2}$ -Term des Sc III hat den Wert $n^* = 2.382$. Für Z_a ist im Falle des Sc III der Wert 3 zu setzen. Die Relativitätskorrektur z beträgt für den $^2S_{1/2}$ - und den $^2P_{1/2}$ -Term $z = 1.01$; für den $^2P_{3/2}$ -Term wird sie vernachlässigbar klein. δr^* , die Dublettaufspaltung des $4p^2P$ -Terms des Sc III, ist $\delta r^* = 474 \text{ cm}^{-1}$ ²⁾. Die nach den Formeln (1) und (2) berechneten g -Faktoren und μ -Werte stehen in den beiden letzten Zeilen von Tabelle 2. Auf Grund der oben diskutierten Genauigkeit der gefundenen Term aufspaltungen ist nur das aus dem $4s^2S_{1/2}$ -Zustand ermittelte

$$\underline{\mu = 4.8 \text{ K. M.}} \quad (3)$$

als zuverlässig zu bezeichnen. Die Fehlergrenze für diesen Wert läßt sich schwer angeben, da die Unsicherheit, die der Berechnung nach Formel (1) anhaftet, unbekannt, sicher aber größer ist als diejenige, die bei der Bestimmung von $\delta r(^2S_{1/2})$ auftritt.

In der von Kopfermann und Rasmussen aus dem d -Elektron der Grundzustände des Sc I nach Formel (2) ausgeführten Berechnung von μ war $Z_i = Z - 13$ gesetzt worden. Der so gewonnene μ -Wert fällt, verglichen mit (3), zu klein aus. Wählt man $Z_i = Z - 12$, so folgt aus der Aufspaltung sowohl des $3d4s^2^2D_{3/2}$ - als auch des $3d4s^2^2D_{5/2}$ -Zustandes $\mu = 4.5 \text{ K. M.}$ und im Falle $Z_i = Z - 11$ erhält man $\mu = 4.9 \text{ K. M.}$ Wegen der relativen Kleinheit der Scandiumkernladungszahl ($Z = 21$) hängt Z_i und daher auch das daraus berechnete μ in sehr empfindlicher Weise vom

¹⁾ S. Goudsmit, Phys. Rev. **43**, 636, 1933. — ²⁾ H. E. White, Introduction to Atomic Spectra, S. 377, 1934. — ³⁾ S. Goudsmit u. R. Bacher, Atomic Energy States, 1932.

Wert der Abschirmungszahl ab. Da nicht anzunehmen ist, daß die Grundzustände des Sc I gestört sind, so scheint uns gerade der hier vorliegende Fall besonders geeignet, um über die Größe der Abschirmungszahl für ein d -Elektron zu entscheiden. Die gute Übereinstimmung zwischen dem zuletzt angegebenen μ -Wert mit (3) spricht für den Wert $Z_i = Z - 11$, wobei allerdings der Wert $Z - 12$ nicht ausgeschlossen werden kann.

Die Tatsache, daß der $4s\ ^2S_{1/2}$ -Term normale Hyperfeinstrukturtermordnung zeigt, spricht eindeutig für ein positives Vorzeichen des magnetischen Scandiumkernmomentes.

Wir danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Überlassung der notwendigen Apparate und der Griesogen G. m. b. H. für das kostenlos gelieferte Edelgas. Herrn Dr. Hochheim sind wir für die schönen Ultraviolettverspiegelungen der Pérot-Fabry-Platten zu besonderem Dank verpflichtet.

(Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für Metallforschung in Stuttgart.)

Über Umwandlungen von festen Metallphasen.

VI. Allotrope Umwandlungen¹⁾.

Von **U. Dehlinger** in Stuttgart.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 9. Januar 1937.)

Thermodynamisches Gleichgewicht und Geschwindigkeit der Umwandlungen durch einzelne Atomsprünge und der Umklappvorgänge. — Zusammenfassung am Schluß.

Nach zahlreichen Untersuchungen²⁾ geht Diamant von etwa 1700° C ab allmählich in Graphit über. Nath³⁾ hat dies theoretisch behandelt; er nimmt an, daß einzelne C-Atome im Diamantgitter Sprünge ausführen, bei welchen eine der vier Tetraederbindungen abreißt, und dafür die drei anderen verkürzt werden, so daß eine Anordnung entsteht, die schon weitgehend der des Graphitgitters ähnlich ist. Die zu einem solchen Sprung nötige Schwellenenergie wird aus optischen Daten zu etwa 3000 cal/Mol berechnet und die Temperatur, bei der die mittlere Energie der Atom-schwingungen diese Schwellenenergie überschreitet, ergibt sich in befriedigender Übereinstimmung mit der Erfahrung zu etwa 1850° C. Diese Theorie entspricht ganz den herrschenden Ansichten über den Atomismus von Umwandlungen und ist in der Tat den bei Diamant-Graphit experimentell gefundenen Verhältnissen gut angepaßt; die meisten anderen allotropen Umwandlungen von Elementen, insbesondere im metallischen Gebiet, zeigen aber anstelle des allmählichen Ansteigens der Umwandlungsgeschwindigkeit mit der Temperatur scharfe, auch bei rascher Abkühlung und Erhitzung ausgeprägte Umwandlungstemperaturen. Im folgenden sollen die atomistischen Verhältnisse besprochen werden, die zu solchen scharfen Umwandlungstemperaturen führen.

I. Umwandlungen durch einzelne Atomsprünge. Wenn wir aus kinetischen Gründen die Annahme machen, daß einzelne Atome im Inneren des Gitters ihre Plätze verlassen und Lagen einnehmen können, welche anderen Gittertypen entsprechen, so müssen wir zunächst die Frage beantworten, ob und in welcher Menge sie dies auch im *thermodynamischen Gleichgewicht* tun.

¹⁾ ZS. f. Phys. **64**, 359, 1930; II. Mitteilung, ebenda **68**, 535, 1931; III. Mitteilung, ebenda **74**, 267, 1932; IV. Mitteilung, ebenda **79**, 550, 1932; V. Mitteilung, ebenda **83**, 832, 1933. — ²⁾ Zuletzt J. P. Corriez, C. R. **202**, 59, 1935. —

³⁾ N. S. Nagendra Nath, Proc. Indian Acad. of Sciences **2**, 143, 1935.

Bei Diamant erledigt sich die Frage dadurch, daß Diamant gegenüber Graphit mindestens oberhalb 600° C instabil ist, in anderen Fällen bedarf es aber einer thermodynamischen Durchrechnung.

Wir betrachten ein Element, z. B. Kobalt, welches in zwei allotropen Modifikationen existiert und nehmen entsprechend dem oben gesagten an, daß die einzelnen Atome des Gitters eine der ersten oder zweiten Modifikation entsprechende Lage besitzen können. Den Bruchteil, welcher zur Modifikation I gehört, nennen wir α , den anderen β , wobei $\alpha + \beta = 1$. Beim Übergang eines Mols aus I in II ändere sich die innere Energie um U , die Entropie um S . Wir wollen diese Größen im folgenden als temperaturunabhängig betrachten. Die freie Energie eines Mols wird dann

$$F = \alpha (U - TS) + \alpha RT \ln \alpha + \beta RT \ln \beta. \quad (1)$$

Thermodynamisches Gleichgewicht ist vorhanden, wenn F ein Minimum besitzt, also wenn $\partial F / \partial \alpha = 0$ ist. Durch Differentiation von (1) mit $\beta = 1 - \alpha$ erhält man für das Gleichgewicht

$$\frac{\alpha}{\beta} = e^{-\frac{U - TS}{RT}}, \quad (2)$$

was durch Kurve 1 in Fig. 1 wiedergegeben ist. Für $T = T_u = U/S$ wird $\alpha = \beta = 1/2$, im übrigen ist der Umwandlungspunkt nicht ausgezeichnet, sondern es ergibt sich ein ganz allmählicher Übergang einer Gitteranordnung in die andere.

Um die experimentell beobachteten scharfen Umwandlungspunkte zu erhalten, müssen wir eine neue Annahme einführen, die durch atomistische Betrachtungen nahegelegt wird. Ein Atom im Gitter wird, umgeben von Atomen mit einer der Modifikation I entsprechenden Lage, nur dann eine Lage der Modifikation II einnehmen können, wenn gleichzeitig eine mehr oder weniger große Gitterverzerrung entsteht, welche eine zusätzliche positive Energie mit sich bringt. Diese Energie ist gleich Null, wenn α oder β gleich Null ist; der einfachste, diese Bedingung erfüllende Ausdruck ist $W\alpha\beta$, wo W eine Konstante sei, die wir im folgenden zu (1) hinzufügen wollen. Dann ergibt die Differentiation anstatt (2):

$$\frac{\alpha}{\beta} = e^{-\frac{U - TS + W(\beta - \alpha)}{RT}}, \quad (3)$$

was bei genügend großem W die Kurve 3 in Fig. 1 ergibt. Für Werte von T in der Nähe von U/S erhält man aus (3) drei Werte von α ; man sieht aber leicht, daß der mittlere davon einem Maximum, keinem Minimum von F entspricht, also nicht in Betracht kommt. Die beiden anderen Werte aber,

die wir z_1 und z_2 nennen wollen, stellen jetzt zwei verschiedene Zustände vor, die bei derselben Temperatur im inneren Gleichgewicht sind. miteinander sind diese beiden Zustände nur dann im Gleichgewicht, wenn ihnen der gleiche Wert von F in (1) zukommt. Man sieht leicht, daß dies nur für $T = T_u = U/S$ der Fall ist;

dann ergibt sich nämlich aus (3)

$$z_1 = \beta_2 \text{ und } z_2 = \beta_1 \text{ und da das}$$

erste Glied in (1) zu Null wird,

wird jetzt F symmetrisch in z

und β . Weiter sieht man, daß für

$T < T_u$ die Größe $F(z_1)$ kleiner

als $F(z_2)$ wird, während es für

$T > T_u$ umgekehrt wird. Wir

erhalten also in der Tat im ther-

modynamischen Gleichgewicht

einen scharfen Umwandlungspunkt zwischen zwei Zuständen, die überwiegend Atome in der einen oder der anderen Modifikation enthalten.

Wird W kleiner gemacht, so erhält man bei einem bestimmten Wert von W die Kurve 2 der Fig. 1, also einen Übergang zwischen den beiden Modifikationen, wie er sonst bei einem kritischen Punkt eintritt. Bei noch kleineren Werten von W erhält man Kurven ähnlich der Kurve 1. Es ergibt sich also je nach der Größe von W eine ganz ähnliche Vorbereitung der Umwandlung mit oder ohne scharfen Umwandlungspunkt, wie sie bei den Umwandlungen einer regellosen in eine regelmäßige Atomverteilung gefunden wurde¹⁾; die besonderen Verhältnisse, die dort zu Umwandlungen zweiter Ordnung führten, sind aber in unserer vorliegenden allgemeinen Rechnung nicht enthalten, so daß die Umwandlung bei kleinen Werten von W als Umwandlung von unendlich hoher Ordnung zu bezeichnen ist.

Die Größe von W im Einzelfall hängt durchaus vom Gittertyp ab; man wird ein um so größeres W erwarten, je dichter gepackt das Gitter ist. Mit der in der Einleitung erwähnten Schwellenenergie hat W zunächst nichts zu tun; wenn jedoch die Energie W größer als die Schwellenenergie ist, so ist das Atom nach Ausführung des Sprunges nicht mehr im mechanischen Gleichgewicht, so daß die im vorstehenden betrachteten Einzelsprünge nicht mehr stattfinden können.

Da nach (3) der kurz vor der Umwandlungstemperatur T_u sich einstellende Wert von z_1 , d. h. also die Konzentration derjenigen Atome,

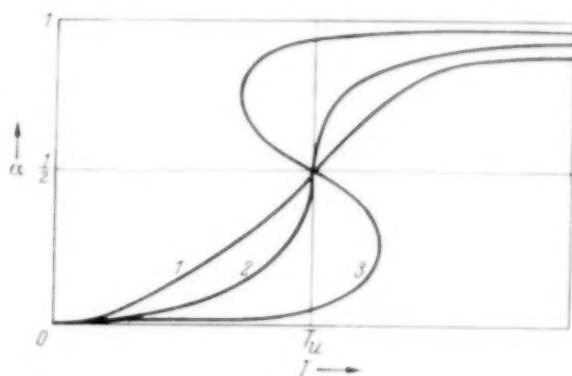


Fig. 1. Konzentration der Atomsprünge im Gleichgewicht. Von 1 bis 3 wachsende Werte des Parameters W .

¹⁾ Siehe Mitteilung I und III, außerdem U. Dehlinger, ZS. f. phys. Chem. (B) **26**, 343, 1934; **28**, 112, 1935.

welche die vorbereitende Umwandlung schon mitgemacht haben, um so kleiner ist, je größer W ist, ergibt sich aus der oberen Grenze für W auch eine untere Grenze für dieses α_1 . Um eine zahlenmäßige Abschätzung dieser Grenze zu erhalten, setzen wir W gleich der bei Diffusionen in Metallgittern gefundenen Schwellenenergie¹⁾ von etwa 30000 cal/Mol. Wenn wir α_1 als klein, also β_1 als nahezu Eins annehmen, ergibt sich für $T = T_u$ aus (3):

$$\alpha_1 = e^{-\frac{W}{RT_u}}, \quad (4)$$

und wenn wir für T_u die Umwandlungstemperatur des Kobalts, 700° abs., einsetzen, erhalten wir für α_1 etwa 10^{-9} . Aus der Annahme, daß kinetisch die Umwandlung einer Modifikation in eine andere durch Sprünge einzelner Atome im Inneren des Gitters vor sich geht, folgt also zwangsläufig, daß schon vor dem Umwandlungspunkt mindestens $10^{-7}\%$ der Atome die Umwandlung bereits ausgeführt haben. In der Tat findet man bei den Umwandlungen, bei welchen man heute schon sicher weiß, daß sie durch Einzelsprünge im Inneren des Gitters vor sich gehen, das sind die Umwandlungen regelmäßiger in regellose Atomverteilung und umgekehrt, sogar eine sehr starke Vorbereitung der Umwandlung vor dem Umwandlungspunkt; hier ist offenbar W viel kleiner als die Schwellenenergie. Bei den allotropen Umwandlungen der reinen Metalle ist eine solch starke Vorbereitung im allgemeinen sicher nicht vorhanden, für eine Entscheidung darüber, ob sie in einer Konzentration von $10^{-7}\%$ nicht doch auftritt, reichen die bisherigen Messungen nicht aus, unter anderem deshalb, weil die Stoffe meist in einem Zustand untersucht werden, in dem sie durch vorausgegangene Umwandlungen schon starke Gitterverzerrungen, die nicht im Gleichgewicht sind, bekommen haben.

Die *Geschwindigkeitsgesetze* der Umwandlungen durch Einzelsprünge von Atomen können in ihren Grundzügen leicht überblickt werden. Ist B die Schwellenenergie pro Mol, so ist die Umwandlungsgeschwindigkeit bei Temperaturen, die weit entfernt von der Gleichgewichtstemperatur der Umwandlung sind, nach statistischen Grundsätzen gegeben durch

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = (1 - \alpha) A e^{-\frac{B}{RT}}, \quad (5)$$

nimmt also mit abnehmender Temperatur allmählich ab. Bei Annäherung an den Gleichgewichtspunkt muß die Umwandlungsgeschwindigkeit gegen Null gehen; atomistisch kommt das dadurch zustande, daß ein immer größer werdender Anteil der Atome, die schon in die Modifikation II gesprungen

¹⁾ Siehe W. Seith u. E. A. Peretti, ZS. f. Elektrochem. **42**, 570, 1936.

sind, aus statistischen Gründen wieder nach I zurückspringt. Dies kann durch die Differentialgleichung

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = (1 - \alpha) A e^{-\frac{R}{RT}} \left(1 - e^{\frac{F(\alpha)}{RT}} \right),$$

oder bei nicht zu großer Entfernung von dem durch $\partial F / \partial \alpha = 0$ gegebenen Gleichgewicht durch

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = - (1 - \alpha) A e^{-\frac{R}{RT}} \frac{\partial F}{\partial \alpha} \cdot \frac{1}{RT} \quad (6)$$

wiedergegeben werden¹⁾. Setzen wir für F den Ausdruck (1) mit α nahezu Null bzw. Eins ein, so erhalten wir für die Umwandlungsgeschwindigkeit bei Beginn der Umwandlung

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = - (1 - \alpha) e^{-\frac{R}{RT}} \frac{U - TS}{RT}.$$

Ihre Temperaturabhängigkeit ist in Fig. 2 wiedergegeben. Bei Berücksichtigung der Größe W , der Oberflächenenergie beim Kristallwachstum

aus Keimen oder auch der eigenartigen Koppelung zwischen Gitteränderung und Atomverteilung bei Umwandlungen regelmäßig-regellos nach Mitteilung V wird die Kurve im Einzelfall modifiziert, ohne daß jedoch sich ihr allgemeiner Charakter ändert. In der Tat findet man für die Geschwindigkeit der

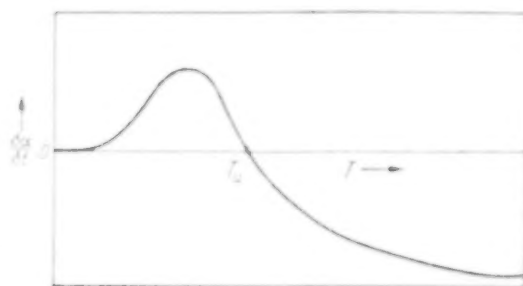


Fig. 2. Temperaturabhängigkeit der Umwandlungsgeschwindigkeit.

Umwandlung von AuCu, von Diamant in Graphit, von weißem in graues Zinn²⁾, ebenso auch der Erstarrung von Schmelzen den in Fig. 2 dargestellten Temperaturverlauf; insbesondere können alle diese Umwandlungen durch Abschrecken auf tiefe Temperaturen unterdrückt werden.

Die mit Ordnung der Atomverteilung verbundene Umwandlung flächenzentriert-innenzentriert bei CuPd hat ebenfalls den Temperaturverlauf der Fig. 2; nach den mikroskopischen und röntgenographischen Beobachtungen von Graf³⁾ geht sie aber nicht wie bei AuCu an allen Stellen im Inneren des Präparats nahezu gleichzeitig vor sich, sondern rückt vom Rande der Kristalle aus vor. Wir müssen also die Umwandlungen

¹⁾ Siehe Mitteilung III, IV, V. Für ideale Mischungen ergibt sich (6) als identisch mit der Diffusionsgleichung. U. Dehlinger, ZS. f. Phys. **102**, 633, 1936. — ²⁾ G. Tammann u. K. Dreyer, ZS. f. anorg. u. allgem. Chem. **199**, 97, 1931; ZS. f. Metallkde. **24**, 154, 1932; M. Tschertok, Techn. Phys. d. USSR. **5**, 1, 1935. — ³⁾ L. Graf, Phys. ZS. **36**, 435, 1935.

durch Einzelsprünge der Atome im *Inneren* des Gitters unterscheiden von solchen, bei welchen nur die *Randatome* Einzelsprünge ausführen. Da die Größe W am Rande verschwinden oder jedenfalls wesentlich kleiner sein wird als im Inneren des Gitters, können die Randatome springen, auch wenn Sprünge im Inneren nicht stattfinden können. Auch die Schwellenenergie wird für Randatome kleiner sein als für Atome im Inneren des Gitters, denn auch schon bei der Hebung eines Atoms auf die Energieschwelle wird im dicht gepackten Gitter eine starke Verzerrung der Umgebung notwendig sein. Unter diesem Gesichtspunkt spricht die Tatsache, daß man für die Diamantumwandlung eine fast zehnmal kleinere Schwellenenergie findet als für Diffusionsvorgänge, wo sie stets 20000 bis 30000 cal/Mol beträgt, dafür, daß auch die Diamantumwandlung vom Rande her vorrückt. Wenn wir annehmen, daß bei solchen Umwandlungen nur die unmittelbar am Rande befindlichen Atome springen können (was wohl nur einen Grenzfall darstellt), dann wird offenbar die Größe A in (5) und (6) um den Faktor 10^8 kleiner als für Umwandlungen im Inneren des Gitters, da in einem Mol, das 10^{24} Atome enthält, nur etwa 10^{16} Atome am Rande liegen.

Den Zahlenwert von A kann man theoretisch noch nicht berechnen. Experimentell findet man z. B. für die Einordnung von AuCu in regelmäßige Atomverteilung aus Widerstandsmessungen¹⁾ bei 300° C eine Halbwertszeit t_h von ungefähr einem Tage. Nach Gorsky²⁾ ist die Temperaturabhängigkeit und damit die Schwellenenergie dieses Vorganges dieselbe wie die der Diffusion in Au—Cu, nämlich 27400 cal/Mol. Zur Abschätzung des Faktors $\partial F/\partial \alpha \cdot 1/RT$ in (6) ziehen wir die thermischen Messungen von Sykes³⁾ heran. Danach ist die bei der Überführung der vollständigen Unordnung in den Gleichgewichtszustand bei 300° C abgegebene Wärme etwa 350 cal/Mol, die Entropieänderung etwa 0,5 cal/Mol grad; somit ist die Abnahme der freien Energie bei diesem Übergang bei 573° abs. gleich $350 - 573 \cdot 0,5$ cal, also etwa 65 cal. Daher wird $\partial F/\partial \alpha \cdot 1/RT$ der Größenordnung nach gleich 0,05. Für die Halbwertszeit gilt, wenn $\partial F/\partial \alpha$ als näherungsweise unabhängig von α angenommen wird, die Gleichung

$$\ln \frac{1}{2} = 0,7 = A e^{-\frac{B}{RT}} \cdot \frac{\partial F}{\partial \alpha} \cdot \frac{1}{RT} \cdot t_h.$$

Mit den angegebenen Zahlenwerten berechnet sich daraus $A = 3 \cdot 10^{10}$ je Tag.

¹⁾ Siehe die von Stenzel u. Weerts gemessene Kurve bei U. Dehlinger, III. Mitteilung. — ²⁾ W. S. Gorsky, Phys. ZS. d. Sowjetunion 8, 443, 1935. — ³⁾ C. Sykes u. H. Evans, Journ. Inst. Met. 58, 255, 1936.

Bei der Diffusion wird ein Atom bei jedem Sprunge um einen Abstand der Größe c weiterrücken. Ist D der Diffusionskoeffizient, so muß die Zahl der Sprünge, die das Atom in der Zeiteinheit macht, gleich D/c^2 sein, wie man aus Dimensionsbetrachtungen sieht. Mit dem oben erhaltenen A berechnet sich dann c aus

$$\frac{D}{c^2} = A e^{-\frac{B}{RT}}.$$

Mit D für Au—Cu gleich $91 e^{-\frac{B}{RT}} \text{ cm}^2/\text{Tag}$ ergibt sich so $c = 4 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$; bei jedem Sprunge legt also ein Atom eine Strecke von etwa tausend Atomabständen zurück.

Nehmen wir für die Diamantumwandlung entsprechend dem oben gesagten einen Wert von A an, der 10^8 mal kleiner ist als bei Au—Cu, so ergibt sich für 1700° C mit einer Schwellenenergie von 3000 cal eine Halbwertszeit von etwa 3 Minuten, also ein Wert, der in der Größenordnung der Beobachtungen liegt.

2. Umklappvorgänge. Die Umwandlung hexagonal-kubisch flächenzentriert des Kobalts und Thalliums¹⁾, die Umwandlung flächenzentriert-innenzentriert bei nickelhaltigem Eisen²⁾ sowie bei Eisen-Kohlenstoff³⁾ (Austenit-Martensit) und die Umwandlung hexagonal-innenzentriert kubisch bei Zirkon⁴⁾ haben geometrisch-kristallographisch untereinander große Ähnlichkeit. Das neue Gitter bildet sich aus dem alten durch Gleitung, d. h. beim Übergang bleibt die Orientierung und nahezu auch die Atombesetzung einer bestimmten Netzebenenschar im Gitter, der Gleitebene, erhalten, während sich die einzelnen Netzebenen der Schar übereinander in einer ganz bestimmten Richtung um ein bestimmtes Stück, die Abgleitung, verschieben. Diese kristallographische Beziehung ist ganz verschieden von derjenigen, die Graf bei der Umwandlung flächenzentriert-innenzentriert von CuPd durch Einzelsprünge der Atome erhalten hat.

Deutlicher als diese geometrischen Verhältnisse zeigen die Beobachtungen der Umwandlungsgeschwindigkeit, daß bei diesen „Umklappvorgängen“ keine Einzelsprünge der Atome in Frage kommen. In keinem der genannten Fälle (ausgenommen ein bestimmtes Temperatur- und Konzentrationsgebiet von Eisen-Nickel, in dem sich aus Gleichgewichtsgründen der Gitteränderung eine Diffusion überlagern muß) ist die Umwandlung abschreckbar, sondern sie setzt sofort nach Überschreitung einer

¹⁾ G. Wassermann, Metallwirtsch. **11**, 61, 1932; U. Dehlinger, ebenda **11**, 223, 1932. — ²⁾ G. Wassermann, Mitt. Kaiser Wilhelm-Inst. f. Eisenforsch. **17**, 149, 1935. — ³⁾ G. Kurdjumow u. G. Sechs, ZS. f. Phys. **64**, 325, 1930. — ⁴⁾ W. G. Burgers, Physica **1**, 561, 1934.

durch Gleichgewichtsbedingungen gegebenen Temperatur schlagartig mit einer bisher unmeßbar großen Geschwindigkeit ein. Für Austenit liegen thermische Messungen von Wever und Engel¹⁾ vor, wonach ein großer Teil desselben bei einer Temperatur von etwa 200° C sich innerhalb einer Zeit in Martensit umwandelt, die sicher kleiner als $\frac{1}{3000}$ sec ist. Bei Eisen-Nickel kann man durch Änderung der Nickelkonzentration zwischen 10 und 29 % (und durch schnelles Abkühlen zur Vermeidung des oben genannten Verzögerungsgebietes) den Umklappvorgang flächenzentriert-innenzentriert in einem Temperaturgebiet zwischen + 400 und — 180° C vor sich gehen lassen; in diesem ganzen Gebiet behält er seine bisher unmeßbar große Geschwindigkeit bei²⁾. Alle diese Beobachtungen zeigen also, daß bei den Umklappvorgängen kein merkbarer Einfluß einer Schwellenenergie vorhanden ist. [Dagegen fand man²⁾ in dem erwähnten Verzögerungsgebiet von Eisen-Nickel eine Temperaturkurve der mittleren Geschwindigkeit bzw. Halbwertszeit, die ganz der Kurve in Fig. 2 ähnlich ist; die hier deutlich zutage tretende Schwellenenergie ist aber nicht dem Umklappvorgang, sondern dem Diffusionsvorgang zuzuschreiben, der sich nach einem später zu besprechenden Mechanismus überlagert.]

Weiteren Aufschluß über die Dynamik der Umklappvorgänge gibt die Beobachtung³⁾, daß bei reinem Kobalt unter den kristallographisch gleichwertigen, aber zur Oberfläche verschieden liegenden Netzebenen diejenige zur Gleitebene wird, die möglichst parallel zur Richtung größter Ausdehnung des Kristalls liegt, bei deren Betätigung also die kleinste Zunahme der äußeren Oberfläche des Einkristalls eintritt. Daraus konnte unmittelbar geschlossen werden, daß eine ganze, durch den Kristall durchgehende Netzebene die kleinste dynamische Einheit bei der Umwandlung bildet, daß also das Umklappen einer ganzen Gleitebene der in die Statistik einzuführende Elementarvorgang ist.

Atomistisch bedeutet das folgendes: Wenn ein einzelnes Atom die Energieschwelle mit Hilfe der Temperaturbewegung überwunden hat, und in eine der neuen Modifikation entsprechende Lage gekommen ist, so zieht es rein mechanisch zwangsläufig alle übrigen Atome der Gleitebene mit sich in diese Lage. Dies wird dann eintreten, wenn die im vorhergehenden Abschnitt besprochene, durch die Größe W dargestellte Gitterverzerrung beim Sprung eines Atoms so groß ist, daß sie die dem springenden Atom benach-

¹⁾ F. Wever u. N. Engel, Mitt. Kaiser Wilhelm-Inst. f. Eisenforsch. **12**, 93, 1930. — ²⁾ U. Dehlinger, ZS. f. Metallkde. **26**, 112, 1934; U. Dehlinger u. H. Bumm, ebenda **29**, 29, 1937. — ³⁾ U. Dehlinger, E. Oßwald, H. Bumm, ZS. f. Metallkde. **25**, 62, 1933.

barten Atome selbst zum Springen bringen kann. Der bei einem Atom einmal durch die thermische Energie angeregte Sprung breitet sich dann ohne oder doch nur mit sehr kleinem weiteren thermischen Energieaufwand etwa mit Schallgeschwindigkeit über die Netzebene aus. Die für den ersten Sprung eines Atoms in einer Netzebene aufzuwendende Schwellenenergie ist für die weiteren Sprünge in dieser Netzebene nicht mehr erforderlich; sie wird rein mechanisch von einem Atom zum anderen weitergegeben, wir haben es also mit einer typischen Ketten- (oder hier eigentlich Netz-) Reaktion zu tun. Ist N die Zahl der Atome in der Netzebene, also von der Größenordnung 10^{16} , so verhält sich die beim Umklappen einer Netzebene aufzubringende Schwellenenergie zur gesamten dabei entstehenden Wärmetönung wie $1 : N$, ist also verschwindend klein; daher macht sie sich, wie oben ausgeführt, experimentell nicht bemerkbar. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein bestimmtes Atom des Gitters eine die Schwellenenergie übersteigende kinetische Energie besitzt, ist durch (5) gegeben und wird bei tiefen Temperaturen sehr klein; die Wahrscheinlichkeit aber, daß ein beliebiges unter N Atomen einer Netzebene diese Energie besitzt, ist N -mal größer, so daß auch noch bei sehr tiefen Temperaturen das Umklappen ohne merkbare Wartezeit vor sich gehen kann. Nennen wir γ den Bruchteil der Netzebenen, welche eine der neuen Modifikation entsprechende Lage einnehmen, so erhalten wir statt (5) die Gleichung

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = (1 - \gamma) N A e^{-\frac{B}{RT}}, \quad (7)$$

und dementsprechend für die Halbwertszeit t_h

$$\ln \frac{1}{2} = N A e^{-\frac{B}{RT}} t_h.$$

Der Zahlwert von A wird größenordnungsmäßig derselbe sein wie bei Einzelsprüngen der Atome; dagegen wird die Schwellenenergie wesentlich niedriger sein wie bei den Diffusions- und Platzwechsellvorgängen, da es sich nur um kleine Verschiebungen der Atome handelt und nicht wie dort darum, die Atome durch das Gitter durchzuzwängen. Wir werden also für B etwa den bei Diamant gefundenen Wert von 3000 cal/Mol einsetzen, der übrigens auch ungefähr gleich der Schmelzwärme des Goldes ist. Damit bekommen wir aus (7) noch für $T = 100^\circ$ abs. eine Halbwertszeit der Umklappvorgänge von 10^{-15} sec, also eine sicher nicht mehr beobachtbare Geschwindigkeit; für eine Schwellenenergie von 8000 cal/Mol würde die Halbwertszeit bei 100° abs. etwa $1/10000$ sec betragen, wäre also vielleicht noch beobachtbar. Für eine Kenntnis der Schwellenenergie wären also Geschwindigkeitsmessungen der Umklappvorgänge bei sehr tiefen Temperaturen wichtig.

Als weitere experimentelle Tatsache haben wir nun noch zu berücksichtigen, daß die Umklappvorgänge wie die anderen Umwandlungsvorgänge sich nach den thermodynamischen Gleichgewichtsverhältnissen richten, also erst dann einsetzen, wenn die freie Energie des durch das Umklappen zu erreichenden Zustandes kleiner ist als die des Ausgangszustandes. Wie oben müssen wir deshalb von Gleichung (7) zu Gleichung

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = -(1 - \gamma) N A e^{-\frac{B}{RT}} \frac{\partial F}{\partial \gamma} \cdot \frac{1}{RT} \quad (8)$$

übergehen. Wie jede thermodynamische Gleichung, so müssen wir auch (8) statistisch verstehen können; wir dürfen aber dabei nicht die Einzelsprünge der Atome als statistisch unabhängige Einzelereignisse ansehen, sondern müssen das Umklappen einer ganzen Netzebene als ein solches betrachten. Wir haben uns also vorzustellen, daß die einzelnen Netzebenen hin- und zurückklappen und dabei freie Energie gewinnen und verlieren und daß sich dabei schließlich der Zustand einstellt, bei dem die gesamte freie Energie am kleinsten ist.

Wie im ersten Abschnitt, so müssen wir auch hier noch die Frage stellen, ob nicht schon im Gleichgewicht sich die Umklappmöglichkeit bemerkbar macht. Ist γ der Bruchteil der Netzebenen, der umgeklappt ist, so wird die freie Energie ganz entsprechend der Gleichung (1) zu

$$F = \gamma(U - TS) + \gamma \frac{N}{L} K T \ln \gamma + (1 - \gamma) \frac{N}{L} K T \ln (1 - \gamma), \quad (9)$$

wobei K die Boltzmannsche Konstante und L die Loschmidsche Zahl ist. Anstelle des Ausdruckes $\alpha R \ln \alpha = \alpha L \cdot K \ln \alpha$ in (1) steht also jetzt der Ausdruck $\gamma \frac{N}{L} K \ln \gamma$, der etwa 10^8 mal kleiner ist; dies rührt davon her, daß die Elemente, auf die sich die Statistik bezieht, jetzt nicht mehr Einzelatome, sondern Netzebenen sind, deren Zahl 10^8 mal kleiner ist als die der Atome.

Durch Differentiation von (9) erhalten wir wie oben die in Kurve 1 von Fig. 1 dargestellte Gleichung (2), in der aber jetzt R durch den 10^8 mal kleineren Faktor $K N/L$ ersetzt ist; dies hat zur Folge, daß die Kurve in der Nähe der Umwandlungstemperatur $T_u = U/S$ um viele Größenordnungen steiler, bei anderen Temperaturen um ebenso viel flacher wird. Wir erhalten also auch ohne Hinzunahme einer Größe W bei Umklappvorgängen keine irgendwie merkliche Vorbereitung der Umwandlung im thermodynamischen Gleichgewicht.

Der Einfluß des Faktors $\partial F / \partial \gamma$ auf die Temperaturabhängigkeit der Umwandlungsgeschwindigkeit, insbesondere auf die Temperatur, bei welcher die Umwandlung einsetzt, ist offenbar bei den Umklappvorgängen und bei den Umwandlungen durch Einzelatomsprünge grundsätzlich der gleiche; daher kann man z. B. nach III die Martensitbildung und die Umwandlung bei AuCu in dieser Hinsicht parallel behandeln. Wie dort gezeigt wurde, ergibt dieser Faktor häufig eine Temperaturhysterese der Umwandlung, d. h. eine Differenz zwischen der wahren Gleichgewichtstemperatur, wie man sie bei unendlich langsamem Abkühlen oder Erhitzen erhalten würde, und der Temperatur, bei der der betrachtete Umwandlungsmechanismus einsetzt. Die wahre Gleichgewichtstemperatur zwischen zwei nach Abschnitt 1. durch α_1 und α_2 gekennzeichneten Zuständen ist ja dadurch definiert, daß $F(\alpha_1) = F(\alpha_2)$ ist; das bedeutet, daß bei einem ganz speziellen, durch einen sehr kleinen Wert von λ gekennzeichneten und daher praktisch kaum vorkommenden Umwandlungsmechanismus, nämlich dem Verdampfen des einen Zustandes und Niederschlagen des anderen Zustandes (unter Vernachlässigung der Oberflächenenergie) keine Änderung der freien Energie eintritt. Nennen wir λ die Laufzahl dieses Umwandlungsmechanismus, so wird die freie Energie

$$F = F(\alpha_1) \lambda + F(\alpha_2) (1 - \lambda) \quad (10)$$

und

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda} = F(\alpha_1) - F(\alpha_2).$$

Die letztere Größe ändert also ihr Vorzeichen bei der wahren Gleichgewichtstemperatur, so daß nach dem zweiten Hauptsatz bei dieser Temperatur der Umwandlungsmechanismus einsetzen kann. Bei anderen, z. B. den durch die Laufzahlen α oder γ gekennzeichneten Umwandlungsmechanismen haben wir es mit anderen Funktionen F zu tun, bei welchen daher der Umschlag im allgemeinen auch bei anderen Temperaturen einsetzen wird, die wir dann Hysteresetemperaturen nennen.

Das einfachste Beispiel für eine solche Hysterese bietet der Einfluß von Gitterverzerrungen auf die Umklappvorgänge. Eine Reihe von experimentellen Tatsachen zeigt, daß beim Umklappen Gitterverzerrungen entstehen; offenbar bleiben bei der Gleitung einzelne Atome, die vielleicht schon vorher in der Nähe einer Fehlstelle lagen, hängen, so daß zwischen ihnen und den Nachbaratomen, welche die Gleitung mitgemacht haben, Spannungen entstehen. Der von diesen Spannungen herrührende Energiebetrag sei V cal/Mol; dann haben wir zu der freien Energie (9) ein additives

Glied γV hinzuzufügen. Dies hat zur Folge, daß für den durch γ nahezu gleich Null gekennzeichneten Ausgangszustand der Umwandlung die Größe $\partial F/\partial \gamma$ auch noch nach Überschreiten der wahren Gleichgewichtstemperatur $T_u = U/S$ Null bleibt und erst nach Überschreiten der Hysteresetemperatur $T_h = U + V/S$ negativ wird; erst bei T_h setzt also das Umklappen ein. Die Umwandlung setzt also erst nach Überschreiten der Temperatur T_h des metastabilen Gleichgewichts zwischen dem Ausgangszustand und dem unmittelbar durch das Umklappen entstehenden verzerrten Zustand ein, einer Temperatur, die verschieden ist von der wahren Gleichgewichtstemperatur T_u .

Wird das Präparat so lange auf Temperaturen zwischen T_u und T_h gehalten, daß ein anderer Umwandlungsmechanismus merklich vor sich gehen kann, so findet natürlich die Umwandlung schon vor Überschreiten der Hysteresetemperatur statt. Die Existenz einer Hysteresetemperatur bezieht sich also nur auf einen bestimmten, durch einen bestimmten Wert von A und B gekennzeichneten Umwandlungsmechanismus.

Wird das Präparat unmittelbar nach dem bei T_h stattgefundenen Umklappen wieder über die Temperatur T_h zurückgebracht, so muß offenbar die rückwärtige Umwandlung ebenfalls bei T_h stattfinden. Atomistisch bedeutet das, daß die von den hängengebliebenen Atomen verursachten Spannungen das Zurückklappen unterstützen. Bei längerem Verweilen im umgeklappten Zustand werden aber die Gitterverzerrungen zum Teil durch Erholung verschwinden oder andere atomistische Formen annehmen, so daß eine Temperaturhysterese in umgekehrter Richtung entsteht.

Wird an den Kristall vor dem Umklappen eine Schubspannung P in der Abgleitungsrichtung gelegt, so leistet diese beim Umklappen Arbeit. Ist a die Abgleitung, d. h. die Größe der Verschiebung der Atome in der Gleitebene, dividiert durch den Abstand der Gleitebenen, so ist die Schiebung s , die eintritt, wenn der Bruchteil γ der Netzebenen umklappt, bestimmt durch

$$a\gamma = \text{tang } s.$$

Näherungsweise ist also die von der Schubspannung geleistete Arbeit sP gleich γaP . Diesen Ausdruck müssen wir also mit dem Minuszeichen zur freien Energie in (9) hinzufügen. Durch Bilden des Ausdrucks $\partial F/\partial \gamma$ erhält man dann eine neue Umklapptemperatur, die sich von T_h um $\Delta T = -aP/S$ unterscheidet. Unter dem Einfluß einer Schubspannung kann also das Umklappen schon vor der Hysteresetemperatur, bei höheren Schubspannungen auch vor der wahren Gleichgewichtstemperatur ein-

setzen. Ein solcher Effekt wurde in der Tat von Scheil¹⁾ bei Eisen-Nickel beobachtet. Um die zu erwartende Größenordnung von ΔT zu berechnen, bestimmen wir S als U/T_u , wo U die Wärmetönung, T_u die Gleichgewichtstemperatur der Umwandlung ist. Für die Umwandlung hexagonal-kubisch ist U nach den Messungen an Thallium²⁾ etwa 100 cal/Mol, T_u ist für Kobalt etwa 700° abs., also $S = 0,15$ cal/grad · Mol. Die Abgleitung a ist für die genannte Umwandlung 0,7. Setzen wir P gleich 1 kg/mm², so entspricht das für Kobalt $2,342 \cdot 59/8,9$ cal/Mol und wir erhalten eine Verschiebung ΔT von 70° für 1 kg/mm² Schubspannung. Experimentell wurde bei vielkristallinem Eisen-Nickel nur eine Verschiebung von etwa 1° auf 1 kg/mm² Längsspannung beobachtet¹⁾; dabei zeigte sich jedoch eine starke Hemmung durch die Korngrenzen, welche offenbar die bei einseitigem Gleiten notwendige Oberflächenvergrößerung zu verhindern suchen, so daß nur in Einkristallen ein Effekt von der Größenordnung des berechneten erwartet werden kann.

Bei der Hysteresetemperatur T_h selbst kann man also durch Anlegen einer unendlich kleinen Schubspannung eine endliche Schiebung erzeugen. (Ist gar keine Schubspannung vorhanden, so werden unter dem Einfluß der Oberflächenspannung die Netzebenen zu ungefähr gleichen Teilen in einer und in der entgegengesetzten Richtung abgleiten, eine äußere Schiebung wird dann nicht zu beobachten sein.) Der durch $G = P/s$ definierte Schubmodul wird also bei T_h unendlich klein. Bei der von T_h verschiedenen Temperatur T brauchen wir nach dem obigen die Schubspannung $P = (T - T_h) S/a$, um eine Schiebung der Größe a herbeizuführen. Der Schubmodul wird daher $G = (T - T_h) S/a^2$, nimmt also schon vor T_h anomal kleine Werte an. Für Temperaturen $T \neq T_h$ geht die Schiebung nach Aufhören der Schubspannung wieder zurück, solange keine Erholungs- und sonstigen Platzwechselvorgänge der Atome in Frage kommen. Das Hook'sche Gesetz gilt aber nicht, sondern es existiert eine kritische Schubspannung, nach deren Überschreiten die ganze Schiebung plötzlich einsetzt; dadurch, daß den einzelnen Bereichen des Materials verschiedene Gitterverzerrungen und damit auch verschiedene Hysteresetemperaturen T_h zukommen, kann aber diese kritische Schubspannung verwischt werden. Dieses starke Abfallen des Schubmoduls bzw. Ansteigen des Schubkoeffizienten bei Annäherung an die Umklapptemperatur wurde von Scheil (l. c.) und von

¹⁾ E. Scheil, ZS. f. anorg. u. allgem. Chem. **207**, 21, 1932. — ²⁾ Nach Landolt-Börnstein 3. Erg.-Bd. Für Co selbst unterscheiden sich die Werte der verschiedenen Autoren um mehr als das 100fache, und sind daher unbrauchbar.

Wassermann¹⁾ bei Eisen-Nickel beobachtet. Wie aus unseren Ausführungen hervorgeht, ist es nicht als Anzeichen einer stofflichen Vorbereitung der Umwandlung, wie sie im ersten Abschnitt beschrieben wurde, sondern der Annäherung der freien Energie an den Wert Null infolge der Temperaturänderung zu betrachten.

Für die Anwendung irgendwelcher thermodynamisch-statistischer Grundsätze, die ja durch die Temperaturabhängigkeit der ganzen Erscheinungen unmittelbar experimentell gefordert wird, ist offenbar wesentlich die Annahme, daß die einzelnen Netzebenen des Kristalls dynamisch unabhängig voneinander umklappen können. Mit dieser Annahme löst sich auch eine Schwierigkeit, die bei Diskussionen häufig betont, aber bisher noch nicht überwunden wurde, nämlich die Frage nach dem Verbleib der Umwandlungswärme. Die experimentellen Verhältnisse lassen sich jetzt in folgender Weise darstellen: Das Präparat werde durch Zuführung von c Cal/sec erhitzt und erreiche dadurch die durch $\partial F/\partial \gamma = 0$ gegebene Umwandlungs- bzw. Hysteresetemperatur. Könnte man jetzt durch Unterbrechung der Wärmezufuhr das Präparat genau auf dieser Temperatur halten, so würde es sich nach Gleichung (8) nicht umwandeln. Bei weiterer Wärmezufuhr aber wird das Präparat über den Gleichgewichtspunkt überhitzt; ist nun der Geschwindigkeitsfaktor in (8) klein, so bedarf es eines größeren Wertes von $\partial F/\partial \gamma$, um eine genügende Größe von $\partial \gamma/\partial t$ herbeizuführen, wir erhalten eine äußerlich merkbare Überhitzung der Umwandlung (die selbstverständlich von der Temperaturhysterese wohl zu unterscheiden ist). Ist aber, wie bei unseren Umklappvorgängen, der Geschwindigkeitsfaktor sehr groß, so wird schon bei sehr kleinen Werten von $\partial F/\partial \gamma$, wenn sie nur negatives Vorzeichen haben, und damit bei unmerklich kleinen Überhitzungen die Umwandlung vonstatten gehen können. Aus der Größe c , der Wärmetönung und der Gleichung (8) kann man dann den Temperaturverlauf als Funktion der Zeit ermitteln mit Hilfe der Differentialgleichung

$$U \frac{\partial \gamma}{\partial t} + C \frac{\partial T}{\partial t} = c, \quad (11)$$

wo C die Wärmekapazität des Systems ist.

¹⁾ G. Wassermann, Arch. f. d. Eisenhüttenw. **6**, 347, 1932. Vermutlich hängt damit auch das von F. Förster u. E. Scheil, ZS. f. Metallkde. **28**, 245, 1936 beobachtete Ansteigen der Schwingungsdämpfung zusammen. Auch diese Erscheinung kann also nicht ohne weiteres als Anzeichen einer stofflichen Vorbereitung der Umwandlung betrachtet werden.

Die Wärmetönung pro Sekunde $U \frac{\partial \gamma}{\partial t}$ ist dabei statistisch aufzufassen als Differenz der beim Hin- und Zurückklappen der einzelnen Netzebenen entstehenden elementaren Wärmetönungen; wird keine Wärme von außen zugeführt, so ist diese Differenz Null. Trotz der hohen Geschwindigkeit des einzelnen Umklappens richtet sich also die endgültig umgewandelte Netzebenenzahl ganz nach der von außen zugeführten (bzw. abgeführten) Wärmemenge, irgend eine Anhäufung von Wärme tritt also nicht ein.

Zusammenfassung.

1. Nimmt man nach Nath u. a. an, daß eine allotrope Umwandlung durch Einzelsprünge der Atome vor sich geht, so muß man durch ein atomistisch zu deutendes Zusatzglied in der freien Energie der Übergangszustände dafür sorgen, daß im thermodynamischen Gleichgewicht ein scharfer Umwandlungspunkt auftritt; je nach der Größe dieses Gliedes erhält man eine mehr oder weniger große Vorbereitung der Umwandlung vor dem Umwandlungspunkt.

2. Es wird darauf hingewiesen, daß man bei Umwandlungen durch Einzelsprünge der Atome zu unterscheiden hat zwischen solchen, die im Innern und solchen, die vom Rande des Kristalls aus vor sich gehen.

3. Eine statistisch-thermodynamische Formel für die Temperaturabhängigkeit der Geschwindigkeit dieser Umwandlungen wird angegeben und die darin auftretende Konstante zahlenmäßig abgeschätzt.

4. Für Umklappvorgänge (z. B. die Martensitbildung) führen die experimentellen Erfahrungen zu dem Schluß, daß den in die Statistik einzuführenden Einzelvorgang das Umklappen einer ganzen, unter Umständen durch den ganzen Kristall durchgehenden Netzebene bildet. Es wird verursacht durch den thermisch bedingten Sprung eines Atoms, der sich dann in der Art einer Kettenreaktion mechanisch zwangsläufig ohne weiteren Aufwand von Schwellenenergie auf alle Atome der Gleitebene überträgt. Aus einer statistischen Rechnung ergibt sich dann die beobachtete sehr große Geschwindigkeit dieser Umwandlungsform, die häufig auftretende Temperaturhysterese und die Beeinflußbarkeit durch Schubspannungen.

5. Der Eintritt der Umwandlung und der Verbleib der Wärmetönung bei endlicher Erhitzungs- oder Abkühlungsgeschwindigkeit wird besprochen.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften.)

Zur Vervollständigung des Termschemas von Kohlenoxyd. I.

Schwingungsterme und Rotationskonstanten des $a' {}^3\Sigma^+$ -Zustandes.

Vorgelegt in der Sitzung am 23. November 1936 der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.

Von **R. Schmid** und **L. Gerö** in Budapest.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 31. Dezember 1936.)

Die Lagen der Schwingungsterme des $a' {}^3\Sigma^+$ -CO-Zustandes werden teils auf Grund von beobachteten Absorptionsbanden $a' {}^3\Sigma^+ \leftarrow X {}^1\Sigma^+$ bzw. Emissionsbanden $a' {}^3\Sigma^+ \rightarrow a {}^3\Pi$, teils aus Störungen am $A {}^1\Pi$ bzw. am $b {}^3\Sigma^+$ -Zustand bestimmt. Die Termfolge zwischen 57763 bis 88710 cm^{-1} umfaßt die Schwingungszustände von $v = 0$ bis $v = 39$; bei $89620 \text{ cm}^{-1} = 11,06 \text{ Volt}$ erfolgt Konvergenz der Schwingungsterme. Zwischen $v = 8$ und $v = 24$ können die B -Werte aus den Lagen der gestörten Linien der $A {}^1\Pi \rightarrow X {}^1\Sigma$ (IV. Pos.)-Banden berechnet werden. Die $B(v)$ -Kurve findet eine sinngemäße Verlängerung auch zwischen $v = 33$ und $v = 38$, hier sind die B -Werte mit Hilfe der Störungen am $b {}^3\Sigma$ -Zustand ermittelt. — Die Grenzkurve der Dissoziation des $a' {}^3\Sigma^+$ -Zustandes ist identisch mit der Grenzkurve der Prädissoziation des $b {}^3\Sigma$ -Zustandes. Die Dissoziation des $a' {}^3\Sigma^+$ -Zustandes führt zu $C ({}^5S_u) + O ({}^3P_g)$ Atomtermen; der Abstand $C ({}^5S_u) - C ({}^3P_g)$ erweist sich somit fast genau gleich dem von $O ({}^1S_g) - O ({}^3P_g)$, d. h. etwa gleich $4,168 \text{ Volt}$.

Die ersten Beobachtungen über den a' -Zustand des CO stammen von Hopfield und Birge¹⁾, die über eine Absorptionsbande in der Energiehöhe von 58927 cm^{-1} über den CO-Grundzustand berichteten. In der Emission hat Asundi²⁾ das Auftreten eines Bandensystems $a' {}^3\Sigma \rightarrow a {}^3\Pi$ festgestellt. Es handelte sich um insgesamt 16 Banden, die in einem Kantenschema mit acht horizontalen ($v' = \text{const}$) und vier vertikalen ($v'' = \text{const}$) Reihen eingeordnet werden konnten. Die v' -Numerierung wurde endgültig nach erneuten Beobachtungen in der Absorption festgesetzt, bei denen bei 57763 cm^{-1} ein neuer Schwingungsterm beobachtet wurde, dem die Vibrationsquantenzahl $v = 0$ zugeordnet wird; entsprechende Angaben sind bei Estey³⁾ und Mulliken⁴⁾ zu finden.

¹⁾ J. J. Hopfield, R. T. Birge, Phys. Rev. **29**, 922, 1927. — ²⁾ R. K. Asundi, Proc. Roy. Soc. London (A) **124**, 277, 1929. — ³⁾ R. S. Estey, Phys. Rev. **35**, 309, 1930. — ⁴⁾ R. S. Mulliken, ebenda **32**, 187, 1928, Tabelle 6, S. 206.

Höhere Schwingungsstufen des $a'^3\Sigma^+$ -Zustandes machten sich durch die Störungen, die sie an verschiedenen Vibrationsniveaus des $A^1\Pi$ -Zustandes verursachten, bemerkbar. Coster und Brons¹⁾ stellten fest, daß zwei Störungsstellen der $B^1\Sigma + A^1\Pi$ Ängströmbanden, nämlich bei $J = 26$ in der $v'' = 1$ -Termfolge und bei $J = 31$ in der $v'' = 3$ -Termfolge von $A^1\Pi$, die Durchkreuzungen des $A^1\Pi$, $v = 1$ - bzw. $v = 3$ -Zustandes mit den $v = 8$ - und $v = 11$ -Zuständen von $a'^3\Sigma^+$ anzeigen. Zahlreiche weitere Störungen dieser Art, jedoch an den Banden des $A^1\Pi \rightarrow X^1\Sigma$ -Systems, wurden von Gerö²⁾ angegeben. Das von ihm gezeichnete Diagramm der Rotationszustände von $A^1\Pi$ mit vermerkten Störungsstellen (Fig. 2b in der zitierten Arbeit) liefert Beweise dafür, daß in diesen Störungen die Schwingungszustände $v = 8, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 21$ und 24 sich kundgeben.

Schon Coster und Brons gaben eine Methode an, um aus der Lage der durch die Störungen verschobenen Linien die Rotationskonstante des störenden $^3\Sigma$ -Terms zu berechnen. Zwei weitere Methoden wurden dann von Schmid und Gerö³⁾ zu demselben Zwecke benutzt. Tabelle 1 enthält die Daten der Störungen, aus denen mittels der genannten Methoden die Rotationskonstanten der störenden $a'^3\Sigma^+$ -Terme zu berechnen sind. Spalten 1 und 2 geben die Vibrationsquantenzahlen v_A und v_a , der gestörten $A^1\Pi$ - bzw. störenden $a'^3\Sigma^+$ -Terme an; Spalten 3, 4 und 5 enthalten die Rotationsquantenzahlen J_1 , J_2 und J_3 , bei denen die Überkreuzungen stattfinden. Die wahrscheinlichsten Rotationskonstanten $B(v)$ der störenden Terme sind in der 6. Spalte angegeben. Mit Hilfe dieser Konstanten kann man auch die nullten Rotationsniveaus der störenden Termfolgen berechnen; diese sind in der letzten Spalte angegeben.

Tabelle 1.

v_A	v_a	J_1	J_2	J_3	$B(v)$	$T(v)$
1	8	23,5	26,2	29,0	1,17	66 525
3	11	28,0	30,7	33,5	1,13	69 480
4	13	43,5	46,0	48,5	1,10	71 339
5	14	30,0	32,5	35,0	1,09	72 234
6	16	44,5	47,0	49,5	1,07	73 995
7	17	33,0	35,5	38,0	1,06	74 883
8	18	16,0	18,0	20,5	1,06	75 753
10	21	18,5	20,5	23,0	1,00	78 165
12	24	21,5	24,0	26,5	0,98	80 452

¹⁾ D. Coster, F. Brons, *Physica* **1**, 634, 1934. — ²⁾ L. Gerö, *ZS. f. Phys.* **99**, 52, 1936; **100**, 374, 1936. — ³⁾ R. Schmid u. L. Gerö, ebenda **94**, 386, 1935.

Fig. 1 stellt den Verlauf der auf diese Weise ermittelten Schwingungsterme graphisch dar. Die Kurvenpunkte für $v = 0$ und 1 sind der Arbeit

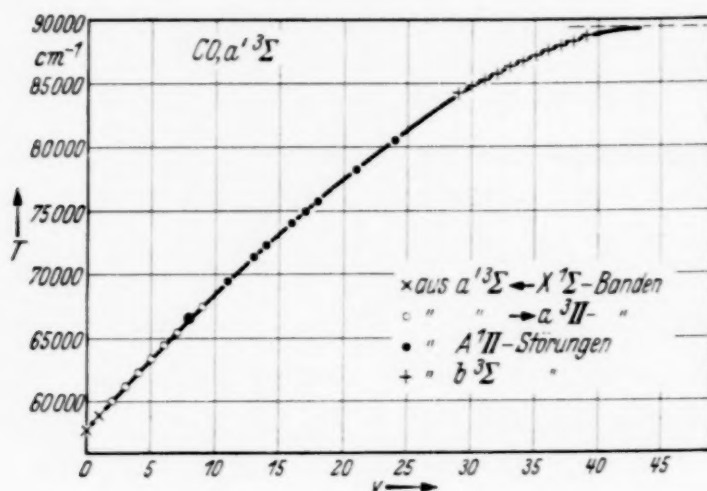


Fig. 1.

von Birge-Hopfield (l. c.), zwischen $v = 2$ und 9 der von Asundi (l. c.) entnommen worden. In Fig. 2 sind die berechneten B -Konstanten als Funktion von v aufgezeichnet.

Die Daten oberhalb von $v = 28$ in den Figuren stammen aus Störungen, die an dem $b^3\Sigma$ -Zustand durch Kreuzung mit dem $a'^3\Sigma$ -Zustand ver-

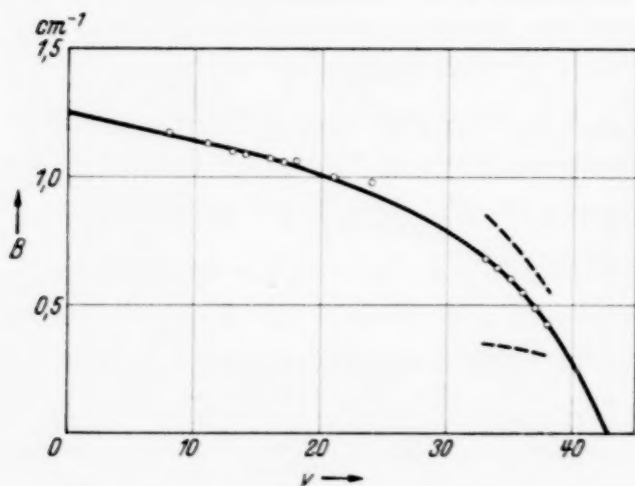


Fig. 2.

ursacht werden. Wie Gerö¹⁾ angab, sind die dicht gelagerten Störungen am oberen Zustand der $b^3\Sigma \rightarrow a^3\Pi$ III. pos. Banden einem $^3\Sigma^+$ -Zustand zuzuschreiben. Ähnliche Störungen durchsetzen noch in verstärktem Maße die 5 B-, d. h. $b^3\Sigma$ ($v = 1$) $\rightarrow a^3\Pi$ -Banden²⁾. Auf Grund der Rotationsanalyse der $1 \rightarrow 0$ -Bande³⁾ lassen sich sieben, aus der

III. pos. Banden zehn Überschneidungsstellen festlegen. Fig. 3 stellt diese mit der Abszisse $J(J+1)$ dar. Es ist ohne weiteres klar, daß manche Störungsstellen an den $b^3\Sigma$ $v = 0$ - und $v = 1$ -Termfolgen paarweise denselben $a'^3\Sigma$ -Term als Störungsursache haben müssen. Wie aber diese Paarung

¹⁾ L. Gerö, ZS. f. Phys. **95**, 747, 1935. — ²⁾ R. Schmid u. L. Gerö, ebenda **96**, 198, 1936. — ³⁾ L. Gerö, ebenda **101**, 311, 1936.

zu machen, d. h. wie die Verbindungslinien zwischen den entsprechenden Störungsstellen anzubringen sind, ist noch nicht angegeben. Da aber die Neigung dieser Verbindungslinien (die also die Rotationstermfolgen des $a' {}^3\Sigma$ -Zustandes angeben) eigentlich die B -Konstanten von $a' {}^3\Sigma$ bei höheren r -Werten darstellen sollen, kann eine Entscheidung getroffen werden. Die Richtigkeit derjenigen Verbindungen, die in der Fig. 3 angegeben worden sind, wird dadurch bestätigt, daß die Rotationskonstanten, die man der Figur entnehmen kann, den passendsten Verlauf mit r ergeben (siehe Fig. 2): Wird das System der Verbindungslinien geändert, z. B. um eine Einheit gegen steilere bzw. flachere Neigungen verschoben, so werden die gestrichelten Kurventeile der Fig. 2 erhalten. Durch Probieren findet man auch die entsprechenden Werte für die Schwingungsquantenzahl. Die zugehörigen Schwingungstermwerte schmiegen sich an die Kurve in der Fig. 1 gut an. Die in dieser Weise als am wahrscheinlichsten anzusehenden Vibrationstermwerte mit den zugehörigen $B(r)$ -Konstanten sind in der Tabelle 2 zusammengestellt worden.

Es scheint hier der erste Fall vorzuliegen, bei dem die gesamte $B(r)$ -Kurve eines Molekülzustandes ermittelt ist, und zwar nicht aus einer Rotationsanalyse, sondern nur aus Störungen. Da die $B(r)$ -Werte aus gleichartiger Behandlung aller beobachteten Störungen ermittelt wurden, wird ihre relative Genauigkeit wahrscheinlich gut sein. Um uns aber zu vergewissern, daß auch in den Absolutwerten keine zu großen Abweichungen vorliegen, wurden die $a' {}^3\Sigma \rightarrow a {}^3\Pi$ (Asundi)-Banden mit großer Dispersion und Lichtstärke aufgenommen. Obwohl die Rotationsanalyse noch nicht beendigt werden konnte, zeigte eine vorläufige Analyse, daß z. B. in der Bande $9 \rightarrow 1$, die bei 5750 bis 5776 Å liegt, der B' -Wert, der aus der Fig. 2 für $r = 9$ ablesbar ist, nämlich $1,15 \text{ cm}^{-1}$, vollkommen möglich ist.

In der Fig. 3 sind die letzten, noch beobachteten Rotationsterme von $b {}^3\Sigma$ mit Punkten, die ersten, zu keinen beobachtbaren Übergängen führenden Terme mit Kreisen markiert. Von diesen angefangen findet Prädissoziation

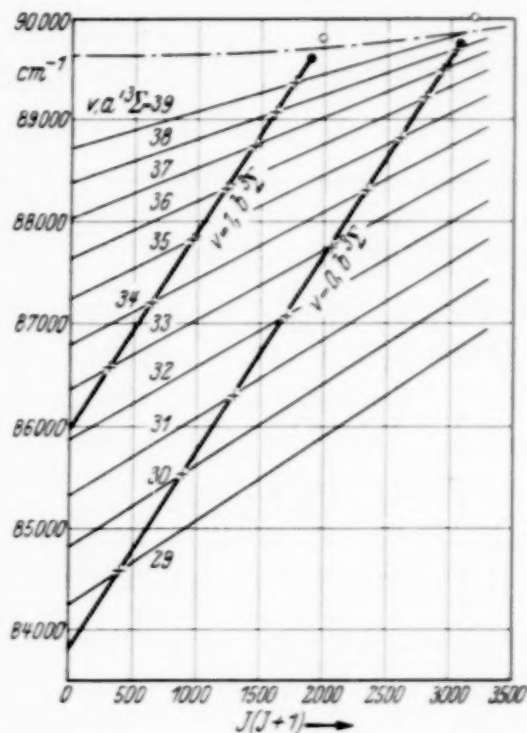


Fig. 3.

der Banden, die den $b^3\Sigma$ -Term als Anfangszustand enthalten, statt. Wie es schon in den zitierten Arbeiten von Schmid und Gerö bzw. Gerö gezeigt wurde, scheint auch die Konvergenzstelle der durch die $a'^3\Sigma$ -Überkreuzungen verursachten Störungen in dieser Prädissoziationshöhe von CO zu liegen. Die Betrachtung der Fig. 2 und 1 macht es ferner sehr wahrscheinlich, daß ungefähr bei $J = 43$ die Rotationskonstante von

Tabelle 2.

v	$B(v)$	$T(v)$	Bekannt aus
0	1,236	57 763	Hopfield-Birge
1	1,230	58 927	"
2	1,223	60 074	Asundi
3	1,216	61 200	"
4	1,208	62 302	"
5	1,200	63 387	"
6	1,191	64 452	"
7	1,181	65 497	"
8	1,171	66 524	" ; $A^1\Pi$ -Störung
9	1,160	67 532	"
10	1,149		
11	1,137	69 480	$A^1\Pi$ -Störung
12	1,123		
13	1,110	71 339	"
14	1,097	72 234	"
15	1,084		
16	1,070	73 995	"
17	1,055	74 883	"
18	1,041	75 753	"
19	1,026		
20	1,010		
21	0,993	78 165	"
22	0,975		
23	0,957		
24	0,939	80 452	"
25	0,919		
26	0,893		
27	0,870		
28	0,845		
29	0,820	84 240	$b^3\Sigma$, $v = 0$ -Störung
30	0,790	84 805	"
31	0,758	85 350	"
32	0,720	85 865	"
33	0,682	86 350	$b^3\Sigma$, $v = 0$ und $v = 1$ -Störung
34	0,643	86 790	"
35	0,600	87 225	"
36	0,552	87 625	"
37	0,498	88 020	"
38	0,433	88 375	"
39	0,360	88 710	$b^3\Sigma$, $v = 1$ -Störung
40	0,285		
41	0,200		
42	0,108		

$a' {}^3\Sigma$ schon verschwindet und gerade bei dieser Vibrationsquantenzahl ein Maximum der Schwingungstermwerte vorliegt. Allem Anschein nach findet also entlang der Grenze der Prädissoziation (in Fig. 3 strichpunktiert eingetragen) auch die eigene Dissoziation des $a' {}^3\Sigma$ -Zustandes statt.

Dieser Zusammenfall der Prädissoziationsgrenze mit der Konvergenzstelle des $a' {}^3\Sigma$ -Zustandes läßt vermuten, daß außer den Störungen auch die Prädissoziation von diesem Term hervorgerufen wird. Die Grenzkurve der Prädissoziation stellt also die Grenze der eigenen Dissoziation des $a' {}^3\Sigma$ -Termes dar. Diese Grenze wird von den Rotationstermfolgen des $a' {}^3\Sigma$ -Zustandes bei verschiedenen Rotationsquantenzahlen erreicht, was einen Beweis dafür liefert, daß es sich hier um einen Zerfall des $a' {}^3\Sigma$ -Zustandes durch Rotation handelt. Die weitgehenden Schlüsse, die sich auf Grund des Befundes ziehen lassen, daß der Vorgang des Zerfalls durch Rotation auf eine eigene „Grenzkurve der Dissoziation“ des dissoziierenden Termes führt, sind für den Fall des Hg H in einer anderen Arbeit¹⁾ auseinandergesetzt worden. An dieser Stelle werden wir zuerst die Dissoziationsprodukte besprechen, die beim Zerfall des $a' {}^3\Sigma$ -Zustandes entstehen sollen.

Eine Festlegung der relativen Lage der CO- und C + O-Terme wurde auf Grund des angenommenen $D(\text{CO})$ -Wertes von 6,9 Volt von Schmid und Gerö²⁾ vorgenommen. Danach liegt in der Höhe von $89620 \text{ cm}^{-1} = 11,06 \text{ Volt}$ die Atomtermkombination C (3P_g) + O (1S_g). Aus einer Termkombination $P_g + S_g$ ungleicher Atome können aber nur Σ^- - und Π -Molekülterme entstehen³⁾. Der $a' {}^3\Sigma$ -Term ist dagegen, wie es aus der Betrachtung der Störungen eindeutig hervorgeht, entschieden ein ${}^3\Sigma^+$ -Term. Darum soll eine Deutung der Dissoziationsprodukte vorgeschlagen werden, die sich schon bei der Interpretation der Elektronenstoßversuche an CO auf Grund der Dissoziationsenergie von 6,9 Volt⁴⁾ bewährt hat. Man fand nämlich, daß von CO und auch von CO₂⁵⁾ nur bei solchen Energiewerten tatsächliche Stoßprodukte entstehen können, die den Kombinationen mit vierwertigem Kohlenstoff, d. h. C (5S), C⁺ (4P) bzw. C⁺⁺ (3S) entsprechen. Dieser Befund erscheint auch dadurch begründet zu sein, daß auf diese Weise das Prinzip der Reversibilität bei der Bildung bzw. Spaltung von CO und CO₂ am einfachsten gewahrt bleibt. Denn bei der Darstellung von CO und CO₂ geht man von gewöhnlichem, vierwertigem Kohlenstoff aus,

¹⁾ R. Schmid u. L. Gerö, ZS. f. Phys. **124**, 724, 1937. — ²⁾ R. Schmid u. L. Gerö, ebenda **99**, 281, 1936. — ³⁾ Siehe z. B. R. S. Mulliken, Rev. Mod. Phys. **4**, 3, 1932, S. 26. — ⁴⁾ R. Schmid, ZS. f. Phys. **99**, 274, 1936. ⁵⁾ R. Schmid, ebenda **99**, 626, 1936.

und bei der Dissoziation von CO und CO₂ werden entsprechend die Kohlenstoffatome im 5S -, d. h. vierwertigen Zustand zurückerhalten.

Im CO-Spektrum sind keine Bandenkonvergenzen bekannt. Die oben geschilderte Konvergenz der Störungsstellen bzw. die des $a' ^3\Sigma$ -Zustandes hat aber dieselbe Bedeutung, nämlich das Auftreten einer tatsächlichen Dissoziation. Die Annahme, daß dieser Vorgang ebenfalls zu einer C + O-Kombination mit C ($1s^2 2s 2p^3$, 5S_u) führen soll, erscheint also im Lichte des oben Gesagten durchaus plausibel. Diese Kombination, aus der in der Tat Σ^+ -Molekülzustände entstehen können, muß nun mit der von C (5S_u) + O (3P_g) identisch sein, da sich der Abstand C (5S_u) — C (3P_g), nach Edlén¹⁾ extrapoliert, zu etwa 4,1 Volt, nach Bacher und Goudsmit²⁾ rechnerisch zu etwa 4,3 Volt ergibt und C (3P) + O (3P) bei 6,9 Volt angenommen wird. Merkwürdigerweise fällt der Mittelwert, 4,2 Volt, sehr nahe an den Termabstand O (1S) — O (3P) = 4,168 Volt^{3) 4)}.

Die Atomtermkombinationen C (3P) + O (1S) und C (5S) + O (3P) liegen also höchstwahrscheinlich ganz dicht nebeneinander. Die Dissoziation des $a' ^3\Sigma^+$ -Termes bzw. die Prädissoziation des $b ^3\Sigma$ -Termes erfolgt nach dem oben Gesagten in die Atomterme C (5S) + O (3P). Ob aber die Prädissoziation des $B ^1\Sigma$ -Zustandes auch in diese oder, wie es vorher angenommen wurde, in die C (3P) + O (1S)-Atomterme erfolgt, kann nicht sicher entschieden werden. Die Molekülterme mit kleinster Multiplizität, die aus diesen Kombinationen entstehen können, sind Tripletterme. Es muß also in beiden Fällen ein strahlungsloser Interkombinationsübergang Singulett \rightarrow Triplett angenommen werden. Da im CO-Spektrum auch Interkombinationsübergänge mit Strahlung von verhältnismäßig nicht geringer Intensität zu beobachten sind (z. B. die Cameron-Banden, die mit unserem großen Gitter mit genügender Lichtstärke in Absorption und auch in Emission photographiert werden konnten), ist es gerechtfertigt, auch strahlungslose Interkombinationsübergänge anzunehmen. Der Effekt am $B ^1\Sigma$ -Zustand ist nur so groß, daß die Bandenlinien, die oberhalb der Prädissoziationsgrenze liegenden Rotationstermen angehören, zwar schwächer geworden sind, aber doch noch im Spektrum beobachtbar bleiben. Dagegen sinkt die Linienintensität in den Übergängen vom $b ^3\Sigma$ -Zustand praktisch

¹⁾ B. Edlén, ZS. f. Phys. **84**, 746, 1933. — ²⁾ R. F. Bacher u. S. Goudsmit, Phys. Rev. **46**, 948, 1934. — ³⁾ R. F. Bacher u. S. Goudsmit, Atomic Energy States; Mc. Graw-Hill, 1932. — ⁴⁾ In einer privaten Mitteilung von Herrn Edlén, für die wir auch an dieser Stelle unseren herzlichsten Dank aussprechen, wird für C (5S_u) — C (3P_g) als wahrscheinlichster Wert 4,2 Volt angegeben.

auf Null, wie neuere, stark exponierte Aufnahmen besonders für die $1 \rightarrow 0$ -Bande des $b^3\Sigma \rightarrow a^3\Pi$ -Systems beweisen. Ob die Prädissoziationsgrenze des $b^3\Sigma$ -Zustandes genau an der Stelle ist, wo die am $B^1\Sigma$ -Zustand liegt, oder ob es sich um zwei zwar sehr nahe beieinander liegende, aber doch verschiedene Grenzen handelt, kann zurzeit nicht entschieden werden. Eine sichere Entscheidung wird auch dadurch erschwert, daß die sogenannten Kaplan-Banden, die die $r' = 2$ -Progression des $b^3\Sigma \rightarrow a^3\Pi$ -Systems bilden, und bei denen die Prädissoziation schon bei niedrigen Rotationsquantenzahlen einsetzen sollte, bisher einer Rotationsanalyse entgingen.

Die Gleichheit der Termabstände $C(^5S) - C(^3P)$ und $O(^1S) - O(^3P)$ bzw. die Tatsache, daß zwei $C + O$ -Kombinationen mit der gleichen Energie

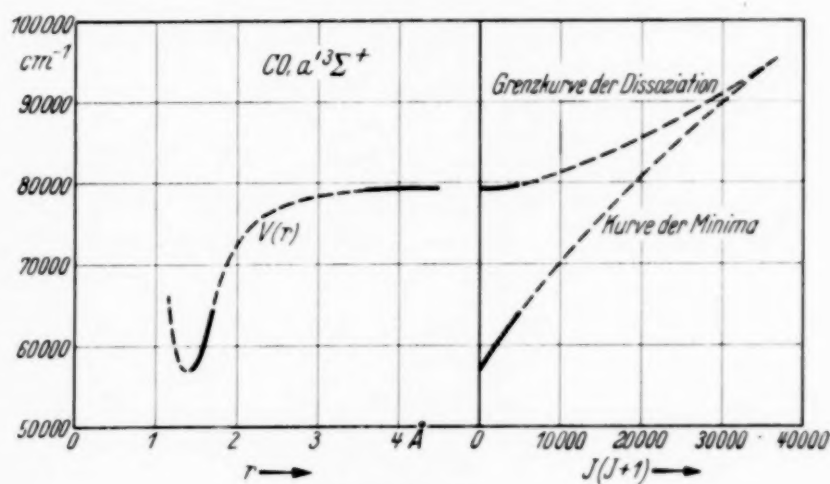


Fig. 4.

zustände kommen können, und zwar zwei solche, für die die Multiplizität des Kohlenstoffatomtermes die des Sauerstoffs um zwei Einheiten übertrifft, scheint auf die Bindung des CO-Moleküls gewissermaßen neues Licht zu werfen; dies ist sehr wünschenswert, weil ja eben dieses Molekül zu der Annahme von zweiwertigem Kohlenstoff Anlaß gab.

In der erwähnten Arbeit über die Grenzkurve der Dissoziation von Molekültermen wird eine Methode angegeben, die zur Ermittlung von Potentialkurven auf streng empirischer Grundlage führt. Obwohl von der Dissoziationsgrenzkurve des $a'^3\Sigma^+$ -Zustandes — die also identisch mit der Grenzkurve der Prädissoziation des $b^3\Sigma$ -Zustandes ist — nur ein Kurventeil bei niedrigen $J(J+1)$ -Werten bekannt ist, kann der entsprechende Zweig der Potentialkurve $V(r)$ — bei großen Kernabständen — konstruiert werden. Um $V(r)$ auch in der Nähe des Minimums angeben zu können, ist die Kenntnis der „Kurve der Minima“ der effektiven Potentialkurven von

$a' {}^3\Sigma$, die den schwingungslosen Zuständen entspricht, notwendig. Man extrapoliert deswegen mit Hilfe der $B(v)$ -Kurve in der Fig. 2 einen B_e -Wert: $1,24 \text{ cm}^{-1}$. Der D_e -Wert wird aus der bekannten Formel erhalten: $D_e = \frac{4B_e^3}{\omega_e^3}$; ω_e läßt sich dabei aus Fig. 1 ablesen. Es ergibt sich $D_e = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-1}$. In der rechten Hälfte der Fig. 4 sind die bekannten Teile der Grenzkurve bzw. Kurve der Minima für $a' {}^3\Sigma$ ausgezogen, der wahrscheinliche Verlauf gestrichelt eingezeichnet. In der linken Hälfte ist die entsprechende Potentialkurve eingezeichnet. Obwohl die Daten spärlich sind, können die wesentlichen Teile von $V(r)$ doch angegeben werden.

Vorliegende Untersuchung wurde im Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften (Budapest) durchgeführt, das einen Teil seiner Ausrüstung dem Naturwissenschaftlichen Forschungsfonds und der Széchenyi-Gesellschaft verdankt und unter der Leitung des Herrn Professor B. Pogány steht.

(Aus dem Physikalischen Institut der Deutschen Universität in Prag.)

Untersuchungen über Diffusion in Flüssigkeiten. XI.

Neue Versuche über die gegenseitige Diffusion von Elektrolytlösungen.

Von **Theodor Linhart** in Prag.

Mit 8 Abbildungen. (Eingegangen am 2. Januar 1937.)

Eine von Sitte angegebene Mikromethode zur Messung der Diffusion gefärbter Flüssigkeiten wird ausgebaut und verfeinert. Mit ihrer Hilfe wird die gegenseitige Diffusion verdünnter Elektrolytlösungen untersucht. Die Ergebnisse stehen in Übereinstimmung mit der von Sitte für diese Vorgänge entwickelten Theorie.

1. In der Mitteilung IX dieser Reihe hat Sitte¹⁾ eine Mikromethode zur Diffusionsmessung in gefärbten Flüssigkeiten angegeben, die auf dem folgenden Prinzip beruht (Fig. 1). Das Licht der Glühlampe *G* wird durch

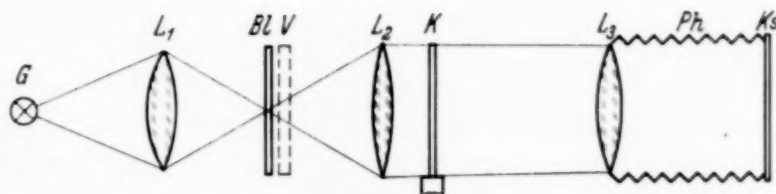


Fig. 1. Schema der Versuchsanordnung.

die Kondensorlinse L_1 auf die Lochblende *Bl* konzentriert, deren Öffnung im Brennpunkt der Kondensorlinse L_2 liegt, so daß aus L_2 ein paralleles Lichtbündel austritt, in dessen Gang die Diffusionskammer *K* steht. Diese wird durch den photographischen Apparat *Ph* mit dem Objektiv L_3 ungefähr in natürlicher Größe auf der photographischen Platte abgebildet. Auf der gleichen Platte werden (natürlich an verschiedenen Stellen derselben) zu verschiedenen Zeiten Aufnahmen der Diffusionskammer in verschiedenen Stadien der Diffusion zweier Flüssigkeiten und eine Reihe von Vergleichsaufnahmen gemacht, bei denen die Kammer mit Mischungen verschiedener Konzentrationen der gleichen Flüssigkeiten homogen erfüllt ist. Die Mikrophotometrie der Diffusionsbilder liefert unter Heranziehung der Vergleichsbilder die Konzentration in der Diffusionskammer als Funktion des Ortes

¹⁾ K. Sitte, ZS. f. Phys. **91**, 642, 1934.

für verschiedene Zeiten, woraus sich der Diffusionskoeffizient in Abhängigkeit von der Konzentration berechnen läßt.

Mit dieser Methode hat Sitte die Diffusion von wässrigen Lösungen von KMnO_4 gegen Wasser und gegen wässrige Lösungen von KOH untersucht, wobei sich herausstellte, daß der Diffusionsverlauf mit der von ihm aufgestellten Theorie¹⁾ in guter Übereinstimmung steht.

Im Hinblick darauf, daß die genaue Messung des Verlaufes der gegenseitigen Diffusion von Elektrolytlösungen auch den Potentialverlauf an der Berührungsfläche derselben zu berechnen gestattet²⁾ und daß die Ermittlung der Potentialdifferenz einander berührender Elektrolytlösungen ein wichtiges Problem der physikalischen Chemie bildet, schien es von Interesse, diese Untersuchung durch eine Verfeinerung der Methode und Anwendung auf eine größere Zahl von Flüssigkeiten fortzusetzen. Hierüber soll im folgenden berichtet werden.

2. Der Aufbau der Apparatur war im wesentlichen der gleiche wie bei Sitte und wie er schematisch in der Fig. 1 dargestellt ist. Alle Einzelteile waren auf Messingstiften in Zeiss-Reitern eingesetzt, die auf einer Zeiss-Schiene von 2 m Länge montiert waren, so daß sich das System genau zentrieren ließ.

Als Beleuchtungsquelle G diente eine 12 Volt-Autolampe, die mit einer eigenen Akkumulatorenbatterie gespeist wurde, die Stromstärke wurde mittels eines Regulierwiderstandes und eines Meßinstrumentes genau konstant gehalten, um Helligkeitsschwankungen zu vermeiden. Die Kondensorlinsen L_1 und L_2 waren einfache, achromatische Linsen mit Brennweiten von 16 bzw. 20 cm. Die Lochblende Bl hatte einen Durchmesser von 0,7 mm. Sie war in die Objektivfassung eines photographischen Compourverschlusses V eingeschraubt, der, wie durch besondere Versuche festgestellt wurde, sehr exakt funktionierte. Dadurch, daß sich der Verschluß an der schmalsten Stelle des beleuchtenden Lichtbüschels befand, war eine gleichmäßige Belichtungszeit für das ganze Gesichtsfeld gewährleistet.

Die photographische Kamera wurde für den vorliegenden Zweck eigens hergestellt aus einem Porträt-Trioplan L_3 1 : 3 mit 18 cm Brennweite als Objektiv, einem ausziehbaren Lederbalg Ph und einer Kassette Ks , die so eingerichtet war, daß man mit ihrer Hilfe auf einer und derselben Platte 6 Diffusionsaufnahmen und 24 Vergleichsaufnahmen in der Größe $1 \times 1 \text{ cm}^2$ machen konnte.

¹⁾ K. Sitte, ZS. f. Phys. **91**, 622, 1934. — ²⁾ Vgl. u. a. ebenda **91**, 651, 1934.

Die Diffusionskammer war ähnlich gebaut, wie die für die Diffusionsmessungen an gefärbten Flüssigkeiten nach der Methode von Fürth und Ullmann verwendete¹⁾. Sie bestand aus einem mikroskopischen Objektträger O (Fig. 2), auf den die Seitenteile r_1, r_2, r_3, r_4 aus 2,5 mm dickem Glas geschnitten und zurechtgeschliffen mit Pizein aufgekittet waren. Den vorderen Abschluß bildete ein mikroskopisches Deckglas. Die Dimensionen der Kammer betrugen ungefähr $7 \times 20 \times 2,5$ mm. Der Schieber S aus Stahl wurde aus einer Gilettrasierklunge geschnitten und durch Schmirgeln und Schleifen in die Schieberführungsrinne möglichst genau eingepaßt. Die vollkommene Abdichtung erfolgte durch schwaches Einfetten der Rinne.

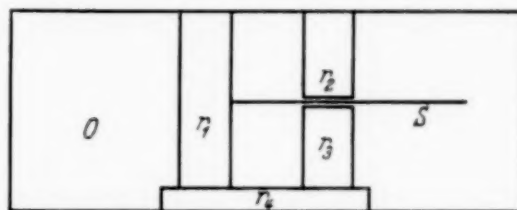


Fig. 2. Die Diffusionskammer.

Die Kammer war in eine Metallhaltervorrichtung eingesetzt, die in der Mitte einen vertikalen Spalt aufwies, der eine etwas geringere Breite als die Diffusionskammer hatte. Dadurch konnte vermieden werden, daß Licht auf die Kittflächen der Kammer auffiel und sie erwärmte, wodurch sonst leicht Störungen des Diffusionsablaufes durch Konvektionsströmungen hervorgerufen werden könnten.

Vor jeder Messung wurde die Lampe längere Zeit hindurch eingebrannt, damit sie während der Aufnahmen eine konstante Lichtstärke liefere. Ferner wurde durch Einsetzen einer Mattscheibe an Stelle der Plattenkassette und eines auf Glas eingeritzten Strichrasters mit mm-Teilung an Stelle der Kammer die genaue Scharfeinstellung vorgenommen. Dieses Raster wurde dann auch stets auf zwei Stellen der Platte mitphotographiert, so daß dann nachher durch Ausmessung des Bildes auf der Platte mit dem Komparator die wahre Vergrößerung bestimmt werden konnte.

Nun erfolgten die Diffusionsaufnahmen in dem mittleren Vertikalstreifen der Platte, und zwar nach 1, 2, 3, 5, 10 und 15 Minuten, gerechnet vom Moment des Herausziehens des Schiebers. Hierauf wurde die Kammer nacheinander mit acht bis zehn verschiedenen Verdünnungen der Ausgangskonzentration homogen (natürlich bei geöffnetem Schieber) gefüllt; von jeder Füllung wurden zwei Vergleichsaufnahmen symmetrisch rechts und links von der Spalte der Diffusionsaufnahmen auf der gleichen Platte gemacht,

¹⁾ Vgl. u. a. R. Fürth, Phys. ZS. **26**, 719, 1925; E. Ullmann, ZS. f. Phys. **41**, 301, 1927; R. Fürth u. R. Zuber, ebenda **91**, 609, 1934.

schließlich noch, wie bereits erwähnt wurde, zwei Aufnahmen des Rasters. Eine Positivkopie einer solchen Platte zeigt die Fig. 3.

Da es für die vorliegenden Untersuchungen natürlich von besonderer Wichtigkeit war, daß die verwendeten Platten über die ganze Fläche eine völlig gleichmäßige Empfindlichkeit aufweisen und keine Neigung zur

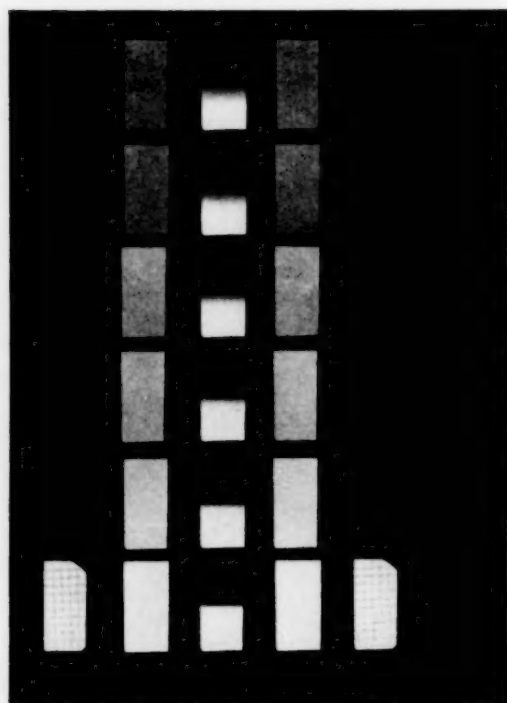


Fig. 3. Beispiel für eine Diffusionsaufnahme. Die mittlere Spalte zeigt die Diffusionsbilder nach 1, 2, 3, 5, 10, 15 Minuten, die seitlichen Spalten zeigen die Vergleichsbilder.

Schleierbildung besitzen, wurde nach eingehenden Vorversuchen eine Platte geringer Empfindlichkeit, nämlich die Silbereosinplatte von Perutz benutzt, die etwa 12 bis 13 Scheinergrade hat. Da die Plattenfehler am Rande der Platte am größten sind und dort auch leicht Schleierbildung eintritt, wurde bei den erwähnten Aufnahmen immer nur der mittlere Teil der Platten ausgenutzt; der Rand blieb unbelichtet.

Die Belichtungszeit wurde immer gleich, und zwar gleich 1 sec gewählt. Diese Zeit war lang genug, um eine genügend kräftige Deckung der Platte zu erzielen und auch gleichzeitig so kurz, daß die Veränderung des Diffusionsbildes während dieser Zeit vernachlässigbar gering war.

3. Um aus den nach dem geschilderten Verfahren gewonnenen Aufnahmen den Diffusionsverlauf berechnen zu können, ist es zunächst, wie bereits eingangs erwähnt wurde, notwendig, durch Mikrophotometrie dieser Aufnahmen die Konzentration in der Diffusionskammer als Funktion des Ortes, und zwar zu verschiedenen Zeiten zu ermitteln. Als Mikrophotometer wurde das von Blüh¹⁾ beschriebene Instrument benutzt, das die Möglichkeit bietet, den Schwärzungsverlauf innerhalb des Bildes auf der Platte längs beliebig durch dieses Bild hindurchgelegter Geraden automatisch zu registrieren.

Mit diesem Instrument wurden nun zunächst die Diffusionsbilder, wie sie in der mittleren Spalte der Fig. 3 zu sehen sind, so photometriert, daß der Photometerspalt parallel zur Schieberichtung der Kammer gelegt und

¹⁾ O. Blüh, ZS. f. Phys. **88**, 403, 1934.

in der dazu senkrechten Richtung über die Platte verschoben wurde. Die Registrierkurven für alle zu einer Serie gehörigen Diffusionsbilder wurden dabei auf einem und demselben Registrierstreifen verzeichnet, jedoch so, daß nach jeder Registrierung der Streifen in der Ordinatenrichtung etwas verschoben wurde, damit die Registrierkurven nicht zusammenfallen. Ein so gewonnenes Registrierblatt zeigt die Fig. 4. Die darin sichtbaren Registrierkurven I, II, III, IV, V beziehen sich auf die Diffusionsbilder nach 1, 2, 5, 10 und 15 Minuten. Große Ordinaten entsprechen dabei großen

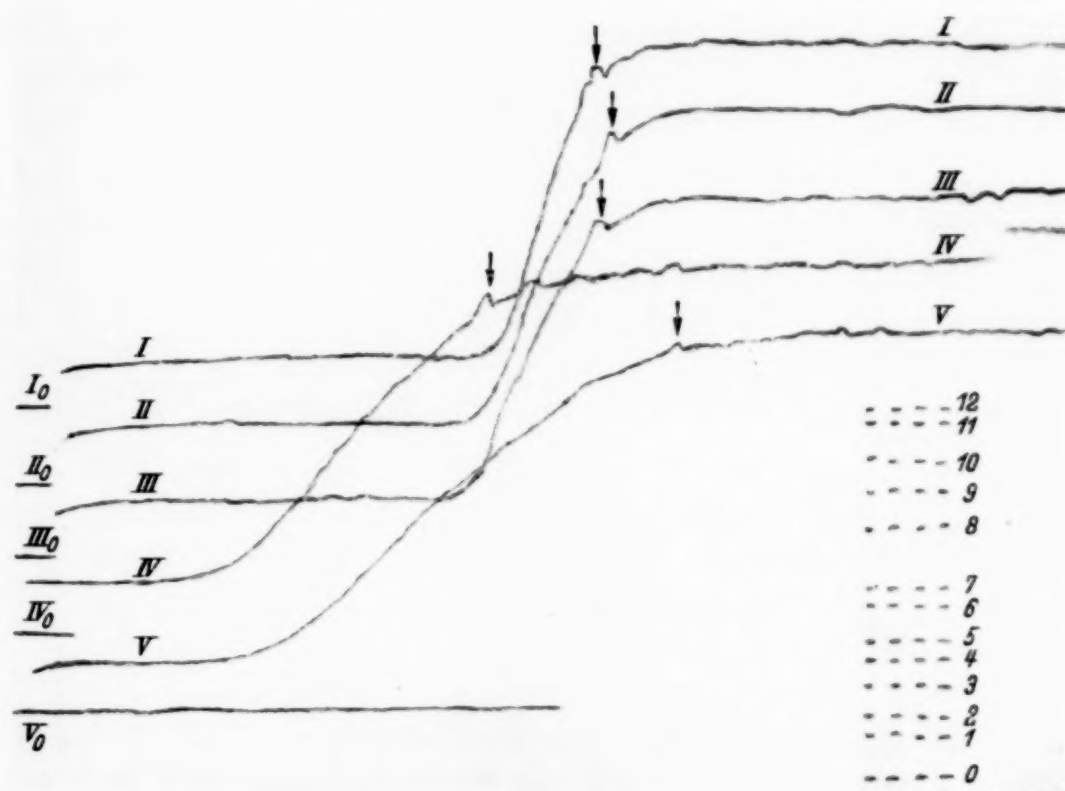


Fig. 4. Beispiel für die photometrische Registrierung einer Diffusionsaufnahme.

I, II, III, IV, V die Diffusionskurven nach 1, 2, 5, 10, 15 Minuten.

Rechts unten die „Intensitätsmarken“ von den Vergleichskonzentrationen.

Galvanometeraus schlägen, also kleinen Schwärzungen der Platte, daher schließlich großen Konzentrationen in der Kammer und umgekehrt. Zu jeder Registrierkurve wurde auch noch ein Stück der „Nullinie“ aufgenommen, die dem Galvanometeraus schlag Null, also der völlig geschwärzten Platte, daher schließlich der Konzentration Null in der Kammer entspricht, indem einfach das Thermoelement völlig abgeblendet wurde. Die Nulllinien sind in der Fig. 4 als I_0 , II_0 , III_0 , IV_0 , V_0 ersichtlich.

Um nun die Registrierkurven in Konzentrationen auswerten zu können, wurden auf die gleiche Weise auch noch die Vergleichsaufnahmen, die ver-

schiedenen Verdünnungen der Ausgangskonzentration entsprechen und in der Fig. 3 in den seitlichen Spalten zu sehen sind, einer Photometrierung unterzogen. Jede Vergleichsaufnahme wurde dabei längs zweier kurzer vertikaler Stücke im oberen und unteren Teil photometriert, und da für jede Vergleichskonzentration zwei Aufnahmen zur Verfügung stehen, erhielt man so für jede Vergleichskonzentration vier „Intensitätsmarken“, die nebeneinander auf dem gleichen Registrierstreifen, der schon die Registrierkurven trägt, aufgezeichnet wurden. Entsprechend den 12 Vergleichskonzentrationen erhielt man so 12 übereinander liegende Reihen von Intensitätsmarken, wozu noch die entsprechende Nullmarke als unterste hinzukommt. Die Intensitätsmarken sind im rechten unteren Teil der Fig. 4 ersichtlich und mit den Nummern 0 bis 12 versehen.

Durch Ausmessen der Höhe der Intensitätsmarken über dem Nullniveau wurde nun zunächst für jede Platte eine Eichkurve entworfen, mittels derer die Ordinaten der Registrierkurven in Konzentrationen umgerechnet werden konnten. In leicht ersichtlicher Weise konnten so die Konzentrationen in der Kammer als Funktionen des Abstandes x vom Schieberniveau und der Zeit für jede Diffusionsserie ermittelt werden.

4. Mit den von Fürth und Zuber ausgebildeten Mikromethoden¹⁾ wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer bestimmten Konzentration direkt gemessen, also bei konstantem c wird x als Funktion von t ermittelt. Für diese Art der Beobachtung hat Zuber²⁾ eine bequeme Rechenmethode entwickelt, um aus den Beobachtungsdaten unter Zugrundelegung der Boltzmannschen Diffusionsgleichung den Diffusionskoeffizienten D als Funktion von c zu ermitteln. Die oben beschriebene Methode kann also auch unmittelbar zur Ermittlung der Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten einer Lösung von der Konzentration verwendet werden, indem man aus den Photometerkurven die x als Funktionen von t berechnet. Dies wurde für wässrige Lösungen von KMnO_4 ausgeführt.

Gemäß der Boltzmannschen Diffusionsgleichung soll für konstantes c der Quotient x/\sqrt{t} konstant sein. Soll also diese Gleichung zutreffen, dann muß in einem Diagramm, in dem als Abszissen die \sqrt{t} und als Ordinaten die zugehörigen x aufgetragen sind, jedem c eine Gerade entsprechen. Dies war in der Tat stets sehr genau der Fall, wie auch alle früheren Untersuchungen von Fürth und seinen Mitarbeitern¹⁾ gezeigt hatten.

¹⁾ Vgl. die früheren Mitteilungen dieser Reihe. — ²⁾ R. Zuber, ZS. f. Phys. **79**, 291, 1932.

Es wurden daher die $x - \sqrt{t}$ -Diagramme unter Zugrundelegung der Boltzmannschen Diffusionsgleichung mittels des oben erwähnten Zuber-schen Näherungsverfahrens ausgewertet, wobei für den Grenzwert D_0 von D für unendliche Verdünnung der gemäß der Nernstschen Theorie aus den Ionenbeweglichkeiten von K und MnO_4 berechnete Wert $D_0 = 16 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{sec}$ benutzt wurde. In der Fig. 5 sind die so erhaltenen Werte von D als Funktion von \sqrt{c} eingetragen, wobei als Ausgangslösungen 0,025, 0,05 und 0,1 n KMnO_4 -Lösungen benutzt wurden. Man sieht, daß

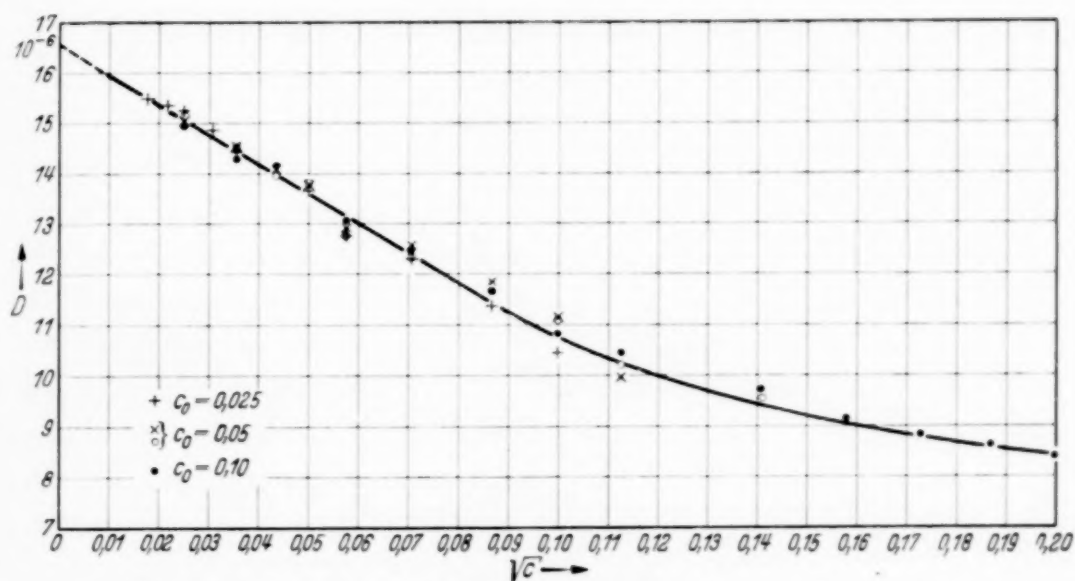


Fig. 5. Diffusionskoeffizient D wässriger KMnO_4 -Lösungen in Abhängigkeit von der Normalkonzentration c .

die zum gleichen c gehörigen D -Werte innerhalb der Meßgenauigkeit sehr gut übereinstimmen. Man sieht ferner, daß für kleine Konzentrationen der Kurvenverlauf annähernd linear ist, wie es der Theorie von Sitte entspricht. Die starke Krümmung der Kurve bei größeren Konzentrationen deutet auf eine Zunahme der Ionenassoziation hin.

5. Es liegt im Wesen der verwendeten Methode begründet, daß nur die gegenseitige Diffusion solcher Elektrolytlösungen untersucht werden konnte, von denen die eine farblos und die andere gefärbt ist. Es gelangt dann die Konzentration derjenigen Ionensorte unmittelbar zur Messung, die zu der erwähnten Färbung Anlaß gibt. Da ferner die Theorie nur für verdünnte Lösungen durchgeführt ist, müssen solche Elektrolyte verwendet werden, bei denen die Färbung schon bei sehr kleinen Konzentrationen so intensiv ist, daß sich hinreichend kontrastreiche Aufnahmen des Diffusionsverlaufes machen lassen. Diesen Forderungen genügen nur sehr wenige Elektrolyte,

unter denen an erster Stelle das KMnO_4 steht, das daher auch schon von Sitte in der eingangs zitierten Arbeit verwendet worden war.

Es wurden daher nach dem beschriebenen Verfahren zunächst Messungen der gegenseitigen Diffusion einer $n/20$ KMnO_4 -Lösung gegen das Lösungsmittel Wasser, ferner gegen eine $n/20$ HCl -Lösung und eine $n/20$ KOH -Lösung in Wasser angestellt. Die Resultate der ersten Messungen sind bereits unter 4. mitgeteilt worden.

Um den Unterschied im Ablaufe der Diffusion des KMnO_4 gegen Wasser einerseits und gegen die beiden anderen Elektrolyte andererseits aufzuzeigen, genügt es, die Konzentrationsverteilung in der Kammer nach einer bestimmten Zeit seit Beginn des Versuches, also $c(x)$ für ein bestimmtes t für alle drei Diffusionsserien zu vergleichen, was nach dem in 3. geschilderten Verfahren auf Grund der Diffusionsaufnahmen unmittelbar durchführbar ist.

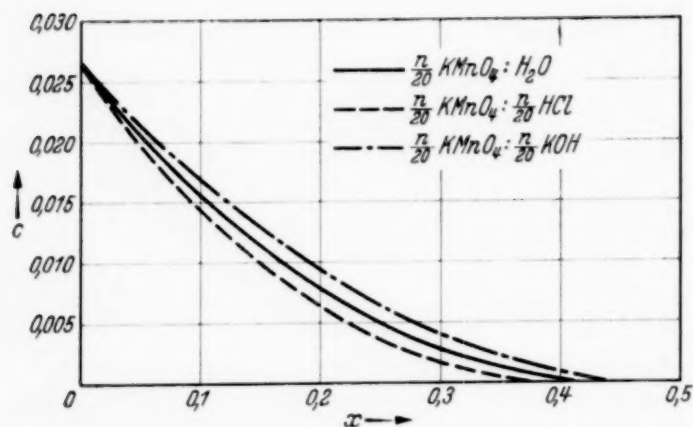


Fig. 6. Diffusionskurven $c(x)$ nach $t = 15$ Minuten für KMnO_4 gegen Wasser und verschiedene Elektrolyte.

Die Fig. 6 gibt den Konzentrationsverlauf der MnO_4 -Ionen für $t = 15$ min in der oberen Kammerhälfte wieder. Wie es nach der Theorie von Sitte zu erwarten war und wie auch die früheren Versuche von Sitte gezeigt hatten, ist in der Tat der Unterschied im Verlauf der $c(x)$ -Kurven für die drei

Diffusionspaare sehr gering. Für kleinere Zeiten ist dieser Unterschied natürlich noch viel kleiner, so daß innerhalb der Versuchsgenauigkeit die Kurven praktisch zusammenfallen.

Nach der Theorie von Sitte soll bei der gegenseitigen Diffusion äquimolarer Lösungen von KMnO_4 und KOH die Diffusion des leichter beweglichen Anions OH eine Verzögerung, und die des schwerer beweglichen Anions MnO_4 eine Beschleunigung gegenüber der Diffusion der betreffenden Elektrolyte gegen reines Wasser erfahren. Dies kann man sich auch leicht ohne Rechnung plausibel machen, wenn man bedenkt, daß in diesem Falle in die KMnO_4 -Lösung mehr Anionen eindringen als aus ihr in der gleichen Zeit austreten; es bildet sich daher ein elektrisches Feld in der Diffusionskammer aus, das die Anionen von der KMnO_4 -Seite gegen die KOH -Seite zu treiben sucht, also die MnO_4 -Ionen in der Tat beschleunigt und die

OH-Ionen verzögert. Wie die Betrachtung der Fig. 6 zeigt, wird diese Voraussage durch den Versuch wirklich bestätigt.

Um auch einen quantitativen Vergleich mit der Sitteschen Theorie ziehen zu können, wurden die Ordinatendifferenzen Δc zwischen den beiden Kurven in Prozenten der Ausgangskonzentration c_0 gebildet und als Funktion von x in der Fig. 7 eingetragen. Die durch die Meßpunkte gezogenen vertikalen Linien sollen die Fehlerbreite entsprechend der vorliegenden Meßgenauigkeit anzeigen. Die ausgezogene Kurve in der gleichen Abbildung ist aus der Sitteschen Theorie berechnet¹⁾. Wie man sieht, sind die beobachteten Δc durchwegs etwas kleiner als die berechneten, was jedoch nicht gegen die Theorie spricht, da diese nur eine obere Grenze für die zu erwartenden Δc liefert.

Bei der Diffusion von KMnO_4 gegen HCl sind zwar keine gemeinsamen Ionen vorhanden, doch sind die Beweglichkeiten der Cl^- - und der MnO_4^- -Ionen nur wenig verschieden, so daß für den Diffusionsablauf im wesentlichen die große Verschiedenheit zwischen den Beweglichkeiten der Kationen H und K verantwortlich ist. Es werden also in die KMnO_4 -Lösung mehr Kationen einwandern, als in der gleichen Zeit auswandern können, so daß ein elektrisches Feld entsteht, das die MnO_4^- -Ionen in der KMnO_4 -Lösung zurückhält. Die Diffusion des KMnO_4 gegen HCl wird also langsamer erfolgen als gegen Wasser, wie die Kurven der Fig. 6 in der Tat erkennen lassen. Die entsprechenden Δc sind ebenfalls in der Fig. 7 eingetragen. Der Verlauf ist ganz ähnlich, wie für die Diffusion von KMnO_4 gegen KOH und auch von der gleichen Größenordnung, nur mit entgegengesetztem Vorzeichen, wie es der oben angestellten Überlegung entspricht.

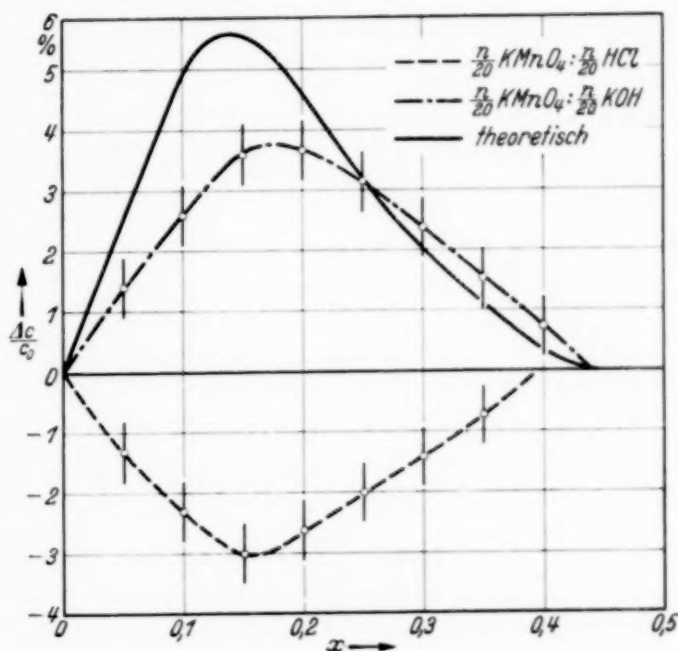


Fig. 7. Relative Abweichungen der Diffusionskurven von KMnO_4 gegen Wasser und verschiedene Elektrolyte.

¹⁾ Vgl. K. Sitte, ZS. f. Phys. 91, 649, 1934, Abb. 17.

Bei der Diffusion von KMnO_4 gegen KCl konnte kein Unterschied gegenüber der Diffusion gegen Wasser festgestellt werden, was sich daraus erklärt, daß in diesem Falle das Kation gemeinsam ist, und die Anionen, wie oben erwähnt wurde, eine sehr geringe Beweglichkeitsdifferenz haben.

Um auch noch die Diffusion an Elektrolyten mit einem gefärbten Kation untersuchen zu können, wurden Messungen an Kobaltsalzen angestellt, bei denen demnach die Konzentrationsverteilung der Co-Ionen innerhalb der Diffusionskammer unmittelbar zur Messung gelangte. Um jedoch hier bei den Aufnahmen die nötigen Kontraste zu erzielen, mußten weit größere Konzentrationen (bis 0,5 norm.) benutzt werden, so daß auf diese Lösungen die Theorie nicht mehr in Strenge anwendbar ist, da sie

keineswegs als „stark verdünnt“ bezeichnet werden können.

Die Resultate der Messungen von $n/2 \text{ CoCl}_2$ gegen Wasser und gegen $n/2 \text{ HCl}$ sind wieder für eine Zeit von 15 Minuten in der Fig. 8 dargestellt. Man sieht, daß im zweiten Falle die Diffusion der Co-Ionen rascher erfolgt als im ersten Falle, was

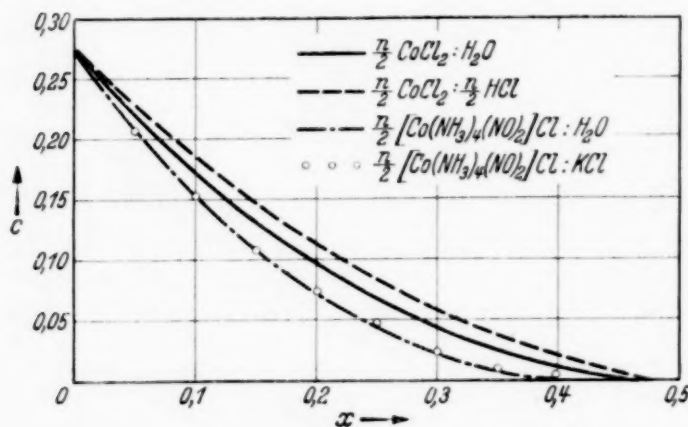


Fig. 8. Diffusionskurven $c(x)$ nach $t = 15$ Minuten für Kobaltchloride gegen Wasser und verschiedene Elektrolyte.

sich gemäß dem oben wiedergegebenen Gedankengang durch die viel größere Beweglichkeit des H- gegenüber dem Co-Ion erklärt. Die Diffusion von $n/2 \text{ CoCl}_2$ gegen $n/2 \text{ KCl}$ zeigten keinen Unterschied gegenüber der Diffusion des CoCl_2 gegen Wasser, was auf den viel geringeren Unterschied der Beweglichkeiten der Kationen zurückzuführen ist.

Um größere Färbungskontraste zu erzielen, wurden auch noch Messungen mit dem komplexen Kobaltsalz $\text{Co}(\text{NH}_3)_4(\text{NO}_2)_2\text{Cl}$ angestellt, dessen Diffusion gegen Wasser und gegen KCl gemessen wurde. Die Resultate dieser Messungen sind ebenfalls in der Fig. 8 eingetragen. Die Diffusion des komplexen Salzes gegen Wasser erfolgt, wie man sieht, langsamer als die des einfachen Salzes wegen der geringeren Beweglichkeit des komplexen Kations. Zwischen der Diffusion des komplexen Salzes gegen Wasser und der gegen KCl zeigt sich jedoch kein Unterschied. Eine merkliche Beeinflussung der Diffusion ist also offenbar nur dann zu erwarten, wenn die Beweglichkeiten der nicht gemeinsamen Ionen der beiden Elektrolyte

sehr stark verschieden sind, ein Resultat, das sich auch aus den Sitteschen Formeln unmittelbar ablesen läßt.

Weitere Messungen wurden mit den Sulfaten angestellt, und zwar wurde untersucht die Diffusion von $n/2 \text{ CoSO}_4$ gegen Wasser, gegen $n/2 \text{ K}_2\text{SO}_4$ und gegen $n/2 \text{ H}_2\text{SO}_4$, ferner von dem komplexen $n/2 (\text{Co}(\text{NH}_3)_4(\text{H}_2\text{Cl}))\text{SO}_4$ gegen Wasser. Die Kurven fallen mit den an den Chloriden erhaltenen und in der Fig. 8 dargestellten fast völlig zusammen, so daß von ihrer Wiedergabe abgesehen werden kann. Die Diskussion läuft ebenfalls der oben gegebenen parallel.

Zusammenfassend kann also gesagt werden, daß die Diffusion eines Elektrolyten gegen einen anderen Elektrolyten von der gegen das Lösungsmittel Wasser nur unwesentlich verschieden ist. Merbliche Beeinflussungen treten bei gegenseitiger Diffusion nur auf, wenn sehr große Beweglichkeitsunterschiede zwischen den entsprechenden Ionen der beiden Elektrolyte bestehen, doch sind auch dann die Abweichungen nie größer als 4 bis 5%. Diese experimentellen Ergebnisse stehen mit der Theorie in vollkommener Übereinstimmung.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Grund einer Anregung durch Herrn Prof. R. Fürth und unter seiner Leitung im physikalischen Institut der Deutschen Universität ausgeführt. Ihm, sowie den Herren Privatdozenten O. Blüh und K. Sitte möchte ich auch an dieser Stelle für ihre Unterstützung bei der Durchführung der Arbeit meinen besten Dank aussprechen.

Prag, im Dezember 1936.

Das rote Bandenspektrum des Nickelhydrids.

Von Alf Heimer in Stockholm.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 11. Januar 1937.)

Das Bandenspektrum des Nickelhydrids, das von Gaydon¹⁾ gefunden wurde, wurde in thermischer Emission mit großer Dispersion aufgenommen²⁾. In vorliegender Arbeit werden nur die Banden behandelt, die den zwei von Gaydon und Pearse^{1) 3)} im roten Gebiet des Spektrums untersuchten Bandensystemen angehören. Die Anwendbarkeit eines Ofens für thermische Anregung bei Spektraluntersuchungen wird hervorgehoben. Durch die Analyse von neuen Banden ist die Anzahl der bekannten Kernschwingungsniveaus für das kurzwelligere System im Anfangszustand auf 4 und im Endzustand auf 2 erweitert worden. Das Verhalten der Termdifferenzen, die Dublettaufspaltung und die Störungen werden behandelt. Der Isotopieeffekt ist für alle Banden untersucht. Die Termwerte und die Bandenkonstanten werden gegeben. Die Dissoziationswerte sind für den Anfangszustand des kurzwelligeren Systems berechnet.

Im roten Gebiet des Spektrums wurde von Gaydon¹⁾ bei experimentellen Untersuchungen über das Spektrum von NiO ein interessantes Molekülspektrum gefunden. Das Spektrum ist von Gaydon und Pearse^{1) 3)} näher untersucht und dem NiH-Molekül zugeschrieben. Das Spektrum wurde durch Einführung von Nickelcarbonyldampf in das Luftloch eines Meker-Brenners erzeugt. Zur Aufnahme der Banden mit einem 10 Fuß-Konkavgitter in erster Ordnung war eine Belichtungszeit von 12 Stunden erforderlich. Auch andere Methoden, um die Banden zu erhalten, wurden von Gaydon und Pearse versucht. Ein Lichtbogen zwischen Nickelelektroden in Wasserstoffatmosphären von verschiedenem Druck wurde als Lichtquelle benutzt. Der Bogen brannte aber bei keinem Druck in befriedigender Weise. Im Hochspannungsbogen (Sekundärseite eines 7 kVA-Transformators), zwischen Nickelelektroden bei niedrigem Wasserstoffdruck, wurde hauptsächlich das Molekülspektrum des Wasserstoffs erhalten. Besserer Erfolg wurde aber dadurch erzielt, daß eine Hochspannungsentladung durch eine in Luft brennende Wasserstoffflamme hindurchgeschickt wurde. Bei geeigneten Bedingungen konnten Gaydon und Pearse dann die Banden zwar mit störenden Überlagerungen photographieren. Durch die Analyse der erhaltenen Banden wurde auf einen

¹⁾ A. G. Gaydon u. R. W. B. Pearse, Proc. Roy. Soc. London (A) **148**, 312, 1935. — ²⁾ A. Heimer, Naturwissensch. **26**, 413, 1936. — ³⁾ A. G. Gaydon u. R. W. B. Pearse, Nature **134**, 287, 1924.

Übergang $^2\Delta_{21/2} - ^2\Delta_{21/2}$ geschlossen, dieser Übergang war früher nicht gefunden. Drei Banden wurden analysiert, wovon die eine Bande als 0—0-Bande eines Systems und die übrigen zwei Banden versuchsweise als 0—0-Bande und 1—0-Bande eines anderen kurzwelligeren Bandensystems gedeutet wurden.

Um nähere Kenntnis über das Bandenspektrum zu gewinnen, war es notwendig, eine bessere Methode für die Erzeugung der Banden zu finden. Bei den Untersuchungen des Verfassers wurde die erwünschte größere Intensität dadurch erzielt, daß eine Methode mit rein thermischer Anregung angewandt wurde, eine Methode, die zur Erzeugung von Molekülspektren im Hinblick auf ihre Vorteile allzu wenig gebraucht wird. Von den Vorteilen dieser Methode sei besonders die Möglichkeit, ein sauberes Spektrum zu erhalten, hervorgehoben; z. B. ist ein elektrischer Widerstandsofen für viele verschiedene Spektraluntersuchungen sehr anwendbar. Um die Anwendbarkeit des Ofens aber voll auszunutzen, muß der Ofen so gebaut werden, daß er auf einer Temperatur von 2500°C dauernd ohne besondere Maßnahmen gehalten werden kann. Deshalb muß auf die Kühlung der Stromdurchführungen und auf die Befestigungsanordnungen des Heizrohres besondere Sorgfalt verwendet werden. Im Heizrohr dürfen weder beim Einsetzen noch bei der Wärmedehnung im Betrieb Spannungen entstehen. Am besten wird der Strom nicht durch komplizierte Gleitkontakte, sondern durch eine feste, aber doch biegsame Verbindung den Haltern des Heizrohres zugeführt. Z. B. kann man ein wellenförmig gebogenes Kupferblech als Verbindung benutzen. Der Abstand von der wassergekühlten Zuleitung kann dabei sehr kurz und die Kühlfläche des Kupferbleches groß gemacht werden.

Bei den Versuchen im hiesigen Institut wurde ein Widerstandsofen, Modell King, benutzt. Die Anordnungen, um genügend hohe Temperatur bei langer Belichtungszeit zu erlangen, sind in einer Arbeit über das Bandenspektrum des Kobalthydrids¹⁾ vom Verfasser beschrieben. In der Arbeit sind auch einige Verunreinigungen, die beim Benutzen des Ofens auftraten, erwähnt. Dieselben Verunreinigungen treten bei den Untersuchungen über das NiH-Spektrum auf, was der vom Verfasser ausgesprochenen Ansicht entspricht, daß die Verunreinigungen dem Ofen und dem Heizrohr entstammen. Die für die Erzeugung der NiH-Banden geeignetsten Bedingungen waren dieselben wie für die Erzeugung der CoH-Banden, eine Temperatur von ungefähr 2400°C und ein Wasserstoffdruck von

¹⁾ A. Heimer, ZS. f. Phys. **104**, 448, 1937.

$\frac{2}{3}$ Atm. Die Heizrohre waren von denselben Dimensionen wie bei den CoH-Untersuchungen. Sechs Rohre wurden nacheinander benutzt, um die gewünschte Belichtung zu erhalten. Das Spektrum wurde mit einem 6,5 m-Konkavgitter in erster Ordnung photographiert (Disp. 1,95 Å/mm). Die Belichtungszeit war 3 bis 4 Stunden. Im Spektralgebiet von λ 3640 bis 5190 Å wurden Ilford Double-X-Press-Platten, im Gebiet λ 5190 bis 5770 Å Perutz Spezial-Fliegerplatten und im Gebiet λ 5770 bis 6600 Å Agfa Isopanplatten benutzt. Die Platten zeigen eine Unmenge von Linien, die Anzahl der gemessenen Linien übersteigt 6000. Im roten Gebiet treten mit größter Intensität die schon bekannten und analysierten Banden bei $\lambda\lambda$ 5723, 6257 und 6442 Å hervor und die gleichfalls bekannten einfachen Linienserien. Dazu kommen mehrere neue Banden und einfache Serien, die über das ganze Gebiet des Spektrums verteilt sind. In beinahe allen Banden tritt die Isotopieaufspaltung, die den beiden Isotopenmolekülen Ni^{58}H und Ni^{60}H zuzuschreiben ist, deutlich hervor. In der vorliegenden Arbeit werden nur die Banden behandelt, die den beiden von Gaydon und Pearse behandelten Bandensystemen zugehören. Die übrigen Banden und die einfachen Linienserien, von denen Gaydon und Pearse vier gefunden haben, werden in einer späteren Arbeit behandelt.

In den Tabellen 1 bis 5 sind die *R*-, *Q*- und *P*-Linien und die Kombinationsdifferenzen $\Delta_2 F(J)$ für die Anfangszustände und den Endzustand aufgeführt. Auch die früher bekannten Banden sind aufgenommen, teils weil infolge der größeren Intensität die Verfolgung der Bandenlinien zu höheren Rotationsquantenzahlen möglich war, teils weil durch die größere Dispersion und Auflösung die Linien des Isotopenmoleküls Ni^{60}H hinzugekommen sind und nähere Kenntnis über die Dublettaufspaltung vermittelt wird. Die Komponenten der Linien, welche aufgespalten sind, werden in den Tabellen mit *c* und *d* bezeichnet. Diese Indizes beziehen sich auf die Terme des Endzustandes. Die Isotopenlinien des Ni^{60}H -Moleküls werden mit *i* bezeichnet, und Linien, bei welchen Überlagerungen die Messung unsicher machen, werden mit \ddot{u} markiert. Die Überexponierung der Banden verursacht eine Linienverbreiterung, durch die die Meßgenauigkeit herabgesetzt wird. Es ist deshalb besser, auf die Messung der ersten sichtbaren Isotopenlinien zu verzichten. Überhaupt wird die Messung von nahe nebeneinander liegenden Linien sehr unsicher, besonders dann, wenn die eine von zwei nahe nebeneinander liegenden Linien viel größere Intensität als die andere hat. Betreffs der Dublettaufspaltung ist in den meisten Banden der Übergang von einfachen zu doppelten Linien ziemlich scharf.

Tabelle 1. λ 6442. ${}^2A_{21/2}^{**} - {}^2A_{21/2} (0-0)$.

J	R	Q	P	$\Delta_2 F' (J)$	$\Delta_2 F'' (J)$
$2\frac{1}{2}$	15559,75	15515,81			
$3\frac{1}{2}$	562,34	505,94	15462,02	100,32	122,92
$4\frac{1}{2}$	562,03	493,21	436,83	125,20	153,48
$5\frac{1}{2}$	558,86	477,87 \ddot{u}	408,86	150,00	183,91
$6\frac{1}{2}$	552,81	459,34	378,12	174,69	214,21
$7\frac{1}{2}$	543,82		344,65	199,17	244,41
$8\frac{1}{2} d$	532,00		308,40	223,60	274,32
c	531,63		308,40	223,23	274,32
$9\frac{1}{2} d$	517,34		269,50	247,84	303,97
c	516,85		269,50	247,35	303,96
$10\frac{1}{2} d$	499,64		228,03	271,61	333,59
c	498,89		227,67	271,22	333,57
$11\frac{1}{2} d$	479,05		183,75	295,30	363,06
c	477,87 \ddot{u}		183,28	294,59	362,94
$12\frac{1}{2} d$	455,56		136,58	318,98	391,76
c	453,75		135,95	317,80	391,93
$13\frac{1}{2} d$	429,11		087,29	341,82	420,53
c	426,39		085,94	340,45	420,37
$14\frac{1}{2} d$	399,66		035,03 \ddot{u}	364,63	
c	395,63		033,38	362,25	
			i 033,06		
$15\frac{1}{2} d$	367,25				
c	361,36				
$16\frac{1}{2} d$	331,74				
c	323,48				
$17\frac{1}{2} d$	293,17				
c	282,50				
$18\frac{1}{2} d$	251,53				
c	238,77				

Tabelle 2. λ 6257. ${}^2A_{21/2}^{*} - {}^2A_{21/2} (0-0)$.

J	R	Q	P	$\Delta_2 F' (J)$	$\Delta_2 F'' (J)$
$2\frac{1}{2}$	16005,94	15969,76			
$3\frac{1}{2} d$	15999,17	952,12	15915,98	83,19	122,92
c	998,80	952,12	15915,98	82,82	122,92
$4\frac{1}{2} d$	987,97	930,09	883,02	104,95	153,50
c	987,17	929,72	883,02	104,15	152,51
$5\frac{1}{2} d$	972,77	903,64	845,67	127,10	183,91
c	971,15	902,85	845,29	125,86	183,90
$6\frac{1}{2} d$	953,78	873,20	804,06	149,72	214,21
c	950,87	871,62	803,27	147,60	214,25
$7\frac{1}{2} d$	931,09	839,05	758,56	172,53	244,5
c	926,47	836,18	756,90	169,57	244,4
$8\frac{1}{2} d$	904,94	801,28	709,3	195,6	274,41
c	897,78	796,73	706,5	191,3	274,44
$9\frac{1}{2} d$	875,47	760,23	656,68	218,79	304,21
c	865,34	753,12	652,03	213,31	304,25
$10\frac{1}{2} d$	842,91		600,73	242,18	333,68
			i 601,01		
c	829,09		593,53	235,56	333,71
			i 593,84		

J	R	Q	P	$\mathcal{A}_2 F'(J)$	$\mathcal{A}_2 F''(J)$
$11\frac{1}{2} d$	807,30		541,79	265,51	362,95
c	789,14		i 542,10		
			531,63	257,51	362,99
$12\frac{1}{2} d$	768,87		i 532,00 \bar{u}		
c	745,78		479,96	288,91	391,84
			i 480,32		
$13\frac{1}{2} d$	727,65		466,10	278,68	391,96
c	698,92		i 466,47		
			415,46	312,19	420,51
			i 415,84		
$14\frac{1}{2} d$	683,86		397,18	301,74	420,77
i	684,08		i 397,57		
c	649,08		348,36	335,50	448 80
	649,38		i 348,77	i 335,31	
$15\frac{1}{2} d$	637,53		325,01	324,07	449,03
i	637,73		i 325,45	i 323,93	
c	596,47		278,85	358,68	476,76
	596,75		i 279,30	i 358,43	i 476,52
$16\frac{1}{2} d$	588,69		249,89	346,58	477,05
i	588,96		i 250,37	i 346,38	i 476,87
c	541,38		207,10	381,59	504,39
	541,79		i 207,56	i 381,40	i 504,13
$17\frac{1}{2} d$	537,63		172,03	369,35	504,74
i	537,91		i 172,51	i 369,28	i 504,51
c			133,14	404,49	531,57
			i 133,60	i 404,31	i 531,32
$18\frac{1}{2} d$	484,46		091,73		532,05
i	484,80		i 092,24		i 531,87
c			057,12	427,34	558,42
			i 057,64	i 427,16	i 558,09
			009,33		
$19\frac{1}{2} d$	429,39		i 009,92		
i	429,70		14 979,21	450,18	
$20\frac{1}{2} d$	372,45		i 979,82	i 449,88	
i	372,81				
$21\frac{1}{2} d$	313,85				
i	314,22				
$22\frac{1}{2} d$	353,74				
i	354,10				

Tabelle 3. λ 5723. ${}^2A_{21/2}^* - {}^2A_{21/2} (1-0)$.

J	R	Q	P	$\mathcal{A}_2 F'(J)$	$\mathcal{A}_2 F''(J)$
$2\frac{1}{2}$	17 500,50	17 462,95			
i	500,11	i 462,58			
$3\frac{1}{2}$	495,10	446,67	17 409,11	85,99	122,96
i	494,71	i 446,30	i 408,78 \bar{u}	i 85,93	i 122,87
$4\frac{1}{2}$	485,37	425,96	377,54	107,83	
i	484,97	i 425,64	i 377,24	i 107,73	
$5\frac{1}{2}$	471,36	400,98			(183,65)
i	470,99				

J	R	Q	P	$\mathcal{A}_2 F'(J)$	$\mathcal{A}_2 F''(J)$
$6\frac{1}{2}$	452,98	371,76	(301,72)	(151,26)	214,09
i	452,69				
$7\frac{1}{2}$	428,65		257,27	171,38	244,38
i	428,01				
d	439,43				
c	438,90				
i	438,23				
$8\frac{1}{2}$			208,60		274,38
d	410,47				i 274,22
i	410,14				274,35
c	408,78 \ddot{u}				274,33
					i 274,26
$9\frac{1}{2}$			154,27		
i			153,79		
d	382,22		165,08	217,14	304,18
c	378,78		164,57	214,21	304,13
			i 163,97		
$10\frac{1}{2} d$	351,72		106,29	245,43	333,68
c	346,11		104,65	241,46	333,59
$11\frac{1}{2} d$	320,04		048,54	271,50	362,67
c	310,13		045,19	264,94	363,01
$12\frac{1}{2} d$	285,72		16989,05	296,67	392,29
c	270,67		983,10	287,57	392,11
$13\frac{1}{2} d$	249,17		927,75	321,42	420,89
c	228,11		918,02	310,09	420,68
$14\frac{1}{2} d$			864,83		448,71
c	182,56 \ddot{u}		849,99	332,57	448,90
$15\frac{1}{2} d$			800,46		
c			779,21		476,60
$16\frac{1}{2} d$			734,73		
c			705,76		
$17\frac{1}{2} d$			667,53		
i			667,87		
c			629,87		
			i 630,19		
$18\frac{1}{2} d$			598,87		
i			599,22		
c			551,98		
			i 552,34		
$19\frac{1}{2} d$			528,67		
c			473,26		
$20\frac{1}{2} d$			458,02		
i			458,42		

Tabelle 4. λ 5299. $^2\Delta_{2\frac{1}{2}}^* - ^2\Delta_{2\frac{1}{2}}$ (2—0).

J	R	Q	P	$\mathcal{A}_2 F'(J)$	$\mathcal{A}_2 F''(J)$
$2\frac{1}{2} d$	18898,21	18860,79			
i		860,04			
c	897,85				
$3\frac{1}{2} d$	893,55	844,41	18806,93	86,62	122,98
i	892,88				

J	R	Q	P	$\mathcal{A}_2 F'(J)$	$\mathcal{A}_2 F''(J)$
c	893,55	844,06			123,01
i	892,88	i 843,30			
$4\frac{1}{2} d$	885,23	824,44	775,23	110,00	153,57
i	884,37 \ddot{u}	i 823,74			i 153,50
c	884,85	824,44	774,84 \ddot{u}	110,01	153,57
i	884,01 \ddot{u}	i 823,74	i 774,23		i 153,50
$5\frac{1}{2} d$	873,08	800,88	739,98	133,10	184,02
i	872,40	i 799,93 \ddot{u}	i 739,38	i 133,02	i (183,67)
c	871,01	800,48	739,98	131,03	183,94
i	869,37	i 799,93 \ddot{u}	i 739,38	i 129,99	i 183,61
$6\frac{1}{2} d$	857,08	773,55	701,21	155,87	214,29
i	856,43		i (700,70)	i (155,73)	i 214,10
c	855,79		700,91	154,88	214,28
i	855,14		i 700,40	i 154,74	i 214,54
$7\frac{1}{2} d$	837,44		658,79	178,65	244,42
i	836,93		i 658,30	i 178,63	i 244,24
c	834,58		656,73	177,85	244,30
i	833,96		i 654,83	i 179,13	i 244,23
$8\frac{1}{2} d$	814,27		612,66	201,61	274,38
i	813,74		i 612,19	i 201,45	i 274,30
c	809,15		611,49	197,66	274,38
i	808,58		i 610,91	i 197,67	i 274,23
$9\frac{1}{2} d$	787,60		563,06	224,54	304,17
i			i 562,63		i 304,05
c	779,65		560,20	219,45	304,10
i	779,09		i 559,73	i 219,36	i 303,90
$10\frac{1}{2} d$	757,61		510,10	247,51	333,67
i	757,05		i 509,69	i 247,36	
c	745,98		505,05	240,93	333,60
i	745,42		i 504,68	i 240,74	i 333,38
$11\frac{1}{2} d$	724,25		453,93	270,32	362,94
i			i 453,56		
c	708,09		446,05	262,04	362,89
i	707,67		i 445,71	i 261,96	i 362,63
$12\frac{1}{2} d$	687,94		394,67	293,27	391,89
c			383,09		391,77
i			i 382,79		
$13\frac{1}{2} d$			332,36		420,81
c			316,32		
$14\frac{1}{2} d$			267,13		
$15\frac{1}{2} d$			199,00		
c			171,26		
$16\frac{1}{2} d$			127,86		
$17\frac{1}{2} d$			053,81		

Tabelle 5. λ 4961. ${}^2\mathcal{A}_{2\frac{1}{2}}^* - {}^2\mathcal{A}_{2\frac{1}{2}}(3-0)$.

J	R	Q	P	$\mathcal{A}_2 F'(J)$	$\mathcal{A}_2 F''(J)$
$2\frac{1}{2}$	20 187,85	20 147,30			
i		i 146,27			
$3\frac{1}{2}$	185,71	134,06	20 093,43 \ddot{u}	92,28	122,94
i		i 133,03	i 092,72		
$4\frac{1}{2}$	178,80	116,45	064,91	113,89	153,61

J	R	Q	P	$\Delta_2 F'(J)$	$\Delta_2 F''(J)$
$5\frac{1}{2}$		i 115,44 094,41	i 064,08 032,10	135,24	183,90
$6\frac{1}{2}$	i 167,34 166,50 150,93 150,08	i 093,43 \bar{u}	i 031,12 19994,90 994,05 953,10 952,23 906,60 905,76 855,52 799,12 738,08	i 135,38 156,03 156,03 176,52 176,52 196,59 196,48 216,14	214,24 214,27 244,33 244,32 274,10 304,07 333,58
$7\frac{1}{2}$	i 129,62 128,75				
$8\frac{1}{2}$	i 103,19 102,24				
$9\frac{1}{2}$	071,66				
$10\frac{1}{2}$					
$11\frac{1}{2}$					

Tabelle 6. Kombinationsdifferenzen $\Delta_1 F''(J + \frac{1}{2})$.

J	λ 6257		λ 5723		λ 5299	
	$R(J) - Q(J+1)$	$Q(J) - P(J+1)$	$R(J) - Q(J+1)$	$Q(J) - P(J+1)$	$R(J) - Q(J+1)$	$Q(J) - P(J+1)$
$2\frac{1}{2} d$	53,82	53,78	53,83	53,84	53,80	53,86
c					53,79	
$3\frac{1}{2} d$	69,08	69,10	69,14	69,13	69,11	69,18
c	69,08				69,11	69,22
$4\frac{1}{2} d$	84,33	84,42	84,39		84,35	84,46
c	84,32	84,43			84,37	84,46
$5\frac{1}{2} d$	99,57	99,58	99,60	(99,26)	99,53	99,67
c	99,53	99,58				99,57
$6\frac{1}{2} d$	114,73	114,64		114,49		
c	114,69	114,72				
$7\frac{1}{2} d$	129,81	129,8				
c	129,74	129,7				
$8\frac{1}{2} d$	144,71	144,60				
c	144,66	144,70				
$9\frac{1}{2} d$		159,50				
c		159,59				

Tabelle 7. Kombinationsdifferenzen $\Delta_1 F''(J + \frac{1}{2})$.

J	λ 4961		λ 6442	
	$R(J) - Q(J+1)$	$Q(J) - P(J+1)$	$R(J) - Q(J+1)$	$Q(J) - P(J+1)$
$2\frac{1}{2}$	53,79	53,87	53,81	53,79
$3\frac{1}{2}$	69,26	69,15	69,13	69,11
$4\frac{1}{2}$	84,39	84,35	84,16	84,35
$5\frac{1}{2}$		99,51	99,52	99,75
$6\frac{1}{2}$				114,69

Tabelle 8. Kombinationsdifferenzen $\Delta_1 F'(J + 1/2)_2$

J	λ 6257		λ 5723		λ 5299	
	$R(J) - Q(J)$	$Q(J+1) - P(J+1)$	$R(J) - Q(J)$	$Q(J+1) - P(J+1)$	$R(J) - Q(J)$	$Q(J+1) - P(J+1)$
$2\frac{1}{2} d$	36,18	36,14	37,55	37,56	37,42	37,48
c					37,34	37,13
$3\frac{1}{2} d$	47,05	47,07	48,43	48,42	49,14	49,21
c	46,68	46,70			49,49	49,60
$4\frac{1}{2} d$	57,88	57,97	59,41		60,79	60,90
c	57,45	57,56			60,41	60,50
$5\frac{1}{2} d$	69,13	69,14	70,38	(70,04)	72,20	72,34
c	68,30	68,35			70,53	
$6\frac{1}{2} d$	80,58	80,49	81,22		83,53	
c	79,25	79,28				
$7\frac{1}{2} d$	92,04	92,0				
c	90,29	90,2				
$8\frac{1}{2} d$	103,66	103,55				
c	101,05	101,09				
$9\frac{1}{2} d$	115,24					
c	112,22					

Tabelle 9. Kombinationsdifferenzen $\Delta_1 F'(J + 1/2)$

J	λ 4961		λ 6442	
	$R(J) - Q(J)$	$Q(J+1) - P(J+1)$	$R(J) - Q(J)$	$Q(J+1) - P(J+1)$
$2\frac{1}{2}$	40,55	40,63	43,94	43,92
$3\frac{1}{2}$	51,65	51,54	56,40	56,38
$4\frac{1}{2}$	62,35	62,31	68,82	69,01
$5\frac{1}{2}$	72,93		80,99	81,22
$6\frac{1}{2}$			93,47	

Tabelle 10. Rotationstermkonstanten.

Elektronenzustand	v	B_v	$-D_v \cdot 10^4$	$F_v \cdot 10^5$
Grundzustand $^2\Delta_{21/2}$. .	0	7,699	4,82	
	1	7,451	5,05	
Aktivierter Zustand $^2\Delta_{21/2}^*$	0	5,113		
	1	5,350		
	2	5,480		
	3	5,900	42	1,16
Aktivierter Zustand $^2\Delta_{21/2}^{**}$	0	6,283	d 4,5	
			c 5,0	

In der Bande $\lambda 6442 \text{ \AA}$ ist die Aufspaltung der Linien von $R(8^{1/2})$ und $P(10^{1/2})$ an deutlich. Die Intensität der Q -Linien nimmt so schnell ab, daß die letzte erhaltene Linie $Q(6^{1/2})$ ist, und da hier, wie Gaydon und Pearse bewiesen haben, die Dublettaufspaltung nur im Anfangszustand stattfindet, soll die den Linien $R(8^{1/2})$ und $P(10^{1/2})$ entsprechende Aufspaltung erst bei $Q(9^{1/2})$ eintreten. Die Isotopieaufspaltung ist erst von $P(14^{1/2})$ an gemessen, obgleich sie schon früher sichtbar ist. In der Bande $\lambda 6257 \text{ \AA}$ beginnt die Dublettaufspaltung bei $R(3^{1/2})$, $Q(4^{1/2})$ und $P(5^{1/2})$, und die Isotopieaufspaltung ist von $R(14^{1/2})$ und $P(10^{1/2})$ an gemessen. In der Bande $\lambda 5723 \text{ \AA}$, wo die Dublettaufspaltung bei $R(7^{1/2})$ und $P(9^{1/2})$ beginnt, scheint es, als ob drei Komponenten auftreten. Jedenfalls geben die Kombinationsdifferenzen $\Delta_2 F''(J)$ für den Endzustand ziemlich genau denselben Wert, und das Aussehen und die Intensität sind für die entsprechenden Linien im R -Zweig und im P -Zweig dieselben. Leider ist die Intensität

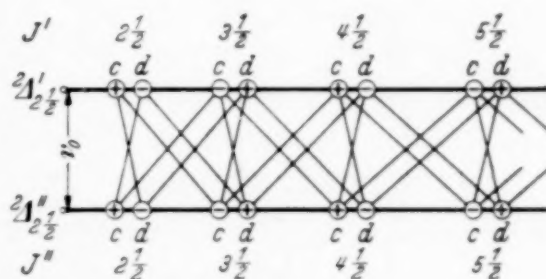


Fig. 1.

des Q -Zweiges für die Rotationsquantenzahl $J = 8^{1/2}$ so klein, daß die Möglichkeit, daraus noch eine Stütze für die Existenz von drei Komponenten zu erhalten, wegfällt. Die Isotopenlinien sind gemessen und in die Tabellen eingeführt. Eine Bande liegt bei $\lambda 5299 \text{ \AA}$. Gaydon und Pearse haben in ihrer Arbeit eine Bande bei $\lambda 5288 \text{ \AA}$ angegeben, die nach ihnen ein ähnliches Aussehen wie die analysierten Banden hatte. Die Intensität jener Bande war aber zu schwach, um bei einer Dispersion, die eine Rotationsanalyse gestattete, photographiert werden zu können. Mit größter Wahrscheinlichkeit muß diese Bande, deren R -Kante bei $\lambda 5289 \text{ \AA}$ liegt, als identisch mit der hier vorliegenden Bande $\lambda 5299 \text{ \AA}$ betrachtet werden. In dieser Bande tritt die Dublettaufspaltung schon bei der ersten Linie in jedem Zweig hervor. Die Isotopenlinien, die hier einen beträchtlichen Abstand von den Ni^{58}H -Linien haben, sind für beinahe alle Linien gemessen. Eine weitere Bande liegt bei $\lambda 4961 \text{ \AA}$. Diese Bande unterscheidet sich von den anderen Banden dadurch, daß keine Aufspaltung in Komponenten stattfindet, wenigstens soweit die Linien verfolgt werden können, d. h. zu $R(9^{1/2})$, $Q(5^{1/2})$ und $P(11^{1/2})$. Die meisten Isotopenlinien sind gemessen. In allen gefundenen Banden ist die Anzahl der ausfallenden Linien, die nötig sind, um die R - und P -Zweige miteinander zu verbinden, sechs, und in dem Q -Zweig, der mit einer starken Linie beginnt, nimmt die Intensität mit

steigender Rotationsquantenzahl schnell ab, weshalb allen Banden ein Übergang ${}^2\Delta_{21/2} - {}^2\Delta_{21/2}$ zugeschrieben wird. Das Rotationstermschema für einen solchen Übergang ist in Fig. 1 aufgezeichnet, wobei alle Terme als in A -Komponenten aufgespaltet gedacht werden. In den Tabellen 6 und 7 sind die Kombinationsdifferenzen $\Delta_1 F''(J + 1/2)$ und in den Tabellen 8 und 9 die Kombinationsdifferenzen $\Delta_1 F'(J + 1/2)$ aufgeführt. Die Kombinationsdifferenzen zeigen, daß alle erhaltenen Banden denselben End-

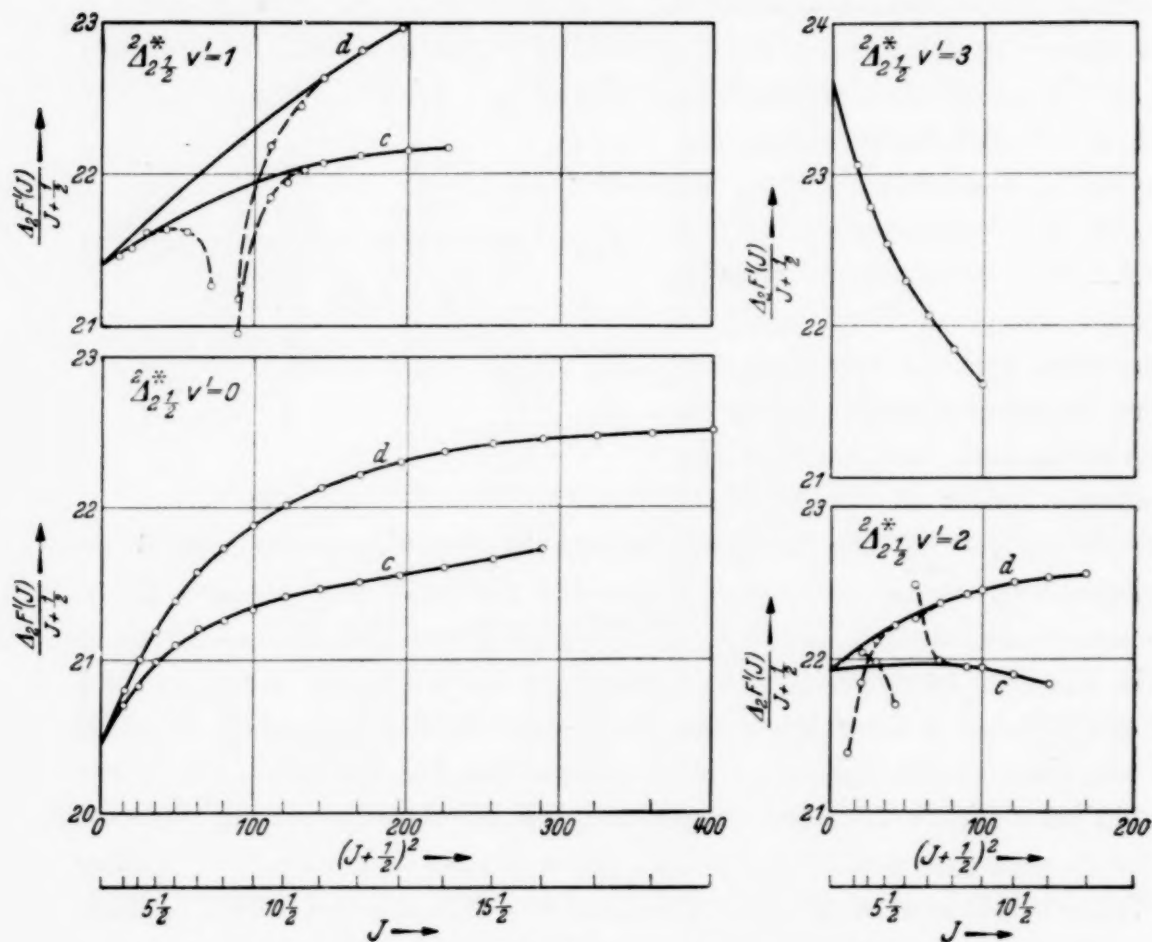


Fig. 2.

zustand haben. Um die B_v - und D_v -Werte zu ermitteln, sind für alle Banden die Methode Olssons¹⁾ benutzt, die $\frac{\Delta_2 F(J)}{J + 1/2}$ -Werte als Funktion von $(J + 1/2)^2$ aufzuzeichnen. In der Fig. 2 sind die Kurven, die dabei für die Anfangszustände des kurzwelligeren Systems erhalten werden, aufgezeichnet, da diese Zustände anomale Verhältnisse aufweisen. Die Figur zeigt, daß die drei Anfangszustände der Banden $\lambda\lambda$ 6257, 5723 und 5299 Å positive D -Werte haben. Aus der Figur geht aber auch hervor,

¹⁾ E. Bengtsson u. E. Olsson, ZS. f. Phys. **72**, 133, 1931.

daß noch andere Terme hinzukommen, wodurch das Verhalten bei größeren J -Werten verändert wird, indem der $\frac{\Delta_2 F(J)}{J + 1/2}$ -Wert nicht mehr so stark mit $(J + 1/2)^2$ wächst, und für den Anfangszustand der Bande λ 5299 Å der betreffende Wert in dem c -Zweige für die höchsten erhaltenen Rotationsquantenzahlen mit dieser Zahl abnimmt. Gaydon und Pearse haben, um den Verlauf der Anfangsterme so gut wie möglich wiederzugeben, einen Termfaktor proportional zu J eingeführt, was auch zweifellos für eine formelmäßige Darstellung der Termwerte zweckmäßig ist. Da die den ungestörten Kernschwingungsniveaus des $^2\Delta_{21/2}^*$ -Terms entsprechenden B_v -Werte, wegen der ungewöhnlich starken Störungen, sowohl in den Schwingungs- als in den Rotationstermen, jedoch nicht aus den Kombinationsdifferenzen ermittelt werden können, sind hier auch für diese Niveaus die Konstanten in üblicher Weise berechnet, obwohl dabei nur scheinbare B_v - und D_v -Werte erhalten werden. In der Tabelle 10 sind die erhaltenen B_v - und D_v -Werte zusammengestellt. Wie aus der Tabelle hervorgeht, wachsen hier die scheinbaren B_v -Werte in $^2\Delta_{21/2}^*$ mit steigender Schwingungsquantenzahl v , während in normalem Falle die B_v -Werte eines Elektronenzustandes bei steigendem v abnehmen. Wir haben folglich hier starke Störungen in den Schwingungsniveaus, welche Störungen, wie die Rotationsstörungen, auf eine starke Wechselwirkung zwischen den gefundenen Termen und unbekannten Termen zurückgeführt werden können. Daß die Einordnung der Banden nicht falsch ist, geht aus der Isotopieanalyse hervor. Die für die drei ersten Kernschwingungsniveaus in $^2\Delta_{21/2}^*$ erhaltenen D_v -Werte sind positiv und nicht in der Tabelle enthalten. Für $v = 4$ in demselben Term findet man einen Verlauf, der gewissermaßen einen negativen D_v -Wert gibt, die Größe dieses Wertes hat aber einen un-

Tabelle 11. Die Termwerte des Endzustandes $^2\Delta_{21/2} v'' = 0$.

J	Termwerte	J	Termwerte
$2\frac{1}{2}$	23,06	$13\frac{1}{2}$	1444,52
$3\frac{1}{2}$	76,86	$14\frac{1}{2}$	1662,01
$4\frac{1}{2}$	146,00	$15\frac{1}{2}$	1893,45
$5\frac{1}{2}$	230,38	$16\frac{1}{2} c$	2138,77
$6\frac{1}{2}$	329,89	d	2139,06
$7\frac{1}{2}$	444,62	$17\frac{1}{2} c$	2397,84
$8\frac{1}{2}$	574,25	d	2398,19
$9\frac{1}{2}$	718,93	$18\frac{1}{2} c$	2670,34
$10\frac{1}{2}$	878,36	d	2671,11
$11\frac{1}{2}$	1052,55	$19\frac{1}{2} c$	2956,26
$12\frac{1}{2}$	1241,32		

gewöhnlich großen Betrag. Es verdient hervorgehoben zu werden, daß gerade die Zustände, die positive D_v -Werte haben, die größte Dublettaufspaltung aufweisen. Wegen der verschiedenen Bedeutung weichen die hier erhaltenen Konstanten des ${}^2\Delta_{21/2}^*$ -Terms von den von Gaydon und Pearse angegebenen Werten ab, aber sonst ist die Übereinstimmung mit jener Arbeit im großen und ganzen sehr gut.

In den Tabellen 11 und 12 sind die Termwerte des Endzustandes und der Anfangszustände enthalten. Die Termwerte sind in der Weise berechnet, daß die Kombinationsdifferenzen des Grundzustandes nach und nach zueinander addiert sind. Zu den so erhaltenen Werten wird dann die aus der Formel

$$F(J) = B_v[J(J+1) - \Omega^2 + S(S+1) - \Sigma^2] - D_v J^2(J+1)^2 \begin{cases} S = 1/2 \\ \Sigma = 1/2 \\ \Omega = \Lambda + \Sigma = 2 1/2 \end{cases}$$

berechnete Rotationsenergie für die niedrigste Rotationsquantenzahl $J = 2 1/2$ addiert. Die erhaltenen totalen Energiewerte zeigen eine gute

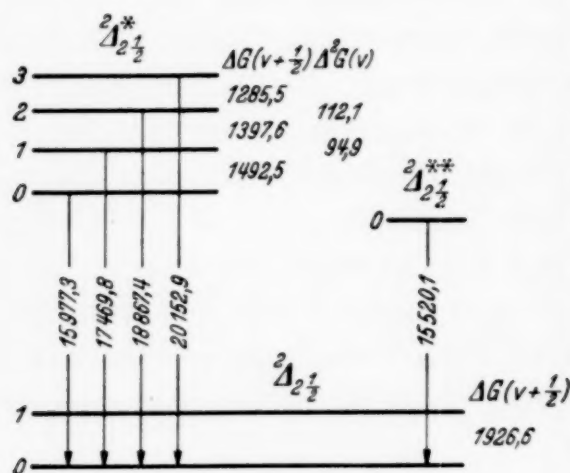


Fig. 3.

Übereinstimmung mit den aus der obengenannten Formel berechneten Termwerten. Um die Termwerte der Anfangszustände zu erhalten, werden die zur Verfügung stehenden R-, Q- und P-Linien zu den Termwerten des Grundzustandes addiert. Die Nullagen der verschiedenen Banden werden dann durch Abziehen der für die Rotationsquantenzahl $J = 2 1/2$ berechneten Rotationsenergie von der totalen Termenergie bei dieser Quantenzahl

erhalten. In der Fig. 3 ist das Kernschwingungsdiagramm aufgezeichnet. Das Schwingungsniveau $v'' = 1$ im Grundzustand ${}^2\Delta_{21/2}$ ist auch in die Figur eingezeichnet, obgleich die Lage dieses Niveaus nicht durch die Analyse der roten Bandensysteme, sondern durch die Auffindung einer neuen Bande in dem vom Verfasser¹⁾ gefundenen violetten System erhalten wurde. Aus den Nullagen und den Isotopieaufspaltungen in den Banden wird geschlossen, daß die Banden $\lambda\lambda$ 6257, 5723, 5299 und 4961 Å die 0—0-, 1—0-,

¹⁾ A. Heimer, Naturwiss. **26**, 413, 1936.

Tabelle 12. Die Termwerte der Anfangszustände ${}^2\Delta_{21/2}$ und ${}^2\Delta_{21/2}^{**}$.

J	${}^2\Delta_{21/2}^*$				${}^2\Delta_{21/2}^{**}$
	$v' = 0$	$v' = 1$	$v' = 2$	$v' = 3$	$v' = 0$
$2\frac{1}{2} c$	15992,83	17485,99		20170,33	15538,88
d	992,83	485,99	18883,82	170,33	538,88
$3\frac{1}{2} c$	16029,00	523,54	920,92	210,89	592,81
d	029,00	523,54	921,26	210,89	592,81
$4\frac{1}{2} c$	075,68	571,96	970,40	262,50	639,22
d	076,06	571,96	970,40	262,50	639,22
$5\frac{1}{2} c$	133,19	631,45	19030,84	324,79	708,02
d	133,98	631,45	031,20	324,79	708,02
$6\frac{1}{2} c$	201,52	701,76	101,37	397,72	789,25
d	203,14	701,76	103,41	397,72	789,25
$7\frac{1}{2} c$	280,78	782,86	185,71	480,84	882,68
d	283,67	782,86	186,94	480,84	882,68
$8\frac{1}{2} c$	371,01	873,20	279,17	574,35	988,44
d		883,51			
	375,59	873,20	282,03	574,35	988,44
		884,03			
$9\frac{1}{2} c$	471,99	983,02	383,41	677,46	16105,96
d	479,15	984,69	388,49	677,46	106,32
$10\frac{1}{2} c$	584,23	18097,73	498,59	790,61	235,81
d	594,37	101,12	506,51	790,61	236,29
$11\frac{1}{2} c$	707,44	224,45	624,38		377,26
d	721,28	230,23	635,98		377,95
$12\frac{1}{2} c$	841,70	362,61	760,74		530,44
d	859,92	372,43	776,84		531,71
$13\frac{1}{2} c$	987,06	512,00			695,07
d	17010,28	526,94	929,20		696,88
$14\frac{1}{2} c$	143,39	672,65	20064,71		870,91
d	172,24	693,80	092,45		873,63
$15\frac{1}{2} c$	311,09	844,82			17057,64
d	345,87	873,50			061,67
$16\frac{1}{2} c$	489,92	19028,06			254,81
d	530,98	065,37			260,70
$17\frac{1}{2} c$	680,44	223,09			462,54
d	727,46	269,21			470,51
$18\frac{1}{2} d$	935,47	484,93			
$19\frac{1}{2} d$	18154,80				
$20\frac{1}{2} d$	385,65				

2—0- und 3—0-Banden desselben Systems sind, während die Bande $\lambda 6442 \text{ \AA}$ die 0—0-Bande eines anderen Systems ist. Die oben erwähnten Vermutungen von Gaydon und Pearse betreffs der Einordnung der Banden sind also bestätigt. Wir wollen im folgenden den Grundterm mit ${}^2\Delta_{21/2}$, den oberen aktivierten Term mit ${}^2\Delta_{21/2}^*$ und den niederen aktivierten Term mit ${}^2\Delta_{21/2}^{**}$ bezeichnen, diese Bezeichnungen sind auch in die Fig. 3 eingeführt.

Aus den Termwerten sind die Δ -Aufspaltungen der verschiedenen Terme erhalten und in der Tabelle 13 aufgeführt. Aus der Tabelle sieht

man, daß der Grundterm erst bei den höchsten erhaltenen Rotationsquantenzahlen aufgespalten ist. Der aktivierte Term ${}^2\Delta_{2\frac{1}{2}}^{**}$ $v' = 0$ zeigt eine kleine Aufspaltung, der aktivierte Term ${}^2\Delta_{2\frac{1}{2}}^*$ für $v' = 0$, $v' = 1$ und $v' = 2$ eine große Aufspaltung, während für $v' = 3$ in demselben Elektronen-

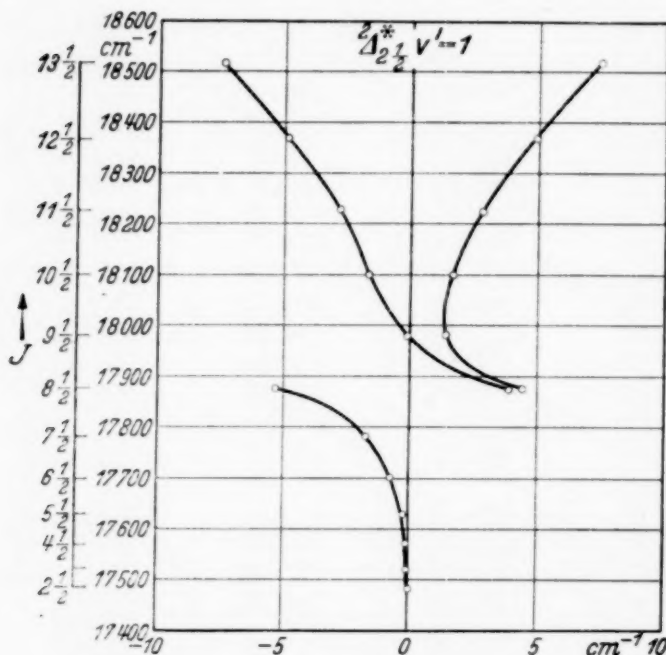


Fig. 4.

bei $J = 8\frac{1}{2}$ ein dreifacher Term auftritt. Zuerst wurde ein Termverlauf berechnet, der sich ungefähr sämtlichen experimentell erhaltenen Rotations-

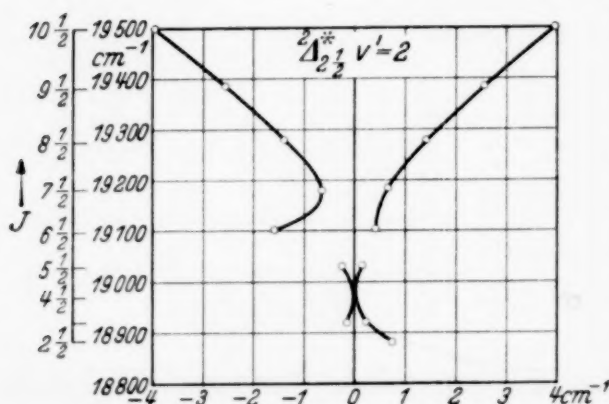


Fig. 5.

den Schwingungsniveaus, nicht erhalten werden kann, muß man jedenfalls darauf verzichten, die Störung als Abweichung von dem ungestörten Termverlauf aufzuzeichnen. Die Dreifachheit des Terms bei $J = 8\frac{1}{2}$ ist hier so gedeutet, daß die niedrigere Komponente zu der nicht-aufgespaltenen Termfolge $J = 2\frac{1}{2}$ bis $8\frac{1}{2}$ und die beiden oberen Komponenten zu der in Λ -Komponenten aufgespaltenen Termfolge $J =$ von $8\frac{1}{2}$ aufwärts, gehören. Hier wie bei dem Kobalthydrid kann man in den

term, soweit die Terme verfolgt sind, keine Aufspaltung auftritt. Die beiden Terme ${}^2\Delta_{2\frac{1}{2}}^*$ $v' = 1$ und $v' = 2$ zeigen beide Störungen; die Störung in $v' = 1$ ist schon von Gaydon und Pearse behandelt. Trotzdem ist hier nicht nur die Störung in $v' = 2$ in Fig. 5, sondern auch die Störung in $v' = 1$ in Fig. 4 eingezeichnet, da die Zeichnung in einer etwas modifizierten Form gemacht ist und außerdem

termwerten anschließt, und dann wurde die Abweichung der experimentellen Termwerte von den berechneten aufgezeichnet und die Zeichnung modifiziert. Die Modifizierung ist gemacht, um die Rotationsstörungen deutlich hervortreten zu lassen. Da der ungestörte Termverlauf, wegen der starken Störungen, besonders in

Störungsgebieten nicht ohne nähere Kenntnis der störenden Terme darüber Auskunft geben, welches gestörte und welches störende Terme sind. Die beiden Terme können sehr nahe aneinander liegen und sogar zu einem Term zusammenschmelzen.

Tabelle 13. Die A -Aufspaltung Δv_{dc} .

J	$^2\Delta_{2^{1/2}}$	$^2\Delta_{2^{**1/2}}$	$^2\Delta_{2^{*1/2}}$			
	$v'' = 0$	$v' = 0$	$v' = 0$	$v' = 1$	$v' = 2$	$v' = 3$
$2^{1/2}$	—	—	—	—	—	—
$3^{1/2}$	—	—	—	—	0,34	—
$4^{1/2}$	—	—	0,38	—	—	—
$5^{1/2}$	—	—	0,79	—	0,36	—
$6^{1/2}$	—	—	1,62	—	2,04	—
$7^{1/2}$	—	—	2,89	—	1,23	—
$8^{1/2}$	—	—	4,58	0,52	2,86	—
$9^{1/2}$	—	0,36	7,16	1,67	5,08	—
$10^{1/2}$	—	0,48	10,14	3,39	7,92	—
$11^{1/2}$	—	0,69	13,84	5,78	11,60	—
$12^{1/2}$	—	1,27	18,22	9,82	16,10	—
$13^{1/2}$	—	1,81	23,22	14,94	—	—
$14^{1/2}$	—	2,72	28,85	21,15	27,74	—
$15^{1/2}$	—	4,03	34,78	28,68	—	—
$16^{1/2}$	0,29	5,89	41,06	37,31	—	—
$17^{1/2}$	0,35	7,97	47,02	46,12	—	—
$18^{1/2}$	0,77	—	—	—	—	—

Tabelle 14. Bandenkonstanten.

Elektronenzustand	B_e	α_e	$r_e \cdot 10^8$	ω_e	$2x_e\omega_e$	$D \text{ cm}^{-1}$
Grundzustand $^2\Delta_{2^{1/2}}$	7,823	0,248	1,472	$\omega_0 = 1926,6$	—	—
Aktivierter Zustand $^2\Delta_{2^{*1/2}}$	—	—	—	1587,4	94,9	12500

In der Tabelle 14 sind einige Bandenkonstanten zusammengestellt, wobei alle Konstanten für Ni^{58}H berechnet sind. Für den Term $^2\Delta_{2^{*1/2}}$ sind die ω_e - und $x_e\omega_e$ -Werte aus den $\Delta G(v + \frac{1}{2})$ -Werten berechnet. Der Dissoziationswert ist für denselben Term aus der Formel:

$$D = \frac{\omega_e^2}{4x_e\omega_e} - \frac{1}{2}\omega_e$$

berechnet.

Die Elektronenkonfiguration ist in der Arbeit von Gaydon und Pearse eingehend besprochen, weshalb sie hier nicht behandelt wird.

Wegen der kleinen Dispersion konnte der Isotopieeffekt von Gaydon und Pearse nicht entdeckt werden. Hier ist dieser Effekt in allen bisher gefundenen Banden deutlich sichtbar, und in den meisten Fällen sind die Bandenlinien für beide Isotopenmoleküle gemessen. Die Isotopieaufspaltung ist für alle Banden berechnet, dabei zeigt sich, daß sie innerhalb der mög-

lichen Fehlergrenzen mit der experimentell gefundenen Aufspaltung übereinstimmt. Nur bei den höheren Rotationsquantenzahlen scheint der Rotationsisotopieeffekt größer zu sein als die theoretische Berechnung ergibt. An einigen Stellen, wo die Störung besonders stark ist, weicht die gefundene Aufspaltung von der berechneten ab. Die größte Aufspaltung tritt in der Bande λ 4961 Å auf, da hier der Schwingungsisotopieeffekt am größten ist, und dieser bei den hier in Frage kommenden Rotationsquantenzahlen den Rotationsisotopieeffekt übersteigt. Für die erste Q -Linie, $Q(2^{1/2})$, ist der Effekt zu $1,2 \text{ cm}^{-1}$ berechnet, während der experimentell gefundene Wert $1,0 \text{ cm}^{-1}$ ist. In der 1—0-Bande überwiegt erst der Schwingungsisotopieeffekt mit einer Größe von $0,4 \text{ cm}^{-1}$, um dann mit steigender Rotationsquantenzahl kleiner zu werden, den Nullwert zu passieren und schließlich in umgekehrter Richtung hervortreten. Für die Isotopenmoleküle (Ni^{58}H und Ni^{60}H) sind berechnet:

$$q - 1 = 0,00028, \quad q^2 - 1 = 0,00057,$$

wo q^2 das reduzierte Massenverhältnis ist.

Betreffs der Intensitätsverhältnisse findet man, daß im System $^2\Delta_{2^{1/2}}^* - ^2\Delta_{2^{1/2}}$ die 0—0-Bande die stärkste ist, dann kommt die 1—0-Bande, die auch eine beträchtliche Intensität hat. Die nächste Bande, 2—0, ist viel schwächer und die 3—0-Bande noch schwächer. Die Intensitätsverschiedenheit der Linien wird von der verschiedenen Empfindlichkeit der Platten in den verschiedenen Spektralgebieten stark beeinflußt, und besonders im gelbgrünen Gebiet ist die Empfindlichkeitsvariation so beträchtlich, daß ein Intensitätsvergleich, der auf der Schwärzung der Platten beruht, sogar innerhalb einer Bande illusorisch wird. Da die Dublett-aufspaltungen und die Isotopieaufspaltungen die Intensitätsbeurteilung, auch in den Gebieten, wo die Änderung der Plattenempfindlichkeit klein ist, unsicher machen, und außerdem Gaydon und Pearse einen Vergleich zwischen den experimentell gefundenen und den theoretisch berechneten Intensitäten innerhalb einiger der Banden gemacht haben, wird hier darauf verzichtet.

Auf eine Zuordnung zu den Atomtermen muß auch wegen ungenügender Kenntnis der Molekülterme und vielleicht auch der Atomterme vorläufig verzichtet werden.

Dem Direktor des Instituts, Herrn Prof. Dr. E. Hulthén, danke ich für sein stetiges Interesse während der Arbeit.

Stockholm, Physikalisches Institut der Universität, Januar 1937.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften.

Rotationsstruktur von ${}^4\Sigma \rightarrow {}^4\Pi$ -Banden.

Von A. Budó in Budapest.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 11. Januar 1937.)

Zwecks Aufstellung von Richtlinien für die Rotationsanalyse der O_2^+ -Quartettbanden werden unter Mitberücksichtigung der Wechselwirkung der Elektronenspinne Formeln für die Rotationsstruktur des ${}^4\Sigma$ -Zustandes abgeleitet. Eine Vereinfachung läßt sich ferner an den schon bekannten ${}^4\Pi$ -Formeln anbringen. — Das Niveauschema von ${}^4\Sigma \rightarrow {}^4\Pi$ mit den 48 möglichen Zweigen für den Übergang ${}^4\Sigma \rightarrow {}^4\Pi$ wird gezeichnet und Formeln für die Intensitätsverteilung in den Grenzfällen ${}^4\Sigma(b) \longleftrightarrow {}^4\Pi(a)$, ${}^4\Sigma(b) \longleftrightarrow {}^4\Pi(b)$ angegeben.

Über Beobachtungen von Quartettbanden in den Spektren von zweiatomigen Molekülen sind bisher keine sicheren Angaben vorhanden. Im Spektrum des ionisierten Sauerstoffmoleküls ist jedoch ein Bandensystem vorhanden, dessen komplexe Struktur bereits Mulliken¹⁾ als Übergang ${}^4\Sigma \rightarrow {}^4\Pi$ zu deuten vorschlug. Diese Banden wurden in unserem Institut mit großer Dispersion und Lichtstärke aufgenommen und auch auf den Zeeman-Effekt hin untersucht. Wie die vorläufigen Mitteilungen von Bozóky und Schmid²⁾ zeigen, erscheint die obige Deutung als vollkommen zulässig. Um die Rotationsanalyse möglich zu machen, erscheint es wünschenswert, die typische Struktur eines ${}^4\Sigma \rightarrow {}^4\Pi$ -Überganges wenigstens in großen Umrissen zu beschreiben.

Bezüglich des ${}^4\Sigma$ -Terms wollen wir den allgemeinen Fall betrachten, zu dem wir etwa von dem Hundschen Falle a ausgehend gelangen können. Dann sind als Störungen erstens die Wechselwirkung zwischen Rotation und Spin, zweitens die der einzelnen individuellen Elektronenspinne untereinander zu beachten. Die Energien sind daher die Eigenwerte der Matrix $H_1 + H_2$, wo bei Σ -Zuständen die Elemente von H_1 sind³⁾:

$$\begin{aligned} H_1(\Sigma; \Sigma) &= B[J(J+1) + S(S+1) - 2\Sigma^2], \\ H_1(\Sigma; \Sigma \pm 1) &= B[J(J+1) - \Sigma(\Sigma \pm 1)]^{1/2} [S(S+1) - \\ &\quad - \Sigma(\Sigma \pm 1)]^{1/2}. \end{aligned}$$

¹⁾ R. S. Mulliken, Rev. Mod. Phys. **4**, 1, 1932 (siehe S. 51). —

²⁾ L. Bozóky and R. Schmid, Phys. Rev. **48**, 465, 1935; **48**, 466, 1935. —

³⁾ J. H. van Vleck, Phys. Rev. **33**, 467, 1929 [Gleichung (31), (32)].

Die Form der zweiten Wechselwirkung hat Kramers abgeleitet¹⁾; diese lautet in unserem Falle:

$$H_2(\Sigma; \Sigma) = \varepsilon [3 \Sigma^2 - S(S+1)],$$

wo ε ein numerischer Faktor ist. Bei $^4\Sigma$ -Termen ist $S = \frac{3}{2}$ und Σ hat die Werte $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$. Als Wurzeln der vierreihigen Säkular determinante ergeben sich die Ausdrücke:

$$\left. \begin{aligned} F_{4,2}(J) &= B \left\{ J^2 + 2J + \frac{7}{4} \pm [4(J+1)^2 - 3\lambda(2J+5) + 9\lambda^2]^{1/2} \right\}, \\ F_{3,1}(J) &= B \left\{ J^2 + \frac{3}{4} \pm [4J^2 + 3\lambda(2J-3) + 9\lambda^2]^{1/2} \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

wo $\lambda = \varepsilon/B$ ist. (Auf die Bezeichnungen der linken Seiten kommen wir gleich zurück.) Diese sind die vier Energien, die zu demselben J gehören.

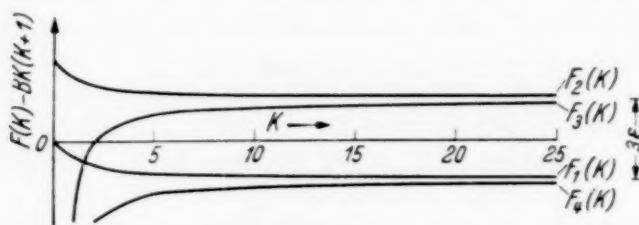


Fig. 1.

Wenn die Vernachlässigung der höheren Potenzen von λ neben der ersten in der Entwicklung des Wurzel ausdruckes gestattet ist, erhalten wir aus den obigen Formeln der Reihe nach:

$$\left. \begin{aligned} B\left(J + \frac{3}{2}\right)\left(J + \frac{5}{2}\right) - \frac{3}{2}\varepsilon \frac{2J+5}{2(J+1)}, & \quad B\left(J - \frac{1}{2}\right)\left(J + \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}\varepsilon \frac{2J+5}{2(J+1)}, \\ B\left(J + \frac{1}{2}\right)\left(J + \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}\varepsilon \frac{2J-3}{2J}, & \quad B\left(J - \frac{3}{2}\right)\left(J - \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{2}\varepsilon \frac{2J-3}{2J}. \end{aligned} \right\} \quad (1')$$

Wenn wir die Terme statt J nach K numerieren und dementsprechend für die Zustände $K = J + \frac{3}{2}, J + \frac{1}{2}, J - \frac{1}{2}, J - \frac{3}{2}$ die üblichen Bezeichnungen F_4, F_3, F_2, F_1 einführen, gelten für die Quartettkomponenten, die zu demselben K gehören, die einfachen Formeln:

$$\left. \begin{aligned} F_4(K) &= BK(K+1) - \frac{3}{2}\varepsilon \left(1 + \frac{3}{2K-1}\right), \\ F_3(K) &= BK(K+1) + \frac{3}{2}\varepsilon \left(1 - \frac{3}{2K-1}\right), \\ F_2(K) &= BK(K+1) + \frac{3}{2}\varepsilon \left(1 + \frac{3}{2K+3}\right), \\ F_1(K) &= BK(K+1) - \frac{3}{2}\varepsilon \left(1 - \frac{3}{2K+3}\right). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Fig. 1 stellt diese Aufspaltung in Einheiten von $\frac{3}{2}\varepsilon$ dar.

¹⁾ H. A. Kramers, ZS. f. Phys. **53**, 422, 1929.

Es bleibt noch die Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen den Vektoren \vec{K} und \vec{S} übrig, welche bekanntlich die Form $\gamma [J(J+1) - K(K+1) - S(S+1)]$ hat. Da diese Wechselwirkung klein ist und da sich der durch die Formeln (2) dargestellte $^4\Sigma$ -Zustand im allgemeinen nicht sehr von Fall *b* unterscheidet, kann man einfach die aus dieser Wechselwirkung entspringenden Zusatzenergien

$$-3\gamma(K+1), \quad -\gamma(K+4), \quad \gamma(K-3), \quad 3\gamma K$$

der Reihe nach zu den rechten Seiten von F_4, F_3, F_2, F_1 in (2) addieren. Diese Glieder können allerdings den Verlauf der Kurven in Fig. 1 besonders bei größeren K verändern.

Bezüglich der Energiewerte der $^4\Pi$ -Terme im allgemeinen Fall hat neuerdings Brandt eine Näherungslösung angegeben¹⁾. Abgesehen von extrem kleinen Werten von J und gleichzeitig $|Y|$ gelten auch die folgenden einfacheren Formeln mit hinreichender Näherung:

$$\left. \begin{aligned} F_4(J) &= B \left\{ J(J+1) + \frac{3}{2} [y_1 + 4J(J+1)]^{1/2} - 2 \frac{y_2 - 2J(J+1)}{y_1 + 4J(J+1)} \right\} \\ F_3(J) &= B \left\{ J(J+1) + \frac{1}{2} [y_1 + 4J(J+1)]^{1/2} + 2 \frac{y_2 - 2J(J+1)}{y_1 + 4J(J+1)} \right\} \\ F_2(J) &= B \left\{ J(J+1) - \frac{1}{2} [y_1 + 4J(J+1)]^{1/2} + 2 \frac{y_2 - 2J(J+1)}{y_1 + 4J(J+1)} \right\} \\ F_1(J) &= B \left\{ J(J+1) - \frac{3}{2} [y_1 + 4J(J+1)]^{1/2} - 2 \frac{y_2 - 2J(J+1)}{y_1 + 4J(J+1)} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

wo $y_1 = Y(Y-4)$ und $y_2 = Y(Y-1)$ sind. Diese Formeln sind übrigens am weitgehendsten denen ähnlich, welche der Verfasser für Triplettterme abgeleitet hat²⁾.

Fig. 2 gibt schematisch alle 48 Zweige eines $^4\Sigma \rightarrow ^4\Pi$ -Überganges wieder, die zu einem gegebenen J des unteren Zustandes gehören. Die Kombinationsdifferenzen der beiden Zustände kann man aus der Figur leicht ermitteln³⁾.

¹⁾ W. H. Brandt, Phys. Rev. **50**, 778, 1936. — ²⁾ A. Budó, ZS. f. Phys. **96**, 219, 1935. — ³⁾ Die A -Verdoppelung bei dem $^4\Pi$ -Term wurde nicht berücksichtigt. — Die Konstante ϵ wurde in der Fig. 2 als positiv angenommen; bei negativem ϵ ist die Reihenfolge der Quartettkomponenten beim $^4\Sigma$ -Zustande die umgekehrte.

Die Ausdrücke für die Intensitäten der einzelnen Bandenlinien sind im allgemeinen Falle überaus kompliziert. Daher geben wir diese (genauer:

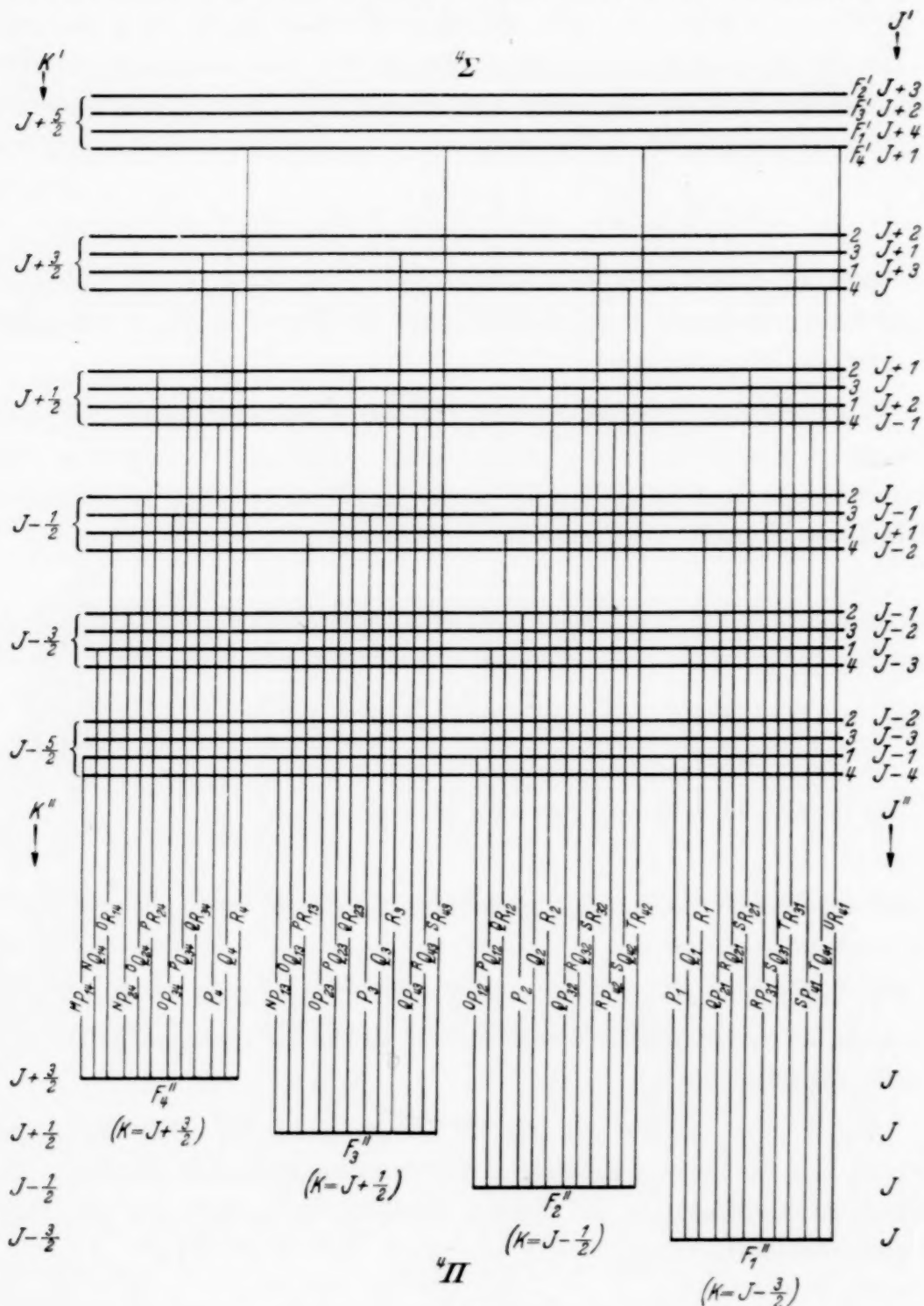


Fig. 2.

die Quadrate der entsprechenden Elemente der Amplitudenmatrix q) nur in den zwei Grenzfällen ${}^4\Sigma(b) \longleftrightarrow {}^4\Pi(a)$ und ${}^4\Sigma(b) \longleftrightarrow {}^4\Pi(b)$ an. Im ersten Falle berechnet sich q aus der zu $a - a$ -Übergängen gehörenden q_a -Matrix

Tabelle 1.

Zweige bei $^4\Sigma \rightarrow ^4\Pi$	Zweige bei $^4\Pi \rightarrow ^4\Sigma$	$^4\Pi (a)$	$^4\Pi (b)$
$P_1(J)$	$R_1(J-1)$	$\frac{(2J-3)(2J-1)(2J+1)}{16(J-1)J}$	$\frac{(2J-1)(2J+1)}{J-1}$
$Q_1(J)$	$Q_1(J)$	$\frac{(2J-1)(2J+1)(2J+3)^2}{16J^2(J+1)}$	$\frac{4(J+1)(2J+3)^2}{J(2J-3)}$
$R_1(J)$	$P_1(J+1)$	$\frac{(2J+3)(2J+5)^2}{16(J+1)^2}$	$\frac{(2J-3)(2J+3)}{J}$
$^Q P_{21}(J)$	$^Q R_{12}(J-1)$	$\frac{3(2J-3)(2J-1)(2J+1)}{16J^2}$	$\frac{12(2J+1)}{J(2J-1)}$
$^R Q_{21}(J)$	$^P Q_{12}(J)$	$\frac{3(2J-1)(2J+1)(2J+3)^2}{16J(J+1)^2}$	$\frac{3(2J-3)(2J+1)}{J^2(2J-1)}$
$^S R_{21}(J)$	$^O P_{12}(J+1)$	$\frac{3(2J+3)(2J+5)^2}{16(J+1)(J+2)}$	0
$^R P_{31}(J)$	$^P R_{13}(J-1)$	$\frac{3(2J-3)^2(2J-1)}{16(J-1)J}$	$\frac{3(2J-3)}{(J-1)J^2(2J-1)}$
$^S Q_{31}(J)$	$^O Q_{13}(J)$	$\frac{3(2J-1)^2(2J+1)(2J+3)}{16J^2(J+1)}$	0
$^T R_{31}(J)$	$^N P_{13}(J+1)$	$\frac{3(2J+1)(2J+3)(2J+5)}{16(J+1)^2}$	0
$^S P_{41}(J)$	$^O R_{14}(J-1)$	$\frac{(2J-3)^2(2J-1)}{16J^2}$	0
$^T Q_{41}(J)$	$^N Q_{14}(J)$	$\frac{(2J-1)^2(2J+1)(2J+3)}{16J(J+1)^2}$	0
$^U R_{41}(J)$	$^M P_{14}(J+1)$	$\frac{(2J+1)(2J+3)(2J+5)}{16(J+1)(J+2)}$	0
$^O P_{12}(J)$	$^S R_{21}(J-1)$	$\frac{3(2J-3)(2J-1)(2J+1)}{16(J-1)J}$	0
$^P Q_{12}(J)$	$^R Q_{21}(J)$	$\frac{3(2J-1)(2J+1)^3}{16J^2(J+1)}$	$\frac{3(2J+1)^2}{J^2(2J-1)}$
$^Q R_{12}(J)$	$^Q P_{21}(J+1)$	$\frac{3(2J+1)^2(2J+3)}{16(J+1)^2}$	$\frac{12(2J+3)}{(J+1)(2J+1)}$
$P_2(J)$	$R_2(J-1)$	$\frac{(2J-3)(2J-1)(2J+1)}{16J^2}$	$\frac{(J+1)(2J-3)(2J+1)^2}{J^2(2J-1)}$
$Q_2(J)$	$Q_2(J)$	$\frac{(2J-1)(2J+1)^3}{16J(J+1)^2}$	$\frac{4(2J^2+J-4)^2}{J(J+1)(2J-1)}$
$R_2(J)$	$P_2(J+1)$	$\frac{(2J+1)^2(2J+3)}{16(J+1)(J+2)}$	$\frac{(J+2)(2J-1)^2(2J+3)}{(J+1)^2(2J+1)}$
$^Q P_{32}(J)$	$^Q R_{23}(J-1)$	$\frac{(2J-1)(2J+1)^2}{16(J-1)J}$	$\frac{64(J-1)(J+1)}{J(2J-1)(2J+1)}$

Zweige bei $4\Sigma \rightarrow 4H$	Zweige bei $4H \rightarrow 4\Sigma$	$4H(a)$	$4H(b)$
$RQ_{32}(J)$	$PQ_{23}(J)$	$\frac{(2J+1)^3(2J+3)}{16J^2(J+1)}$	$\frac{(2J-1)^2(2J+3)}{J^2(J+1)^2}$
$SR_{32}(J)$	$OP_{23}(J+1)$	$\frac{(2J+1)(2J+3)(2J+5)}{16(J+1)^2}$	0
$RP_{42}(J)$	$PR_{24}(J-1)$	$\frac{3(2J-1)(2J+1)^2}{16J^2}$	$\frac{3(2J-1)}{J^2(J+1)(2J+1)}$
$SQ_{42}(J)$	$OQ_{24}(J)$	$\frac{3(2J+1)^3(2J+3)}{16J(J+1)^2}$	0
$TR_{42}(J)$	$NP_{24}(J+1)$	$\frac{3(2J+1)(2J+3)(2J+5)}{16(J+1)(J+2)}$	0
$NP_{13}(J)$	$TR_{31}(J-1)$	$\frac{3(2J-3)(2J+1)(2J+3)}{16(J-1)J}$	0
$OQ_{13}(J)$	$SQ_{31}(J)$	$\frac{3(2J-1)^2(2J+1)(2J+3)}{16J^2(J+1)}$	0
$PR_{13}(J)$	$RP_{31}(J+1)$	$\frac{3(2J-1)(2J+1)^2}{16(J+1)^2}$	$\frac{3(2J+3)}{J(J+1)^2(2J+1)}$
$OP_{23}(J)$	$SR_{32}(J-1)$	$\frac{(2J-3)(2J+1)(2J+3)}{16J^2}$	0
$PQ_{23}(J)$	$RQ_{32}(J)$	$\frac{(2J-1)^2(2J+1)(2J+3)}{16J(J+1)^2}$	$\frac{(2J-1)(2J+3)^2}{J^2(J+1)^2}$
$Q_{23}(J)$	$Q_{32}(J+1)$	$\frac{(2J-1)(2J+1)^2}{16(J+1)(J+2)}$	$\frac{64J(J+2)}{(J+1)(2J+1)(2J+3)}$
$P_3(J)$	$R_3(J-1)$	$\frac{(2J+1)^2(2J+3)}{16(J-1)J}$	$\frac{(J-1)(2J-1)(2J+3)^2}{J^2(2J+1)}$
$Q_3(J)$	$Q_3(J)$	$\frac{(2J-1)(2J+1)(2J+3)^2}{16J^2(J+1)}$	$\frac{4(2J^2+3J-3)^2}{J(J+1)(2J+3)}$
$R_3(J)$	$P_3(J+1)$	$\frac{(2J-1)(2J+1)(2J+5)}{16(J+1)^2}$	$\frac{J(2J+1)^2(2J+5)}{(J+1)^2(2J+3)}$
$QP_{43}(J)$	$QR_{34}(J-1)$	$\frac{3(2J+1)^2(2J+3)}{16J^2}$	$\frac{12(2J-1)}{J(2J+1)}$
$RQ_{43}(J)$	$PQ_{34}(J)$	$\frac{3(2J-1)(2J+1)(2J+3)^2}{16J(J+1)^2}$	$\frac{3(2J+1)^2}{(J+1)^2(2J+3)}$
$SR_{43}(J)$	$OP_{34}(J+1)$	$\frac{3(2J-1)(2J+1)(2J+5)}{16(J+1)(J+2)}$	0
$MP_{14}(J)$	$UR_{41}(J-1)$	$\frac{(2J+1)(2J+3)(2J+5)}{16(J-1)J}$	0
$NQ_{14}(J)$	$TQ_{41}(J)$	$\frac{(2J-3)(2J+1)(2J+3)(2J+5)}{16J^2(J+1)}$	0
$OR_{14}(J)$	$SP_{41}(J+1)$	$\frac{(2J-3)(2J-1)(2J+5)}{16(J+1)^2}$	0

Zweige bei $^4\Sigma \rightarrow ^4\Pi$	Zweige bei $^4\Pi \rightarrow ^4\Sigma$	$^4\Pi(a)$	$^4\Pi(b)$
$^N P_{24}(J)$	$^T R_{42}(J-1)$	$\frac{3(2J+1)(2J+3)(2J+5)}{16J^2}$	0
$^O Q_{24}(J)$	$^S Q_{42}(J)$	$\frac{3(2J-3)(2J+1)(2J+3)(2J+5)}{16J(J+1)^2}$	0
$^P R_{24}(J)$	$^R P_{42}(J+1)$	$\frac{3(2J-3)(2J-1)(2J+5)}{16(J+1)(J+2)}$	$\frac{3(2J+5)}{(J+1)^2(J+2)(2J+3)}$
$^O P_{34}(J)$	$^S R_{43}(J-1)$	$\frac{3(2J-3)(2J+3)(2J+5)}{16(J-1)J}$	0
$^P Q_{34}(J)$	$^R Q_{43}(J)$	$\frac{3(2J-3)(2J-1)(2J+1)(2J+5)}{16J^2(J+1)}$	$\frac{3(2J+1)(2J+5)}{(J+1)^2(2J+3)}$
$^Q R_{34}(J)$	$^Q P_{43}(J+1)$	$\frac{3(2J-3)(2J-1)(2J+1)}{16(J+1)^2}$	$\frac{12(2J+1)}{(J+1)(2J+3)}$
$P_4(J)$	$R_4(J-1)$	$\frac{(2J-3)(2J+3)(2J+5)}{16J^2}$	$\frac{(2J-1)(2J+5)}{J+1}$
$Q_4(J)$	$Q_4(J)$	$\frac{(2J-3)(2J-1)(2J+1)(2J+5)}{16J(J+1)^2}$	$\frac{4J(2J+1)(2J+5)}{(J+1)(2J+3)}$
$R_4(J)$	$P_4(J+1)$	$\frac{(2J-3)(2J-1)(2J+1)}{16(J+1)(J+2)}$	$\frac{(2J+1)(2J+3)}{J+2}$

[gegeben von Hill und van Vleck¹⁾] und aus den zu $^4\Sigma$ bzw. $^4\Pi$ gehörenden Transformationsmatrizen $S(^4\Sigma)$ bzw. $S(^4\Pi)$ nach der Gleichung

$$q = S(^4\Sigma) q_a S^{-1}(^4\Pi).$$

$S(^4\Sigma)$ kann man auf Grund der schon einmal aufgeschriebenen Matrizenelemente H_1 und der Energien $B(J + \frac{3}{2})(J + \frac{5}{2}), \dots, B(J - \frac{3}{2})(J - \frac{1}{2})$ ermitteln, während $S(^4\Pi)$ im Falle a gleich 1 ist. Bei dem Übergang $^4\Sigma(b) \leftrightarrow ^4\Pi(b)$ ergeben sich Formeln gemäß

$$|q_b(K, J; K', J')|^2 = \sum_{M, M'} |x_b(K, J, M; K', J', M')|^2 + |y_b(K, J, M; K', J', M')|^2 + |z_b(K, J, M; K', J', M')|^2,$$

wo die Ausdrücke x_b, y_b, z_b aus der zitierten Arbeit von Hill und van Vleck [Gleichung (9) daselbst] zu entnehmen sind. Die fertigen Formeln sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

In der Tabelle 1 wurde der $^4\Pi$ -Term als normal vorausgesetzt. Bei dem verkehrten Term entspricht $\Omega = \frac{5}{2}$ nicht $K = J + \frac{3}{2}$, sondern $K = J - \frac{3}{2}$ usw., daher müssen bei $^4\Sigma(b) \rightarrow ^4\Pi(a)$ in den Bezeichnungen der

¹⁾ E. L. Hill u. J. H. van Vleck, Phys. Rev. **32**, 250, 1928.

Zweige die zweiten Indizes 1, 2, 3, 4 durch 4, 3, 2, 1 ersetzt werden [in ${}^4\Pi(a) \rightarrow {}^4\Sigma(b)$ die ersten]. — Die Amplituden von ${}^4\Sigma(b) \rightarrow {}^4\Pi(b)$ können aus den Amplituden ${}^4\Sigma(b) \rightarrow {}^4\Pi(a)$ nach der Formel

$$q_b = [S({}^4\Sigma(b)) q_a] S^{-1}({}^4\Pi(b))$$

erhalten werden; mit anderen Worten, die Formeln der dritten Spalte in Tabelle 1 sollen in die in der vierten Spalte übergehen, wenn der ${}^4\Pi$ -Term vom Fall a zum Fall b übergeht. Daher steht in der dritten Spalte überall der Faktor $\frac{1}{16}$, der an sich nicht nötig wäre.

Vorliegende Arbeit ist im Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften — das einen Teil seiner Ausrüstung dem Naturwissenschaftlichen Forschungsfonds und der Széchenyi-Gesellschaft verdankt und unter Leitung des Herrn Prof. B. Pogány steht — ausgeführt worden. Ich möchte für die Verleihung eines inländischen Forschungsstipendiums dem Königl. Ung. Kultusministerium, insbesondere aber dem Herrn Prof. J. Rybár, und für die Anregung zu dieser Arbeit dem Herrn Privatdozenten Dr. R. Schmid auch an dieser Stelle meinen besten Dank aussprechen.

Kann bei sehr hohen Drucken in einer Masse durch einen Druckgradienten eine Ladungstrennung hervorgerufen werden?

(Zur Frage nach der Ursache des magnetischen und elektrischen
Erdfeldes.)

Von H. Haalek.

(Eingegangen am 11. Januar 1937.)

1. Die elektrostatischen Kräfte zwischen Elektronen und Ionen in der Nahezone. — 2. Die Ursache der Ladungstrennung im Erdinnern. — 3. Die quantitativen Zusammenhänge zwischen Erd- und Sonnenmagnetismus und der Größe der Ladungstrennung im Erd- bzw. Sonneninnern. — 4. Die qualitativen und quantitativen Zusammenhänge zwischen dem magnetischen und dem lufterlektrischen Erdfeld. — Es soll die Frage untersucht werden, ob nach unseren heutigen Kenntnissen von dem molekularen Aufbau der Materie darauf geschlossen werden kann, daß unter den im Erdinnern herrschenden Bedingungen eine gewisse Trennung der Ladungen stattfindet, wodurch die Erscheinung des Erdmagnetismus erklärt werden könnte.

1. Wir betrachten zunächst *die anziehenden bzw. abstoßenden Kräfte, welche zwischen den Elektronen und Ionen in der Nahezone wirksam sind*: Die freien Elektronen ebenso wie die Atomkerne sind Punktladungen. Die Ionen und neutralen Atome können auf größere Entfernungen ebenfalls als Punktladungen aufgefaßt werden; in der Nahezone treten aber abstoßende Kräfte auf, die mit einer höheren Potenz des Abstandes r abnehmen. Diese abstoßenden Kräfte, zu deren Annahme man in der Atomtheorie gezwungen ist, werden auf elektrostatische Kräfte zurückgeführt, welche ihren Ursprung irgendwie in der Ladungsverteilung innerhalb des Ions haben.

Der Abstoßungsexponent ist von der stofflichen Beschaffenheit der Materie abhängig und steht in Beziehung zu ihrer Kompressibilität. Berechnungen des Abstoßungsexponenten aus der Kompressibilität (Born, Landé u. a.) haben Werte ergeben, welche in der Größenordnung $n = 9$ liegen, aber für die einzelnen Elemente verschieden sind.

Von ausschlaggebender Bedeutung für die im folgenden abgeleiteten Schlußfolgerungen ist nun die Frage, ob man für die zwischen einem freien Elektron und einem einfach positiv geladenen Ion wirkende Kraft einen ähnlichen Ansatz machen kann wie für zwei einfach entgegengesetzt geladene Ionen. Ein wesentlicher Grund gegen diese Annahme ist meines Erachtens nicht vorhanden. Ich gehe daher von dieser Voraussetzung aus und setze

für die anziehende Kraft K_1 zwischen einem freien Elektron und einem Ion mit einfachem positiven Ladungsüberschuß in erster Annäherung:

$$K_1 = \frac{e^2}{r^2} - \frac{C}{r^n} . \quad (1a)$$

Die Größe der positiven Konstanten C und des Abstoßungsexponenten n spielt im folgenden keine Rolle und die Möglichkeit, daß C und n andere Werte annehmen als im Falle der Ionen mit einfacher entgegengesetzter Ladung kann ebenfalls offen bleiben.

Die *abstoßende* Kraft K_2 zwischen zwei freien Elektronen folgt dem Coulombschen Gesetz:

$$K_2 = \frac{e^2}{r^2} . \quad (1b)$$

2. Von den *im Erdinnern vorhandenen physikalischen Zuständen* wissen wir, daß der Druck bis auf etwa 2 bis 3 Millionen Atmosphären ansteigt, während die Temperatur, abgesehen von der äußeren Gesteinsrinde, zu einigen tausend Grad Celsius (wahrscheinlich nicht mehr als 2000⁰) angenommen werden kann. Den Hauptbestandteil für die stoffliche Zusammensetzung des Erdinnern bilden das Eisen und seine Hauptverbindungen. Wir können also, was ihren molekularen Aufbau anbetrifft, ausgehen von der Natur des Eisens oder allgemein der Metalle und ihrer Hauptverbindungen. Wir denken uns das atomphysikalisch einfachste Bild, indem wir uns ein festes Atomgitter vorstellen, welches durch hohen Druck zusammengepreßt wird und in welchem die einzelnen Atome heftige thermisch-kinetische Schwingungen um ihre Gleichgewichtslagen ausführen. Nun müssen wir aber annehmen, daß es sich im Erdinnern nicht um neutrale Atome handelt, sondern daß infolge der Nahewirkung und der thermisch-kinetischen Zusammenstöße einige der äußeren Elektronenschalen der Atome — besonders der Valenzelektronen — zerstört werden. Diese Elektronen — man kann sie, wenn man diesen Begriff beibehalten will, als freie Elektronen bezeichnen — bewegen sich regellos innerhalb der Zwischenräume zwischen den einzelnen Ionen mit ihrem positiven Ladungsüberschuß (den Atomresten) hin und her. (Ob sie dabei auch vereinzelt durch den Bereich der inneren ungestörten Elektronenschalen gehen, ist hierbei unwesentlich.) Der *Expansionskraft des Elektronengitters*, d. h. der Gesamtheit der zwischen den freien Elektronen wirkenden abstoßenden Kräfte, wirkt die *Gesamtheit der Anziehungskräfte des Ionen-gitters* entgegen, so daß normalerweise eine Ladungstrennung nicht stattfinden kann, und die Gesamtsumme der freien Elektronen und der positiven Ladungsüberschüsse der Ionen in jedem Massenelement gleich Null ist.

Die Differentiation der Gleichungen (1) ergibt:

$$\partial K_1 = \left(-2 \frac{e^2}{r^2} + n \frac{C}{r^n} \right) \frac{\partial r}{r},$$

$$\partial K_2 = -2 \frac{e^2}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{r}.$$

Ist also ∂r negativ, d. h. wird die ionisierte Masse gleichmäßig (d. h. ohne relative Lageänderung der Ionen und Elektronen zueinander) komprimiert, so nimmt die abstoßende Kraft K_2 zwischen je zwei freien Elektronen in stärkerem Maße zu als die anziehende Kraft K_1 zwischen je einem freien Elektron und einem positiv geladenen Ion. Was nun für die Einzelkomponenten gilt, trifft auch zu für die Gesamtheit der abstoßenden Kräfte zwischen den freien Elektronen und der Gesamtheit der anziehenden Kräfte zwischen dem Ionengitter und den freien Elektronen.

Der Druck im Erdinnern nimmt von einer Atmosphäre an der Oberfläche bis zu etwa 2 bis 3 Millionen Atmosphären im Erdmittelpunkt zu. Durch diesen gewaltigen Druck wird die Materie im Erdinnern etwas komprimiert, ganz gleich in welchem Maße, aber jedenfalls um so stärker, je näher dem Mittelpunkt. Da nun die Expansionskraft der freien Elektronen von der Oberfläche bis zum Mittelpunkt der Erde in stärkerem Maße zunimmt als die ihr entgegenwirkende zurückhaltende Kraft des Ionengitters, so folgt, daß die freien Elektronen etwas in Richtung nach den Teilen geringeren Drucks hin expandieren, und zwar soweit, bis sich Expansionskraft und zurückhaltende Kraft wieder das Gleichgewicht halten; d. h.: *Der innere Teil der Erdkugel erhält einen positiven, der äußere Teil einen negativen Ladungsüberschuß.* Die Rotation einer kugelförmigen Masse mit einer solchen Ladungsverteilung erzeugt dann ein der Rotationsachse parallel gerichtetes Magnetfeld, dessen Richtung dem tatsächlich vorhandenen Erdfeld entspricht.

3. Es fragt sich jetzt, ob dieses qualitative Ergebnis der atomtheoretischen Überlegungen mit den gemessenen Größen des erdmagnetischen Feldes in Einklang gebracht werden kann und zu physikalisch denkbaren Werten führt.

In erster Annäherung kann man davon ausgehen, daß der positive Ladungsüberschuß proportional mit der ersten oder einer höheren Potenz des Abstandes vom Mittelpunkt bis zur Erdoberfläche abnimmt. Die Konstanten dieser angenommenen Gesetzmäßigkeit lassen sich dann so bestimmen, daß einmal die gesamte Erdmasse elektrisch neutral wird und zweitens das magnetische Moment der um sich selbst rotierenden Erdkugel

dem beobachteten Wert entspricht. Die *numerische Rechnung hat folgende Tatsachen ergeben*¹⁾:

Es ist kein sehr wesentlicher Unterschied, ob man bei den Beobachtungen die Abnahme des positiven Ladungsüberschusses proportional mit der 1., 2. oder 3. Potenz des Abstandes vom Mittelpunkt annimmt. Als Raumladung ergibt sich pro Volumeneinheit:

- a) im Erdmittelpunkt: $+ 11,4$ bis $+ 5,0 \cdot 10^{-14}$,
 - b) an der Erdoberfläche — $3,8$ bis $- 5,0 \cdot 10^{-14}$
- (in elektromagn. CGS-Einheiten).

Wenden wir die gleichen Berechnungen auf die Sonne an, so erhalten wir für die Raumladungen pro Volumeneinheit in der Sonne:

- a) im Sonnenmittelpunkt: $+ 2,4$ bis $+ 1,1 \cdot 10^{-14}$,
- b) an der Sonnenoberfläche: $- 0,8$ bis $- 1,1 \cdot 10^{-14}$.

Bezogen auf die Masseneinheit ergibt sich die interessante Tatsache, daß die Ladungstrennung infolge des Druckgradienten im Innern für Erde und Sonne (mittlere Dichten angenommen) ziemlich die gleiche ist (0,8mal so groß).

Mit diesen Werten läßt sich also die Erscheinung des Erdmagnetismus ebenso wie das durch die Beobachtungen des Zeemann-Effekts an der Sonne festgestellte Magnetfeld durch die abgeleitete Theorie qualitativ und quantitativ erklären.

(Um ein Bild von der Stärke der Ladungstrennung im Erdinnern zu bekommen, nehmen wir als Beispiel an, die Ionisierung infolge des Drucks und der Temperatur im Erdinnern entspräche derjenigen des Eisens, wenn es seine drei Valenzelektronen abgegeben hat. Die Zahl der freien Elektronen in der Volumeinheit wäre dann etwa gleich $2,5 \cdot 10^{23}$; demgegenüber ist der positive bzw. negative Ladungsüberschuß nur von der Größenordnung 2 bis $7 \cdot 10^6$ Elektronen. Es würde also im Erdinnern infolge der stärkeren Expansionskraft des Elektronengitters nur etwa $1:10^{17}$ der Gesamtzahl der freien Elektronen pro Volumeinheit in die äußeren Teile der Erdkugel expandieren, bis die Gesamtheit der abstoßenden Kräfte der freien Elektronen wieder im Gleichgewicht stehen zu der Gesamtheit der anziehenden Kräfte des Ionengitters, ein Verhältnis, welches physikalisch durchaus denkbar ist.)

4. Es hat sich nun weiter gezeigt, daß die im vorhergehenden entwickelte *Theorie des Erdmagnetismus imstande ist, gleichzeitig eine hinreichend befriedigende Erklärung für das wichtigste Problem der luftelektrischen Forschung zu geben.*

¹⁾ Vgl. H. Haalek, ZS. f. Geophys. **12**, Heft 2/3, 1936.

Das *Hauptproblem der Lufterlektrizität* ist kurz folgendes: Der elektrisch leitende feste Körper ist umgeben von einer schlecht leitenden Lufthülle, welche in größerer Höhe in eine äußere atmosphärische Hülle, bestehend aus sehr gut leitenden, verdünnten Gasen übergeht. Aus den an der Erdoberfläche ausgeführten lufterlektrischen Messungen geht hervor, daß — analog wie bei einem Kugelkondensator — die äußere leitende Hülle ein positives, der feste Körper ein negatives elektrisches Feld besitzt, woraus sich ein vertikaler, nach abwärts gerichteter Leitungsstrom in der nur wenig leitenden Luft ergibt, welcher der Erde fortdauernd positive Ladung zuführt. Die Stärke des Gesamtstromes, welcher der Erde zufließt, beträgt rund 1400 Amp. Die noch ungelöste Frage ist nun: Welches ist die Ursache, daß dieser stationäre Zustand aufrechterhalten wird?

Nehmen wir die beschriebene Theorie des Erdmagnetismus als richtig an, so würde sich daraus folgende Beantwortung dieser Frage ableiten lassen: Infolge der durch den hohen Druck im Erdinnern verursachten stärkeren Expansionskraft des Elektronengitters breitet sich ein Teil der freien Elektronen des Erdinnern in den äußeren Teilen der Erdmasse aus. Die Expansion der Elektronen erstreckt sich aber nicht nur bis an die Oberfläche des festen Erdkörpers, sondern ein Teil von ihnen durchsätzt die nichtleitende untere Lufthülle und dringt in die äußere gut leitende atmosphärische Hülle ein, von wo sie dann weiter in den Weltraum abgeleitet werden. Um den elektrischen Gleichgewichtszustand aufrechtzuerhalten, muß infolgedessen ein ununterbrochenes Nachströmen freier Elektronen erfolgen, welches an der Erdoberfläche als lufterlektrischer Vertikalstrom in Erscheinung tritt.

Die beiden kritischen Fragen: 1. Wie die lufterlektrisch gemessene Stärke des Vertikalstromes mit den sich aus der Theorie des Erdmagnetismus ergebenden Ladungsmengen in Einklang steht, und 2. wie sich die Dauer des stationären Zustands, der sich doch nicht ununterbrochen fortsetzen kann, erklären läßt, können nur durch eine Überschlagsrechnung geprüft werden:

Die Gesamtzahl der freien Elektronen des Erdkörpers — indem wir (vgl. S. 84) annehmen, daß entsprechend den Valenzelektronen des Eisens jedes Atom drei Elektronen abgegeben hat — ergibt sich zu etwa $2 \cdot 10^{50}$. Die Zahl der überschüssigen Elektronen in den äußeren Teilen der Erdmasse beträgt dagegen etwa $8 \cdot 10^{32}$. Durch den stationären lufterlektrischen Vertikalstrom werden in der Sekunde $1400 \text{ Amp.} = 0,88 \cdot 10^{22}$ Elektronen, in einem Jahre also etwa $2,8 \cdot 10^{29}$ Elektronen abgeleitet. Das wäre an sich zwar nur ein ganz verschwindend geringer Bruchteil (rund $1:10^{21}$) der gesamten freien Elektronen des festen Erdkörpers, der im Laufe eines Jahres

der Erde durch den luftelektrischen Strom entzogen würde, aber trotzdem kann man sich einen solchen Vorgang nicht als ununterbrochen andauernd vorstellen — weder in der Vergangenheit noch in der Zukunft, auch nicht, wenn man z. B. irgendwie eine Zunahme der Ionisation der Materie im Erdinnern annehmen würde —, da die zurückhaltende Kraft des positiven Ladungsüberschusses zu groß werden muß. Nun ist aber auch der Zeitraum, über welchen sich die luftelektrischen Messungen erstrecken, viel zu kurz, als daß man daraus auf eine ununterbrochene Dauer des jetzigen luftelektrischen Vertikalstromes schließen kann. Es wäre mit größerer Wahrscheinlichkeit denkbar, daß es sich um eine Erscheinung der Wechselwirkung zwischen dem Erdkörper und dem übrigen Kosmos handelt, der durch alle Zeiten in periodischem oder unperiodischem Verlauf andauert und in seiner Folge auch eine Verstärkung oder Schwächung des erdmagnetischen Feldes verursachen kann.

In letzterer Beziehung findet die *Theorie nun eine wesentliche weitere Stütze*: Infolge des luftelektrischen Vertikalstroms wird der negative Ladungsüberschuß der äußeren Teile der Erdkugel allmählich geringer. Wenn auch ein Nachströmen von Elektronen aus dem Erdkern stattfindet, so muß im ganzen der positive Ladungsüberschuß im Erdkern stärker zunehmen. Die Folge ist auf jeden Fall eine allmähliche Abnahme der Stärke des erdmagnetischen Feldes. Tatsächlich hat, wie die Analyse der erdmagnetischen Beobachtungsergebnisse seit 1842 gezeigt hat, eine dauernde Abnahme des Erdmagnetismus stattgefunden¹⁾:

Epoche	Magnetisches Moment des rotationssymmetrischen Erdfeldes	
1922	$0,304\ 68 \cdot R^3$	$= M$
1920	$0,305\ 04 \cdot R^3$	$= M (1 + 0,0012)$
1885	$0,317\ 33 \cdot R^3$	$= M (1 + 0,041)$
1842	$0,321\ 69 \cdot R^3$	$= M (1 + 0,056)$

Legen wir jetzt der numerischen Rechnung die Zahlenwerte der obigen Überslagsrechnung zugrunde, so würde sich damit ergeben, daß die Zahl der überschüssigen Elektronen in dem äußeren Teil der Erdmasse in den einzelnen Epochen betragen würde:

1922	$8 \cdot 10^{32}$	1885	$8 \cdot 10^{32} \cdot 1,041$
1920	$8 \cdot 10^{32} \cdot 1,000\ 12$	1842	$8 \cdot 10^{32} \cdot 1,056$

¹⁾ Siehe Zusammenstellung von G. Angenheister, Handb. d. Phys. XV, S. 287, Berlin 1927.

Aus der beobachteten Abnahme des erdmagnetischen Feldes seit 1842 würde sich also auf Grund der abgeleiteten Theorie des Erdmagnetismus ergeben, daß während dieser Zeiträume der luftelektrische Vertikalstrom durchschnittlich in folgender Stärke geflossen ist:

Von 1842 bis 1885:	1400 Amp.
„ 1885 „ 1920:	4700 „
„ 1920 „ 1922:	2300 „

Ähnliche Zahlenwerte ergeben sich, wenn man die *Säkularvariation* des rotationssymmetrischen Teils des permanenten Erdfeldes betrachtet:

Nach den Berechnungen von Bartels auf Grund von Stationsbeobachtungen nimmt das Erdfeld in der Zeit von 1902 bis 1920 im Durchschnitt um $18,0 \gamma$ pro Jahr ab. Aus dem Vergleich der Entwicklung von Schmidt 1885 und von Bauer 1922 folgt eine mittlere jährliche Abnahme von $34,2 \gamma$. Nach der im vorhergehenden abgeleiteten Theorie des Erdmagnetismus würde diese Abnahme verursacht werden durch einen luftelektrischen Vertikalstrom von einer durchschnittlichen Stärke von 2300 Amp. im ersten, und von 4400 Amp. im zweiten Falle.

Demnach würden die Berechnungen aus der Säkularvariation des permanenten Erdfeldes einen größeren Wert des luftelektrischen Vertikalstromes ergeben, als wie er tatsächlich beobachtet wird. Berücksichtigt man aber, daß weder das magnetische Moment des Erdkörpers für die früheren Epochen, noch der mittlere jährliche Betrag der Säkularvariation, noch die Gesamtstärke des jetzigen gemessenen luftelektrischen Vertikalstromes von 1400 Amp. Anspruch auf eine entsprechende Genauigkeit erheben kann, so muß die Übereinstimmung, welche die allmähliche Abnahme des erdmagnetischen Feldes auf Grund der entwickelten Theorie mit dem beobachteten luftelektrischen Vertikalstrom zeigt, als recht befriedigend angesehen werden.

Betrachten wir zusammenfassend das Ergebnis der Überlegungen, so ist festzustellen, daß die entwickelte Theorie des Erdmagnetismus in den Tatsachen: 1. daß sie aus der Atomphysik abgeleitet wird, 2. die Ursache des Erd- und Sonnenmagnetismus erklärt, und 3. darüber hinaus eine qualitativ und quantitativ befriedigende Erklärung für die Ursache des luftelektrischen Erdfeldes liefert, eine wesentliche Stütze findet.

Potsdam, 8. Januar 1937.

Einige Experimente über die unipolare elektrische Leitfähigkeit von Carborund.

Von **Manindra Kumar Chakravarty** und **S. R. Khastgir**.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 9. Dezember 1936.)

Durch Versuche wird gezeigt, daß die Potentialverteilung bei einem Carborundkristall von der Stromrichtung abhängt, bei Eisenpyrit, Bleiglanz und Magnetit dagegen nicht. Diese experimentellen Befunde unterstreichen also die Existenz einer unipolaren Leitfähigkeit bei Carborund.

Einleitung. Wie Khastgir und Daś Gupta¹⁾ gezeigt haben, ergeben Carborund-, Zinkit- und Siliciumkristalle beträchtliche Gleichrichtung, wenn man sie zwischen Quecksilberelektroden mit ausgedehnten Berührungsflächen bringt. Ähnliche Experimente mit Kristallen wie Eisenpyrit, Bleiglanz usw. haben jedoch keine Gleichrichtung gezeigt. Kürzlich hat Deaglio²⁾ das Vorhandensein des Volumengleichrichtungseffektes begründet durch die verschiedenen Mannigfaltigkeiten des Carborundkristalls. In der vorliegenden Arbeit wird der Potentialverlauf experimentell untersucht, der sich im Carborund und einigen anderen Kristallen ausbildet. Die Experimente haben endgültig gezeigt, daß er im Carborund für zwei in entgegengesetzter Richtung fließende Ströme verschieden ist; dagegen wurde er bei Eisenpyrit, Bleiglanz und Magnetit in vielen Fällen identisch gefunden. Wie auch immer die grundlegende Erklärung für die unipolare Leitfähigkeit lauten mag, die die Ursache der Volumengleichrichtung im Carborund ist, so lassen die vorliegenden Experimente mit solchen Kristallen nur wenig Zweifel an einer unipolaren Leitfähigkeit.

Experimentelle Einzelheiten und Ergebnisse. Die Versuchsanordnung zeigt Fig. 1. Es wurde ein Carborund-Einkristall von 4 bis 5 mm Länge benutzt. Das eine Ende wurde in eine kleine becherähnliche Elektrode aus Messing eingelötet. Gegen die andere Seite wurde eine Silberspitze gedrückt, die als zweite Elektrode diente. Zwischen beide konnte eine regelbare Spannung verschiedenen Vorzeichens gelegt werden. Eine einstellbare Metallspitze (Sonde) konnte fest gegen die Kante einer Seite des Kristalls an verschiedenen Stellen gedrückt werden. Die Spannung zwischen der Silberspitze an dem einen Ende und der Metallsonde konnte mit einem gewöhnlichen Voltmeter bequem gemessen werden, für exakte Messungen

¹⁾ Khastgir, *Nature* **135**, 148, 1935; Khastgir u. Daś Gupta, *Ind. Journ. Phys.* **9**, 258 (Teil 3). — ²⁾ Deaglio, *Atti R. Acad. delle Science* **70**.

mit einem Röhrenvoltmeter. Die Sonde konnte in bekannten Abständen vom Kristallende fixiert werden; wichtig war dabei, daß sie die Kante des Kristalls berührte. Den typischen Verlauf einer Messung gibt Fig. 2. Sie zeigt, daß der Potentialverlauf verschieden ist für die beiden Stromrichtungen. Andere Einkristalle, wie Eisenpyrit und Magnetit, zeigten bei gleicher Untersuchungsmethode Potentialdifferenzen und -werte, die für beide Stromrichtungen bei verschiedenen Stellungen der Sonde identisch waren, wie es Fig. 3 zeigt. Dabei ist zu beachten, daß an beiden Enden infolge der Kontaktwiderstände ein hoher Potentialabfall vorhanden ist. Bei den bisher beschriebenen Versuchen war der Kristall an einem Ende eingelötet, und die Silberspitze auf der anderen Seite angepreßt, so daß die beiden Elektroden in keiner Hinsicht gleiche Bedingungen ergaben.

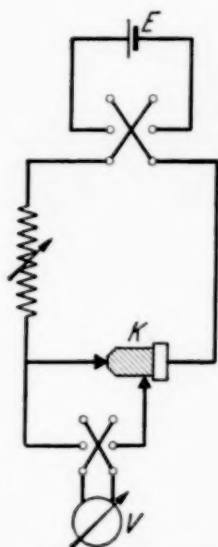


Fig. 1. Versuchsanordnung.

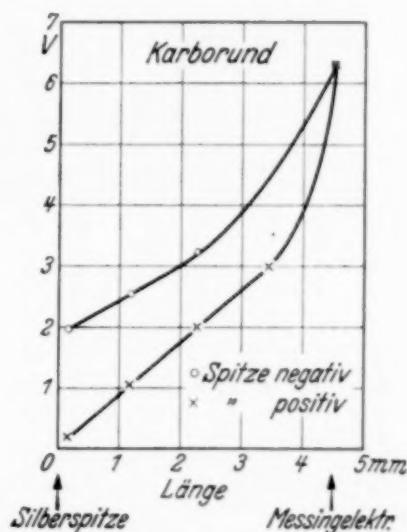


Fig. 2. Potentialverlauf beim Carborundkristall.

Um Gleichheit herzustellen, wurde eine besondere Anordnung getroffen. Der Carborund-Einkristall lag auf einem Hartgummitisch in einer Vertiefung eingeleimt. Das spitze Ende eines in einer Ebonitplatte befestigten Metallstabes berührte das eine Ende des Kristalls, eine Feder sorgte für guten Kontakt. Die Spitze eines ähnlichen, ebenso befestigten Metallstabes konnte ein- und ausgeschraubt und so mit dem anderen Ende des Kristalls in Berührung gebracht werden. Die Sonde war eine Metallnadel, die über die Länge und Breite des Kristalls beweglich angeordnet war und deren Stellung an einer Skala neben dem Kristall abgelesen werden konnte. Mit Hilfe eines an dem Sondenhalter angehängten Gewichtes wurde der Druck in den verschiedenen Stellungen der Sonde konstant gehalten.

Die damit erhaltenen Ergebnisse für zwei Lagen eines Carborundeinkristalls zeigt Fig. 4.

Es muß erwähnt werden, daß *gleichbleibende Ergebnisse nur erhalten werden können, wenn alle Kontaktspitzen und die Kristalloberfläche vollständig sauber sind*. Ein glatter Potentialverlauf entlang der Kristalloberfläche ist nur zu erhalten, wenn die Sonde sich an den verschiedenen Punkten entlang der *Kante* des Kristalls bewegt. Ähnliche Experimente zur Bestimmung des Potentialverlaufs entlang den Kanten von Eisenpyrit, Bleiglanz und Magnetitkristallen ergaben jedoch in den meisten Fällen zu-

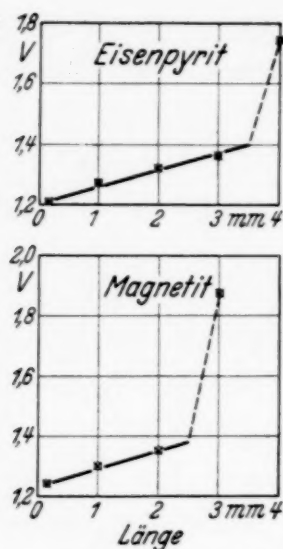


Fig. 3. Potentialverlauf beim Eisenpyritkristall und Magnetitkristall.

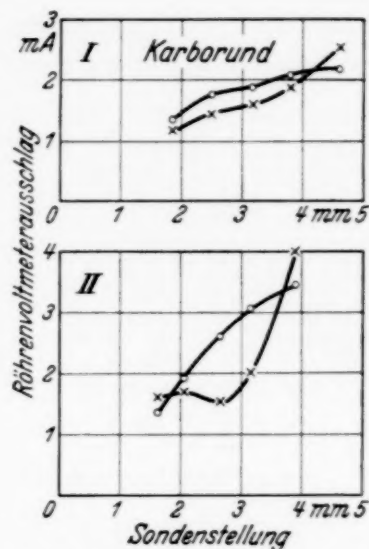


Fig. 4. Relative Werte für den Potentialverlauf bei einem Carborundeinkristall in zwei verschiedenen Lagen und für entgegengesetzte Stromrichtungen.

sammenhanglose Werte. Diese Zusammenhanglosigkeit ist sehr wahrscheinlich verursacht durch die Unregelmäßigkeiten entlang den Kanten dieser Kristalle, da sie sehr viel zerbrechlicher und weicher sind als Carborund. Nur in wenigen Fällen wurde ein glatter Potentialverlauf beobachtet, und Gleichheit der Feldstärke für die beiden Stromrichtungen gefunden.

Wenn die Sonde verschiedene Punkte des Kristalls berührte, aber nicht *entlang der Kante*, so gab das Röhrenvoltmeter in den meisten Fällen gleichbleibende Ausschläge und zeigte dadurch, daß die Oberfläche einer Äquipotentialfläche entspricht. Bei Carborund waren diese sonst gleichen Ausschläge *verschieden* für die beiden Stromrichtungen, bei Eisenpyrit, Bleiglanz und Magnetit in vielen Fällen *gleich*; in einigen Fällen jedoch auch hier verschieden. Die Kristalloberfläche und alle Kontaktspitzen waren mit großer Sorgfalt gesäubert. Das Kontaktpotential ist aber zu gering,

um die Differenz bei dem einen Eisenpyritkristall (3,05 bzw. 2,4 Volt bei Stromumkehr, über die ganze Länge des Kristalls gleichbleibend) zu erklären.

Die Abwesenheit unipolarer Leitfähigkeit in Eisenpyrit-, Bleiglanz- und Magnetit-Einkristallen wird bestätigt durch die Messung des Widerstandes der Kristalle für die beiden Stromrichtungen, die bei Eisenpyrit und Magnetit die gleichen Resultate, bei Bleiglanz 0,7 % Unterschied ergab.



Fig. 5a. 111 Fläche eines Carborundkristalles.

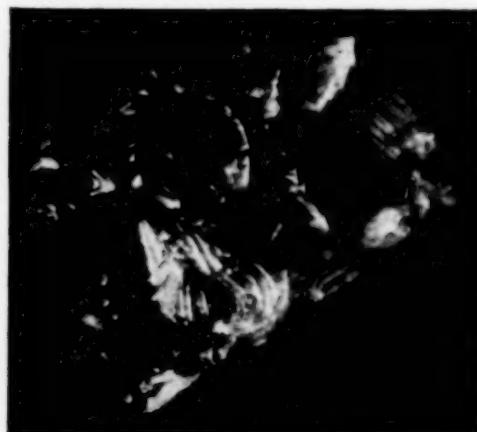


Fig. 5b. Entgegengesetzte Seite eines anderen Carborundkristalls.

Ähnliche Widerstandsbestimmungen an Carborundkristallen nach der Callendar-Griffith-Methode zeigen dagegen ausgesprochen unipolaren Widerstand.

Mikrophographien der Kristalloberflächen von Carborund zeigt die Fig. 5.

Schluß. Die Untersuchung der Potentialverteilung für die beiden entgegengesetzten Stromrichtungen ergibt ausgesprochene Unterschiede im Gradienten für Carborund und fast immer gleiche Kurven für Eisenpyrit, Bleiglanz und Magnetit. Dies Ergebnis spricht sehr für eine unipolare Leitfähigkeit im Carborund.

Wir danken Herrn S. M. Mitra für die Anfertigung der Mikrophographien der Kristalle.

Dacca (Indien), Physics Laboratory, Dacca University.

Über die Magnetostriktion der Eisenkristalle bei hoher Temperatur.

Von **H. Takaki** in Sapporo (Japan).

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 19. Dezember 1936.)

Die Abhängigkeit der Magnetostruktionskonstanten der Eisenkristalle von der Temperatur wird mit Hilfe einer gewöhnlichen mechanisch-optischen Vergrößerungsanordnung gemessen. Die erste Konstante C , die die longitudinale Längenänderung in der Tetragonalachse im Sättigungszustand bezeichnet, nimmt mit aufsteigender Temperatur allmählich zu, erreicht ihren maximalen Wert bei 500° C und zeigt dann einen steilen Abfall bis zum vollen Verschwinden beim Curie-Punkt. Die zweite Konstante χ , die die betreffende Größe in der Trigonalachse darstellt, nimmt dagegen ständig mit der Temperatur ab, und verschwindet fast schon bei 500° C. Der Verlauf der Kurven dieser Konstanten weicht grundsätzlich von denen der theoretisch zu erwartenden ab. In Hinblick auf die Tatsache, daß die Abnahme der zweiten Konstante χ ganz parallel mit der Anisotropiekonstante K verläuft, könnte man die beiden letzten Konstanten in theoretischen Zusammenhang bringen.

Einleitung. Die Magnetostruktionserscheinung des ferromagnetischen Körpers in seinem Sättigungszustand ist bis jetzt von Akulov¹⁾ sowie auch von Becker²⁾ theoretisch behandelt, und zwar unter der Annahme, daß die magnetische Energie des Dipolgitters mit seiner elastischen Verzerrungsenergie im Gleichgewicht stehen soll. Die Formel für das reguläre Gitter lautet:

$$\left(\frac{\delta l}{l}\right)_{\alpha, \beta} = 2 \frac{S J_{\infty}^2}{\frac{c_{11} - c_{12}}{2}} - 3 \frac{S J_{\infty}^2}{\frac{c_{11} - c_{12}}{2}} \sum_{i \neq j} \alpha_i^2 \beta_j^2 - \frac{2 S J_{\infty}^2}{c_{44}} \sum_{i \neq j} \alpha_i \alpha_j \beta_i \beta_j, \quad (1)$$

wo $(\delta l/l)_{\alpha, \beta}$ = die in der Richtung $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ gemessene Längenänderung, die entstehen würde, wenn das unmagnetische Gitter durch ein Dipolgitter der Magnetisierungsrichtung $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ersetzt würde; c_{11}, c_{12}, c_{44} = elastische Konstanten des Gitters; J_{∞} = Sättigungsmagnetisierung; S = eine Konstante, die den Wert 0,4 oder 0,6 hat, je nachdem das Gitter raumzentriert oder flächenzentriert ist.

Setzen wir jetzt:

$$C = 2 \frac{S J_{\infty}^2}{\frac{c_{11} - c_{12}}{2}}, \quad \chi = \frac{4}{3} \frac{S J_{\infty}^2}{c_{44}} \quad (2)$$

¹⁾ N. Akulov, ZS. f. Phys. **52**, 839, 1928. — ²⁾ R. Becker, ebenda **62**, 253, 1930.

so wird der obige Ausdruck:

$$\left(\frac{\delta l}{l}\right)_{\alpha,\beta} = C - \frac{3}{2} C \sum_{i \neq j} \alpha_i^2 \beta_j^2 - \frac{3}{2} \chi \sum_{i \neq j} \alpha_i \alpha_j \beta_i \beta_j. \quad (3)$$

Man kann leicht zeigen, daß die Summe der Längenänderungen, die bei gegebener Magnetisierungsrichtung (α) in den drei gegeneinander senkrechten Kantenrichtungen (100), (010), (001) gemessen werden, verschwindet; das Volumen erfährt keine Änderung beim Übergang von dem unmagnetischen zum magnetischen Gitter. Mittels dieser Beziehung können wir die Gültigkeit des obigen Ausdrucks (3) auf den Fall erweitern, in dem der wirkliche Kristall bis zur Sättigung magnetisiert ist. Selbstverständlich ist dabei vorausgesetzt, daß sich die darin enthaltenen Elementargebiete im unmagnetischen Zustand auf die sämtlichen leichtesten Magnetisierungsrichtungen ihrer Zahl nach gleichmäßig verteilen. Solange in dem Kristall diese Voraussetzung erfüllt ist, sind wir in der Lage, die zwei Konstanten C und χ experimentell zu bestimmen, und zwar können beim Eisenkristall C und χ mit den Längenänderungen der Tetragonal- bzw. der Trigonalachse gleichgesetzt werden. Die so gemessenen Werte sind bei dem Eisenkristall nach Honda und Masiyama¹⁾ $C = 1,71 \cdot 10^{-5}$, $\chi = 1,7 \cdot 10^{-5}$ und nach Webster²⁾ $C = 1,95 \cdot 10^{-5}$, $\chi = 1,7 \cdot 10^{-5}$.

Was nun die Verteilung der Elementargebiete in dem wirklichen Eisenkristall betrifft, so haben Kaya und ich³⁾ schon auf Grund eingehender Untersuchungen darauf hingewiesen, daß der unmagnetische Zustand des Kristalls, auch wenn der Kristall vorher völlig entmagnetisiert worden ist, nicht als ein Zustand, in dem sich die Elementargebiete nach den sechs Hauptrichtungen gleichmäßig verteilen, angesehen werden kann. Erheblich bequemer wird es infolgedessen, wenn man statt des unmagnetischen Zustandes den Remanenzpunkt⁴⁾ als den Normalzustand wählt, bei dem sich die sämtlichen Elementargebiete in den drei Hauptrichtungen, die der magnetischen Feldrichtung naheliegen, proportional ihren Richtungskosinussen verteilen. Der Einfluß der inneren Spannungen auf die Verteilung der Elementargebiete ist bei der Remanenz sehr gering, weil die dadurch gestörte Verteilung auf Kosten der verhältnismäßig großen Energie $2\pi J_{\perp}^2$ zustande kommt, wo J_{\perp} die durch diese Störung hervorgerufene Normalkomponente der Magnetisierung, 4π , den Entmagnetisierungsfaktor des Kristalls in der Querrichtung des Feldes bezeichnet.

¹⁾ K. Honda u. Y. Masiyama, Sci. Rep. Tōhoku **15**, 755, 1926. —

²⁾ W. Webster, Proc. Roy. Soc. London (A) **109**, 570, 1925. — ³⁾ S. Kaya u. H. Takaki, Anniv. Vol. of Sci. Rep. Tōhoku 314, 1936. — ⁴⁾ S. Kaya, ZS. f. Phys. **84**, 705, 1933.

Dagegen spielen im unmagnetischen Zustand die inneren Spannungen auch wenn sie ganz schwach sind, die Hauptrolle, weil hier nirgends eine Gegenkraft zur Störung der Verteilung vorhanden ist.

Die longitudinale Längenänderung zwischen dem Remanenz- und Sättigungspunkt wird gegeben durch den Ausdruck:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\delta l}{l}\right)_{\text{Sätt.-Rem.}} &= C - 3C(\beta_2^2\beta_3^2 + \beta_3^2\beta_1^2 + \beta_1^2\beta_2^2) \\
 &\quad - 3\chi(\beta_2^2\beta_3^2 + \beta_3^2\beta_1^2 + \beta_1^2\beta_2^2) \\
 &\quad - \frac{\beta_1}{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \left\{ C - \frac{3}{2} C(\beta_2^2 + \beta_3^2) \right\} \\
 &\quad - \frac{\beta_2}{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \left\{ C - \frac{3}{2} C(\beta_3^2 + \beta_1^2) \right\} \\
 &\quad - \frac{\beta_3}{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \left\{ C - \frac{3}{2} C(\beta_1^2 + \beta_2^2) \right\} \\
 &= \left\{ \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\beta_1^3 + \beta_2^3 + \beta_3^3}{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3} \right) - 3(\beta_2^2\beta_3^2 + \beta_3^2\beta_1^2 + \beta_1^2\beta_2^2) \right\} C \\
 &\quad - 3\chi(\beta_2^2\beta_3^2 + \beta_3^2\beta_1^2 + \beta_1^2\beta_2^2). \tag{4}
 \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser Formel haben Kaya und ich die genannten zwei Konstanten C und χ aus Messungen an acht langen Eisenkristallen berechnet mit dem Resultat:

$$C = 25,6 \cdot 10^{-6}, \quad \chi = 18,9 \cdot 10^{-6} \tag{5}$$

Während sich aus der Beckerschen Formel (2)

$$C = 4,92 \cdot 10^{-6}, \quad \chi = 1,38 \cdot 10^{-6} \tag{6}$$

ergibt, wenn für die elastischen Konstanten des Eisenkristalls die von Kimura¹⁾ gemessenen Werte

$$\left. \begin{aligned} c_{11} &= 2,41 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2, & c_{12} &= 1,46 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2, \\ c_{44} &= 1,12 \cdot 10^{12} \text{ dyn/cm}^2 \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

eingesetzt werden.

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment bei der Richtungsabhängigkeit bis auf die Beträge der beiden Magnetostruktionskonstanten sehr befriedigend. Man könnte wohl meinen, daß die bei ihnen auftretenden großen Abweichungen den Grund darin haben, daß es sich hier nicht um die makroskopischen elastischen Konstanten, wie sie Kimura gemessen hat, handelt, und es daher überflüssig sei, sich darum zu kümmern. Meiner Ansicht nach ergibt die Übereinstimmung

¹⁾ R. Kimura, Sci. Rep. Tôhoku **23**, 359, 1934.

in der Richtungsabhängigkeit die Richtigkeit der Theorie nicht, weil sie nicht als die Eigentümlichkeit der Beckerschen Theorie angesehen wird. Inwieweit diese Theorie den Tatsachen entspricht, läßt sich erst aus den Temperaturänderungen des Effektes entscheiden, zu denen sie führt. In neuer Zeit hat Nakamura¹⁾ die Abhängigkeiten der elastischen Konstanten der Eisenkristalle von der Temperatur gemessen, und zwar lauten sie:

$$\left. \begin{aligned} c_{11} - c_{12} &= (c_{11} - c_{12})_{20} \{1 - 3,68 \cdot 10^{-4} (t - 20) - 27,8 \cdot 10^{-8} (t - 20)^2\} \\ c_{44} &= (c_{44})_{20} \{1 - 0,44 \cdot 10^{-4} (t - 20) - 17,5 \cdot 10^{-8} (t - 20)^2\}, \end{aligned} \right\} (8)$$

wo $(c_{11} - c_{12})_{20}$, $(c_{44})_{20}$ die auf die Zimmertemperatur bezogenen, von Kimura gemessenen Werte (7) darstellen. Die Temperaturabhängigkeit der Sättigungsmagnetisierung J_{∞} ist seit langem bekannt, und folglich kann man leicht berechnen, wie sich die beiden Konstanten C und χ mit der Temperatur ändern. Die vorliegende Untersuchung ist daher vorgenommen worden, um sie experimentell zu prüfen.

Meßanordnung. Die gewöhnlichen mechanisch-optischen Vergrößerungsvorrichtungen, die bei den bisherigen Magnetostraktionsversuchen

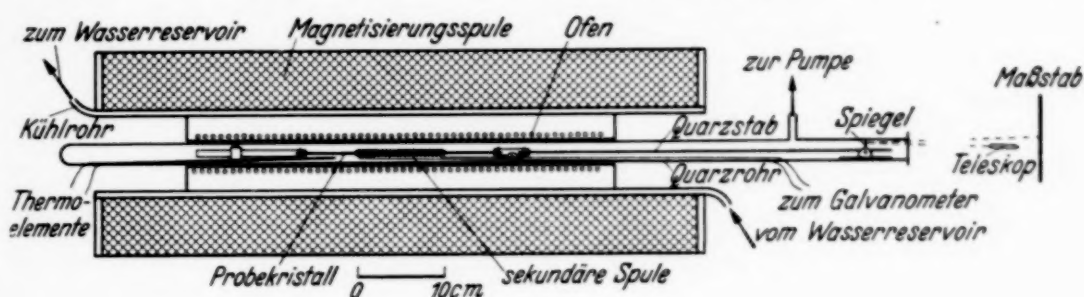


Fig. 1.

zur Verfügung standen, beanspruchen den Probekristall bis zu einem gewissen Grade mechanisch. Deswegen haben wir eine modifizierte Anordnung, wie in Fig. 1 gezeigt, benutzt, bei der das freie Ende des Quarzstabes, dessen anderes Ende an dem Kristallstab befestigt wird, auf einer leicht drehbaren Rolle liegt. Das andere Ende des Kristalls ist an der Kupferunterlage befestigt, die mit den Lagern der Rolle in starrer Verbindung steht. Da ein kleiner Druck wegen des Eigengewichtes des Quarzstabes auf die Rolle wirkt, so wird bei Änderung der Länge der Probe die Drehung der Rolle ohne die mindeste Gleitung der Rolle erfolgen. Die Drehung kann durch gewöhnliche optische Methode genau gemessen werden. Die ganze Anordnung einschließlich des Thermoelements sowie einer sekundären Spule, mit der die Magnetisierung der Probe ballistisch zu messen ist, befindet

¹⁾ K. Nakamura, Sci. Rep. Tôhoku **25**, 364, 1936.

sich in einem Quarzrohr von 2,2 cm Durchmesser und 100 cm Länge. Zwischen dem Quarzrohr und der äußersten Magnetisierungsspule befindet sich ein induktionsfrei gewickelter Ofen. Um die Temperatur des Ofens während der Messung möglichst konstant zu halten, wurde der Heizstrom aus Akkumulatoren von 700 A.Std., 110 Volt entnommen, und außerdem das Kühlrohr, welches sich zwischen der Magnetisierungsspule und dem Ofen befindet, aus einem Wasserreservoir von konstanter Temperatur gespeist.

Die mechanisch-optische Vergrößerungsanordnung besitzt vor den anderen (z. B. Kapazitätsänderungsmethode) den Vorzug, innerhalb weniger Minuten eine große Zahl von Messungen zu ermöglichen. Um den einzigen daran haftenden Nachteil, daß die Genauigkeit einigermaßen unbefriedigend ist, braucht man sich bei unserem Fall nicht zu kümmern, weil es uns sehr lange Kristallstäbe von etwa 25 cm herzustellen gelang.

Kristallstäbe und ihre Wärmebehandlung. Die für unsere Messungen benutzten zylindrischen Kristallstäbe von etwa 2 mm Durchmesser wurden aus im Vakuum geschmolzenem Elektrolyteisen durch die kritische Dehnungsmethode nach Edwards hergestellt. Tabelle 1 enthält ihre Längen, Richtungskosinusse der Zylinderachsen gegen die Kantenrichtungen sowie auch die Remanenz, die theoretisch durch

$$J_r = J_\infty / \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \quad (9)$$

gegeben ist. Die hier benutzten Kristalle können sich je nach ihrer Orientierung in drei Sorten aufspalten lassen, nämlich die Tetragonal-, Digonal- und Trigonalkristalle, und zwar gehören Nr. 58 zu der ersten, Nr. 2, Nr. 61 zu der zweiten, Nr. 105 zu der dritten.

Tabelle 1.

Probe-Nr.	Länge mm	Ent- magnetisierungs- faktor	Richtungskosinusse			J_r ber	J_r beob
			β_1	β_2	β_3		
58	254,0	0,002 98	0,973	0,171	0,145	1326	1342
2	264,0	0,002 65	0,926	0,374	0,045	1270	1270
61	236,8	0,003 21	0,717	0,697	0,036	1179	1150
105	230,4	0,003 31	0,659	0,542	0,522	993	995

Zur Wärmebehandlung der Kristalle diente ein zylindrischer induktionsfrei gewickelter Vakuumofen, dessen Achse zum erdmagnetischen Feld genau senkrecht stand. Nach zweistündigem Glühen bei 850° C, wurden sie langsam bis zur Zimmertemperatur abgekühlt (Abkühlungsgeschwindigkeit etwa 50° C/Std.).

Ergebnisse. Bei den verschiedenen Temperaturen bis zum Curie-Punkt sind die Messungen der Längenänderungen nicht nur auf der Nullkurve, sondern auch auf der absteigenden Hysteresiskurve vorgenommen worden. Die dazu gehörigen Magnetisierungen sind gleich danach gemessen worden.

In bezug auf die Remanenz ergab sich, daß die Formel (9) bei hoher Temperatur ebenso wie bei Zimmertemperatur gültig ist, wenn auch der der Remanenz entsprechende Punkt bei über 500° C verhältnismäßig unscharf wird. In Tabelle 2 wird diese befriedigende Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment gezeigt.

Tabelle 2.

Probe-Nr. 58			Probe-Nr. 2		
T (°C)	J_r ber	J_r beob	T (°C)	J_r ber	J_r beob
19	1326	1342	19	1270	1270
117	1298	1314	116	1244	1232
224	1264	1273	217	1213	1200
318	1223	1230	308	1176	1171
412	1169	1170	410	1121	1101
520	1072	1074	526	1022	1019
622	946	946	622	908	920
728	656	655	724	645	undeutlich
750	512	undeutlich			

Probe-Nr. 61			Probe-Nr. 105		
T (°C)	J_r ber	J_r beob	T (°C)	J_r ber	J_r beob
20	1179	1150	20	993	995
92	1159	1137	92	975	977
217	1125	1097	222	946	946
301	1088	1063	304	920	925
425	1030	994	407	876	875
541	934	910	551	778	764
702	673	698	685	606	614

In der Fig. 2 ist der Verlauf der gesuchten Längenänderung, die auf der absteigenden Hysteresiskurve bei der zum Tetragonalkristall gehörigen Probe Nr. 58 gemessen wurde, als Funktion der Magnetisierung dargestellt. Wegen der zufälligen inneren Bedingungen wird in dem Zwischengebiet von dem unmagnetischen Punkt und der Remanenz eine bedeutende Ausdehnung mit der absteigenden Magnetisierung beobachtet. Diese anscheinend den bisherigen Beobachtungen widersprechende Erscheinung kommt nicht nur auf der absteigenden Hysteresiskurve, sondern auch auf der Nullkurve zum Vorschein. Damit die gefundene Ausdehnung als die allgemein bei

dem Tetragonalkristall auftretende Eigentümlichkeit nicht verstanden wird, empfehle ich den Lesern, die Fig. 2 in der vorher zitierten Arbeit von Kaya und mir (l. c.) anzusehen, die ein Beispiel für die Längenabnahme des Tetragonalkristalls in dem genannten Gebiet darbietet. Als besonders bemerkenswert erwähne ich hier noch die Tatsache, daß die Größe dieser Ausdehnung oder Kontraktion unter Umständen leicht veränderlich ist;

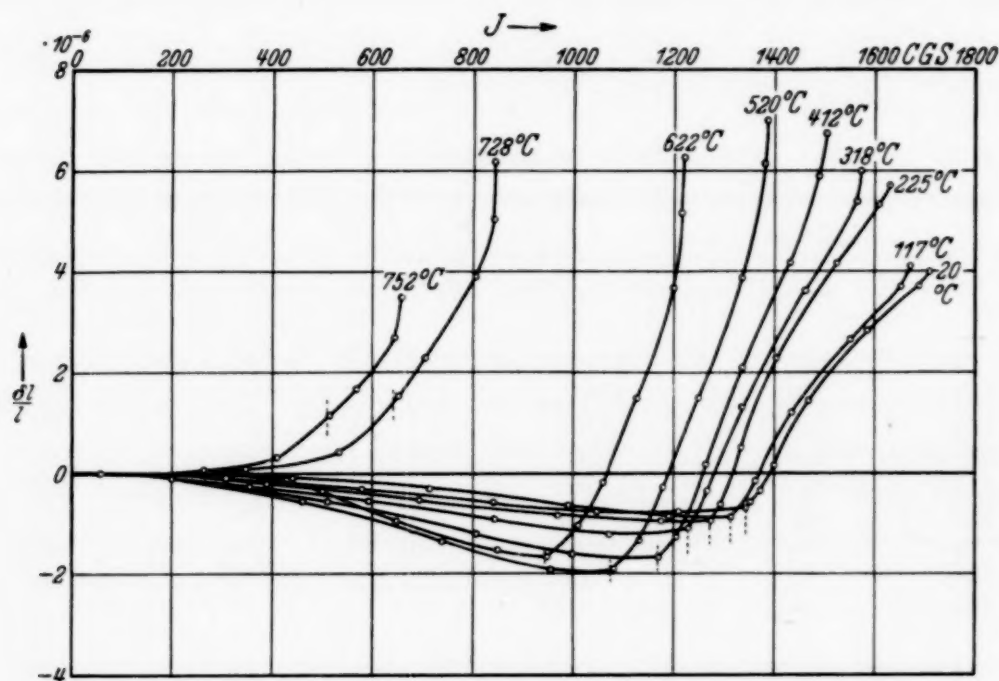


Fig. 2.

darin liegt zugleich ein Nachweis, daß die Verteilung der Elementargebiete im unmagnetischen Zustand von geringen äußeren Störungen beeinflusbar ist.

Dagegen erhalten wir, ausgehend von dem Sättigungspunkt zur Remanenz hin, immer eine bestimmte Längenkontraktion, die mit steigender Temperatur allmählich zunimmt, bei etwa 500° C ihren maximalen Wert erreicht und danach sehr rasch abfällt. Damit die beiden Konstanten C und χ bei der betreffenden Temperatur, auf der sich der Kristall befindet, in Zusammenhang mit der genannten Kontraktion gebracht werden, muß in die rechte Seite von der Formel (4) die Werte für die Probe Nr. 58 einsetzen und mit der gemessenen Kontraktion gleichsetzen. Sie ergeben sich bei den angegebenen Temperaturen zu

10^6	20° C	100° C	200° C	300° C	400° C	500° C	600° C	700° C	750° C
$0,273C - 0,147\chi$	4,50	4,75	5,70	7,10	8,30	9,00	8,30	5,90	3,80

Hier sei noch besonders hinzugefügt, daß das erste Glied mit der Umklappmagnetisierung und das zweite mit der kontinuierlichen Drehung zusammen-

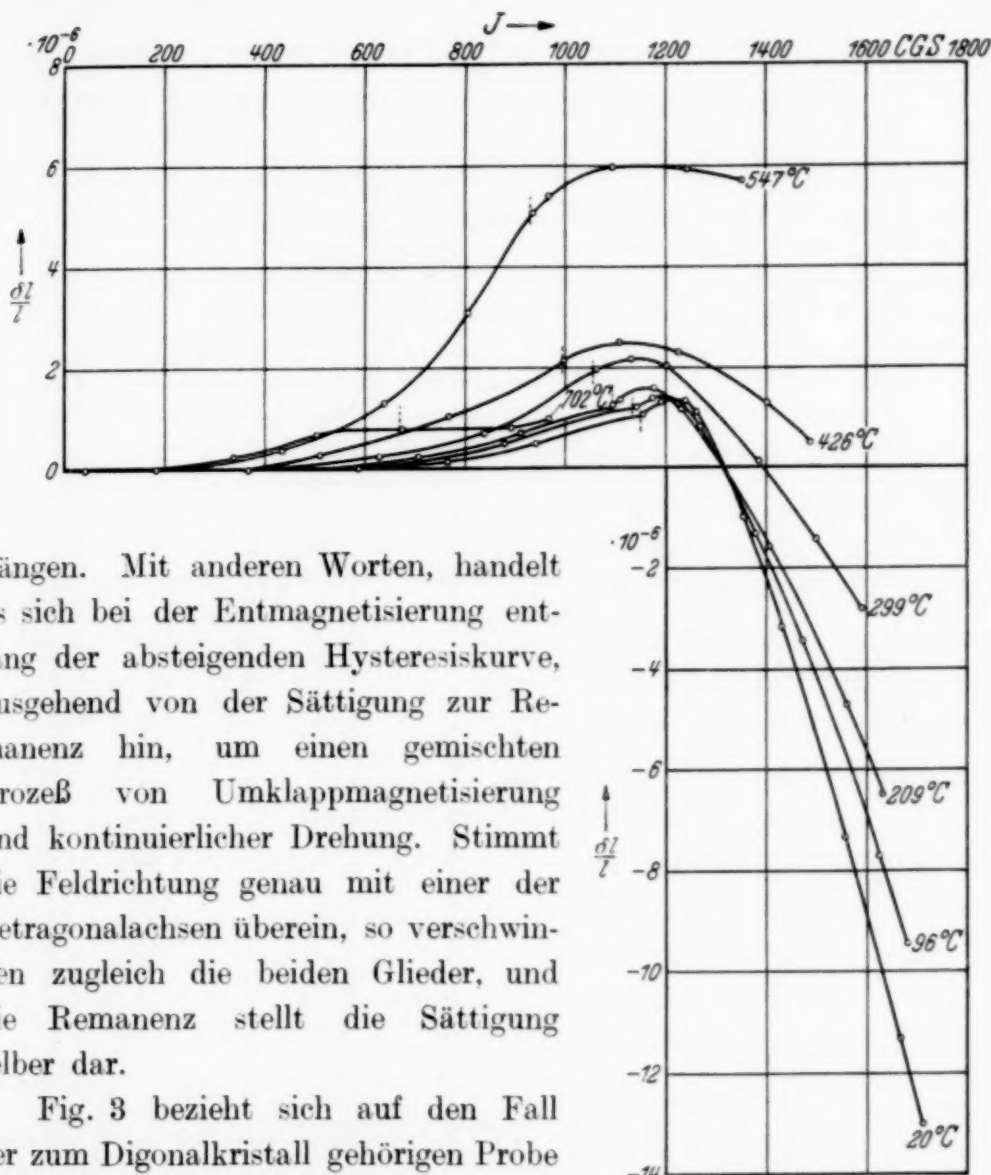


Fig. 3.

hängen. Mit anderen Worten, handelt es sich bei der Entmagnetisierung entlang der absteigenden Hysteresiskurve, ausgehend von der Sättigung zur Remanenz hin, um einen gemischten Prozeß von Umklappmagnetisierung und kontinuierlicher Drehung. Stimmt die Feldrichtung genau mit einer der Tetragonalachsen überein, so verschwinden zugleich die beiden Glieder, und die Remanenz stellt die Sättigung selber dar.

Fig. 3 bezieht sich auf den Fall der zum Digonalkristall gehörigen Probe Nr. 61, in der die folgende Beziehung gilt:

10^6	20° C	100° C	200° C	300° C	400° C	500° C	600° C	700° C	750° C
$0,015C - 0,753\chi$	-14,00	-10,95	-7,60	-4,70	-2,15	-0,10	0,70	0,20	0,00

Für die andere Probe, Nr. 2, ergibt sich:

10^6	20° C	100° C	200° C	300° C	400° C	500° C	600° C	700° C	750° C
$0,189C - 0,366\chi$	-2,20	-1,40	-0,10	2,00	3,95	4,90	5,20	3,80	1,80

Beim genauen Digonalkristall ist offenbar das erste Glied Null, und folglich nimmt die Länge monoton mit absteigender Magnetisierung bis zur Re-

manenz zu. Die in der Fig. 3 kurz vor der Remanenz auftretende Längenkontraktion beruht darauf, daß dort der dem ersten Glied entsprechende Umklappprozeß stattfindet. Mit steigender Temperatur nimmt die dem zweiten Glied entsprechende Ausdehnung sehr rasch ab und wird schon bei 500° C nahezu unmerkbar. Dagegen wird das erste Glied allmählich größer, erreicht bei 500° C seinen maximalen Wert und nimmt wieder ab.

Die ganz entsprechenden Gesetzmäßigkeiten ergeben sich auch im Falle des Trigonalkristalls Nr. 105, in dem die Bestimmungsgleichung lautet:

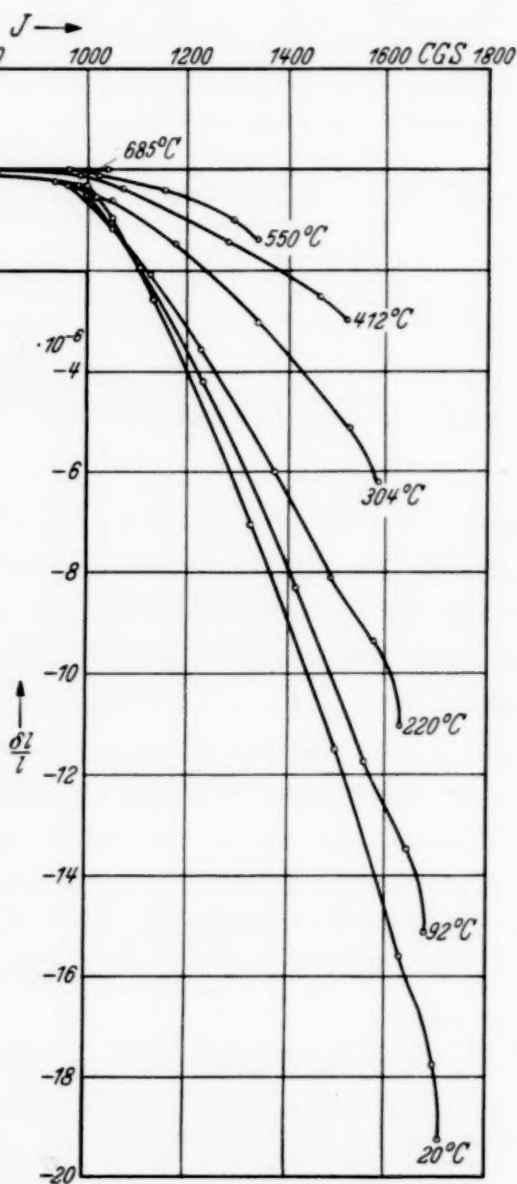


Fig. 4

10^6	20° C	100° C	200° C	300° C	400° C	500° C	600° C	700° C	750° C
$0,010 C - 0,987 \chi$	-18,60	-14,80	-10,10	-6,20	-3,40	-1,70	-0,60	0,00	0,00

Fig. 4 bezieht sich auf diesen Fall. Endlich haben wir noch in Fig. 5 den Fall von polykristallinem Material hinzugefügt.

Mit Hilfe der soeben erhaltenen Bestimmungsgleichungen lassen sich C und χ in ihren Abhängigkeiten von der Temperatur leicht berechnen. Wie in Tabelle 3 gezeigt wird, ändert sich die so bestimmte Konstante C bis zu 200° C praktisch nicht, dann steigt sie, erreicht bei 500° C ihren maximalen

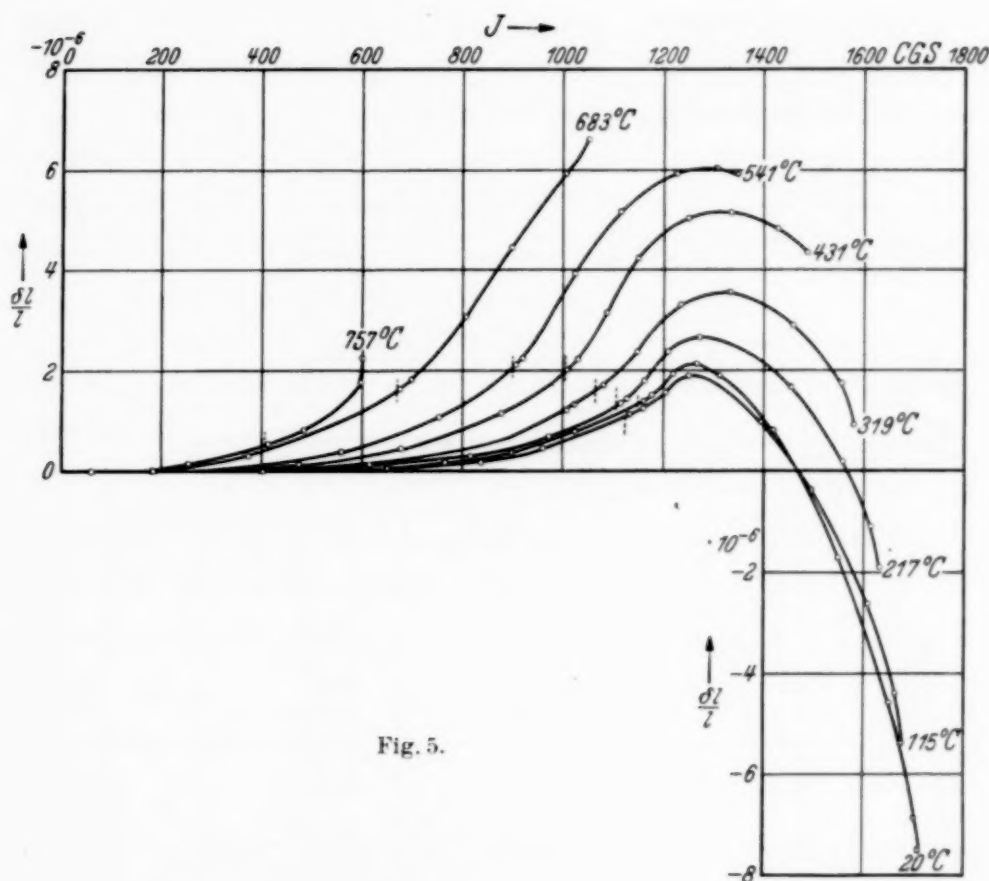


Fig. 5.

Wert und nimmt wieder ab. Dagegen nimmt χ mit zunehmender Temperatur anfänglich geradlinig ab, und der Wert wird schon bei 500° C unmerklich klein.

Diskussion der Ergebnisse. Wir sind jetzt soweit vorbereitet, daß wir die Richtigkeit des theoretischen Ausdrucks (2) gemäß seiner Abhängigkeit von der Temperatur beurteilen können. In der Fig. 6 ist der berechnete und der beobachtete Verlauf der Konstante C und χ dargestellt.

Tabelle 3.

T (°C)	20	100	200	300	400	500	600	700	750
$C \cdot 10^6$	26,4	23,8	24,5	27,8	31,1	32,4	30,0	21,4	12,8
$\chi \cdot 10^6$	19,2	14,7	10,7	6,8	3,8	1,6	0,5	0,2	0,2

Die theoretischen Kurven verlangen wegen der geringen Veränderlichkeit der elastischen Konstanten ($c_{11} - c_{12}$) und c_{44} mit der Temperatur, daß C und χ nahezu die gleiche Kurvenform haben wie J_{∞}^2 . Bei der Beobachtung unterscheiden sich die Kurvenformen der beiden Konstanten grundsätzlich voneinander. Ich erlaube mir daher zu behaupten, daß die Magnetostruktionskonstanten, die in der Beckerschen Formel auftreten, nicht nur in ihren Beträgen, sondern auch in ihren Temperaturabhängigkeiten, den wirklichen Fällen widersprechen.

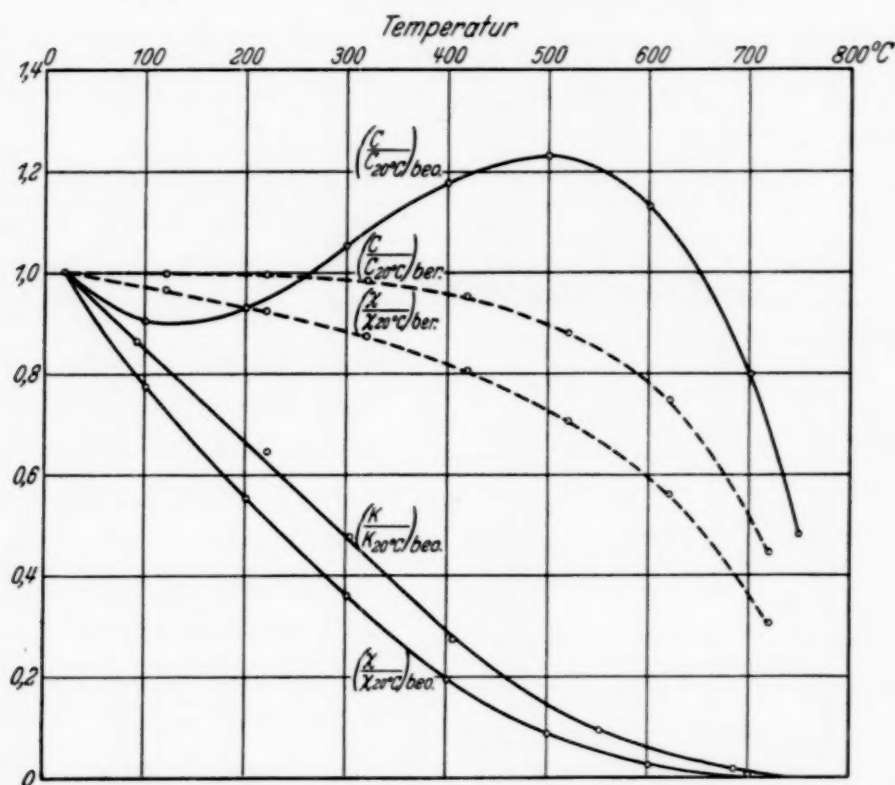


Fig. 6.

Nun ist es sehr bemerkenswert, daß die Abhängigkeit der Anisotropiekonstante K von der Temperatur ganz ähnlich ist wie die der Konstante χ . Den Zusammenhang beider Konstanten können wir darin erblicken, daß die Energie des Quadrupolgitters mit der elastischen Verzerrungsenergie im Gleichgewicht steht. Die Berechnung der Magnetostruktion des Quadrupolgitters nach der Beckerschen Methode, die Becker im Falle des Dipolgitters benutzte, führt ihrer Größenordnung nach nicht zum richtigen Resultat. Fassen wir nun der Einfachheit halber den folgenden Zusammenhang ins Auge:

$$\frac{1}{2} E \left(\frac{\delta l}{l} \right)_{\beta, \beta} = 2 K (\beta_2^2 \beta_3^2 + \beta_3^2 \beta_1^2 + \beta_1^2 \beta_2^2),$$

wo E der Elastizitätsmodul von der Richtung $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, der bei der Trigonalrichtung nach Kimura (l. c.) den Wert $2,77_1 \cdot 10^{12}$ dyn/cm² bei Zimmertemperatur hat, bezeichnet, und K nach unserer Messung $2,25 \cdot 10^5$ erg/cm³ beträgt, so wird $(\delta l/l)_{[111]}$ nur $1,11 \cdot 10^{-7}$ gegen die Beobachtung $189 \cdot 10^{-7}$. Trotzdem stimmt er in seiner Temperaturabhängigkeit mit der Beobachtung sehr gut überein, wie in Fig. 6 gezeigt ist.

Die vorstehende Arbeit wurde auf Anregung und unter Leitung von Herrn Prof. Dr. S. Kaya im physikalischen Institut der Kaiserlichen Universität zu Hokkaido ausgeführt. Ich möchte auch an dieser Stelle der Nippon Gakujutu Sinkokai für die Gewährung eines Forschungsstipendiums meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Sapporo (Japan), Phys. Inst. d. Kaiserl. Universität zu Hokkaido,
November 1936.

Die Reichweitengruppen der natürlichen H-Strahlen.

Von **Werner Volland** in Berlin.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 17. Dezember 1936.)

Es werden die in dünnen Paraffinfolien von Po- α -Strahlen ausgelösten H-Strahlen untersucht. In Übereinstimmung mit dem Befund von Pose und Diebner ergibt sich, daß bei zwei Werten der α -Energie Minima der H-Teilchenzahlen auftreten.

Problemstellung. Bei seinen Messungen an natürlichen H-Strahlen, die von Po- α -Strahlen aus einer Paraffinfolie ausgelöst wurden, fand Frank¹⁾ Andeutungen für Extrema bei den H-Strahlabsorptionskurven. Pose und Diebner²⁾ stellten weitere Messungen über diesen Gegenstand an und fanden, daß das Spektrum der natürlichen H-Strahlen aus verwaschenen Linien besteht, das heißt, daß die Absorptionskurven eine Art Gruppenstruktur aufweisen.

Da die Messungen von Pose und Diebner hinsichtlich der Anregungsfunktionen der einzelnen Gruppen und hinsichtlich ihrer Schärfe noch einige Fragen offen lassen und da durch neuere theoretische Ansätze von Beck³⁾, Wenzel⁴⁾ und Horsley⁵⁾ dieser Gegenstand an Interesse gewonnen hat, wurden nochmals Messungen vorgenommen. Nach den Erfahrungen bei Atomumwandlungsmessungen [vgl. Pose⁶⁾] liefern dünne Substanzfolien immer sauberere Ergebnisse, insbesondere nimmt die Verwaschung von Protonengruppen mit abnehmender Substanzdicke ab. Im Hinblick auf diese Ergebnisse wurden die im folgenden beschriebenen Messungen angestellt, wobei eine möglichst weitgehende Verfeinerung der Versuchsbedingungen angestrebt wurde.

Apparatur. Der Aufbau der Meßanordnung ist im wesentlichen nach dem Schema der früheren Anordnungen [vgl. Hoffmann und Pose⁷⁾] aufgebaut. Das Elektrometer besaß ein leichtes System mit einer Einstelldauer von etwa 5 Sekunden, so daß ungefähr 100 bis 120 Teilchen pro

¹⁾ E. Frank, ZS. f. Phys. **90**, 764, 1934. — ²⁾ H. Pose, ebenda **90**, 773, 1934. — ³⁾ G. Beck, ebenda **62**, 331, 1930; Handb. d. Radiologie **6**, Leipzig 1933. — ⁴⁾ P. Wenzel, ZS. f. Phys. **90**, 754, 1934. — ⁵⁾ H. Horsley, Phys. Rev. **48**, 1, 1935. — ⁶⁾ H. Pose, ZS. f. Phys. **67**, 194, 1931. — ⁷⁾ G. Hoffmann u. H. Pose, ebenda **56**, 405, 1929.

Stunde ohne Schwierigkeit registriert werden konnten. Die Empfindlichkeit der Apparatur war so bemessen, daß bei einem Skalenabstand von 2 m 3020 E.-Q. 1 mm Ausschlag erzeugten, was bei der noch zu beschreibenden Ionisationskammer Ausschläge von etwa 10 mm pro H-Teilchen ergab.

Eingehender sei die Ionisationskammer und der Aufbau der eigentlichen Zertrümmerungsschachtel beschrieben: Es wurde eine kegelförmige Kammer aus Kupfer benutzt, in die ein Cu-Draht als Auffangelektrode bis zu zwei Drittel der Höhe hineinragt. Diese Elektrode, die bernstein-isoliert nach außen geführt ist, wird mit dem System des Elektrometers verbunden. Der Kupferkörper dient gleichzeitig als zweite Elektrode. Eine Al-Folie von 36 mm Luftäquivalent schließt die Kammer nach dem evakuierbaren Aufsatz hin ab. In diesem befindet sich an einer Säule ein Poloniumpräparat und eine Paraffinfolie als H-Strahlquelle, die im Hinblick auf die früheren Ergebnisse als Scheibe von 10 μ Dicke (~ 11 mm Luftäquivalent) ausgebildet wurde. Die Molekularformel des Materials ist $C_{29}H_{60}$. Diese Paraffinschicht wurde auf eine Messingplatte mit einer konzentrischen Bohrung von 4 mm Durchmesser geklebt, wobei auf Homogenität dieser Schicht besonderes Augenmerk gerichtet wurde. Der Paraffindünnschnitt absorbiert also nur ein relativ enges Intervall der α -Strahlreichweite.

Als Primärenergie diente ein Poloniumpräparat mit einem einseitigen Ionisationsstrom von 52 elst. Einh., das α -Strahlen in einen Winkelbereich von ungefähr $\pm 11,3^\circ$ auf die Paraffinschicht sendet. Die erzeugten Protonen gelangten unter einem Öffnungswinkel von $\pm 4,5^\circ$ in die Ionisationskammer. Unter diesen Bedingungen war es möglich, die zu recht engen α -Strahlen gehörenden Protonen sauber auszumessen. Um den Verlauf der Absorptionskurven weitgehendst sicherzustellen, wurden die Sekundärabsorptionen von fünf zu fünf Millimeter Luftäquivalent variiert. Als Material wurde Glimmer benutzt, weil dieser sich leicht spalten läßt und sich durch große Homogenität auszeichnet. Die Bestimmung des Luftäquivalentes der einzelnen Folien wurde durch α -Strahlabsorption mit einer elektrischen Methode ausgeführt. Die erhaltenen Absorptionswerte wurden dann auf 0° und 760 mm umgerechnet. Da Glimmer nicht frei von natürlichen H-Teilchen ist, wurden zwecks Änderung der Primärenergie für die einzelnen Kurvenzüge Al-Folien verwandt. Zur Erzielung großer Meßgenauigkeit wurden für jeden Meßpunkt der Absorptionskurven etwa 300 Einzeleffekte ausgewertet, insgesamt etwa 12500 Stöße.

Meßergebnisse. Bei dem Meßergebnis ist zu berücksichtigen, daß die erhaltenen Ergebnisse noch korrigiert werden mußten. Die durch die

Paraffinfolie von 11 mm Luftäquivalent gehenden α -Teilchen treffen auf die Glimmerblättchen der Sekundärabsorptionen und lösen hier Protonen aus. Als Material für die Glimmerfolien diente Muskovit, dessen chemische Formel $\text{KH}_2\text{Al}_3\text{Si}_3\text{O}_{12}$ ist. In dieser Verbindung liefern zwei Komponenten nämlich H und Al Protonen. Während der Anteil an H-Strahlen aus dem Wasserstoff das Meßergebnis fälschen kann, können die künstlichen Protonen aus dem Aluminium das Resultat nicht merkbar beeinflussen; denn ihre Zahl ist im Verhältnis zu den natürlichen H-Strahlen sehr gering, so daß sie im Fehlerbereich verschwindet. Der H-Teilchenanteil der aus dem H der Verbindung stammt, wurde zu ungefähr 5% des Meßeffectes errechnet.

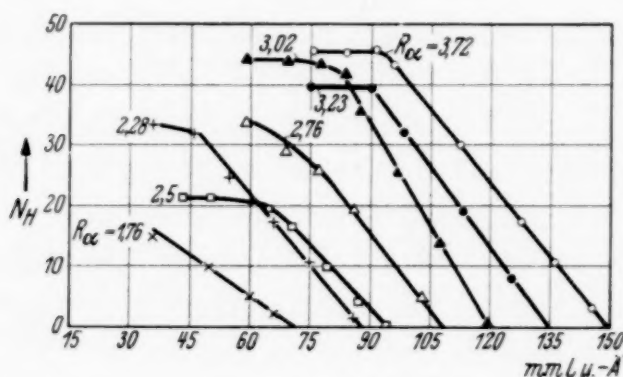


Fig. 1.

Eine experimentelle Prüfung des Ergebnisses, bei der an Stelle des Paraffins eine Goldfolie von gleichem Luftäquivalent eingesetzt wurde, mit den Glimmerfolien zeigte, daß bei kurzen Reichweiten, bis zu etwa $R_H = 10$ cm, ein kleiner Anteil von H-Strahlen aus dem Absorber stammte. Außerdem wurden die Werte für die einzelnen Meßpunkte der Absorptionskurven auf gleiche Präparatstärke umgerechnet; das so erhaltene Ergebnis veranschaulichen die in Fig. 1 dargestellten Kurven.

Die gemessenen Kurvenzüge wurden von α -Teilchen erzeugt, deren Reichweite in Luft 3,72, 3,23, 3,02, 2,77, 2,5, 2,28, 1,76 cm betrug. Man erkennt, daß die Kurvenzüge sämtlich deutlich definierte Reichweiten besitzen. Der Intensitätsabfall erstreckt sich allerdings über einen größeren Bereich der H-Strahlreichweite, was durch die Dicke der Paraffinfolie bedingt ist, denn die in der obersten Schicht der Folie erzeugten H-Teilchen haben eine größere Absorption zu durchlaufen als die in tieferen Schichten erzeugten. Für die Ermittlung der H-Strahlausbeute ist füglich die Besetzungszahl in dem horizontalen Teil der Kurven zu wählen. Man erkennt, daß diese Besetzungszahlen keineswegs monoton mit der α -Energie ab-

nehmen. Es zeigt sich hier also deutlich die oben angegebene von Pose und Diebner beobachtete Anomalie.

Durch den Energieaustausch zwischen beiden Stoßpartnern ist ein Zusammenhang zwischen ihren Energiebeträgen gegeben; daher sind die Geschwindigkeiten der α -Teilchen und die H-Strahlreichweite miteinander verknüpft. Aus Energie- und Impulssatz folgt für die Geschwindigkeiten der Protonen:

$$v_H = \left(\frac{8}{5}\right) v_a \cos \Theta,$$

wo Θ den Winkel zwischen beiden Korpuskeln bedeutet. Nach der Geigerschen Beziehung $V^3 = a \cdot R$ resultiert der für die Reichweite der H-Strahlen geltende Ausdruck:

$$R_H = c \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^3 \cdot v_a^3 \cdot \cos^3 \Theta.$$

Da Folie und Kammeröffnung innerhalb eines endlichen Winkelbereiches von α - und H-Strahlen getroffen werden, tritt aus diesem Grunde eine Reichweitenverwaschung auf. Der größtmögliche Winkel zwischen α - und H-Strahl beträgt $15,8^\circ$, wozu ein $\cos^3 15,8^\circ$ von 0,89 gehört. Die Verwaschung könnte sich also höchstens über 11 % der Reichweiten erstrecken, doch ist die Zahl der Teilchen, die diesem ungünstigsten Winkel zuzuordnen ist, sehr klein. Man kann also ohne großen Fehler mit diesem Winkel von 0° zwischen α - und H-Strahl im vorliegenden Falle rechnen.

Interessant ist es, mit Hilfe der Formeln für R_H die Reichweiten beider Partikel unter Benutzung der Absorptionskurven zu vergleichen. Das Verhältnis von $R_a = 3,72$ und $R_a = 15,2$ ergibt, daß sich beide wie 1 : 4,09 verhalten. Für $R_a = 3,23$ und $R_H = 13,0$ ergibt sich 1 : 4,03, ($R_a = 2,76$) : ($R_H = 10,9$) = 1 : 3,96. Entsprechend liefern die folgenden Kurven die Proportionen: $2,28 : 9 = 1 : 3,95$ und $1,76 : 7,5 = 1 : 4,26$. Im wesentlichen stimmen die gefundenen Werte mit dem theoretisch errechneten $R_H = 4,1 \cdot R_a$ befriedigend überein.

Um den Nachweis zu erbringen, daß der experimentelle Befund eindeutig ist, wurden die Kurven der Fig. 1 mit denen der Pose-Diebnerschen Arbeit verglichen. Der Unterschied zwischen beiden Meßreihen ist der, daß Pose und Diebner dicke Paraffinschichten verwandten, während die Absorptionen der Fig. 1 sich auf Paraffinschichten von 11 mm Luftäquivalente beziehen. Es wird also einmal der Integraleffekt aller α -Reichweiten zum anderen der Differentialeffekt enger α -Strahlintervalle (etwa 11 mm Luftäquivalent) gemessen. Zum Vergleich beider müssen die Kurven der Fig. 1 superponiert werden.

Aus Fig. 2 ist ersichtlich, daß die gestrichelte H-Strahlabsorptionskurve von Pose und Diebner mit der hier gemessenen ausgezogenen Kurve innerhalb der Meßgenauigkeit befriedigende Übereinstimmung zeigt.

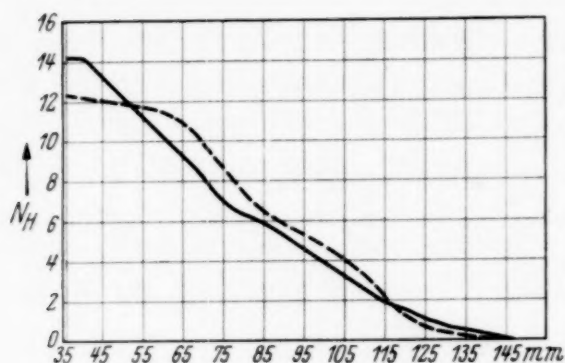


Fig. 2.

Vergleich der Meßergebnisse mit der Theorie. Die erste mathematische von Rutherford¹⁾ und Darwin²⁾ stammende Formulierung liefert für die Zahl von Q α -Teilchen in den Raumwinkel ω gestoßenen H-Teilchen den Ausdruck:

$$N_H = Q \cdot \omega \cdot n \cdot t \frac{4e^4}{v_a^4} \left(\frac{m_H + m_\alpha}{m_\alpha + m_H} \right)^2 \frac{1}{\cos^3 \Theta}.$$

Es bedeuten: n = Zahl der H-Atome der Substanz, t = Schichtdicke, Θ ist der Winkel zwischen α - und H-Strahl, $2e$, m_α , v_a entsprechen Ladung, Masse, Geschwindigkeit der α -Teilchen. Zwecks Modifizierung der Größe t ist (vgl. die Arbeit von Pose-Diebner) zu beachten, daß der für H_2 -Gas geltende Wert auf Luft umzurechnen ist. Im vorliegenden Fall ist $t = 11$ mm Luftäquivalent. Die experimentelle Anordnung ergab für $Q = 5,24 \cdot 10^7$ α -Teilchen pro Stunde und $\omega = 4 \cdot 10^{-3}$ $\Theta = 0^\circ$. Das Ergebnis der Rechnungen ist in der Tabelle 1 zusammengestellt, und zwar enthält die Spalte 1

Tabelle 1.

R_H	$\frac{N_H}{Q}$ ber	$\frac{N_H}{Q}$ beob	$\frac{N_H}{Q}$ nach Beck
15,3—12,3	$0,77 \cdot 10^{-6}$	$255 \cdot 10^{-6}$	$53,4 \cdot 10^{-6}$
12,3— 9,2	$1,06 \cdot 10^{-6}$	$164 \cdot 10^{-6}$	$66,2 \cdot 10^{-6}$
9,2— 6,2	$1,72 \cdot 10^{-6}$	$157 \cdot 10^{-6}$	$82,9 \cdot 10^{-6}$
6,2— 3,2	$3,5 \cdot 10^{-6}$	$80 \cdot 10^{-6}$	$123 \cdot 10^{-6}$

¹⁾ E. Rutherford, Phil. Mag. (6) **37**, 537, 1919. — ²⁾ C. Darwin, ebenda (6) **27**, 499, 1919.

die Reichweitenintervalle der gemessenen Kurven; die folgenden Reihen geben die errechneten Werte wieder. Es zeigt sich die übliche Abweichung zwischen theoretisch und experimentell gefundenen Werten, die um etwa einen Faktor 100 auseinander liegen. Ein Vergleich mit den Resultaten der bereits veröffentlichten Arbeiten liefert dasselbe Ergebnis.

Zu besseren Ergebnissen gelangen vor allem die theoretischen Behandlungen, die auf den Ideen der Wellenmechanik basieren. Taylor¹⁾ beschäftigte sich speziell mit der Streuung von α -Teilchen in He und Wasserstoff. Der Schwingungsvorgang des Systems wird durch die modifizierte Schrödingersche Differentialgleichung beschrieben:

$$\Delta \Psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U) \Psi = 0.$$

Die stehenden Eigenschwingungen des Kernes und die einfallenden de Broglie-Wellen der α -Teilchen veranschaulichen den hier zur Diskussion stehenden Streuvorgang. Die Ψ -Funktionen stellen Lösungen für die konkreten Vorgänge dar. Beck²⁾ nimmt nun an, daß der Potentialverlauf des Kernmodells durch eine rechteckige Mulde dargestellt werden kann. Er unterscheidet zwei Gebiete, nämlich $r > R$, d. i. der Bereich außerhalb der Mulde ($R = 4 \cdot 10^{-13}$ cm), in dem E die kinetische Energie der de Broglie-Welle ist, die durch die Wellenzahl $k_1 = 2\pi/h \cdot \sqrt{2mE}$ gekennzeichnet ist. Im Innern der Kernmulde ($r < R$) ist die Wellenzahl durch den Ausdruck $k_2 = 2\pi/h \cdot \sqrt{2m(E + U)}$, wo U mit der potentiellen Energie bzw. der Muldentiefe identisch ist. Beck erhält im Falle einer s -Streuung, d. h. die 1. Partialwelle Ψ_l mit dem Drehimpuls $l = 0$ ist angeregt, für den Streukoeffizienten das Amplitudenquadrat der Welle:

$$|C_0|^2 = \frac{\sin k_2 R \cdot \cos k_1 R - \frac{k_2}{k_1} \sin k_1 R \cdot \cos k_2 R}{\sin^2 k_2 R + \left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 \cos^2 k_2 R}.$$

An Hand dieser Gleichung läßt sich die Änderung der Intensität der streuenden Welle in Abhängigkeit von der Energie der α -Teilchenwelle graphisch darstellen. Das Resultat Fig. 3 ist eine Kurve mit einem ausgeprägten

¹⁾ H. M. Taylor, Proc. Roy. Soc. London (A) **136**, 605, 1932. —

²⁾ G. Beck, ZS. f. Phys. **62**, 331, 1930; Handb. d. Radiol. **6**, 363ff. Leipzig 1933.

Minimum für eine Geschwindigkeit von $v_a = 1,26 \cdot 10^9 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$. Dieses Ergebnis ist ein Beweis dafür, daß vom Standpunkt der Theorie Reichweiten-
gruppen zu erwarten sind.

Interessant ist es, an dieser Stelle einen Vergleich mit dem experimentellen Befund durchzuführen. Die Reichweiten der Absorptionskurve wurden zu diesem Zwecke auf α -Geschwindigkeiten umgerechnet und auf der Abszisse von 0,1 zu $0,1 \cdot 10^9 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$ aufgetragen, als Ordinate wurde $\Delta N_H / \Delta v_\alpha$ gezeichnet. Die in Fig. 4 ausgezeichnete Kurve ist das Resultat; der gestrichelte Kurvenzug ist der von Pose und Diebner gefundene. Es ist zu erkennen, daß zwischen beiden befriedigende Übereinstimmung

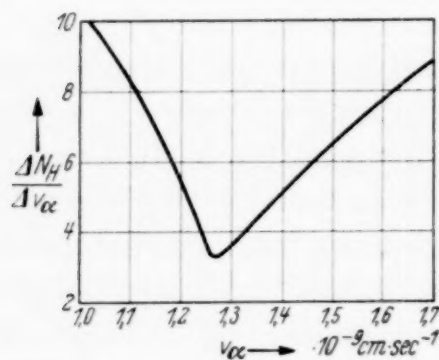


Fig. 3.

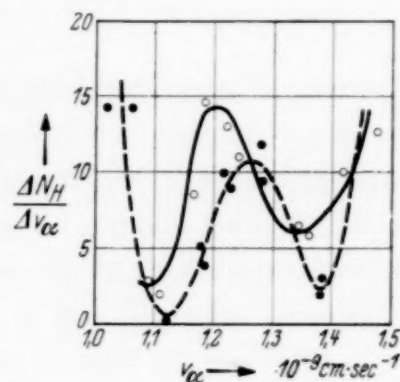


Fig. 4.

herrscht. Zwei ausgeprägte Minima sind für $v_a = 1,09 \cdot 10^9 \text{ cm} \cdot \text{sec}$ und $v_a = 1,33 \cdot 10^9 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$ vorhanden. Beck setzt nun die Intensität der Streuwelle ins Verhältnis zur Rutherfordschen Streuung; es resultiert die Beziehung:

$$\Sigma = 1 + 4(k'b')^2 \cdot \sin^4 \frac{\vartheta}{2} (2l+1)^2 |D_l|^2 \cdot |P_l|^2 (\cos \vartheta) \\ + 4(k'b') \cdot \sin^2 \frac{\vartheta}{2} (2l+1) |D_l| \cdot |P_l| (\cos \vartheta) \cdot \sin \left[2\sigma_0 - \sigma_l - \delta_l - \frac{1}{kb} \ln \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right].$$

Es bedeutet $kb = \frac{hv}{2\pi \cdot z \cdot Z \cdot e^2}$, den Winkel ϑ bilden α - und H-Strahl;

D_1 = die Kerneigenstreuung und P_1 sind im vorliegenden Beispiel 1 zu setzen; σ_0 , σ_l und δ_l sind Phasenparameter, die von der Gestalt des Kerns abhängen. Die errechneten Werte für Σ sind in Spalte 4 der Tabelle 2 enthalten. Man erkennt, daß die Abweichung von dem experimentellen Befund

wesentlich geringer ist als bei denen der klassischen Rechnungen. Gegen Ende der Reichweite wird die Diskrepanz größer, was dadurch bedingt ist, daß für diese Geschwindigkeiten auch noch Glieder höherer Ordnung angeregt sind (p -Streuung). Eine Bestätigung dieser Erklärung liefern die Riezlerschen¹⁾ Messungen an leichten Elementen. Nach diesen Angaben ist also zu beachten, daß das Ergebnis dieser Diskussion nur qualitativ zu werten ist.

Wenzel²⁾ baute die Becksche Theorie aus, indem er auf den Drehimpuls der Teilchen besonderen Wert legt; es gelingt ihm so, die Theorie und das Experiment in Einklang zu bringen, wie er das an Hand der Riezlerschen Ergebnisse von Messungen an leichten Elementen nachweist. Er geht von der Beckschen Σ -Gleichung aus und formt sie um. In den Ausdrücken für die Lösungen der Materiewellen gilt:

$$\Psi^* = \sum_l G_l \cdot \Psi_l^*,$$

wo G_l = den Streukoeffizienten und Ψ_l die reflektierte Welle bedeuten. G_l wird modifiziert; denn es stört darin vor allem die Kerneigenstreuung D_l . Er umgeht diese Schwierigkeit durch Definition des Ausdrucks:

$$C_l = G_l + D_l.$$

Hier haben alle drei Größen entsprechende Formen: $D_l = |D_l| e^{i\delta_l}$. Durch geschickte Intervalldefinitionen beseitigt Wenzel die Größen D_l , C_l und G_l .

$$|D_l| = \pm \cos(\gamma_l - \sigma_l); \quad \text{tg } \delta_l = \text{tg}(\gamma_l - \sigma_l).$$

Auf diese Weise erhält die Becksche Σ -Gleichung nachstehende Form:

$$\Sigma = 1 + 4k \cdot b^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2} (2l+1)^2 \cos^2(\gamma_l - \sigma_l) \cdot P_l^2(\cos \vartheta) - 4kb \cdot \sin^2 \frac{\vartheta}{2} (2l+1) \cdot \cos(\gamma_l - \sigma_l) \cdot P_l(\cos \vartheta) \cdot \sin \left[2(\sigma_0 - \sigma_l) \cdot \gamma_l - \frac{1}{k \cdot b} \ln \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right].$$

Die nähere Betrachtung zeigt, daß dieser Ausdruck als einzige Unbekannte die Größe γ_l enthält; sie ist von der speziellen Gestalt des Kraftfeldes abhängig.

¹⁾ W. Riezler, Proc. Roy. Soc. London (A) **134**, 154, 1932. —

²⁾ P. Wenzel, ZS. f. Phys. **90**, 754, 1934.

Um die Σ -Gleichung zahlenmäßig auswerten zu können, betrachtet Wenzel sogenannte Maximalkurven, d. h. es werden nur solche Σ -Werte berücksichtigt, für die das zugehörige γ_l ein Maximum wird. Für γ_l resultiert folgende Formel:

$$\operatorname{tg} 2 \gamma_l^{\max} = \frac{A_l(\vartheta) \cdot \sin 2 \sigma_l + \cos \left[2 \sigma_0 - \sigma_l - \frac{1}{k \cdot b} \ln \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right]}{A_l(\vartheta) \cdot \cos 2 \sigma_l - \sin \left[2 \sigma_0 - \sigma_l - \frac{1}{k \cdot b} \ln \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right]}.$$

Als Abkürzung ist hier $A_1(\vartheta) = k \cdot b (2l + 1) \cdot \sin \vartheta/2 P_l(\cos \vartheta)$ eingesetzt. Mit der Betrachtung dieser wahrscheinlichsten Werte für die p - und

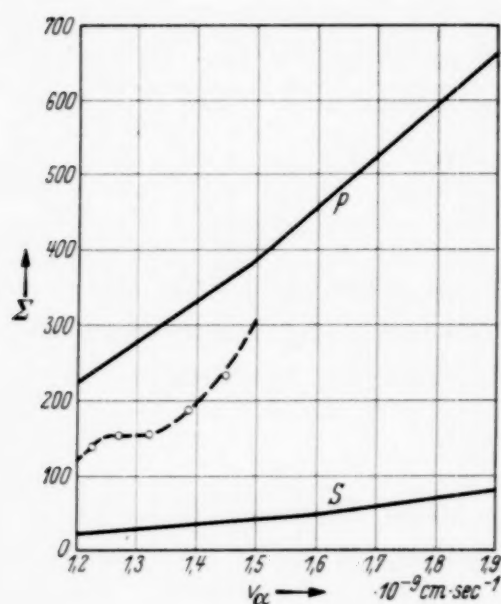


Fig. 5.

s -Terme gelingt die praktische Auswertung der Σ -Gleichung. In Fig. 5 ist das Ergebnis des Vergleichs zwischen Theorie und Experiment aufgetragen. Den beiden gestrichelt gezeichneten Kurven (entsprechend p - und s -Term) ist die aus den Absorptionskurven errechnete gegenübergestellt, und zwar sind alle Werte auf H_2 -Gas bezogen worden. Als Abszisse wurden die Geschwindigkeiten aufgetragen und auf der Ordinatenachse die resultierenden Σ -Werte. Man erkennt aus der Zusammenstellung der theoretischen und experimentellen Kurven, daß

die tatsächlich existierende (gemessene) Streuung im gezeichneten Gebiet einem p -Term zuzuordnen ist. Die exakte theoretische Behandlung stößt einstweilen noch auf Schwierigkeiten, da die wahre Gestalt der Potentialmulde des Kerns vorläufig nicht der Rechnung zugänglich ist.

Zusammenfassung.

Die Messungen über die in dünnen Paraffinfolien durch Po- α -Strahlen ausgelösten H-Teilchen zeigen, daß mit abnehmender Energie der α -Strahlen keine monotone Abnahme der H-Strahlausbeute eintritt.

Die Abweichung der Absolutwerte der gemessenen Streuung von der klassischen Streuung liegt im Einklang mit den Ergebnissen anderer Autoren

in der Größenordnung 100. Im Gegensatz dazu ergeben die auf den Anschauungen der Wellenmechanik aufgebauten Gesetze größenordnungsmäßige Übereinstimmung. Insbesondere gelingt die Interpretation der Meßresultate an Hand der Wenzelschen Theorie, durch die es möglich ist, die gefundenen Werte den einzelnen Quantenzuständen (p - und s -Term) zuzuordnen.

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Dozent Dr. H. Pose danke ich herzlichst für die Anregung zu dieser Arbeit und sein Interesse an ihrem Fortgang. Herrn Prof. Dr. G. Hoffmann danke ich herzlichst für sein wohlwollendes Interesse und seine mannigfachen Ratschläge. Herrn Prof. Dr. Krüger sei für die Überlassung eines Vakuumduantenelektrometers für die Messungen gedankt. Zu danken ist der Deutschen Forschungsgesellschaft und der Helmholtz-Gesellschaft für bereitgestellte Mittel.

Halle, Physikalisches Institut der Universität.

Beiträge zur Neutrinotheorie des Lichtes. II.

Von **P. Jordan** in Rostock.

(Eingegangen am 16. Januar 1937.)

Während in I der Zusammenhang der Fourier-Koeffizienten α_x bzw. b_k von Neutrino- und Lichtfeld untersucht wurde, betrachten wir jetzt unmittelbar den Zusammenhang der zugehörigen Wellenamplituden. Dabei ergibt sich die Umkehrung der früheren Konstruktion (Herleitung der b_k aus den α_x) in Gestalt einer Konstruktion der α_x aus den b_k . — Die Beziehung der neuen Resultate zur Theorie des β -Zerfalls wird besprochen. — Die von Fock vorgetragene Kritik der Theorie ist irrig.

Die vorliegende Note ist inhaltlich sowie auch in der Numerierung der Paragraphen und Formeln die Fortsetzung einer früheren Note gleichen Titels¹⁾.

§ 10. Bislang beschrieben wir den Zusammenhang zwischen Neutrino-feld und Lichtfeld mittels der *Fourier-Koeffizienten* α_x bzw. b_k . Nunmehr soll uns der — in mancher Hinsicht noch aufschlußreichere — unmittelbare Zusammenhang zwischen den *Wellenamplituden selbst* beschäftigen.

Es ist

$$\psi(x) = \sum_{\sigma} e^{i\sigma x} \alpha_{\sigma} \quad (62)$$

die Wellenamplitude des Neutrino-feldes. Die Lichtwelle dagegen wird beschrieben durch

$$V(x) = -i \sum_k \frac{e^{ikx} b_k}{\sqrt{k}}, \quad (63)$$

$$F(x) = \frac{\partial V}{\partial x} = \sum_k e^{ikx} \sqrt{k} b_k. \quad (64)$$

Die Vertauschungsregeln (2) der α_x sind gleichbedeutend mit

$$\left. \begin{aligned} \psi(x) \psi(y) + \psi(y) \psi(x) &= 0, \\ \psi^{\dagger}(x) \psi(y) + \psi(y) \psi^{\dagger}(x) &= 2\pi \delta(x-y). \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

Die Vertauschungsregeln (19) der b_k sind gleichbedeutend mit

$$\left. \begin{aligned} &[V(x) + V^{\dagger}(x), V(y) + V^{\dagger}(y)] \\ &= 2i \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin k(x-y)}{k} = \begin{cases} \pi i - (x-y)i & \text{für } 0 < x-y < \pi, \\ -\pi i - (x-y)i & \text{für } -\pi < x-y < 0. \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

Die Fundamentalformel (18), welche die b_k durch die α_x ausdrückt, ist gleichbedeutend mit

$$[\psi^{\dagger}(x), \psi(x)] = 2B + 2\{F(x) + F^{\dagger}(x)\}. \quad (67)$$

¹⁾ P. Jordan, ZS. f. Phys. **102**, 243, 1936.

Mit der für $y = x$ spezialisierten unteren Gleichung (65) kann man (67) zusammenfassen zu

$$\left. \begin{aligned} \psi^\dagger(x) \psi(x) &= \pi \delta(0) + B + F(x) + F^\dagger(x), \\ \psi(x) \psi^\dagger(x) &= \pi \delta(0) - B - F(x) - F^\dagger(x). \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

Diese beiden Gleichungen (68) gehen aber ineinander über, wenn man die Transformation

$$\alpha'_x = T \alpha_x T^{-1} = \alpha_{-x}^\dagger \quad (69)$$

anwendet, welche die in (31), (34), (36) ausgedrückten Resultate, sowie

$$\psi''(x) = T \psi(x) T^{-1} = \psi^\dagger(x) \quad (70)$$

ergibt.

§ 11. Zwischen $\psi(x)$ und $V(x)$ besteht ein einfacher Zusammenhang, den wir jetzt entwickeln wollen.

Nach (18) und (2) ist

$$\left. \begin{aligned} [\alpha_\sigma, b_k] &= \frac{1}{\sqrt{k}} \alpha_{\sigma+k}, \\ [\alpha_\sigma, b_k^\dagger] &= \frac{1}{\sqrt{k}} \alpha_{\sigma-k}, \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

und so wird

$$\left. \begin{aligned} [\psi(x), b_k] &= \frac{e^{-ikx}}{\sqrt{k}} \psi(x), \\ [\psi(x), b_k^\dagger] &= \frac{e^{ikx}}{\sqrt{k}} \psi(x). \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

Die unitäre Matrix

$$\Omega(x) = e^{i(V(x) + V^\dagger(x))} \quad (73)$$

hat aber nach (63) wegen (19) ebenfalls die zu (72) analogen Eigenschaften

$$\left. \begin{aligned} [\Omega(x), b_k] &= \frac{e^{-ikx}}{\sqrt{k}} \Omega(x), \\ [\Omega(x), b_k^\dagger] &= \frac{e^{ikx}}{\sqrt{k}} \Omega(x); \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

so daß wir folgern können: Die Matrizen

$$\left. \begin{aligned} \chi(x) &= \Omega(x)^{-1} \psi(x) = \psi(x) \Omega(x)^{-1}, \\ \chi^\dagger(x) &= \Omega(x) \psi^\dagger(x) = \psi^\dagger(x) \Omega(x) \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

sind mit allen b_k, b_k^\dagger vertauschbar:

$$[\chi(x), b_k] = [\chi(x), b_k^\dagger] = 0. \quad (76)$$

Gemäß den Erläuterungen von § 9 ist also $\chi(x)$ eine Funktion der Matrizen B und S allein, kann aber natürlich noch von dem Zahlparameter x abhängen:

$$\chi(x) = f(B, S, x). \quad (77)$$

§ 12. Die Vertauschungsregeln (65) für $\psi(x)$ sollen nunmehr umgerechnet werden in *Vertauschungsregeln für $\chi(x)$* .

Zunächst bemerken wir: Haben zwei Matrizen ξ, η die Eigenschaft

$$[\xi, \eta] = C \cdot 1, \quad (78)$$

wo C eine Zahl und 1 die Einheitsmatrix ist, so wird

$$e^{\xi} e^{\eta} = e^C e^{\eta} e^{\xi}. \quad (79)$$

Denn aus (78) folgt zunächst

$$e^{\xi} \eta e^{-\xi} = \eta + C,$$

also für eine Funktion $g(\eta)$:

$$e^{\xi} g(\eta) e^{-\xi} = g(\eta + C),$$

also speziell auch (79).

Danach ist wegen (66) für $x - y \neq 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$ festzustellen:

$$\left. \begin{aligned} \Omega(x) \Omega(y) &= -e^{i(x-y)} \Omega(y) \Omega(x), \\ \Omega^\dagger(x) \Omega(y) &= -e^{-i(x-y)} \Omega(y) \Omega^\dagger(x). \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

Folglich formt sich die *erste* Vertauschungsregel (65) folgendermaßen um:

$$\begin{aligned} & \chi(x) \Omega(x) \chi(y) \Omega(y) + \chi(y) \Omega(y) \chi(x) \Omega(x) \\ &= \chi(x) \chi(y) \Omega(x) \Omega(y) + \chi(y) \chi(x) \Omega(y) \Omega(x), \\ &= \{-e^{i(x-y)} \chi(x) \chi(y) + \chi(y) \chi(x)\} \Omega(y) \Omega(x) = 0: \end{aligned}$$

wir bekommen also

$$\chi(x) \chi(y) - e^{-i(x-y)} \chi(y) \chi(x) = 0, \quad (81)$$

was automatisch auch für $x = y$ gilt.

Analog können wir die *zweite* Vertauschungsregel (65) behandeln, und bekommen zunächst

$$\left. \begin{aligned} \chi^\dagger(x) \chi(y) - e^{i(x-y)} \chi(y) \chi^\dagger(x) &= 0 \\ \text{für } x - y &\neq 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

Der Fall $x = y$ erfordert dagegen eine besondere Betrachtung; (80) gilt für diesen Fall offenbar *nicht*.

§ 13. Wir kommen nun zur Bestimmung der Funktion $f(B, S, x)$ in (77), die am schnellsten so geschieht:

Nach (7) und (62) ist

$$[\psi(x), B] = \psi(x), \quad (83)$$

so auch

$$[\chi(x), B] = \chi(x). \quad (84)$$

Folglich muß $\chi(x)$ mit Hilfe des in (59), (60) gebrauchten S ausdrückbar sein in der Gestalt

$$\chi(x) = S^{-1} \cdot f_0(B, x), \quad (85)$$

wo $f_0(B, x)$ eine Funktion von B und x bedeutet. (Denn $S \cdot \chi(x)$ wird vertauschbar mit B .)

Die Transformation (59), (60) ergibt nun, auf (85) angewandt,

$$\begin{aligned} S \chi(x) S^{-1} &= \Omega(x)^{-1} \cdot S \psi(x) S^{-1} \\ &= e^{-ix} \chi(x) = S^{-1} \cdot f_0(B-1, x), \end{aligned}$$

wonach f_0 die Form $K(x) \cdot e^{iBx}$ haben muß.

Ein noch etwas genaueres Resultat bekommt man aus der Kronigshen Beziehung (61) vermittle der Bemerkung, daß

$$\left. \begin{aligned} [\psi(x), E] &= -i \frac{\partial \psi(x)}{\partial x}, \\ [\Omega(x), W] &= -i \frac{\partial \Omega(x)}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (86)$$

ist. Mit

$$\begin{aligned} [\psi(x), E] &= [\chi(x) \Omega(x), W + \tfrac{1}{2} B^2] \\ &= \chi(x) [\Omega(x), W] + \Omega(x) [\chi(x), \tfrac{1}{2} B^2] \end{aligned}$$

erkennt man

$$\begin{aligned} -i \frac{\partial \chi(x)}{\partial x} &= \frac{1}{2} [\chi(x), B^2] \\ &= \chi(x) \frac{B^2 - (B-1)^2}{2} = \chi(x) \cdot (B - \tfrac{1}{2}), \end{aligned}$$

also

$$\chi(x) = \text{Const } S^{-1} \cdot e^{i(B-1/2)x}. \quad (87)$$

Mit (87) werden offenbar die Vertauschungsregeln (81), (82) in der Tat erfüllt. Noch unerledigt bleibt jedoch die zweite Vertauschungsregel (65) für den Fall $x = y$. Einsetzen von (75) und (87) zeigt nun, daß zur Erfüllung dieser letzten noch an $\chi(x)$ zu stellenden Forderung die Konstante in (87) als unendlich groß, nämlich $\approx \sqrt{\delta(0)}$, angenommen werden muß. Diese Schwierigkeit kann jedoch leicht umgangen werden durch Erwägungen, die auch in anderer Hinsicht nützlich sind.

§ 14. Die Herleitung der Vertauschungsregeln (19) für die b_k ist kürzlich von Fock¹⁾ kritisiert worden, welcher durch eigene Rechnungen zu dem abweichenden Resultat $[b_k^\dagger, b_k] = 0$ kam. Focks Kritik nimmt jedoch leider nur auf die erste, noch undurchsichtige Form meines Beweises Bezug; durch eine spätere Untersuchung²⁾ ist die Frage meines Erachtens

¹⁾ V. Fock, C. R. de l'URSS. 4, 229, 1936. — ²⁾ P. Jordan, ZS. f. Phys. 99, 109, 1936.

bereits endgültig entschieden und die Irrigkeit der Fockschen These $[b_k^\dagger, b_k] = 0$ gezeigt. Trotzdem soll im folgenden eine andere, formal elegantere Beweismethode für $[b_k^\dagger, b_k] = -1$ vorgeführt werden, welche außerdem auch für die uns hier in erster Linie beschäftigenden weiteren Fragen von Bedeutung ist.

Die für den Beweis von (19) nach früherer Erläuterung entscheidenden Tatsachen (4) können — unter Beachtung von (7) — auch so ausgedrückt werden: Ist a eine sehr große positive Zahl, so wird asymptotisch

$$\sum_z L_z \frac{e^{\frac{z}{a}}}{a} = 1 + \frac{B}{a} + \frac{1}{a^2} \dots \quad (88)$$

Allgemein ist für positives großes a asymptotisch, wenn $c_{x\lambda}$ irgendwelche Konstanten sind, mit der Bezeichnungsweise (10):

$$\sum_{x\lambda} c_{x\lambda} A_{x\lambda} \frac{e^{\frac{x+\lambda}{a}}}{a} = \sum_{x < 0} c_{xx} \frac{e^{\frac{2x}{a}}}{a} + \frac{1}{a} \dots \quad (89)$$

Danach ist für

$$\left. \begin{aligned} \bar{b}_k &= \frac{1}{\sqrt{|k|}} \sum_x A_{x, x+k} e^{\frac{2x+k}{a}}, \\ k &= \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots; \quad \bar{b}_k^\dagger = \bar{b}_{-k} \end{aligned} \right\} \quad (90)$$

nach (13) zu berechnen:

$$[\bar{b}_k, \bar{b}_l] = \frac{1}{\sqrt{|kl|}} \sum_x A_{x, x+k+l} e^{\frac{4x}{a}} \left(e^{\frac{3k+l}{a}} - e^{\frac{3l+k}{a}} \right).$$

Für große a bekommen wir also

$$[\bar{b}_k, \bar{b}_l] = \frac{1}{\sqrt{|kl|}} \sum_x A_{x, x+k+l} e^{\frac{4x}{a}} \cdot \frac{2(k-l)}{a};$$

bei $k+l \neq 0$ verschwindet das nach (89) für $a \rightarrow \infty$; bei $k+l=0$, dagegen bekommen wir für $a \rightarrow \infty$:

$$[\bar{b}_k, \bar{b}_{-k}] = \frac{k}{|k|} \sum_x L_x e^{\frac{4x}{a}} \cdot \frac{4}{a} = 1. \quad (91)$$

Zugleich wird nach der Definition (90) bei positivem k aber

$$\bar{b}_k \rightarrow b_k; \quad \bar{b}_{-k} \rightarrow b_k^\dagger.$$

§ 15. Wir bilden statt $\psi(x)$ jetzt $\psi\left(x - \frac{i}{a}\right)$, wobei $a > 0$ eine sehr große Zahl bedeutet, die wir wie im vorigen Paragraphen hernach gegen ∞ gehen lassen.

Nach (89) ist das Produkt $\psi\left(x - \frac{i}{a}\right)^\dagger \psi\left(x - \frac{i}{a}\right)$ endlich, und zwar bekommen wir offenbar:

$$\begin{aligned} \psi\left(x - \frac{i}{a}\right)^\dagger \psi\left(x - \frac{i}{a}\right) &= \sum_{\sigma, \varrho} e^{i(\sigma - \varrho)x + \frac{\varrho + \sigma}{a}} \alpha_\sigma^\dagger \alpha_\varrho \\ &= \sum_{\sigma} \alpha_\sigma^\dagger \alpha_\sigma e^{\frac{2\sigma}{a}} + \sum_{\substack{k > 0 \\ k < 0}} e^{ikx} \sum_{\sigma} \alpha_\sigma^\dagger \alpha_{\sigma+k} e^{\frac{2\sigma+k}{a}}. \end{aligned}$$

Auf die erste Summe ist (88) anzuwenden, und auf die zweite (89); wir erhalten dann asymptotisch für große a :

$$\psi\left(x - \frac{i}{a}\right)^\dagger \psi\left(x - \frac{i}{a}\right) = \frac{a}{2} + B + F(x) + F^\dagger(x) + \frac{1}{a} \dots \quad (92)$$

Diese Beziehung tritt also für große, aber endliche positive a an die Stelle der für $a = \infty$ geltenden ersten Gleichung (68).

In

$$\psi\left(x - \frac{i}{a}\right) = \chi\left(x - \frac{i}{a}\right) \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right) \quad (93)$$

ist deshalb

$$\chi\left(x - \frac{i}{a}\right) = \sqrt{\frac{a}{2}} \cdot S^{-1} \cdot e^{i(B-1/2)x + \frac{B-1/2}{a}} \quad (94)$$

zu setzen.

Denn dann wird

$$\psi\left(x - \frac{i}{a}\right)^\dagger \psi\left(x - \frac{i}{a}\right) = \frac{a}{2} \cdot e^{\frac{2B-1}{a}} \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right)^\dagger \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right). \quad (95)$$

Nun ist

$$\begin{aligned} \log \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right) &= \sum_k \frac{1}{\sqrt{k}} \left\{ e^{ikx + \frac{k}{a}} b_k - e^{-ikx - \frac{k}{a}} b_k^\dagger \right\}, \\ \log \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right)^\dagger &= \sum_k \frac{1}{\sqrt{k}} \left\{ e^{-ikx + \frac{k}{a}} b_k^\dagger - e^{ikx - \frac{k}{a}} b_k \right\}; \end{aligned} \quad (96)$$

und für große a wird also asymptotisch

$$\begin{aligned} &\log \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right)^\dagger + \log \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right) \\ &= \frac{2}{a} \sum_k \sqrt{k} \left\{ e^{ikx} b_k - e^{-ikx} b_k^\dagger \right\} + \frac{1}{a^2} \dots \\ &= \frac{2}{a} (F(x) + F^\dagger(x)) + \frac{1}{a^2} \dots \end{aligned} \quad (97)$$

Danach geht (95) über in

$$\left. \begin{aligned} & \psi \left(x - \frac{i}{a} \right)^\dagger \psi \left(x - \frac{i}{a} \right) \\ &= \frac{a}{2} \left\{ 1 + \frac{2B-1}{a} + \frac{2}{a} (F(x) + F^\dagger(x)) \right\} + \frac{1}{a} \dots \end{aligned} \right\} \quad (98)$$

in Übereinstimmung mit (92).

§ 16. Die vorgeführten Überlegungen erledigen verschiedene bislang noch nicht beantwortete Fragen. Insbesondere ergibt sich z. B. eine Konstruktion der Matrix S als Funktion der $\alpha_x, \alpha_x^\dagger$:

$$S^{-1} = \sqrt{\frac{2}{a}} \Omega \left(x - \frac{i}{a} \right)^{-1} \psi \left(x - \frac{i}{a} \right) e^{-i(B-1/2)x - \frac{B-1/2}{a}}. \quad (99)$$

Ferner erhalten wir eine *Umkehrung* unserer Konstruktion des Lichtfeldes aus dem Neutrino-feld in folgendem Sinne: Während wir ursprünglich von den $\alpha_x, \alpha_x^\dagger$ ausgehend die b_k, b_k^\dagger (sowie B und S) konstruierten, nehmen wir jetzt Matrizen b_k, b_k^\dagger, B, S — beispielsweise in solcher Form, daß die $N_k = b_k^\dagger b_k$ sowie B *Diagonalmatrizen* werden — und konstruieren aus ihnen die $\alpha_x, \alpha_x^\dagger$. Diese umgekehrte Konstruktion verläuft so, daß wir nach (93), (94)

$$\psi \left(x - \frac{i}{a} \right) = \sqrt{\frac{a}{2}} S^{-1} e^{i(B-1/2)x + \frac{B-1/2}{a}} \Omega \left(x - \frac{i}{a} \right) \quad (100)$$

bilden, und aus unseren Überlegungen die Vertauschungsregeln (65) für $\psi(x)$ als erfüllt erkennen. Wir haben überdies in (98) die Beziehung (67) als Folge von (100) erwiesen; und sehen danach, daß die von den b_k, b_k^\dagger, B, S aus konstruierten $\alpha_x, \alpha_x^\dagger$ nicht nur ihre vorgeschriebenen Vertauschungsregeln (2) erfüllen, sondern auch tatsächlich gemäß der Fundamentalformel (18) mit den b_k zusammenhängen.

Diese Umkehrung liefert also auch einen neuen, vom früheren unabhängigen *Beweis* für die Richtigkeit unserer Konstruktion, d. h. für die Möglichkeit, in Gestalt von (18) Bosesche b_k aus Fermischen α_x abzuleiten.

§ 17. Wie zuerst von Kronig¹⁾ ausgesprochen wurde, muß die Neutrinotheorie des Lichtes, während sie hinsichtlich des elektromagnetischen Feldes völlig äquivalent mit der bisherigen Theorie ist, betreffs der Theorie der β -Strahlung zu Abänderungen führen, weil nur gewisse spezielle Zustände des Neutrino-feldes die Eigenschaft haben, eine „reine“ Neutrinostrahlung ohne elektromagnetische Strahlung zu ergeben.

¹⁾ R. de L. Kronig, Nature **137**, 149, 1936.

In § 9 haben wir dies präzisiert durch die Vermutung, daß keinerlei unmittelbare Wechselwirkung zwischen einem reinen Lichtfeld und einem reinen Neutrino-feld bestehe; unsere jetzigen Resultate erlauben eine nähere Ausführung der in § 9 gemachten Bemerkungen.

Das hypothetische Bild, zu dem wir kommen, ist folgendes. Das ein-dimensionale Neutrino-feld, beschrieben durch die α_o oder durch $\psi(x)$, kann aufgefaßt werden als „Verschmelzung“ zweier ungekoppelter Teil-systeme; das eine dieser Teilsysteme ist das Lichtfeld, beschrieben durch die b_k oder durch $V(x)$; das andere ist das „reine Neutrino-feld“, im ein-dimensionalen Falle beschrieben durch die Matrizen B, S . Die Energien W und $\frac{1}{2} B^2$ der beiden Teilsysteme addieren sich zur Gesamtenergie $E = W + \frac{1}{2} B^2$.

Die Fourier-Koeffizienten α_o sind in komplizierterer Weise aus den die beiden Teilsysteme beschreibenden Matrizen zusammengesetzt. Da-gegen zerfällt $\psi(x)$ (bzw. $\psi(x - \frac{i}{a})$) unmittelbar als „direktes Produkt“ in zwei Faktoren $\chi(x) \Omega(x)$ (bzw. $\chi(x - \frac{i}{a}) \Omega(x - \frac{i}{a})$), deren einer dem einen und deren anderer dem anderen Teilsystem angehört.

Es liegt deshalb die genauere Vermutung nahe, daß in einer mit der hier untersuchten Hypothese in Einklang befindlichen Theorie des β -Zerfalls die Amplitude $\chi(x)$ an derjenigen Stelle eintreten müßte, an welcher nach der Fermischen Theorie des β -Zerfalls die Amplitude $\psi(x)$ benutzt wird. Allerdings wäre für die Durchführung dieses Gedankens noch eine Klärung der relativistischen Transformationsverhältnisse nötig.

Tageskurve des Effektes der Lorentz-Kontraktion nach Beobachtungen an einem drehbaren Libellenapparat.

Von L. Courvoisier in Neubabelsberg.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 21. Januar 1937.)

Fortsetzung der früheren Ablesungsreihen am drehbaren Libellenapparat zur Untersuchung der Lorentz-Kontraktion, und Gesamtergebnis, das mit den theoretischen Annahmen übereinstimmt.

Zur Vervollständigung der von mir im März 1936 mit einem drehbaren Neigungsmesser (Libellenapparat) ausgeführten Bestimmungen der Lorentz-Kontraktion, deren Ergebnisse in dieser Zeitschrift veröffentlicht sind¹⁾, habe ich im Oktober und November 1936 den vorhandenen drei Beobachtungsreihen um rund 1^h, 5^h und 9^h Sternzeit noch drei weitere, um 13^h, 17^h, 21^h Sternzeit angestellte, hinzugefügt. Dadurch gewinnt man insgesamt ein Bild über den Verlauf des Effektes der Lorentz-Kontraktion während des ganzen Sterntages.

Die neuen Beobachtungsreihen sind in gleicher Weise wie die früheren, mit demselben Apparat und am selben Orte (kleiner Uhrenkeller der Sternwarte) vorgenommen worden; sie umfassen jede 75, an je 15 Tagen erhaltene Messungssätze (Lagenunterschiede) und erstrecken sich für 13^h und 21^h Sternzeit vom 14. Oktober bis zum 31. Oktober, für 17^h Sternzeit vom 25. Oktober bis zum 8. November 1936. In der Tabelle 1 sind wie früher die sämtlichen unmittelbar beobachteten Lagenunterschiede der Ablesungsdifferenz: feste Libelle—Zeigerstablibelle, im Sinne Zeigerstab Nord—Süd, nebst dem Datum und der Ortssternzeit θ der Beobachtung angegeben.

Für die Differenz der Parswerte der beiden Libellen, aus den Beobachtungen nach dem früheren Verfahren abgeleitet, ergeben sich die in der Tabelle 2 aufgeführten Zahlen.

Der Gang in den Werten $\frac{p_2 - p_1}{p_2}$ rührt von dem in ihnen noch enthaltenen Effekt der Lorentz-Kontraktion her. Das Mittel wird von demselben nahezu frei sein. Es zeigt an, daß man für die vorliegenden Beobachtungen $p_2 - p_1 = 0$ bzw. $p_1 = p_2 = 1,08$ setzen kann. Damit erhält man dann die folgenden drei Mittelwerte der beobachteten Lagenunterschiede $N - S$ und der Kontraktionseffekte $\beta\gamma$ (Tabelle 3).

¹⁾ L. Courvoisier, ZS. f. Phys. **101**, 437, 1936.

Tabelle 1.

Datum	θ	$N - S$	Datum	θ	$N - S$	Datum	θ	$N - S$
1936			1936			1936		
14. Okt.	13 ^h 0	— 0 ^p 05 — 0,48 — 0,20 — 0,42 — 0,02	25. Okt.	17 ^h 1	+ 0 ^p 05 + 0,05 — 0,15 — 0,02 + 0,18	14. Okt.	21 ^h 0	— 0 ^p 35 — 0,15 — 0,15 — 0,12 — 0,28
16. Okt.	13,0	+ 0,42 + 0,28 + 0,20 — 0,05 — 0,50	26. Okt.	17,1	+ 0,08 — 0,08 + 0,10 + 0,08 — 0,12	15. Okt.	21,0	+ 0,18 + 0,28 + 0,22 + 0,32 0,00
17. Okt.	13,1	— 0,20 — 0,20 + 0,25 + 0,02 + 0,25	27. Okt.	17,1	0,00 — 0,05 — 0,10 + 0,08 — 0,20	16. Okt.	21,0	+ 0,05 + 0,22 0,00 — 0,08 + 0,20
18. Okt.	13,0	— 0,08 — 0,25 + 0,02 + 0,12 — 0,20	28. Okt.	17,1	— 0,15 + 0,08 — 0,25 + 0,18 + 0,05	17. Okt.	21,0	(— 0,40) + 0,05 — 0,12 + 0,10 + 0,12
19. Okt.	13,1	— 0,20 — 0,02 — 0,20 — 0,30 — 0,25	29. Okt.	17,2	0,00 0,00 — 0,08 — 0,05 + 0,40	20. Okt.	21,1	+ 0,10 + 0,28 — 0,18 + 0,22 + 0,02
20. Okt.	13,0	+ 0,18 — 0,22 — 0,40 — 0,15 + 0,02	30. Okt.	17,3	0,00 — 0,12 — 0,02 + 0,20 — 0,10	21. Okt.	21,0	+ 0,05 + 0,02 + 0,12 + 0,20 — 0,02
21. Okt.	12,9	+ 0,10 + 0,10 — 0,12 + 0,05 — 0,28	31. Okt.	17,0	+ 0,05 — 0,02 — 0,15 + 0,15 + 0,25	22. Okt.	21,2	— 0,10 + 0,08 + 0,28 — 0,12 — 0,08
22. Okt.	13,2	— 0,20 — 0,25 — 0,22 — 0,15 — 0,08	1. Nov.	17,1	— 0,18 0,00 + 0,28 — 0,18 — 0,08	23. Okt.	21,1	+ 0,10 — 0,02 — 0,18 + 0,25 — 0,10
23. Okt.	13,1	— 0,10 — 0,15 — 0,10 — 0,28 — 0,08	2. Nov.	17,2	+ 0,20 + 0,20 — 0,52 — 0,20 + 0,25	24. Okt.	21,0	— 0,10 + 0,35 + 0,25 + 0,25 + 0,18
25. Okt.	13,0	+ 0,05 + 0,10 — 0,20 + 0,08 — 0,18	3. Nov.	17,2	— 0,05 + 0,05 — 0,20 — 0,12 + 0,12	25. Okt.	20,9	+ 0,10 + 0,18 — 0,22 + 0,10 + 0,20
27. Okt.	13,1	— 0,05 + 0,30 — 0,20	4. Nov.	17,2	+ 0,10 + 0,10 — 0,08	26. Okt.	21,1	+ 0,08 + 0,15 + 0,15

Datum	θ	$N - S$	Datum	θ	$N - S$	Datum	θ	$N - S$
1936			1936			1936		
27. Okt.	13 ^h ,1	+ 0 ^p ,30 - 0,05	4. Nov.	17 ^h ,2	0 ^p ,00 + 0,02	26. Okt.	21 ^h ,1	- 0 ^p ,02 - 0,05
28. Okt.	13,3	- 0,22 0,00 - 0,08 + 0,02 - 0,12	5. Nov.	17,2	0,00 - 0,08 + 0,15 - 0,08 + 0,18	27. Okt.	21,2	+ 0,12 - 0,05 + 0,12 0,00 + 0,20
29. Okt.	13,1	0,00 + 0,02 - 0,08 + 0,02 0,00	6. Nov.	17,2	- 0,18 - 0,08 + 0,08 - 0,08 - 0,02	28. Okt.	21,1	0,00 + 0,10 + 0,30 + 0,10 + 0,10
30. Okt.	13,2	- 0,02 + 0,05 + 0,02 - 0,05 - 0,15	7. Nov.	17,3	+ 0,08 + 0,15 - 0,12 0,00 0,00	29. Okt.	21,0	+ 0,30 + 0,28 0,00 - 0,05 - 0,15
31. Okt.	13,1	+ 0,22 - 0,30 - 0,02 - 0,50 - 0,60	8. Nov.	17,3	+ 0,12 - 0,05 + 0,20 + 0,05 - 0,08	30. Okt.	21,0	+ 0,42 + 0,10 - 0,05 + 0,15 + 0,12
Mittel	13 ^h ,07 (75)	- 0 ^p ,080 $\pm 0,018$	Mittel	17 ^h ,18 (75)	+ 0 ^p ,003 $\pm 0,016$	Mittel	21 ^h ,05 (74)	+ 0 ^p ,069 $\pm 0,016$

Tabelle 2.

Reihe	$\frac{p_2 - p_1}{p_2}$	Anzahl	Gewichtsumme
13 ^h	- 0,092	75	65,3
17	+ 0,003	75	92,0
21	+ 0,088	74	58,4
Mittel	- 0,000	224	215,7

Tabelle 3.

	Mittel von $N - S$	Mittel von $\frac{(n-s)_1 + (n-s)_2}{2}$	Beob- achteter Wert von $\beta\gamma$	Mittlerer Fehler	Sollwert ($v_0 = 400$ km/sec)	Systematischer Fehler
13 ^h ,07	- 0 ^p ,086	+ 0 ^p ,30	- 0 ^p ,086	$\pm 0p,019$	- 0 ^p ,075	- 0 ^p ,011
17,18	+ 0,004	+ 0,81	+ 0,004	0,017	+ 0,004	0,000
21,05	+ 0,075	+ 0,29	+ 0,075	0,017	+ 0,075	0,000
Diff. 21 ^h - 13 ^h			+ 0 ^p ,161	$\pm 0p,025$	+ 0 ^p ,150	

Die beobachteten $\beta\gamma$ stimmen mit ihren Sollwerten fast vollständig überein, entsprechen also sehr nahe den gemachten Annahmen für die Richtung und Größe der „absoluten“ Translationsbewegung der Erde: $A = 5^h$, $D = + 40^0$, $v_0 = 400$ km/sec.

Um nun die im Frühjahr und Herbst 1936 festgestellten je drei Effekte $\beta\gamma$ der Lorentz-Kontraktion miteinander vereinigen und einer gemeinsamen Ausgleichung, zur Gewinnung der Tageskurve, unterziehen zu können, wurde noch der Umstand berücksichtigt, daß wegen der Bahnbewegung der Erde im März die Geschwindigkeit ihrer Translationsbewegung etwas verkleinert, im Oktober dagegen etwas vergrößert sein wird, indem die Komponente der Bahngeschwindigkeit in Richtung der „absoluten“ Translationsbewegung im ersten Falle ungefähr $- 27$ km/sec, im zweiten etwa $+ 21$ km/sec beträgt. Unter der obigen Annahme für die Geschwindigkeit v_0 der Translation selbst wird daher das Verhältnis $\beta\gamma : \beta_0\gamma_0$ des momentanen zum mittleren Kontraktionseffekt für die Beobachtungen im März: 0,87, im Oktober: 1,11. Mittels dieser Faktoren wurden die beobachteten sechs Mittelwerte von $\beta\gamma$ auf die mittleren Beträge $\beta_0\gamma_0$ reduziert. Die Tabelle 4 gibt eine Übersicht über die so erhaltenen Zahlenwerte.

Tabelle 4.

Datum	Θ	Beobachtetes $\beta\gamma$	Mittlerer Fehler	Abgeleitetes $\beta_0\gamma_0$	Sollwert	Systematischer Fehler
1936						
März	0 ^h 5	$+ 0''15$	$\pm 0''04$	$+ 0''18$	$+ 0''18$	0''00
"	5,4	$- 0,01$	0,04	$- 0,01$	$- 0,03$	$+ 0,02$
"	9,2	$- 0,14$	0,04	$- 0,16$	$- 0,18$	$+ 0,02$
Okt.	13,1	$- 0,09$	0,02	$- 0,08$	$- 0,07$	$- 0,01$
"	17,2	$+ 0,00$	0,02	$+ 0,00$	$+ 0,00$	0,00
"	21,0	$+ 0,07$	0,02	$+ 0,07$	$+ 0,07$	0,00

Die in zwei Teilen, nach der früher von mir für $\beta\gamma$ angegebenen Formel ¹⁾:

$$\beta\gamma = -\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \{\sin \varphi \sin 2D \sin (\Theta - A) + \cos \varphi \cos^2 D \sin 2(\Theta - A)\}$$

ausgeführte Ausgleichung der $\beta_0\gamma_0$ ergibt die folgenden Werte der Koordinaten des Zielpunkts und der Geschwindigkeit der „absoluten“ Translationsbewegung der Erde und ihrer mittleren Fehler:

$$A = 77^0 \pm 3^0; \quad D = + 45^0 \pm 7^0; \quad v_0 = 393 \pm 23 \text{ km/sec.}$$

¹⁾ L. Courvoisier, ZS. f. Phys. **90**, 50, 1934.

Diese Werte bestätigen unsere Annahmen praktisch vollkommen. Damit erscheint wegen der Unmittelbarkeit und Genauigkeit des Beobachtungsverfahrens die Frage nach dem Vorhandensein der Lorentz-Kontraktion

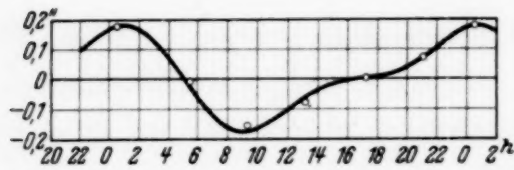


Fig. 1.

der ponderablen Körper als einer Folge der „absoluten“ Translationsbewegung der Erde unzweifelhaft in bejahendem Sinne gelöst, zumal das numerische Ergebnis für die letztere mit den Resultaten meiner zahlreichen

und verschiedenartigen Untersuchungen über die Lorentz-Kontraktion, ganz besonders aber über den von der Absoluttheorie geforderten Unterschied zwischen Reflexionswinkel und Einfallswinkel beim bewegten Spiegel grundsätzlich im Einklang steht.

Die hier beigegebene Figur soll schließlich noch die Genauigkeit der Darstellung der Beobachtungen durch die eingezeichnete Tageskurve der Sollwerte des Kontraktionseffektes augenfällig zeigen.

Sternwarte *Berlin-Babelsberg*, Januar 1937.

Zur Neutrinotheorie des Lichtes.

Von **M. H. L. Pryce** in Cambridge, zur Zeit in Princeton, N. J., USA.

(Eingegangen am 25. Januar 1937.)

Im folgenden wird die Wechselwirkungsenergie zwischen Neutrino und Materie auf Grund der Jordanschen Theorie aus der bekannten Wechselwirkungsenergie zwischen Licht und Materie gerechnet.

Wie Jordan¹⁾ gezeigt hat, ist es möglich, die Amplituden, die in der Beschreibung des Lichtes durch die Methoden der zweiten Quantisierung vorkommen, durch die einer Anzahl Neutrinos auszudrücken. Obwohl dieser Standpunkt im dreidimensionalen Falle teilweise erfolgreich ist [er erklärt die Bose-Statistik für die Lichtquanten, liefert aber keinen logischen Zusammenhang zwischen Lichtpolarisation und Neutrinospin²⁾], ist er nur auf das eindimensionale Modell unmittelbar anzuwenden. Wir wollen hier zeigen, daß aus der Jordanschen Theorie, im eindimensionalen Falle, eine Wechselwirkungsenergie zwischen einem Neutrino und einem materiellen Teilchen folgt. Man bedenke, daß es für Lichtquanten keine solche gibt. Wir können nämlich eine „eindimensionale“ Feldstärke $P(x)$ und ein dazugehöriges Potential $\varphi(x)$ bilden. Sie lassen sich beide als eine Summe von Termen schreiben, die nur vom Koordinatenoperator q eines einzigen Neutrinos und vom Raumparameter x abhängen. Es ist zu hoffen, daß eine Verallgemeinerung dieses Gedankenganges auf den dreidimensionalen Fall zu einem tieferen Verständnis der Theorie führen wird. Darauf wollen wir in einer späteren Arbeit eingehen.

Wir betrachten nur nach rechts laufende Neutrinos. Der (eindimensionale) Raum soll mit der Periode d periodisch sein. Die Ruhemasse der Neutrinos ist Null; sie laufen also mit Lichtgeschwindigkeit c . Energie und Impuls stehen in der Beziehung $E = cp$. Es ist zweckmäßig, die von Born und Nagendra Nath³⁾ gegebene Formulierung der Jordanschen Theorie zu benutzen. Als Basiszustände für die zweite Quantisierung des Neutrinofeldes seien die Eigenzustände des Neutrinoimpulses gewählt.

¹⁾ P. Jordan, ZS. f. Phys. **93**, 464, 1935; ebenda **98**, 759, 1936; ebenda **99**, 109, 1936; als A., B., C. zitiert. Man siehe auch P. Jordan u. R. de L. Kronig, ebenda **100**, 569, 1936, und R. de L. Kronig, Physica **2**, 491, 854, 967, 1935. — ²⁾ Anmerkung bei der Korrektur: Es scheint mir, daß die kürzlich erschienene dreidimensionale Theorie von Kronig (Physica **3**, 1120, 1936) gegen Drehungen des Koordinatensystems nicht invariant ist. Ich hoffe dies in einer künftigen Arbeit diskutieren zu können. — ³⁾ M. Born u. N. S. Nagendra Nath, Proc. Indian Acad. of Scienc. III, 318, 1936.

Man bezeichne sie mit ψ_r , die zugehörigen Eigenwerte seien $r \hbar \kappa_0$ ($\kappa_0 = 2\pi/d$). Die Wellenfunktion des ψ_r ist

$$(q' | \psi_r) = d^{-1/2} e^{i r \kappa_0 q'}. \quad (1.1)$$

Hierbei wird q' statt x für die Variabel in die Wellenfunktion geschrieben, um zu betonen, daß sie alle Eigenwerte der Neutrinoordinate q annimmt. Die Indizes r können entweder als ganzzahlig ($r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ oder halbzahlig ($r = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \dots$) gewählt werden. Jordan hat in C. gezeigt, daß einige Ergebnisse der Theorie eine einfachere Gestalt bekommen, wenn sie als halbzahlig angenommen werden. Für das Folgende ist dies unwesentlich, und wir wollen darüber keine Annahme machen (für uns ist nur wichtig, daß die Differenz zwischen konsekutiven Indizes Eins ist).

Wir bezeichnen die Amplituden mit α_r und ihre Adjungierten mit α_r^\dagger . Sie gehorchen den Vertauschungsregeln

$$\left. \begin{aligned} \alpha_r \alpha_s + \alpha_s \alpha_r &= 0, \\ \alpha_r \alpha_s^\dagger + \alpha_s^\dagger \alpha_r &= \delta_{rs} \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

und den Konvergenzbedingungen

$$\left. \begin{aligned} \sum_0^\infty \|\alpha_r \psi\|^2 &< \infty, \\ \sum_{-\infty}^0 \|\alpha_r^\dagger \psi\|^2 &< \infty, \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

wo ψ ein zulässiger Zustand des Systems ist. Bezeichnet man die Besetzungszahl $\alpha_r^\dagger \alpha_r$ mit n_r , so sind sie wegen (1, 2) völlig mit den folgenden äquivalent:

$$\left. \begin{aligned} \sum_0^\infty (\psi, n_r \psi) &< \infty, \\ \sum_{-\infty}^0 (\psi, (1 - n_r) \psi) &< \infty^1. \end{aligned} \right\} \quad (1.3a)$$

Dies bedeutet, daß fast alle Zustände negativer Energie besetzt und fast alle Zustände positiver Energie unbesetzt sind. Ein Neutrino in einem positiven Zustand entspricht einem positiven Neutrino, während ein „Loch“ in einem negativen Zustand einem negativen Neutrino entspricht, im Sinne Jordans und Kronigs²⁾.

¹⁾ Solche Konvergenzbedingungen sind für die Neutrinotheorie des Lichtes wesentlich. Sie wurden bisher nie explizit postuliert. Fock (Nature **138**, 1011, 1936) hat sogar geglaubt, es gebe einen ernstlichen Fehler in Jordans Rechnungen. Dies kommt daher, daß er die Konvergenzbedingung $\sum_{r=-\infty}^\infty (\psi, n_r \psi) < \infty$ postuliert hat. — ²⁾ P. Jordan, C.; R. de L. Kronig, a. a. O., S. 967.

Die Amplituden des Strahlungsfeldes sind gegeben durch

$$\left. \begin{aligned} b_k &= \frac{1}{\sqrt{k}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} a_r^\dagger a_{r+k}, \\ b_k^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{k}} \sum_{r=-\infty}^{\infty} a_r^\dagger a_{r-k}, \end{aligned} \right\} \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (1.4)$$

(Wenn wir unter \sqrt{k} stets $\sqrt{|k|}$ verstehen, können wir diese Definition auf negative Werte von k verallgemeinern, wobei $b_{-k} = b_k^\dagger$.) Sie genügen den Vertauschungsregeln

$$\begin{aligned} b_k b_l - b_l b_k &= 0, \\ b_k b_l^\dagger - b_l^\dagger b_k &= \delta_{kl}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Eine Amplitude, b_k , ist mit der Absorption eines Lichtquants im Zustande k verbunden. Sie erscheint in (1,4) als Summe von Gliedern $a_r^\dagger a_{r+k}$, welche eine gleichzeitige Absorption eines Neutrinos im Zustande $r+k$ und Emission eines Neutrinos im Zustande r bedeuten. D. h. ein Übergang vom Zustand $r+k$ in den Zustand r . Absorption eines Lichtquants bedeutet also: Sprung eines Neutrinos mit Abnahme der Energie um $k \hbar \omega_0$. Emission ist mit dem entgegengesetzten Prozeß entsprechend verbunden.

In der (dreidimensionalen) Diracschen Lichttheorie ist die Beziehung zwischen den Feldstärken und den Amplituden:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= (\hbar/V)^{1/2} \sum \omega_k^{1/2} \{ (\vec{a}_k b_k + \vec{a}'_k b'_k) \exp[i(\vec{x}_k, \vec{x})] \\ &\quad + (\vec{a}_k b_k^\dagger + \vec{a}'_k b_k'^\dagger) \exp[-i(\vec{x}_k, \vec{x})] \}, \\ \vec{H} &= (\hbar/V)^{1/2} \sum \omega_k^{1/2} [\vec{x}_k \times \{ (\vec{a}_k b_k + \vec{a}'_k b'_k) \exp[i(\vec{x}_k, \vec{x})] \\ &\quad + (\vec{a}_k b_k^\dagger + \vec{a}'_k b_k'^\dagger) \exp[-i(\vec{x}_k, \vec{x})] \}. \end{aligned}$$

Hier bedeutet V das Periodizitätsvolumen, ω_k , \vec{x}_k die Kreisfrequenz und die durch 2π dividierte Wellenzahl der k -ten Schwingung, \vec{a} , \vec{a}' die Einheitsvektoren in den zwei Polarisationsrichtungen und b_k , b'_k die zugehörigen Amplituden. Diese Ausdrücke sind nach (1,4) in α und α^\dagger bilinear, denn die b_k , b_k^\dagger selbst sind in α , α^\dagger bilinear (wir nehmen an, es gebe eine zu (1,4) analoge Beziehung auch im dreidimensionalen Falle). Dasselbe gilt für das Potential, und also auch für die Wechselwirkungsenergie zwischen Strahlung und Materie, welche linear im Potential ist. Nun ist es aus der Theorie der zweiten Quantisierung wohl bekannt, daß irgendein bilinearer Ausdruck $\sum_{r,s} \alpha_k^\dagger c_{rs} \alpha_s$ eine (in bezug auf Austausch zweier Neutrinos symmetrische) Summe von Operatoren ist, die auf den Zustandsraum eines Neutrinos wirken, und deren Matrix c_{rs} ist. Die Wechselwirkungsenergie

zwischen Licht und Materie ist also die Summe der Wechselwirkungsenergien zwischen einzelnen Neutrinos und Materie. Wegen der unendlichen Anzahl vorhandener Neutrinos können anormale Eigenheiten bei einer solchen Summation auftreten; man muß daher den Formalismus mit besonderer Vorsicht behandeln.

Im eindimensionalen Falle bilden wir das Analogon zur Feldstärke in folgender Weise:

$$P(x) = \left\{ \sqrt{\frac{\hbar c}{d^2}} \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{k} (b_k e^{ikx_0 x} + b_k^\dagger e^{-ikx_0 x}) \right. \\ \left. = \sqrt{\frac{\hbar c}{d^2}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sqrt{|k|} b_k e^{ikx_0 x} \right\} \quad (2.1)$$

$P(x)$ hat die Eigenschaft, analog zu den elektromagnetischen Feldstärken, daß das Integral $\int_0^d \frac{1}{2} \{P(x)\}^2 dx$ sich um die unendliche „Selbstenergie des Vakuums“ $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} k \hbar \omega_0$ von der Strahlungsenergie unterscheidet:

$$\int_0^d \frac{1}{2} \{P(x)\}^2 dx = \frac{\hbar c}{2d^2} \int_0^d \sum_{k,l=-\infty}^{\infty} \sqrt{|kl|} b_k^\dagger b_l e^{i(l-k)x_0 x} dx \\ = \frac{\hbar c}{2d} \sum_{k=-\infty}^{\infty} |k| b_k^\dagger b_k \\ = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \sum_{k=1}^{\infty} k (b_k^\dagger b_k + b_k b_k^\dagger) \quad \left(\omega_0 = c x_0 = \frac{2\pi c}{d} \right) \\ = \hbar \omega_0 \sum_{k=1}^{\infty} k \left(b_k^\dagger b_k + \frac{1}{2} \right);$$

dagegen ist die Strahlungsenergie

$$W = \hbar \omega_0 \sum_{k=1}^{\infty} k b_k^\dagger b_k.$$

3. Schreiben wir

$$b_k = \frac{1}{\sqrt{k}} \sum_n f_k \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (3.1)$$

wo \sum_n die Summation über alle Neutrinos bedeutet, und sei die Matrix von f_k ($r|f_k|s$), so ist

$$\sqrt{k} b_k = \sum_n f_k = \sum_{r,s} \alpha_r^\dagger (r|f_k|s) \alpha_s.$$

Vergleichen wir dies mit (1, 4), so erhalten wir

$$(r|f_k|s) = \delta_{r+k,s}. \quad (3.2)$$

Operieren wir nun mit f_k auf den Zustand ψ_r , so folgt

$$\left. \begin{aligned} f_k \psi_r &= \sum_s \psi_s (s | f_k | r), \\ &= \psi_{r-k}. \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Wir gehen jetzt in die q -Darstellung über, und schreiben dies

$$(q' | f_k \psi_r) = (q' | \psi_{r-k}),$$

was wegen (1, 1) gleich

$$(q' | f_k \psi_r) = e^{ikx_0 q'} (q' | \psi_r)$$

ist. Die ψ_r bilden aber ein vollständiges System, und es gilt also für einen beliebigen Zustand ψ

$$(q' | f_k \psi) = e^{-ikx_0 q'} (q' | \psi). \quad (3.4)$$

Mit anderen Worten

$$f_k \psi = e^{-ikx_0 q} \psi,$$

d. h.

$$f_k = e^{-ikx_0 q}. \quad (3.5)$$

Schreiben wir nun

$$P(x) = \sum_n K(x), \quad (3.6)$$

wo $K(x)$ auf den Zustandsraum eines Neutrinos wirkt, so ist

$$\begin{aligned} K(x) &= \sqrt{\frac{\hbar c}{d^2}} \sum_{k=1}^{\infty} (f_k e^{ikx_0 x} + f_k^\dagger e^{-ikx_0 x}) \\ &= \sqrt{\frac{\hbar c}{d^2}} \left\{ -1 + \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{ikx_0 (x-q)} \right\} \\ &= \sqrt{\hbar c} \left\{ -\frac{1}{d} + \delta(x-q) \right\}. \end{aligned}$$

Wir können jetzt die Periodizitätsbedingung aufheben, indem wir d gegen ∞ gehen lassen. Dies liefert

$$K(x) = \sqrt{\hbar c} \delta(x-q). \quad (3.7)$$

Die eindimensionale Feldstärke ist also gleich

$$P(x) = \sqrt{\hbar c} \sum_n \delta(x-q). \quad (3.8)$$

Es liegt nahe anzunehmen, daß die auf ein eindimensionales Elektron wirkende Kraft gleich $\varepsilon P(x)$ ist, wo ε als „eindimensionale Ladung“ zu verstehen ist. Wir sehen also, daß die Kraft zwischen einem Neutrino und einem Elektron aus einem Impuls besteht, welcher nur im Moment, wo das Neutrino durch das Elektron hindurchgeht, wirkt. Die Energie bleibt

bei einem solchen Prozeß erhalten, wenn wir noch eine potentielle Energie $-\varepsilon \varphi(x-q)$ hinzufügen, wo die Funktion $\varphi(x)$ folgendermaßen definiert ist:

$$\begin{aligned}\varphi(x) &= -\frac{1}{2}, & x < 0, \\ &= \frac{1}{2}, & x > 0.\end{aligned}$$

Dies ist die gesuchte Wechselwirkungsenergie.

Die kinetische Energie macht also einen Sprung, wenn ein Neutrino durch ein Elektron hindurchgeht. Wegen der unendlichen Anzahl vorhandener Neutrinos und des Pauli-Prinzips aber wird diese scheinbar unstetige Wechselwirkung ausgeglättet, und das Elektron benimmt sich, als ob es mit einem Strahlungsfeld in Wechselwirkung wäre.

In den obigen Formeln sind die auf das Elektron wirkenden Impulse stets nach rechts gerichtet. Dies rührt daher, daß wir nur nach rechts laufende Neutrinos betrachtet haben, und wir können also nur nach rechts gerichtete Lichtquanten bilden, die dem Elektron nur Impulse in der einen Richtung mitteilen können. Betrachten wir auch nach links laufende Neutrinos, so verschwindet diese Einschränkung.

Es ist zunächst merkwürdig, daß die Größen b_k, b_k^\dagger nicht vertauschbar sind, denn sie sind Summen von Größen $e^{-ikx_0q} e^{ikx_0q}$, welche untereinander vertauschen. Dies Nichtvertauschen ist eine Folgerung aus den Konvergenzbedingungen (1, 3).

Ich möchte Herrn Dr. Gregor Wannier für seine Hilfe bei der Fertigstellung dieser Arbeit danken.

Princeton (New Jersey, USA.), Inst. f. Advanced Study, 11. Januar 1937.

Bestimmung des mechanischen Kernmoments von Caesium aus dem inversen Zeeman-Effekt der Hyperfeinstruktur.

Von **Trutz Fölsche** in Frankfurt a. M.

Mit 12 Abbildungen. (Eingegangen am 26. Januar 1937.)

Die Arbeit gibt eine ausführliche Darstellung der Bestimmung des Kernmoments von Caesium aus dem inversen Zeeman-Effekt der Hyperfeinstruktur von $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ zu $I = \frac{7}{2} \frac{h}{2\pi}$, von der bereits in einer kurzen Notiz Mitteilung gemacht wurde¹⁾. Die Untersuchung erstreckt sich auch auf die Linie $\lambda = 8521 \text{ \AA}$. Es ergibt sich gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung für beide Linien bei der benutzten mittleren Feldstärke von 5000 Gauß auch bezüglich der im starken Feld verbotenen Komponenten. Ferner wird auf die Ausmessung der feldlosen Hyperfeinstruktur von $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ in Absorption eingegangen.

Über das Kernmoment von Caesium liegt bereits eine Reihe von experimentellen Arbeiten vor. Nach spektroskopischen Methoden ist das Problem von Kopfermann²⁾, Jackson³⁾ und Barth⁴⁾ bearbeitet worden. Kopfermann untersuchte die Intervallverhältnisse der Hyperfeinstruktur des Cs^+ -Spektrums und fand mit hoher Wahrscheinlichkeit für das mechanische Moment des Kerns $I = \frac{7}{2} \frac{h}{2\pi}$. Er konnte aber den Wert $5/2$ nicht ausschließen, weil die Intervallverhältnisse für diese beiden Werte nur sehr wenig verschieden sind. Jackson bestimmte das Kernmoment aus dem Intensitätsverhältnis der Hyperfeinstrukturkomponenten der Linien der Hauptserie des Cs zu $7/2$. Daß aber auch bei dieser Methode leicht Fehler unterlaufen können, zeigt eine Arbeit von Barth, in der aus dem Intensitätsverhältnis auf $i = 5/2$ geschlossen wurde. Nach der Atomstrahlmethode von Breit und Rabi⁵⁾ fand Cohen⁶⁾ eindeutig den Wert $7/2$.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war, das Kernmoment nach einer dritten spektroskopischen Methode zu bestimmen, die gerade für große Kernmomente gut geeignet ist, nämlich nach der Methode der Beobachtung

¹⁾ Naturwissensch. **24**, 297, 1936. Inzwischen erschien eine Arbeit von H. Kopfermann u. Krüger (ZS. f. Phys. **102**, 527, 1936), in welcher der Zeeman-Effekt der Linie $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ untersucht wurde. Ihr Ergebnis ist, soweit es das Kernmoment betrifft, mit dem obigen Resultat in Übereinstimmung.

— ²⁾ H. Kopfermann, ZS. f. Phys. **73**, 437, 1932. — ³⁾ D. A. Jackson, Proc. Roy. Soc. London (A) **143**, 455, 1933. — ⁴⁾ H. Barth, ZS. f. Phys. **91**, 272, 1934. — ⁵⁾ G. Breit u. I. I. Rabi, Phys. Rev. **38**, 2082, 1931. — ⁶⁾ V. W. Cohen, ebenda **46**, 713, 1934.

des Paschen-Back-Effektes der H. F.¹⁾. Die Möglichkeit der Bestimmung des Kernmomentes i beruht hier auf der Tatsache, daß jede Komponente des gewöhnlichen anomalen Zeeman-Effektes im starken Felde, d. h. in einem Felde, welches stark ist gegenüber der magnetischen Wechselwirkung zwischen Elektronenimpuls j und Kernimpuls i aus $2i + 1$ Feinkomponenten besteht²⁾. Man kann aber auch dann bereits eine eindeutige Bestimmung durchführen, wenn der Paschen-Back-Effekt noch in der Ausbildung begriffen ist. Man muß dann nur die Theorie für mittlere Felder heranziehen, die keine anderen Grundlagen benutzt, als die Theorie des starken und schwachen Feldes auch. Dieser Weg wurde deshalb beschritten, weil besonders die Linie $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ untersucht werden sollte, und es bei dieser aus spektroskopischen Gründen nur schwer möglich ist, den vollständigen Paschen-Back-Effekt zu beobachten.

Das theoretische Aufspaltungsbild im starken und mittleren Felde.

Um überblicken zu können, welche spektroskopischen Hilfsmittel man benötigt, wird zunächst das Aufspaltungsbild im starken Felde berechnet, und zwar für die beiden Resonanzlinien $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ ($^2S_{1/2} - ^2P_{1/2}$) und $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ ($^2S_{1/2} - ^2P_{3/2}$), die hier untersucht werden sollen. Das Kernmoment ist zu $i = 7/2$ angenommen.

Die Aufspaltungsformel für das *starke Feld* wird gewöhnlich im engen Anschluß an die klassische Störungsrechnung abgeleitet. Die Ableitung sei hier kurz wiederholt.

Das klassische Modell ist folgendes: Die Impulsvektoren i des Kerns und j des Leuchtelektrons sind durch das starke äußere Feld H entkoppelt und führen getrennt voneinander eine Präzessionsbewegung um die Richtung des Magnetfeldes aus, welche durch die Wechselwirkung von i und j gestört wird. Dabei ist also diese Wechselwirkung klein vorausgesetzt gegenüber der Wechselwirkung von i und j mit dem Magnetfeld. Die Zusatzenergie infolge des Magnetfeldes (parallel der z -Richtung) und der Wechselwirkung zwischen i und j wird gegeben durch die Gleichung (1):

$$E_{\text{erg}} = (g \cdot M_z^j + g_i M_z^i) \frac{e}{2m_0 c} \cdot H + A (M_x^j M_x^i + M_y^j M_y^i + M_z^j M_z^i), \quad (1)$$

$M_x^j, \dots, M_x^i, \dots$ sind die Komponenten der Drehimpulse $j \cdot \frac{h}{2\pi}$ und $i \cdot \frac{h}{2\pi}$, g bzw. g_i ist das Verhältnis des magnetischen Moments des Elektrons bzw.

¹⁾ Hyperfeinstruktur wird im folgenden mit H. F. abgekürzt. — ²⁾ E. Back u. S. Goudsmit, ZS. f. Phys. **47**, 174, 1928; vgl. auch A. Landé, ebenda **19**, 112, 1923.

Kerns zum mechanischen in Einheiten $\frac{e_{\text{stat}}}{2 m_0 c}$. A ist eine Konstante, die wieder die Faktoren g und g_i enthält und im übrigen von der Bahn abhängt, in der sich das Elektron bewegt.

Die Wechselwirkung zwischen i und j ist also proportional dem Kosinus des Winkels zwischen diesen Vektoren und die Energie infolge des äußeren Magnetfeldes proportional dem Kosinus des Winkels zwischen den Vektoren i bzw. j und dem Magnetfeld. Der Wechselwirkungsteil stellt die Störungsenergie dar. Nach der klassischen Mechanik ist der durch die Störung bewirkte Beitrag in erster Näherung gleich dem Zeitmittel der Störungsenergie über die ungestörte Bewegung. Da die Komponenten $M_x^j, M_y^j, M_x^i, M_y^i$ aber rein periodisch von der Zeit abhängen, so ist ihr Mittelwert 0, und es reduziert sich der Ausdruck (1) auf

$$E_{\text{erg}} = (g M_z^j + g_i M_z^i) \frac{e}{2 m_0 c} H + A M_z^j M_z^i, \quad (2)$$

wo die z -Komponenten M_z^j, M_z^i die Konstanten der ungestörten Präzessionsbewegung um das Magnetfeld sind.

Man kann die Rechnung in der Quantenmechanik genau so durchführen. Es gilt auch hier der Satz, daß die Zusatzenergie durch die Störung in erster Näherung gleich dem Mittelwert, d. h. Diagonalelement der Störungsmatrix im ungestörten Zustand ist.

Die Matrizen $M_x^j, M_y^j, M_x^i, M_y^i$ haben aber ebenso wie in der klassischen Mechanik die Mittelwerte 0, denn die Diagonalglieder müssen nach dem Korrespondenzprinzip verschwinden, weil die Fourier-Entwicklung kein von der Periode freies Glied enthält, während M_z^j, M_z^i bekanntlich auch Konstante der Bewegung, also Diagonalmatrizen sind. Man hat daher in dem klassischen Ausdruck (2) für die letzteren einfach die Eigenwerte $m_j \cdot \frac{h}{2\pi}, m_i \cdot \frac{h}{2\pi}$ von M_z^j, M_z^i einzusetzen und bekommt in cm^{-1} :

$$E_{\text{cm}^{-1}} = \frac{E_{\text{erg}}}{hc} = (g m_j + g_i m_i) \mu + a m_j m_i, \quad (3)$$

wo $\mu = \frac{e_{\text{magn}}}{2 m_0 c} \frac{H}{2\pi} = \text{Lorenz-Einheit}$ und $a = \frac{A}{hc} \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2$ ist. Für g ist der Landésche g -Faktor einzusetzen, der bei einer vollständigen Ableitung der Formel (3) durch eine ähnliche an das klassische Vektormodell angelehnte Betrachtungsweise ermittelt werden kann.

Die Konstante a kommt in dem Glied der Gesamtenergie vor, welches die Wechselwirkungsenergie zwischen i und j beschreibt. Sie bestimmt

daher auch die Größe der Aufspaltung ohne Feld, und zwar ergeben sich die Terme durch eine der klassischen ähnliche Rechnung zu

$$E = \frac{a}{2} (i(i+1) + j(j+1) - f(f+1)) \quad (3a)$$

und daher die Gesamtaufspaltung der Multipletts zu

$$\Delta E = a \cdot j (2i + 1), \quad (3b)$$

wenn $i > j$ und f die Werte $i + j, \dots, i - j$ durchläuft. Da nun das äußere Feld stark ist gegen die Wechselwirkung (ij), also $a \ll \mu$ ist, so wird die Zusatzenergie in der Hauptsache durch den ersten Teil der Formel (3) gegeben, der die Wechselwirkung von i und j mit dem äußeren Feld darstellt.

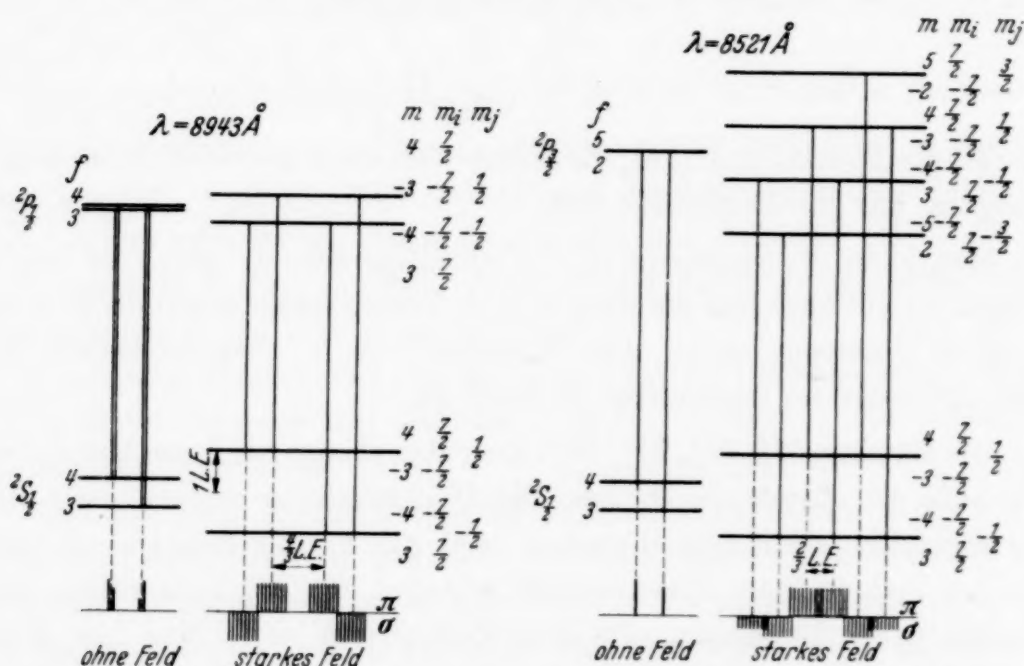


Fig. 1. Hyperfeinstruktur der Resonanzlinien des Cæsiums im starken Feld.

Von diesem Teil kann aber $g_i \cdot m_i \cdot \mu$ völlig vernachlässigt werden, da $g_i \ll g$ ist, so daß die Lage der Terme zunächst durch die Terme $g \cdot m_j \cdot \mu$ des gewöhnlichen anomalen Zeeman-Effektes gegeben wird. Jeder dieser Grobterme, der durch m_j bestimmt ist, wird infolge des Gliedes $a \cdot m_j \cdot m_i$ in soviel Feinterme aufgespalten, als m_i Werte durchläuft. In unserem Falle ergeben sich $2i + 1 = 8$ Feinterme entsprechend den acht Stellungen des Impulses $i = 7/2$ zum Magnetfeld. In Fig. 1 sind links die H. F.-Terme ohne Feld, rechts die Grobterme der Aufspaltung im Magnetfeld gezeichnet. Die Feinterme sind nur durch ihre Quantenzahlen, die seitlich neben den Grobtermen stehen, angedeutet (m_i, m_j und $m = m_i + m_j$).

Die Linienaufspaltung bekommt man, indem man die Zusatzenergie des S -Terms von der des P -Terms abzieht. Es werden nur diejenigen Terme kombiniert, deren Quantenzahlen den Auswahlregeln $\Delta m_j = 0, \pm 1$ und $\Delta m_i = 0$ genügen. Die Auswahlregel $\Delta m_i = 0$ folgt korrespondenzmäßig aus der Tatsache, daß i und j im starken Felde entkoppelt sind, und folglich die Periode der Präzession von i nicht mehr in die Bahnbewegung des Elektrons und damit in die Ausstrahlung eingeht.

Die Formel für die Linienaufspaltung lautet:

$$\Delta \nu = (g m_j - g' m_j') \mu + \underbrace{(a m_j - a' m_j')}_{\varepsilon} m_i, \quad (4)$$

wo die gestrichenen Größen zum $^2S_{1/2}$, die ungestrichenen zum $^2P_{1/2}$ - bzw. $^2P_{3/2}$ -Term gehören. Die Lage der Linien ist wieder in erster Näherung durch die Lage der Komponenten im gewöhnlichen Zeeman-Effekt bestimmt, wie der erste Teil von Formel (4) zeigt. Jede dieser Groblinien ist durch das Wechselwirkungsglied ebenso wie bei den Termen in genau $2i + 1$ Feinkomponenten aufgespalten. Diese Anzahl der Feinkomponenten ist eine wesentliche Folge der Auswahlregel $\Delta m_i = 0$. Sie sind in Fig. 1 gezeichnet.

Die Feinabstände bekommt man als Koeffizienten bei m_i im zweiten Glied von Formel (4) zu $\varepsilon = a m_j - a' m_j'$.

Die Werte der Intervallkonstanten sind experimentell ermittelt worden¹⁾. Sie betragen angenähert für

$$^2S_{1/2}: a \approx 0,077 \text{ cm}^{-1},$$

$$^2P_{1/2}: a \approx 0,009 \text{ cm}^{-1},$$

$$^2P_{3/2}: a \approx 0.$$

Es ergibt sich also für:

	m_j	m_j'	Δm_j	Feinabstand ε	Polarisation
$\lambda = 8943 \text{ \AA } ^2S_{1/2} - ^2P_{1/2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$0,043 \text{ cm}^{-1} = 0,034 \text{ \AA}$	σ
	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$0,034 \text{ cm}^{-1} = 0,027 \text{ \AA}$	π
$\lambda = 8521 \text{ \AA } ^2S_{1/2} - ^2P_{3/2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$0,038 \text{ cm}^{-1} = 0,030 \text{ \AA}$	π
	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1		σ
	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1		σ

Diese Feinabstände im starken Felde sind unabhängig von der Feldstärke und durch die Intervallkonstanten von vornherein festgelegt, und damit

¹⁾ D. A. Jackson, Proc. Roy. Soc. London (A) **147**, 500, 1934; L. P. Granath u. R. K. Stranathan, Phys. Rev. **48**, 725, 1935; N. P. Heydenburg, ebenda **46**, 802, 1934.

auch das Auflösungsvermögen, das man mindestens zur Auflösung dieser Feinstruktur benötigt. Es beträgt nach obiger Tabelle für die π -Komponenten von $\lambda = 8943 \text{ \AA}$

$$\frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \frac{8943}{0,017} = 520\,000,$$

wenn man noch annimmt, daß die Linien eine Halbwertsbreite von etwa $0,01 \text{ cm}^{-1}$ haben. Ein so großes Auflösungsvermögen ist mit einem Perot-Fabry-Interferometer durch geeignete Wahl des Plattenabstandes und der Versilberung leicht zu erreichen. Dafür ist aber bei größerem Abstand das Dispersionsgebiet entsprechend beschränkt, so daß man die beiden Strukturbilder nicht innerhalb dieses Dispersionsgebietes beobachten kann, selbst wenn man sich lediglich auf die π -Komponenten beschränkt. Bei $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ hat das Strukturbild bei $\mu = \frac{3}{2} \Delta \nu_s = 0,457 \text{ cm}^{-1}$ (etwa 10000 Gauß) eine Breite von (siehe Fig. 1) $\frac{4}{3} \mu + \Delta \nu_s \approx 0,9 \text{ cm}^{-1}$ ($\Delta \nu_s$ Normalaufspaltung des $^2S_{1/2}$ -Terms), während das Dispersionsgebiet bei einem Etalon mit 8 mm Plattenabstand, bei dem das Auflösungsvermögen etwa ausreicht, nur $1/2 d = 0,63 \text{ cm}^{-1}$ beträgt. Bei $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ liegen die Verhältnisse günstiger, weil die π -Komponenten enger zusammen sind. Da aber bei der Emissionslichtquelle nur schwächere Felder hergestellt werden konnten, wurde eine Feldstärke von 5000 Gauß gewählt. Bei diesem Felde ist

$$\mu = \frac{5000}{21,4} \cdot 10^{-3} = 0,234 \text{ cm}^{-1} \approx 0,75 \Delta \nu_s,$$

also das Feld nicht mehr stark gegen die Kopplung (ij), welche durch $\Delta \nu_s$ oder durch $a = \Delta \nu_s/4$ gemessen wird [siehe Gleichung (3b)].

Es wird jetzt die *Aufspaltung für schwächere Felder* betrachtet, insbesondere die exakten Strukturbilder bei 5000 Gauß, die zur Identifizierung der einzelnen Komponenten auf den Aufnahmen und damit zur Bestimmung des Kernmoments notwendig sind. Es werden hier nur die Resultate der Rechnung im Zusammenhang mit dem Aufspaltungsbild im starken Felde dargestellt, die Rechnung selber ist am Ende der Arbeit angegeben.

Fig. 2 zeigt die Umwandlung der Terme $^2S_{1/2}$ und $^2P_{1/2}$, wenn das Feld von 0 bis zu beliebigen Feldstärken anwächst. Das Bild ist für beide Terme wegen der Gleichheit von i und j sehr ähnlich, nur daß der Paschen-Back-Effekt bei $^2P_{1/2}$ wegen der kleineren H. F.-Konstanten a sehr viel früher eintritt. Von den beiden Termen des H. F.-Dubletts gehen zwei Bündel von 9 bzw. 7 Termen aus entsprechend den Projektionen des Gesamtimpulses $f = 4$ und $f = 3$, zu welchem i und j im schwachen Felde gekoppelt sind. Bei stärker werdendem Feld biegen die Bündel nach außen ab bis auf

den untersten Term der stärkeren Gruppe, der sich schließlich mit dem schwächeren Bündel vereinigt. So ergeben sich zwei Gruppen von je acht Termen, die im starken Felde äquidistant werden.

Durch Kombination des $^2S_{1/2}$ - und $^2P_{1/2}$ -Terms entsteht die Linie $\lambda = 8943 \text{ \AA}$. Das Aufspaltungsbild der π Komponenten ($\Delta m = 0$) zeigt Fig. 3. Betrachten wir zunächst die Übergänge $\Delta m = 0$ von der Termgruppe $m_j = -\frac{1}{2}$ des $^2P_{1/2}$ -Terms nach der Termgruppe $m_j = -\frac{1}{2}$ des $^2S_{1/2}$ -Terms, und die Übergänge von der Termgruppe $m_j = +\frac{1}{2}$ des $^2P_{1/2}$ -Terms nach der Gruppe $m_j = +\frac{1}{2}$ des $^2S_{1/2}$ -Terms. Diese Übergänge bilden im starken Felde die beiden π -Komponentengruppen, die in Fig. 1 gezeichnet sind. Die innerste Feinkomponente $m = -4$ der Gruppe $m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}$ geht bei Schwächerwerden des Feldes zur Gruppe $m_j = +\frac{1}{2} \rightarrow +\frac{1}{2}$ über, so daß schließlich wie bei den Termen eine Gruppe von 9 und eine Gruppe von 7 Komponenten entsteht. Diese Ablösung der einen Fein-

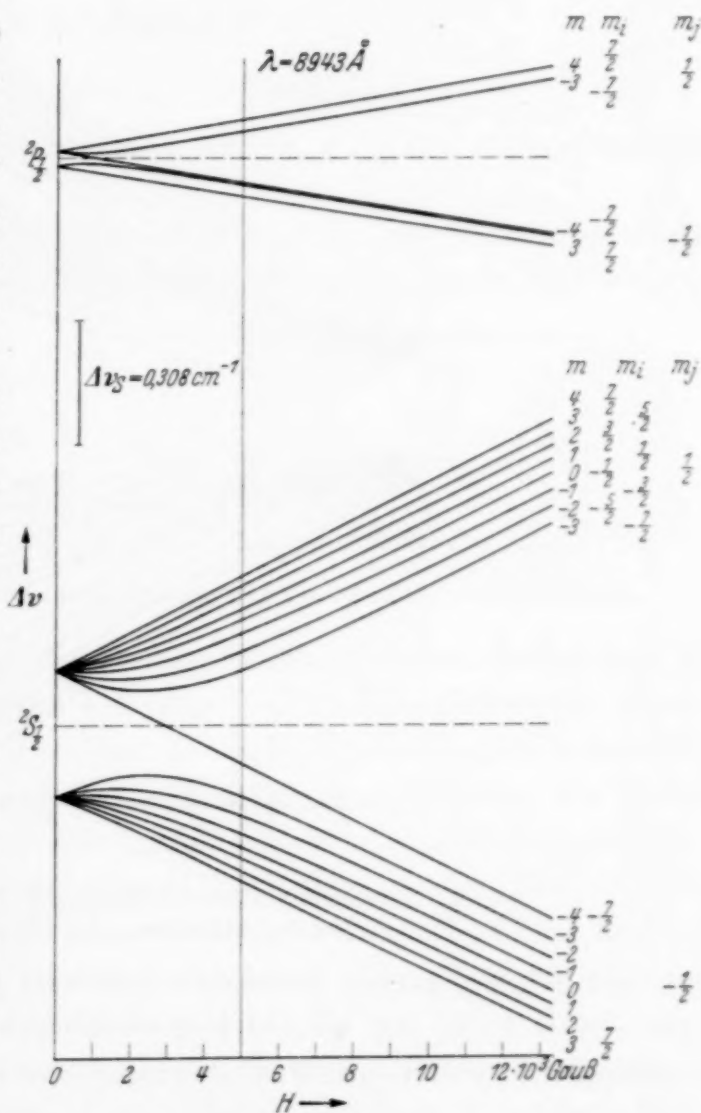


Fig. 2. Term aufspaltung in Abhängigkeit von der Feldstärke. $\lambda = 8943 \text{ \AA}$.

komponente ist also die erste Änderung, die bei mittleren Feldern zu bemerken ist. Wie aus Fig. 3 hervorgeht, sind beim Übergang zum schwächeren Felde auch die übrigen Feinabstände nicht mehr konstant, sondern sie werden nach dem Schwerpunkt des Strukturbildes zu größer. Zweitens gilt nicht mehr die Auswahlregel $\Delta m_i = 0$ des starken Feldes bei einer Grobkomponente ($\Delta m_j = 0, \pm 1$), sondern die Auswahlregel

$\Delta m = 0, \pm 1$. Infolge dieser drei Möglichkeiten treten jetzt an der Stelle einer Groblinie nahezu $3(2i+1)$ Feinkomponenten auf. Für die soeben betrachteten Groblinien $m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}$ und $m_j = +\frac{1}{2} \rightarrow +\frac{1}{2}$ liefert das keine weiteren Feinkomponenten $\Delta m = 0$, wohl aber für die Groblinien $m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow +\frac{1}{2}$ und $m_j = +\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}$, welche im starken Felde

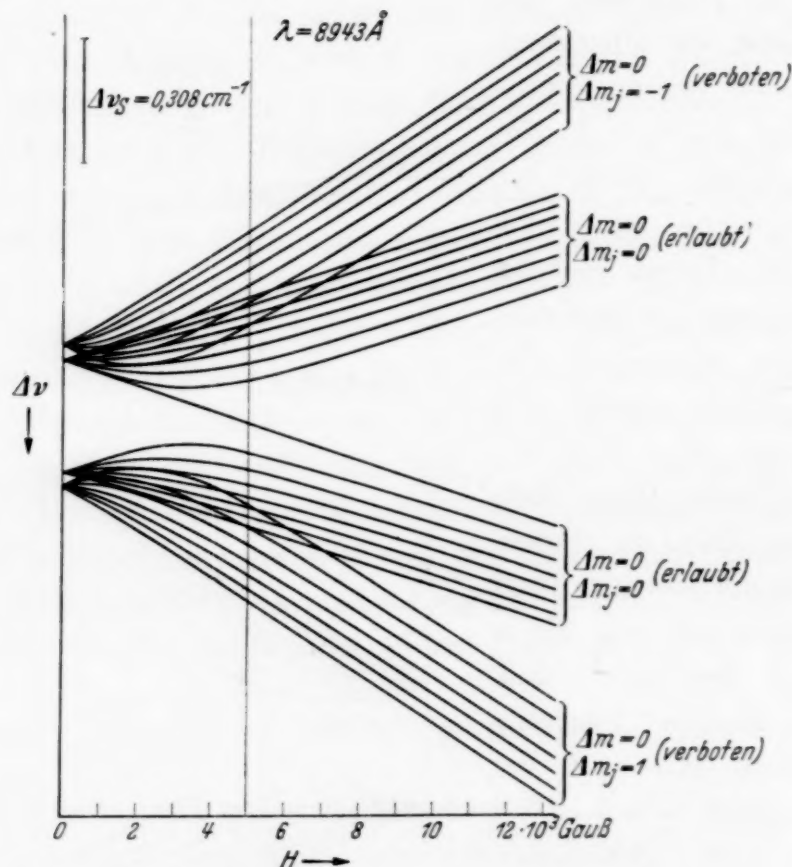


Fig. 3. Linienstruktur (π Komponenten) in Abhängigkeit von der Feldstärke. $\lambda = 8943 \text{ \AA}$.

nur aus σ -Komponenten bestehen. Hier sind jetzt jeweils 7 Übergänge $\Delta m = 0$ möglich, die wohl der Auswahlregel $\Delta m_i = \Delta m - \Delta m_j = 0$ widersprechen, weil $\Delta m_j \neq 0$ ist, aber nicht den Auswahlregeln $\Delta m = 0, \pm 1$ und $\Delta m_j = 0, \pm 1$ für das mittlere Feld. Dies sind jetzt alle π -Übergänge, die im mittleren Felde vorkommen können. Die zweite Änderung gegenüber dem starken Felde besteht also in dem Auftreten von sogenannten *verbotenen Komponenten*, deren Lage aus Fig. 3 zu entnehmen ist. Das Strukturbild aller π -Komponenten von $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ bei 5000 Gauß mit den exakten Intensitäten auch der verbotenen Komponenten zeigt Fig. 9b. Man sieht hier, daß die Bestimmung des Kernmoments auch bei dieser Feldstärke darauf hinauskommt, die $2 \cdot 8$ starken Komponenten, die im starken Felde allein vorhanden sind, zu identifizieren.

Bei $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ findet derselbe Übergang der einen Feinkomponente von einer zur anderen Gruppe statt. Hier werden sich allerdings, wie durch Betrachtung von Fig. 1 nahegelegt wird, die erlaubten Komponenten-gruppen noch überlagern, weil ihre Schwerpunkte nur um $\frac{2}{3}$ Lorenz-Einheiten Abstand haben. Auch hier treten bei schwächer werdendem Felde zwei Gruppen von je 7 verbotenen Komponenten auf, deren Lage und Intensität bei 5000 Gauß sich aus Fig. 10a ergibt.

Experimentelle Einzelheiten.

Um möglichst scharfe Linien zu erzielen, wurde die *Absorptionsmethode* benutzt.

Die Aufnahmen der *feldlosen H. F.*, auf die wir später noch zurückkommen, waren mit einer Versuchsanordnung gemacht, die sich wenig von

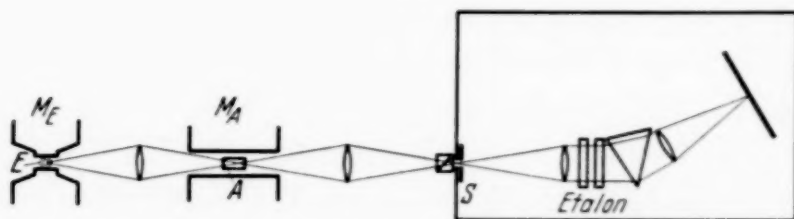


Fig. 4. Versuchsanordnung zur Beobachtung des inversen Zeeman-Effektes.

der unterschied, die für die Zeeman-Effektaufnahmen diente, und jetzt genauer beschrieben werden soll (siehe Fig. 4). Die Lichtquelle *E* wurde in das Absorptionsgefäß *A* und von da auf den Spektrographen *S* abgebildet. Das Etalon befand sich zwischen Kollimatorrohr und Prisma. Der Spektrograph mit Etalon war in einem wärmeisolierenden Kasten eingebaut, in dem die Temperatur bis auf etwa $1/20^{\circ}$ konstant gehalten werden konnte.

Die *Emissionslichtquelle* bestand aus einem Geissler-Rohr aus Duranglas mit einer Kapillare von 1,5 mm Durchmesser. Die Röhre war mit einem Tropfen metallischen Cs beschickt und mit He von 5 mm Druck gefüllt. Um die Selbstabsorption herabzusetzen, die bei der untersuchten Resonanzlinie $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ sehr groß ist, wurde die Kapillare mit einem dünnen Heizdraht umgeben, der auf einen vorn offenen Glimmermantel gewickelt war. Hierdurch konnte die Bildung einer kühleren Dampfschicht an der Wandung vermieden werden. Die Dicke der leuchtenden Schicht wurde durch das Magnetfeld herabgesetzt, das den Stromfaden anpreßte. Auch bei den Aufnahmen der normalen *H. F.* befand sich die Emissionslichtquelle in einem schwachen Magnetfeld. Auch hier war es möglich, die Selbstabsorption des Untergrundes soweit zu verringern, daß sie nicht mehr störend in Erscheinung trat, wie Fig. 5 a und b zeigt. Die Kapillaren-

heizung wirkte sich bei den starken Magnetfeldern sehr günstig aus, weil sie die Sperrung der Kapillare durch Cs-Tropfen vermied, die zu einer lokalen Erhitzung und damit zur Zerstörung der Kapillare führte. Der obere und untere Teil der Röhre waren durch zwei Öfen getrennt geheizt. Die Temperatur wurde so niedrig gehalten wie möglich, war aber nach unten hin dadurch begrenzt, daß bei 110° nicht mehr reines Cs-Leuchten allein, sondern He in merklicher Intensität auftrat und schließlich das Cs-Leuchten fast völlig verdrängte. Die Intensität mußte aber sehr groß sein, weil im Infraroten die Platten trotz Sensibilisierung nicht mehr dieselbe Empfindlichkeit haben wie normale Platten im sichtbaren Lichte, und andererseits das Etalon sehr stark versilbert werden mußte, um ein ausreichendes Auflösungsvermögen zu erreichen. Die gemessenen Temperaturen der Öfen betrugen etwa 120° . Die Temperatur der Kapillare wurde auf etwa 120 bis 130° gehalten. Man konnte diese Temperatur dadurch abschätzen, daß bei Erhöhung der Elektrodentemperaturen um 10° Kondensation in der Kapillare eintrat. Die Temperatur mußte also dort niedriger sein.

Bei längerer Betriebszeit trat Verringerung des Druckes infolge Zerstäubung ein. Dies hatte eine starke Temperaturerhöhung in der Kapillare zur Folge, die mit Abnahme der Intensität infolge Selbstabsorption und Verbreiterung der Emissionslinien verbunden war. Um nach längerer Belichtungszeit He nachfüllen zu können, war deshalb eine Zuleitung angebracht, die an einer verengten Stelle gekühlt wurde, um das Herausdestillieren des Cs zu verhindern. Die Röhre wurde mit gleichgerichtetem Wechselstrom mit der Stromstärke 30 mA betrieben.

Für das *Absorptionsgefäß* stand zwischen den Polen des Magneten M_A ein Raum von 9 mm Breite zur Verfügung. Das Gefäß bestand aus einem Kästchen aus Duranglas mit den Dimensionen $20 \times 20 \times 5 \text{ mm}^3$, in das zwei parallele Fenster eingeschmolzen waren. Es enthielt etwas reines Cs und wurde durch einen Warmluftstrom zwischen den Polen des Magneten auf eine Temperatur von 75° geheizt.

Der *Spektrograph* (Schmidt und Haensch) hatte eine Kollimator- und Kamerabrennweite von 24 cm und Linsendurchmesser von 2,4 cm. Die Entfernung zwischen Prisma und Kollimatorrohr war vergrößert und an dieser Stelle das Etalon justierbar eingesetzt. Die *Etalonplatten* waren durch Kathodenzerstäubung versilbert. Bei einem Plattenabstand von 8 mm sind Linien von $0,021 \text{ cm}^{-1}$ Abstand aufgelöst. Das ergibt ein effektives Auflösungsvermögen von $\lambda/\Delta\lambda = 520000$. Wenn man bedenkt, daß die Linien infolge der Temperatur- und Luftschwankungen und des nicht ganz homogenen Magnetfeldes nicht unendlich schmal sind, kommt man zu

wesentlich höherem Auflösungsvermögen des Etalons. Die *Expositionszeiten* betrugen bei den Aufnahmen ohne Feld 6 Stunden, bei den Zeeman-Aufnahmen etwa 10 Stunden, weil bei letzteren noch ein Nicolsches Prisma zur Aussonderung der π -Komponenten vor dem Spalt des Spektrographen angebracht war. Um Reflexionen und damit eine weitere Schwächung der Intensität zu vermeiden, wurde davon abgesehen, das Etalon in eine Kammer konstanter Luftdichte einzubauen.

Als *photographische Platten* wurden *Agfa* infrarot Platten 850 verwandt, die vor der Aufnahme mit Ammoniak übersensibilisiert waren.

Für das *Magnetfeld der Emissionslichtquelle* stand ein Ruhmkorff-Magnet zur Verfügung. Mit diesem konnte bequem durch Benutzung von Kegelstutzpolen ein homogenes Feld von $6 \times 6 \times 22 \text{ mm}^3$, wie es für die Kapillare benötigt wurde, und von einer Stärke von 5000 Gauß erzielt werden. Der Kegelwinkel der Pole war auf möglichst große Homogenität des Feldes berechnet. Er betrug 60° und fiel so nahezu mit dem Winkel für größte Stärke des Feldes von $54^\circ 44'$ zusammen.

An die Homogenität des *Magnetfeldes*, in dem sich das *Absorptionsgefäß* befand, mußten höhere Ansprüche gestellt werden. Eine Änderung der Feldstärke um 100 Gauß = 2% hat eine Verschiebung einer π -Komponente um

$$\Delta \nu = \frac{2}{3} \frac{e}{2mc} \frac{\Delta H}{2\pi} = 0,003 \text{ cm}^{-1}$$

zur Folge. Der kleinste später gemessene Abstand beträgt aber $\Delta \nu = 0,021 \text{ cm}^{-1}$; also wird hier eine Linie um 15% dieses Abstandes breiter, wodurch die Auflösung beträchtlich erschwert wird. In der vorliegenden Arbeit wurde ein Weisscher Elektromagnet (Fa. M. Kohl) von 10 cm Polschuhdurchmesser benutzt. Er lieferte bei einem Polabstand von 9 mm ein Feld, das im Bereich von 2 cm^2 um weniger als $1/2\%$ inhomogen war. Der Gleichstrom wurde durch die Akkumulatoren-Batterie des Instituts geliefert und wurde während der Aufnahmen bis auf 1% konstant gehalten. Die Feldstärke variierte für die einzelnen Aufnahmen in einem Bereich von 5000 ± 300 Gauß.

Experimentelle Ergebnisse.

Normalstruktur. Die feldlose H. F. der Linie $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ wurde bei Vorversuchen mit den Etalondistanzen 8 mm, 12 mm, 24,5 mm aufgenommen.

Fig. 5 zeigt eine Aufnahme bei 12 mm Etalondistanz in Emission und Absorption. Bei dieser Distanz berühren sich gerade die Strukturbilder zweier benachbarter Ordnungen. Das zu einer Ordnung gehörige Struktur-

bild ist durch eine Klammer (U) zusammengefaßt. Die Inhomogenität des Untergrundes ist durch schwache Selbstabsorption bedingt. Sie tritt jedoch, wie Fig. 5b zeigt, bei längerer Belichtungszeit gegenüber den scharfen Absorptionslinien völlig zurück. Die in das Strukturbild teilweise von der Seite hereinragenden Interferenzen rühren von der Cs-Linie $\lambda = 8761 \text{ \AA}$ her. Da sie im allgemeinen nicht stören, wurde davon abgesehen, den Spalt des Spektrographen enger zu wählen. Wir sehen neben der weiten Aufspaltung des S -Terms auch die wesentlich engere des P -Terms deutlich in Erscheinung treten, so daß eine einwandfreie Ausmessung möglich ist. Die Meßresultate und die Genauigkeit der Messungen zeigt Tabelle 1.

Tabelle 1. Resultat der Ausmessung der feldlosen Hyperfeinstruktur von $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ ($^2S_{1/2} - ^2P_{1/2}$).

Etalondistanz und Nr. der Aufnahme	Feinaufspaltung des Terms in cm^{-1}	Abweichung vom Mittelwert	Feinaufspaltung des Terms in cm^{-1}	Abweichung vom Mittelwert
8 mm 62 h	0,0374 329 356	0,0003 43 15	0,310 306	0,002 2
57 f	367 384 397	05 12 26	304 306	4 2
12 mm 59 c	380 390 368 377	08 19 03 05	310 308	2 0
59 b	388 387 346 386	17 15 26 15	312 308	4 0
24,5 mm 60 c	381 379 364 353 355	09 07 07 19 17	308 306	0 2
Mittelwert . . .	0,03716	$\pm 0,0014$	0,3076	$\pm 0,002$

Die Intervallkonstanten sind demnach:

$$\text{für } ^2S_{1/2}: a' = \frac{\Delta \nu_s^*)}{4} = 0,0769 \text{ cm}^{-1},$$

$$a = \frac{\Delta \nu_p^*)}{4} = 0,00929 \text{ cm}^{-1}.$$

*) Siehe Formel (3b).

Die Werte $\Delta \nu$ sind aus den Durchmessern der Interferenzringe nach der Formel

$$\Delta \nu = \frac{d_2^2 - d_1^2}{N}, \quad \text{wo} \quad N = (d_i^2 - d_{i+1}^2) \cdot 2d$$

ist, berechnet. d_2, d_1 bedeuten die Durchmesser der zu $\Delta \nu$ gehörigen Ringe, d_i, d_{i+1} zwei benachbarte Ordnungen derselben Wellenlänge, d die Etalondistanz.

Der Nenner N ist unabhängig von der Etalondistanz, es wurde deshalb der Mittelwert aus allen Aufnahmen genommen.

In der vorliegenden Arbeit wurde nicht das Ziel verfolgt, die feldlose H. F. mit möglichster Genauigkeit auszumessen. Es sei nur darauf hingewiesen, daß es durch den Ausbau der Absorptionsmethode möglich ist, die Aufspaltung der $^2S_{1/2}$ und $^2P_{1/2}$ -Terme mit *größerer* Genauigkeit zu bestimmen. Der Vorteil gegenüber der Methode von Granath und Stranathan (l. c.), die bis jetzt die genauesten Werte für die Aufspaltung dieser beiden Terme gewonnen haben, ist der, daß man in Absorption schärfere Linien hat und an $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ den $^2P_{1/2}$ -Term direkt ausmessen kann. Jene Verfasser messen die Linie $\lambda = 8761 \text{ \AA}$ ($6^2P_{1/2} - 6^2D_{3/2}$) aus und berechnen die $^2P_{1/2}$ -Aufspaltung aus dem theoretischen Verhältnis der Aufspaltung des $^2P_{1/2}$ - und $^2D_{3/2}$ -Terms, das nicht völlig sicher bekannt ist.

Struktur im Magnetfeld. Fig. 6 zeigt den Zeeman-Effekt bei 4800 Gauß von $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ in Emission (a) und in Absorption (b) bei einer Etalondistanz von 8 mm. Die Feldstärke ist so gewählt, daß das Dispersionsgebiet bei dieser Distanz noch nicht ganz durch das Strukturbild der π -Komponenten ausgefüllt ist. Das Dispersionsgebiet ist wieder durch eine eckige Klammer (D) angedeutet. Man unterscheidet zwei Gruppen I und II von starken Linien, wobei aber die äußeren Komponenten bei A und B nicht deutlich aufgelöst sind. Diese mangelhafte Auflösung nahe zusammenliegender Komponenten tritt bei allen stark belichteten Aufnahmen auf. Als Grund hierfür muß man die verbotenen Komponenten annehmen, die den erlaubten zum Teil überlagert sind und daher bei langen Expositionen die Kontraste ausgleichen. Bei kürzer belichteten Aufnahmen treten die einzelnen Linien klarer hervor. Eine solche Aufnahme von $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ zeigt Fig. 7. Das Etalon ist jetzt so justiert, daß die eng benachbarten Linien beider Gruppen näher an das Ringzentrum heranrücken, so daß man Gruppe II jetzt in der nächst niedrigen Ordnung beobachtet. Zur Diskussion der experimentellen Einzelheiten diene das durch Ausmessung dieser Aufnahme erhaltene Bild (Fig. 9a), in dem die Lage der Linien im ν Maßstab angegeben ist. Unter Benutzung der in der Figur eingezeichneten

Bezifferung der Linien kann man folgendes feststellen: Bei Gruppe I sind acht Komponenten abzuzählen. Die Linienabstände nehmen von 1 bis 5

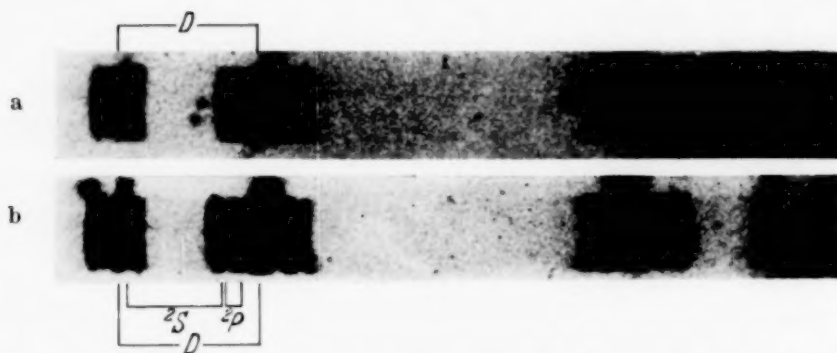


Fig. 5. Hyperfeinstruktur von $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ ohne Magnetfeld.

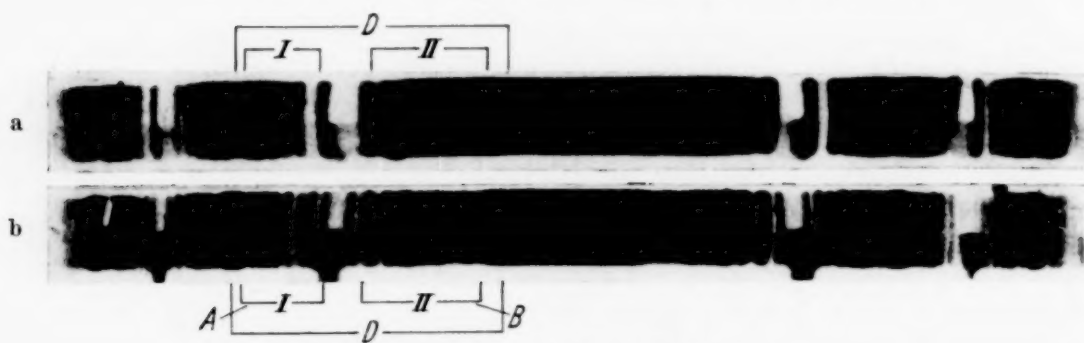


Fig. 6. $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ bei 4800 Gauß.

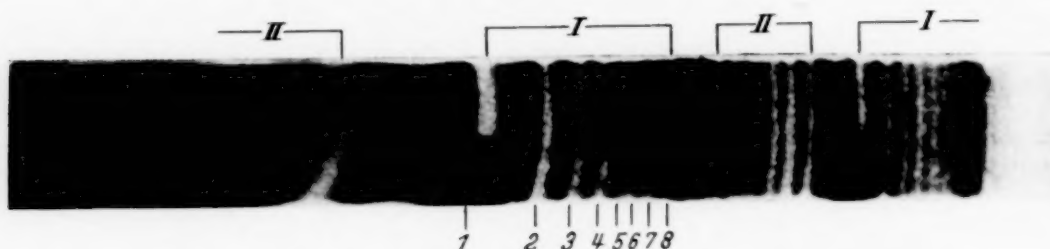


Fig. 7. $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ bei 4870 Gauß in Absorption.

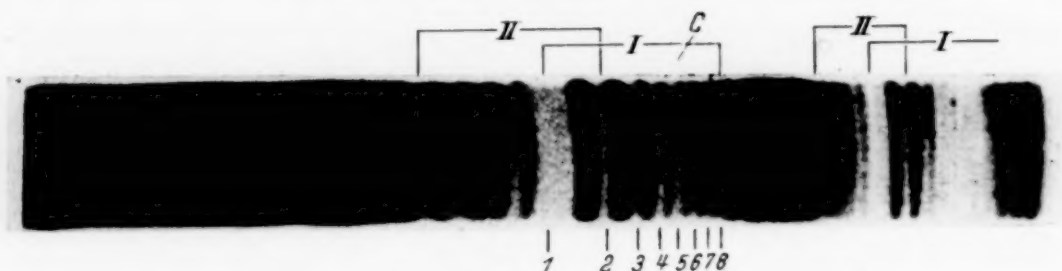


Fig. 8. $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ bei 4740 Gauß in Absorption.

ab, haben zwischen 5 und 6 ein plötzliches Minimum, während (6, 7) und (7, 8) wieder größer sind. Die Zusammendrängung der Komponenten 5 und 6 ist nicht auf allen Aufnahmen gleich deutlich sichtbar, sie variiert

mit der Feldstärke. Bei Gruppe II liegt der engste Abstand zwischen — 4 und — 5. Es geht aber mit der Enge dieses Abstandes nicht ein größerer Abstand zwischen — 7 und — 8 parallel, vielmehr erscheinen diese beiden Komponenten auf den meisten Aufnahmen miteinander verschmolzen. Durch Veränderung der Feldstärke kann man erreichen, daß auch — 7 und — 8 getrennt sind, so daß sich wieder 8 etwa gleich starke Komponenten ergeben. Daneben erscheint auf mehreren Aufnahmen eine schwache Komponente, die hier mit — 9 bezeichnet ist.

Die Meßgenauigkeit für die Abstände wurde berechnet aus den zehn am besten ausmeßbaren Aufnahmen, die allerdings bei etwas verschiedenen Feldern aufgenommen waren. Die Abweichungen für die Abstände der Gruppe I betrugen weniger als $\pm 0,0020$, das ist etwa 10% des kleinsten Abstandes, die Abweichungen für irgendeinen Abstand der Gruppe II etwa $\pm 0,0025$. Ausnahmen macht der Abstand (1, — 1), der besonders empfindlich gegen Änderung des Magnetfeldes ist, wie aus Fig. 3 hervorgeht, und der Abstand (— 7, — 8), der nur schlecht auszumessen war, weil die beiden Komponenten auf den meisten Aufnahmen nur aus einer breiten Linie bestehen.

Fig. 8 zeigt eine Aufnahme von $\lambda = 8521 \text{ \AA}$. Hier überlagern sich offenbar in der Mitte des Strukturbildes noch die einzelnen Komponenten, dafür ist aber die Ausdehnung des ganzen Komplexes von starken Linien geringer, so daß ein größerer Zwischenraum zwischen zwei Ordnungen vorhanden ist. In diesem treten weitere schwache Komponenten auf. Besonders scharf und auch auf der Reproduktion gut abzählbar sind hier die äußeren Komponenten der Gruppe I bei C.

Quantitativer Vergleich von zwei Aufnahmen mit den theoretischen Strukturbildern.

Bei Betrachtung von Fig. 9 b, die das theoretische Strukturbild für die Feldstärke 4870 Gauß von 8943 gibt, sieht man zunächst die Erklärung für die Beobachtung, daß die Abstände der Feinkomponenten von Gruppe I nach außen nicht gleichmäßig abnehmen. Das kommt daher, daß durch die beiden verbotenen Komponenten, die innerhalb der erlaubten liegen, die Komponente 6 nach innen und 8 nach außen verschoben wird. Ferner erscheint bei Gruppe II der Abstand zwischen — 5 und — 6 am kleinsten, weil bei — 6 eine verbotene Komponente liegt. Bei einem genauen Vergleich muß man noch berücksichtigen, daß das Etalon immer mehrere Strukturbilder nebeneinander liefert. Wenn dieses Strukturbild zu breit ist, wie in unserem Fall bei Hinzunahme der verbotenen Komponenten,

dann überlagern diese letzteren das benachbarte Strukturbild und rufen dort Änderungen hervor. Man hat also zwei theoretische Bilder nebeneinander in dem Abstand des Dispersionsgebietes zu zeichnen (siehe Fig. 9 d) und dann mit dem experimentellen Ergebnis zu vergleichen (siehe Fig. 9 c). Es ist nur derjenige Ausschnitt aus dem so entstehenden Bild gezeichnet, der auch auf der Photographie sichtbar und gut ausmeßbar ist. Er enthält vollständig die Gruppe I und in der nächsten Ordnung die Gruppe II. Jetzt ergibt das theoretische Bild eine eindeutige Erklärung aller Einzelheiten. Insbesondere zeigt sich noch, daß die schwache Komponente, welche

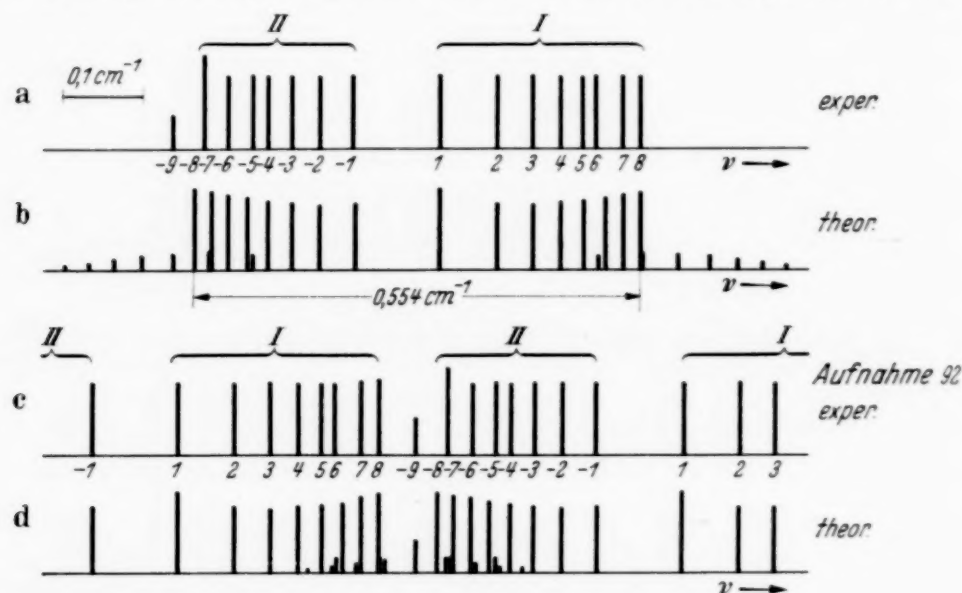


Fig. 9. $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ bei 4870 Gauß.

früher mit -9 bezeichnet wurde, nicht zur Gruppe II gehört, sondern durch Überlagerung zweier verbotener Komponenten entsteht, die genau an dieser Stelle zusammenfallen. In Anbetracht der Meßgenauigkeit, die bei der vorliegenden Aufnahme bei einzelnen Linien durch die starken verbotenen Komponenten herabgesetzt ist, ist die Übereinstimmung sehr gut. Das theoretische Bild zeigt also, daß wir in $1, \dots, 8$ die eine Gruppe der erlaubten Komponenten vor uns haben, die durch verbotene Komponenten etwas modifiziert ist, während $-1, \dots, -8$ die andere Gruppe darstellt, wobei die beiden äußersten Linien durch eine dazwischenliegende verbotene Komponente verschmolzen sind. Hieraus ergibt sich das Kernmoment eindeutig zu $i = 7/2$.

Um auch bei 8521 die Übereinstimmung zwischen theoretischem und experimentellem Strukturbild zu prüfen, wird als zweites Beispiel die Aufnahme Fig. 8 gewählt. Fig. 10 a zeigt, daß die Linie 2 der Gruppe I von 1 aus Gruppe II überdeckt wird und daß die Linie 1 von Gruppe I zwischen

— 3 und — 2 liegt, so daß durch diese drei eng zusammenliegenden Komponenten der breite weiße Raum in der Mitte des Bildes entsteht. Man kann zwischen — 2 und 1 noch gerade eine feine Trennung erkennen (siehe Fig. 8). Nachdem man so alle zu Gruppe I gehörigen Linien identifiziert hat, kann man die acht Komponenten dieser Gruppe besonders gut abzählen. Die Aufnahme bildet eine gute Ergänzung der Aufnahme 92 besonders bezüglich der äußeren eng zusammenliegenden Komponenten von Gruppe I. Der Grund für die große Schärfe dieser letzteren ist, daß die verbotenen Komponenten hier fast mit den äußeren erlaubten zusammenfallen (siehe

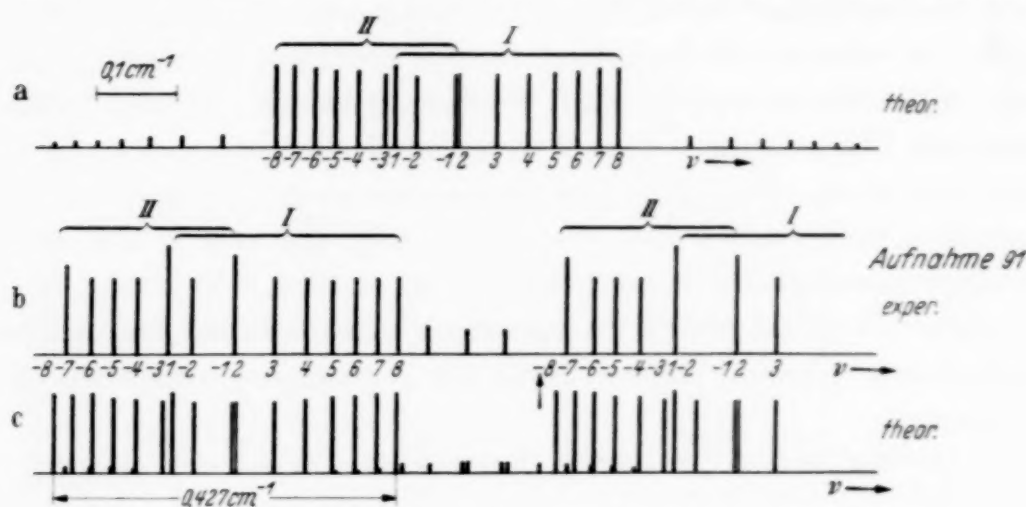


Fig. 10. $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ bei 4740 Gauß.

Fig. 10 b und c), außerdem sind sie allgemein schwächer. Bei Gruppe II liegen die verbotenen Komponenten nicht so günstig. Zufällig liegt auch hier bei dieser Aufnahme wieder eine verbotene Komponente zwischen — 7 und — 8 und führt zu einer Verschmelzung. Auf anderen Aufnahmen der Linie 8521 ist eine Trennung dieser beiden Komponenten angedeutet, jedoch sind dort die anderen Komponenten nicht gleich scharf. Während die Lage der einzelnen Komponenten noch besser mit der theoretischen übereinstimmt als bei 8943, haben zwei Linien eine abweichende Intensität. So tritt die Doppellinie — 7, — 8 nur wenig gegenüber den benachbarten erlaubten Komponenten — 6, — 5, welche einfach sind, hervor. Zweitens zeigen diejenigen zwischen den Ordnungen liegenden verbotenen Komponenten, welche doppelt sind, geringere Intensität als die zu 8 benachbarte, welche nur einfach ist. Alle diese Komponenten liegen allerdings nicht genau übereinander sondern nebeneinander und können daher durch die Überlappung der breiten Emissionslinien, die den Untergrund bilden, geschwächt werden. Die zu — 7, — 8 benachbarte verbotene Komponente, die durch einen Pfeil angedeutet ist, konnte mit bloßem Auge festgestellt

aber wegen ihrer geringen Intensität nicht auf dem Komparator vermessen werden. Diese scheinbaren Abweichungen in den Intensitäten stellen jedoch das Resultat für das Kernmoment keinesfalls in Frage, da die Gruppe I sowohl bei 8943 als auch bei 8521 eindeutig abzählbar aus acht Komponenten besteht.

Zusammenfassung.

Es wird der inverse Zeeman-Effekt der Resonanzlinien des Caesiums $\lambda = 8943 \text{ \AA}$ und $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ im mittelstarken Feld von 5000 Gauß beobachtet. Man unterscheidet bei den π -Komponenten von 8943 zwei Gruppen von starken Linien, von denen die eine deutlich in acht Komponenten aufgelöst ist, während bei der anderen Gruppe zwei Feinkomponenten zu einer breiten verschmolzen sind. Auch bei 8521 ergibt sich das Strukturbild als teilweise Überlagerung von zwei Gruppen mit je acht gesetzmäßig angeordneten Komponenten, wobei wieder bei der zweiten Gruppe zwei Komponenten verschmolzen sind. Die Theorie zeigt, daß man es hier mit denjenigen Komponenten zu tun hat, die im starken Feld alleine erhalten bleiben, und erklärt gewisse Veränderungen im Strukturbild sowie außerdem auftretende schwache Linien durch die sogenannten verbotenen Komponenten.

Aus der Anzahl der starken Komponenten ergibt sich eindeutig das Kernmoment zu $I = \frac{7}{2} \cdot \frac{h}{2\pi}$.

In der vor kurzem erschienenen Arbeit von Kopfermann und Krüger), gelang es den Verfassern, die Linie $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ im Magnetfeld von 10000 Gauß, also einem doppelt so großen als dem hier benutzten Feld, in Emission aufzulösen. Bei dieser Feldstärke sind auch für 8521 die beiden Achtergruppen nicht mehr überlagert. Ferner sind die verbotenen Komponenten schwächer, so daß die acht Komponenten der Gruppe II besser abgezählt werden können.

Anhang.

Quantenmechanische Berechnung des Zeeman-Effektes für beliebige Feldstärken¹⁾.

Bei einer mittleren Feldstärke ist die Wechselwirkung ($i j$) nicht mehr klein gegenüber der Zusatzenergie durch das Magnetfeld und kann daher

¹⁾ W. Heisenberg u. P. Jordan, ZS. f. Phys. **37**, 263, 1926; C. G. Darwin, Proc. Roy. Soc. London (A) **115**, 1, 1927; K. Darwin, ebenda **118**, 264, 1928. — S. Goudsmit u. R. F. Bacher, ZS. f. Phys. **66**, 13, 1930; S. Goudsmit, Phys. Rev. (2) **35**, 1325, 1930. — Die vorstehende Berechnung der Aufspaltung schließt sich in der Art der Darstellung an die Arbeit von Heisenberg-Jordan an.

nicht mehr als Störung angesehen werden. Man muß jetzt das richtungs-entartete System Atom ohne Magnetfeld und Wechselwirkung ($i j$) als ungestörtes betrachten. Für dieses ungestörte System sind i und j Konstante der Bewegung. Seine Energie hängt nur von i und j ab, aber nicht von den Komponenten $M_x^j, \dots, M_x^i, \dots$. Man kann daher noch außer dieser Energie H_0 etwa M_z^j und M_z^i als Diagonalmatrizen verschreiben. Der Entartungsgrad der Energie beträgt $(2i+1) \cdot (2j+1)$ entsprechend den Eigenwerten von M_z^j und M_z^i , die bei gegebenem i, j noch möglich sind, wie sich aus den Vertauschungsrelationen ergibt. Aus ihnen folgt auch, daß man für die übrigen Komponenten von i und j keine bestimmten Werte mehr vorschreiben kann, sondern daß diese nichtdiagonale Matrizen sind. Führt man an Stelle der $M_x^j \dots m_x^j = 2\pi/h \cdot M_x^j \dots$ ein, so erhält man

$$\left. \begin{aligned} m_z^j &= m_j, \\ (m_x^j + i m_y^j) m_j^{m_j-1} &= \sqrt{j(j+1) - m_j(m_j-1)}, \\ (m_x^j - i m_y^j) m_j^{m_j-1} &= \sqrt{j(j+1) - m_j(m_j-1)}, \\ m_z^i &= m_i, \\ (m_x^i + i m_y^i) m_i^{m_i-1} &= \sqrt{i(i+1) - m_i(m_i-1)}, \\ (m_x^i - i m_y^i) m_i^{m_i-1} &= \sqrt{i(i+1) - m_i(m_i-1)}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Nach der Störungstheorie hat man den Zeitmittelwert der Störungsenergie über die ungestörte Bewegung zu betrachten. Er besteht beim entarteten System aus derjenigen Stufe der Störungsmatrix, die zu einem entarteten Niveau H_0 oder j gehört und ist auf Diagonalform zu bringen.

Diese Stufe wird, wenn j auch Konstante der gestörten Bewegung ist, durch die Formel (6) gegeben

$$E = (g m_z^j + g_i m_z^i) \mu + a (m_x^j m_x^i + m_y^j m_y^i + m_z^j m_z^i), \quad (6)$$

welche auch in der klassischen Mechanik den Mittelwert über die ungestörte Präzession von l, s um j darstellt. Jetzt bedeuten aber $m_x^j, \dots, m_z^j, \dots$ die obigen Matrizen, und a bzw. g sind Konstante, die erst durch quantenmechanische Rechnung ermittelt werden müssen.

Der ursprüngliche Ausdruck für die Wechselwirkung zwischen Kernspin, Elektron und Magnetfeld enthält noch den Radiusvektor r des Elektrons, ferner dessen Bahnimpuls l und Spinimpuls s^1). Der Ausdruck (6) enthält nur ein magnetisches Moment des Elektrons in Richtung j , während die Komponenten senkrecht j der magnetischen Momente von l und s weggelassen sind.

¹⁾ Siehe auch H. Schüler u. H. Kallmann: Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, Bd. XI, S. 143, 1932.

Die Matrizen, welche l , s und r darstellen, kann man nämlich in Komponenten in Richtung j und senkrecht zu j zerlegen. Hiervon liefern aber nur die Komponenten in Richtung j ¹⁾ den betrachteten Mittelwert, weil nur sie Konstante der ungestörten Präzessionsbewegung, also mit H_0 vertauschbar und damit diagonal bezüglich H_0 sind, während die Komponenten senkrecht j rein periodisch sind und deshalb nur Elemente $H_0 H'_0$ ($H_0 \neq H'_0$) besitzen.

Die Gleichung (6) kann man in der Form schreiben:

$$E = (g m_z^j + g_i m_z^i) \mu + a (m_z^j m_z^i + \frac{1}{2} (m_x^j + i m_y^j) (m_x^i - i m_y^i) + \frac{1}{2} (m_x^j - i m_y^j) (m_x^i + i m_y^i))$$

Durch Einsetzen von (5) ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} E_{m_j m_i}^{m_j+1, m_i-1} &= \frac{1}{2} a \sqrt{[j(j+1) - (m_j+1)m_j][i(i+1) - m_i(m_i-1)]}, \\ E_{m_j m_i}^{m_j, m_i} &= (g m_j + g_i m_i) \mu + a m_j \cdot m_i, \\ E_{m_j m_i}^{m_j-1, m_i+1} &= \frac{1}{2} a \sqrt{[j(j+1) - m_j(m_j-1)][i(i+1) - (m_i+1)m_i]}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

während alle übrigen Elemente gleich Null sind.

Das durch die Forderung m_z^j, m_z^i -diagonal gewählte Koordinatensystem ist einem bestimmten Problem angepaßt, und zwar gerade einem Magnetfeld in der z -Richtung bei einer nur kleinen Wechselwirkung ($i j$), d. h. dem starken Feld. In der Tat ist unter der Voraussetzung $a \ll \mu$ die obige Störungsmatrix nahezu diagonal. Deshalb sind auch die Diagonalelemente, die schon auf S. 135, Formel (3) angegeben wurden, eine erste Näherung für die Energieniveaus im starken Feld. Man war dort von dem Problem Magnetfeld allein ausgegangen und durch die Forderung, daß die Energie dieses Systems diagonal sein sollte, zwangsläufig auf das Koordinatensystem m_z^j, m_z^i -diagonal gekommen. Es zeigt sich aber, daß dieses Koordinatensystem auch für das mittlere Feld wesentliche Vereinfachungen der Rechnung zur Folge hat. Auch jetzt noch ist nämlich $m_z = m_z^j + m_z^i$ eine Konstante der Bewegung, infolgedessen muß die Störungsenergie diagonal bezüglich der Quantenzahl m sein, d. h. die Elemente, die zu zwei verschiedenen Summen $m_i + m_j = m$ gehören, sind $= 0$. Die Störungsmatrix, die zu einem entarteten Niveau gehört, besteht also wiederum aus einzelnen Stufen, von denen jede einem Wert m zugeordnet ist. Hierdurch ist das Hauptachsenproblem erheblich reduziert. Z. B. wird bei $i = 7/2$ $j = 1/2$ der Wert $m = +4$ oder -4 einmal, $m = 3, \dots, -3$ zweimal durchlaufen, wenn m_i, m_j die erlaubten Werte $7/2 \dots -7/2$ bzw. $1/2, -1/2$ annehmen. Daher bekommt man z. B. beim $^2S_{1/2}$ und $^2P_{1/2}$ -Term zwei

¹⁾ Bei r der Mittelwert über die Bahnbewegung der Komponente in Richtung j .

eindimensionale und sieben zweidimensionale Stufen und hat so statt eines 16-dimensionalen Hauptachsenproblems nur 2-dimensionale zu lösen. Jedoch kann bei dieser Wahl des Koordinatensystems eine Transformation auf Hauptachsen nicht völlig vermieden werden, weil das ungestörte bekannte Problem nicht mehr benachbart zu dem gesuchten ist. Die Transformation geht nun bekanntlich so vor sich, daß man das zur Störungsmatrix gehörige Eigenwertproblem betrachtet. Die Wurzeln der Determinante ergeben gerade die gesuchten Diagonalelemente der auf Hauptachsen transformierten Störungsmatrix.

Aufspaltung der Linien

$$\lambda = 8943 \text{ \AA} \text{ } ({}^2S_{1/2} - {}^2P_{1/2}) \text{ und } \lambda = 8521 \text{ \AA} \text{ } ({}^2S_{1/2} - {}^2P_{3/2}).$$

Die Störungsmatrix hat für den ${}^2S_{1/2}$ und ${}^2P_{1/2}$ -Term die gleiche Form, da die möglichen Werte m_i, m_j, m nur von i und j abhängen, welche in beiden Fällen $7/2$ bzw. $1/2$ sind. Für a haben wir beim S -Term den früher ermittelten Wert $0,0769 \text{ cm}^{-1}$, für g den Wert 2 einzusetzen, beim P -Term $a = 0,00929 \text{ cm}^{-1}$, $g = 2/3$. Wenn man die zugehörige Säkulardeterminante gleich 0 setzt, ergeben sich bei Vernachlässigung von g_i die Energieniveaus für

$$m = \pm 4, \quad E = \frac{7}{4} a \pm \frac{1}{2} g \mu, \quad (8a)$$

$$m = 3, \dots, -3, \quad E = -\frac{a}{4} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\mu^2 g^2 + 2 a m g \mu + 16 a^2}. \quad (8b)$$

Die 16 Wurzeln sind für sechs verschiedene Feldstärken, und zwar für $\mu = 1/8, 1/4, 1/2, 1, 3/2, 2 \Delta \nu_s$ sowohl beim ${}^2S_{1/2}$ -Term als auch beim ${}^2P_{1/2}$ -Term berechnet, ferner für die Feldstärken 4870 und 4740 Gauß. Es tritt im Termbild eine bekannte Symmetrie bezüglich m in Erscheinung. Die Terme mit gleichem m liegen symmetrisch zum festen Punkt $-a/4$, und zwar für jede beliebige Feldstärke, wie Gleichung (8b) zeigt, das ist eine andere Form des g -Summensatzes bei zwei Wurzeln.

Es wird jetzt das Strukturbild der Linie 8943 in Abhängigkeit von der Feldstärke betrachtet. Wir beschränken uns auf die π -Komponenten.

Die gesamte Anzahl der Komponenten $\Delta m = 0$, die ja für jede Feldstärke dieselbe ist, übersieht man zunächst am besten aus dem Schema (Fig. 11). Die Komponenten in der Diagonale genügen den Auswahlregeln $\Delta m = 0$, $\Delta m_s = 0$. Es sind die bekannten beiden Gruppen von je acht Komponenten, die im starken Feld allein erlaubt sind. Die verbotenen Komponenten $\Delta m = 0$, $\Delta m_s = \pm 1$ stehen unterhalb der anderen Diagonalen, es sind $2 \cdot 7 = 14$.

Die Lagen der Komponenten in Abhängigkeit von der Feldstärke bekommt man durch Differenzbildung entsprechender Terme. Das Resultat zeigt Fig. 3. Die erlaubten Komponenten haben geringere Aufspaltung, es sind die beiden inneren Gruppen. Entsprechend der symmetrischen Lage der Terme, die zu einem m gehören, ergibt sich auch

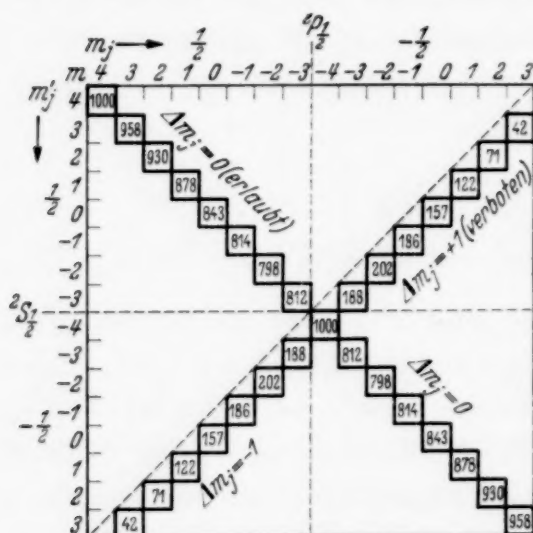


Fig. 11. $\lambda = 8943 \text{ \AA}$. Intensitäten der π -Komponenten bei 5000 Gauß theoretisch.

Die oberen Zahlen bedeuten die Quantenzahlen der Feinniveaus von $^2P_{1/2}$, die seitlichen die der Feinniveaus von $^2S_{1/2}$.

eine symmetrische Lage zu $1/4 (a - a')^1$ der Linien mit gleichem m . Es ergibt sich aus dem Bild, daß die Abstände der Feinkomponenten nach außen monoton abnehmen, so daß also eine Wiedezunahme der Abstände, die bei der Gruppe I experimentell vorhanden war, bei Berücksichtigung der erlaubten Komponenten allein nicht erklärt werden kann. Die verbotenen Komponenten haben eine größere Aufspaltung, ihre Lage ist ebenfalls symmetrisch zu $1/4 (a - a')$ für beliebige Feldstärken.

Die Formeln (8) sind angegeben unter Vernachlässigung des Gliedes mit g_i in der Matrix (7). Wenn g_i berücksichtigt wird, ergeben sich statt (8) die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} m = \pm 4, \quad E &= m g_i \mu + \frac{7}{4} a \pm \frac{1}{2} (g - g_i) \mu, \\ m = 3, \dots, -3, \quad E &= m g_i \mu \\ &\quad - \frac{a}{4} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(g - g_i)^2 \mu^2 + 2 a m (g - g_i) \mu + 16 a^2}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Man hat $m \cdot g_i \cdot \mu$ zu addieren und an Stelle von $g = g_j$, $g - g_i$ einzusetzen.

Bei den π -Komponenten werden nur Terme mit gleichem m verbunden, infolgedessen tritt nur bei $m = 3, \dots, -3$ eine Korrektur hinzu, und diese entsteht durch Abänderung der Wurzel in der rechten Seite von Gleichung (9).

¹⁾ Mit a ist die Intervallkonstante des $^2P_{1/2}$ -Terms, mit a' die des $^2S_{1/2}$ -Terms bezeichnet.

chung (8b) infolge g_i . Durch Differentiation dieser Wurzel R nach g und Abschätzung des Differentialquotienten findet man, daß

$$\frac{dR}{R} = \frac{\mu}{g\mu + am} \frac{1}{1 + \frac{16a^2 - m^2a^2}{(g\mu + am)^2}} dg,$$

$$\left| \frac{dR}{R} \right| < \left| \frac{1}{1 + \frac{am}{g\mu}} \right| \cdot \frac{g_i}{g},$$

wenn $|m| \leq 3$ ist und $dg = g_i$ gesetzt wird.

Nun ist g_i von der Größenordnung 0,72 Kernmagnetonen, d. h. 0,72/1838 = 0,00039 Elektronenmagnetonen, woraus sich bei 5000 Gauß oder $\mu = 0,23 \text{ cm}^{-1}$ für den $^2S_{1/2}$ -Term eine Änderung der Term aufspaltung um einen Bruchteil kleiner als 0,0004 und für den $^2P_{1/2}$ -Term kleiner als 0,0008 ergibt. Diese Verschiebung liegt außerhalb der Meßgenauigkeit.

Für die Linie 8521 ist noch die Aufspaltung des $^2P_{3/2}$ -Terms zu berechnen. Man braucht diesen Term nur unter der Voraussetzung des starken Feldes zu betrachten, da die Intervallkonstante etwa zehnmal kleiner als die des $^2P_{1/2}$ -Terms ist, d. h. sehr klein im Vergleich zum Feld μ , welches hier in Frage kommt. Die Aufspaltung im starken Feld ist bei Vernachlässigung von g_i

$$E_p = g \cdot m_j \cdot \mu + a m_i m_j, \quad (10)$$

m_j bzw. m_i durchlaufen die Werte $3/2, 1/2, -1/2, -3/2$ bzw. $7/2, \dots, -7/2$.

Die Anzahl der Feinkomponenten ergibt sich aus dem Schema Fig. 12, welches die Kombinationen zwischen den Feinniveaus des $^2P_{3/2}$ -Terms und denen des $^2S_{1/2}$ -Terms darstellt. Ihre Lage bekommt man zu

$$\Delta v = E_p - E_s = \frac{4}{3} m_j \mu + a(m - m_j) m_j$$

$$- \left(-\frac{a'}{4} \pm m'_j \sqrt{4a'^2 + \mu^2 + a' m \mu} \right), \quad (11)$$

wobei m_j die Werte $3/2, 1/2, -1/2, -3/2$ haben kann, während $m'_j = \pm 1/2$ ist. Die erlaubten Komponenten genügen $\Delta m_j = 0$. Ihre Zahl beträgt wie früher 16. Die Zahl der verbotenen Komponenten erscheint auf den ersten Blick sehr viel größer zu sein, da die Übergänge $\Delta m_j = \pm 1$ zweimal möglich sind, nämlich von den Termgruppen

$$m_j = 1/2 \rightarrow m'_j = -1/2,$$

$$m_j = -1/2 \rightarrow m'_j = 1/2$$

$$m_j = 3/2 \rightarrow m'_j = 1/2,$$

$$m_j = -3/2 \rightarrow m'_j = -1/2.$$

und von

Ferner ist noch $\Delta m_j = \pm 2$ möglich:

$$m_j = 3/2 \rightarrow m'_j = -1/2,$$

$$m_j = -3/2 \rightarrow m'_j = 1/2.$$

Es zeigt sich aber bei der Intensitätsberechnung, daß die Übergänge $\Delta m = 0$, bei denen die Quantenzahlen $m_j = 3/2$ und $-3/2$ vorkommen, verschwindende Intensität haben, wenn nur für ${}^2P_{3/2}$ der Paschen-Back-Effekt voll entwickelt ist, unabhängig davon, in welchem Stadium des Zeeman-Effektes sich der ${}^2S_{1/2}$ -Term befindet. Infolgedessen bekommt man ein

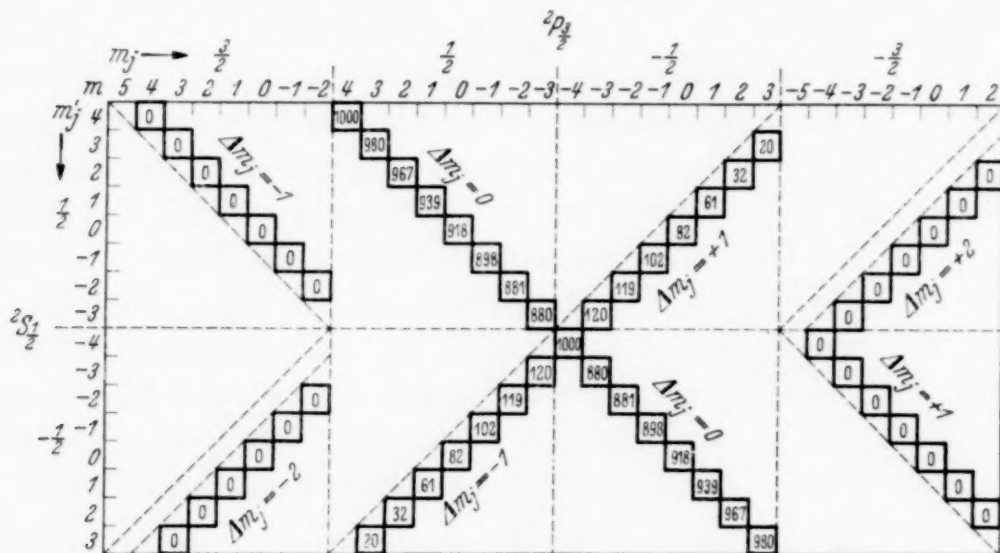


Fig. 12. Intensitäten der π Komponenten bei 5000 Gauß theoretisch. $\lambda = 8521 \text{ \AA}$.

ganz ähnliches Strukturbild wie bei 8943, nur daß die starken $2 \cdot 8$ -Komponenten näher zusammenliegen, während die $2 \cdot 7$ verbotenen weiter außerhalb liegen.

Berechnung der Intensitäten.

Um zu sehen, ob die verbotenen Komponenten imstande sind, die experimentell festgestellten Veränderungen im Strukturbild hervorzurufen, ist eine exakte Berechnung der Intensitäten erforderlich. Hierzu wird im folgenden das Verfahren benutzt, das von Darwin angegeben und von Goudsmit für Hyperfeinstrukturen vervollständigt wurde, da hier keine neuen Überlegungen erforderlich sind. Die bei Goudsmit angegebene Störungsmatrix unterscheidet sich nur unwesentlich von der durch Formel (7) dargestellten und hat dieselben Eigenwerte. Das Eigenwertproblem lautet

$$\begin{aligned} & -x_{m_i+1, m_j-1} \frac{a}{2} (i+m_i+1)(j-m_j+1) + x_{m_i m_j} (E - a m_i m_j - m_j g \mu) \\ & -x_{m_i-1, m_j+1} \frac{a}{2} (i-m_i+1)(j+m_j+1) = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

wo für m_i, m_j alle Wertsysteme einzusetzen sind, die zu einem m gehören. Jeder Wurzel E der Determinante ist ein Lösungssystem x der homogenen Gleichungen (12) zugeordnet. Zu welchen Quantenzahlen m, m_j des starken Feldes die betreffende Wurzel der Determinantengleichung gehört, sieht man durch Übergang zum starken Feld. Um die Übersicht zu erleichtern, werden die x , welche zu einer solchen Wurzel m, m_j gehören, nicht mit diesen Quantenzahlen versehen, sie tragen im folgenden nur den *Laufindex* m_j , für den der Buchstabe μ eingeführt wird ¹⁾.

Die Intensitäten bekommt man durch Einsetzen der x des Ausgangsterms und der x' des Endterms aus den Formeln:

Übergang $\Delta j = 0, \quad \Delta m = 0,$

$$J = 4 \left[\sum x_\mu x'_\mu (i + m_i)! (i - m_i)! (j + \mu)! (j - \mu)! \mu \right]^2, \quad (13)$$

Übergang $\Delta j = -1, \quad \Delta m = 0,$

$$J = 4 \left[\sum x_\mu x'_\mu (i + m_i)! (i - m_i)! (j + \mu)! (j - \mu)! \right]^2. \quad (14)$$

Die Indizes μ und $m_i = m - \mu$ gehören zu der Quantenzahl m des Ausgangsterms. Es sind nur die Formeln für die π -Komponenten angegeben. Die Normierungsbedingungen, denen die x_μ gehorchen, lauten:

$$\sum x_\mu^2 (i + m_i)! (i - m_i)! (j + \mu)! (j - \mu)! = 1. \quad (15)$$

$\lambda = 8943 \text{ \AA}$. Die vier Feinkomponenten, welche im allgemeinen zu einem m gehören, werden zusammen betrachtet, weil sich ihre Intensitäten aus denselben Gleichungssystemen des Ausgangs- und Endterms ergeben. Es werden mit x die Unbekannten des Anfangsterms von $^2P_{1/2}$ und mit x' die Unbekannten des Endterms von $^2S_{1/2}$ bezeichnet. Das Verhältnis $x_{-1/2} : x_{1/2}$ sei c, c_1 für die beiden Eigenwerte E, E_1 , die einem m zugeordnet sind. E sei der Eigenwert mit dem $+$ -Wurzelzeichen, der die Quantenzahlen $m, m_j = +1/2$ besitzt, E_1 derjenige mit negativem Vorzeichen, der zu $m, m_j = -1/2$ gehört, wie man durch Übergang zum starken Felde sieht. Das Verhältnis $x'_{-1/2} : x'_{1/2}$ wird mit c' bzw. c'_1 bezeichnet. Dann lauten die Gleichungen für die x und x' und die Intensitätsformeln in unserem Falle wie in Tabelle 2 angegeben. Natürlich muß man bei der Berechnung der x die Konstanten a, g des $^2P_{1/2}$ -Terms, bei x' die des $^2S_{1/2}$ -Terms einsetzen. Als Rechnungsbeispiel werden die vier Intensitäten für $m = 1$ berechnet: Aus Tabelle 2 Zeile (d) ergibt sich:

$$\begin{aligned} c_1 = x_{-1/2} : x_{+1/2} &= \frac{\frac{5}{2}a}{E + \frac{3}{4}a + \frac{1}{2}g\mu} \\ &= \frac{3a}{a + g\mu \pm \frac{1}{2}\sqrt{g^2\mu^2 + 2g \cdot 1 \cdot a\mu + 16a^2}}, \end{aligned}$$

¹⁾ Der Laufindex μ ist nicht mit der Lorentz-Einheit zu verwechseln.

Tabelle 2. Tabelle zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten

Gleichungen zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeitskoeffizienten des $^2P_{1/2}$ - und $^2S_{1/2}$ -Terms		
$m = 4$	$\left[E - \frac{7}{4}a - \frac{1}{2}g\mu\right] x_{+1/2} = 0$	$1 = x_{+1/2}^2 \cdot 7!$
$m = 3$	$\left[E + \frac{7}{4}a + \frac{1}{2}g\mu\right] x_{-1/2} - \frac{a}{2} x_{+1/2} = 0$ $-\frac{a}{2} \cdot 7 x_{-1/2} + \left[E - \frac{5}{4}a - \frac{1}{2}g\mu\right] x_{+1/2} = 0$	$1 = 6! [7 x_{-1/2}^2 + x_{+1/2}^2]$
$m = 2$	$\left[E + \frac{5}{4}a + \frac{1}{2}g\mu\right] x_{-1/2} - \frac{a}{2} \cdot 2 x_{+1/2} = 0$ $-\frac{a}{2} \cdot 6 x_{-1/2} + \left[E - \frac{3}{4}a - \frac{1}{2}g\mu\right] x_{+1/2} = 0$	$1 = 5! [6 x_{-1/2}^2 + 2 x_{+1/2}^2]$
$m = 1$	$\left[E + \frac{3}{4}a + \frac{1}{2}g\mu\right] x_{-1/2} - \frac{a}{2} \cdot 3 x_{+1/2} = 0$ $-\frac{a}{2} \cdot 5 x_{-1/2} + \left[E - \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}g\mu\right] x_{+1/2} = 0$	$1 = 4! 2! [5 x_{-1/2}^2 + 3 x_{+1/2}^2]$
$m = 0$	$\left[E + \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}g\mu\right] x_{-1/2} - \frac{a}{2} \cdot 4 x_{+1/2} = 0$ $-\frac{a}{2} \cdot 4 x_{-1/2} + \left[E + \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}g\mu\right] x_{+1/2} = 0$	$1 = 4! 3! [x_{-1/2}^2 + x_{+1/2}^2]$
$m = -1$	$\left[E - \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}g\mu\right] x_{-1/2} - \frac{a}{2} \cdot 5 x_{+1/2} = 0$ $-\frac{a}{2} \cdot 3 x_{-1/2} + \left[E + \frac{3}{4}a - \frac{1}{2}g\mu\right] x_{+1/2} = 0$	$1 = 4! 2! [3 x_{-1/2}^2 + 5 x_{+1/2}^2]$
$m = -2$	$\left[E - \frac{3}{4}a + \frac{1}{2}g\mu\right] x_{-1/2} - \frac{a}{2} \cdot 6 x_{+1/2} = 0$ $-\frac{a}{2} \cdot 2 x_{-1/2} + \left[E + \frac{5}{4}a - \frac{1}{2}g\mu\right] x_{+1/2} = 0$	$1 = 5! 2! [x_{-1/2}^2 + 3 x_{+1/2}^2]$
$m = -3$	$\left[E - \frac{5}{4}a + \frac{1}{2}g\mu\right] x_{-1/2} - \frac{a}{2} \cdot 7 x_{+1/2} = 0$ $-\frac{a}{2} \cdot 1 x_{-1/2} + \left[E + \frac{7}{4}a - \frac{1}{2}g\mu\right] x_{+1/2} = 0$	$1 = 6! [x_{-1/2}^2 + 7 x_{+1/2}^2]$
$m = -4$	$\left[E - \frac{7}{4}a + \frac{1}{2}g\mu\right] x_{-1/2} = 0$	$1 = x_{-1/2}^2 \cdot 7!$

als Funktion der Feldstärke $\left(\mu = \frac{e}{2mc} \frac{H}{2\pi}\right)$. $^2P_{1/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$.

	Übergangswahrscheinlichkeiten $\Delta j = 0, \Delta m = 0$		
$1/2$ -Termin	$J = 7!^2 (x_{-1/2} x'_{-1/2})^2 = 1$		(a)
$1/2$	$J = 6!^2 [7 x_{-1/2} x'_{-1/2} + x_{1/2} x'_{1/2}]^2 = \frac{(7cc' - 1)^2}{(7c^2 + 1)(7c'^2 + 1)}$	$c \cdot c_1 = -\frac{1}{7}$	(b)
$3/2$	$J = 5!^2 [-6 x_{-1/2} x'_{-1/2} + 2 x_{1/2} x'_{1/2}]^2 = \frac{(6cc' - 2)^2}{(6c^2 + 2)(6c'^2 + 2)}$	$cc_1 = -\frac{1}{3}$	(c)
$3/2$	$J = 4!^2 2!^2 [-5 x_{-1/2} x'_{-1/2} + 3 x_{1/2} x'_{1/2}]^2 = \frac{(5cc' - 3)^2}{(5c^2 + 3)(5c'^2 + 3)}$	$cc_1 = -\frac{3}{5}$	(d)
$5/2$	$J = 4!^2 3!^2 [-x_{-1/2} x'_{-1/2} + x_{1/2} x'_{1/2}]^2 = \frac{(cc' - 1)^2}{(c^2 + 1)(c'^2 + 1)}$	$cc_1 = -1$	(e)
$5/2$	$J = 4!^2 2!^2 [-3 x_{-1/2} x'_{-1/2} + 5 x_{1/2} x'_{1/2}]^2 = \frac{(3cc' - 5)^2}{(3c^2 + 5)(3c'^2 + 5)}$	$cc_1 = -\frac{5}{3}$	(f)
$7/2$	$J = 5!^2 2!^2 [-x_{-1/2} x'_{-1/2} + 3 x_{1/2} x'_{1/2}]^2 = \frac{(cc' - 3)^2}{(c^2 + 3)(c'^2 + 3)}$	$cc_1 = -3$	(g)
$7/2$	$J = 6!^2 [-x_{-1/2} x'_{-1/2} + 7 x_{1/2} x'_{1/2}]^2 = \frac{(cc' - 7)^2}{(c^2 + 7)(c'^2 + 7)}$	$cc_1 = -7$	(h)
	$J = 7!^2 x_{1/2}^2 x_{1/2}'^2 = 1$		(i)

wo

$$a = 0,00929 \text{ cm}^{-1}, \quad \mu = 0,23408 \text{ cm}^{-1}, \quad g = \frac{2}{3}$$

ist, d. h.

$$\text{für den Term } E(m; m_j = 1; \frac{1}{2}) c = 0,08330,$$

$$\text{für den Term } E_1(m; m_j = 1; -\frac{1}{2}) c_1 = -7,43727,$$

und

$$c'_1 = x'_{-1/2} : x'_{+1/2} = \frac{3a'}{a' + g'\mu \pm \frac{1}{2} \sqrt{g'^2 \mu^2 + 2g' \cdot 1 \cdot a'\mu + 16a'^2}},$$

wo

$$a' = 0,07690 \text{ cm}^{-1},$$

$$g' = 2$$

ist, d. h.

$$\text{für den Term } E'(m; m'_j = 1; \frac{1}{2}) c' = 0,19782,$$

$$\text{für den Term } E'_1(m; m'_j = 1; -\frac{1}{2}) c'_1 = -3,03301.$$

Wenn wir zur Bezeichnung der vier Linien $\Delta m_j = 0, 0, 1, -1$ die Quantenzahlen m_j und m'_j des Anfangs- bzw. des Endterms benutzen, bekommen wir:

$$J\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right)^{m_j m'_j} = \frac{(5cc' - 3)^2}{(5c^2 + 3)(5c'^2 + 3)} = 0,87776,$$

$$J\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{(5cc'_1 - 3)^2}{(5c^2 + 3)(5c'^2 + 3)} = 0,12224,$$

$$J\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = \frac{(5c_1c'_1 - 3)^2}{(5c_1^2 + 3)(5c_1'^2 + 3)} = 0,87995,$$

$$J\left(-\frac{1}{2} \frac{1}{2}\right) = \frac{(5c_1c' - 3)^2}{(5c_1^2 + 3)(5c'^2 + 3)} = 0,12005.$$

Man sieht hier durch Ausrechnung, daß die beiden erlaubten Komponenten und ebenso die beiden verbotenen unter sich intensitätsgleich sind. Dasselbe ergibt sich allgemein für jedes m aus der Beziehung zwischen c, c_1 bzw. c', c'_1 , die in der letzten Rubrik der Tabelle 2 steht. Man braucht nur c, c' in $J(\frac{1}{2} \frac{1}{2})$ durch c_1, c'_1 nach dieser Gleichung zu ersetzen und bekommt dann $J(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2})$. Die Gleichung bedeutet im wesentlichen die Orthogonalität der Lösungen $x_{-1/2} x_{1/2}$ und $x_{-1/2}^1 x_{1/2}^1$ des Eigenwertproblems. Ferner ergibt sich, daß die Summe der Intensitäten von einer verbotenen und einer erlaubten Komponente, die von demselben Term ausgehen, gleich 1 sein muß (Intensitätssummensatz). Man braucht also nur eine

einzigste von den vier Komponenten für jedes m zu berechnen. Trotzdem sind, um die Genauigkeit der Rechnung zu prüfen, die für die verschiedenen Wurzeln sehr verschieden ist, jeweils zwei Komponenten, die sich zu 1 ergänzen, nicht aus dem Summensatz, sondern aus den betreffenden Formeln berechnet worden. Die Summe weicht bei allen Intensitäten um weniger als 0,001, d. i. 10^{-3} , von 1 ab. Die resultierenden Intensitäten für 5000 Gauß sind in die Matrix Fig. 11 eingetragen.

$\lambda = 8521 \text{ \AA}$. Die Intensitätsberechnung wird einfacher, weil für den $^2P_{3/2}$ -Term das Feld stark ist und daher alle x_μ eines Feinterms gleich 0 sind, außer demjenigen, dessen μ mit der Quantenzahl m_j des Terms übereinstimmt. Die Tatsache, daß der totale Paschen-Back-Effekt für den Ausgangsterm erreicht ist, kann man auch so formulieren, daß dieser Zustand nicht mehr ein Gemisch von allen Zuständen im starken Felde ist, die zu einem m gehören, sondern daß eben nur dieser einzige Zustand des starken Feldes realisiert ist, so daß die Gewichtungsfaktoren x , mit denen die anderen eingehen, verschwinden.

In die Intensitätsformeln (13), für unseren Fall $\Delta j = -1$ und $\Delta m = 0$, gehen nur Kombinationen $x_\mu \cdot x'_\mu$ mit gleichem μ ein. Da aber nur x'_μ mit den Indizes $\mu = 1/2$ und $-1/2$ existieren, so verschwinden alle Glieder, in denen $x_{\pm 3/2}$ vorkommt. Weitere Koeffizienten enthält aber ein Ausgangsniveau mit $m_j = 3/2$ nicht, wie wir oben gesehen haben. Infolgedessen verschwinden die Intensitäten für alle Komponenten, die von den Niveaus $m_j = \pm 3/2$ ausgehen.

Man hat also wie bei 8943 nur noch die Komponenten

$$\begin{aligned} m_j = \quad & 1/2 \rightarrow 1/2, \\ & 1/2 \rightarrow -1/2, \\ & -1/2 \rightarrow -1/2, \\ & -1/2 \rightarrow 1/2, \end{aligned}$$

bei gegebenem m zu berechnen. Die Bestimmungsgleichungen für die x sind bei $^2P_{3/2}$ nur homogene Gleichungen mit einer Unbekannten. Infolgedessen ergeben sich die $x_{-1/2}$ und $x_{1/2}$ aus den Normierungsbedingungen. Für $x'_{-1/2}$ und $x'_{1/2}$ haben wir die bereits berechneten Werte einzusetzen. Siehe Tabelle 2.

Die Formeln für jedes m sind in Tabelle 3 angegeben. Auch hier haben wieder je zwei Komponenten von den vier, die zu einem m gehören, gleiche Intensitäten und ist die Summe der Intensitäten einer verbotenen und

Tabelle 3. Tabelle zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$, bei einem Feld, das stark ist gegenüber der feldlosen Hyperfeinstruktur von ${}^2P_{3/2}$.

	Wahrscheinlichkeitskoeffizienten des ${}^2P_{3/2}$ -Terms (x) und ${}^2S_{1/2}$ -Terms (x')	Übergangswahrscheinlichkeiten $\Delta j = -1, \Delta m = 0$
$m = 4$	$x_{1/2}^3 7! 2! = 1, \quad x'_{1/2} 7! = 1$	$J = 4 [x_{1/2} x'_{1/2} 7! 2!]^2 = 8$
$m = 3$	$x_{-1/2}^{1^2} 7! 2! = 1, \quad x_{1/2}^2 6! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{',2} = \frac{c'^2}{6! (7c'^2 + 1)}$ $x_{1/2}^{',2} = \frac{1}{6! (7c'^2 + 1)}$	$J \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}^{m_j m'_j} = 4 [x_{1/2} x'_{1/2} 6! 2!]^2 = 8 \frac{1}{7c'^2 - 1}$ $J \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = 4 [x_{1/2} x'_{1/2} 6! 2!]^2 = 8 \frac{1}{7c'^2 - 1}$ $J \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = 4 [x_{-1/2}^1 x'_{-1/2} 7! 2!]^2 = 8 \frac{7c'^2}{7c'^2 - 1}$ $J \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = 4 [x_{-1/2}^1 x'_{-1/2} 7! 2!]^2 = 8 \frac{7c'^2}{7c'^2 - 1}$
$m = 2$	$x_{-1/2}^1 6! 2! = 1, \quad x_{1/2}^2 5! 2! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{',2} = \frac{c'^2}{5! 2! (3c'^2 + 1)}$	$J = 8 \frac{1}{3c'^2 + 1}$
$m = 1$	$x_{-1/2}^{1^2} 5! 2! 2! = 1, \quad x_{1/2}^2 5! 2! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{',2} = \frac{c'^2}{4! 2! (5c'^2 + 3)}$	$J = 8 \frac{3}{5c'^2 + 3}$
$m = 0$	$x_{-1/2}^{1^2} 4! 3! 2! = 1, \quad x_{1/2}^3 4! 3! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{',2} = \frac{c'^2}{4! 3! (c'^2 + 1)}$	$J = 8 \frac{1}{c'^2 + 1}$
$m = -1$	$x_{-1/2}^{1^2} 3! 4! 2! = 1, \quad x_{1/2}^3 2! 5! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{',2} = \frac{c'^2}{4! 2! (3c'^2 + 5)}$	$J = 8 \frac{5}{3c'^2 + 5}$
$m = -2$	$x_{-1/2}^{1^2} 2! 5! 2! = 1, \quad x_{1/2}^2 6! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{',2} = \frac{c'^2}{5! 2! (c'^2 + 3)}$	$J = 8 \frac{3}{c'^2 + 3}$
$m = -3$	$x_{-1/2}^{1^2} 6! 2! = 1, \quad x_{1/2}^3 7! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{',2} = \frac{c'^2}{6! (c'^2 + 7)}$	$J = 8 \frac{7}{c'^2 + 7}$
$m = -4$	$x_{-1/2}^2 7! 2! = 1, \quad x_{-1/2}^{',2} 7! = 1$	$J = 8$

einer erlaubten gleich 1. Deshalb sind nur für $m = 3$ alle Intensitätsformeln hingeschrieben. Bei den übrigen $m = 2, \dots, -2$ ist nur eine Intensitätsformel angeführt, die für die beiden berechneten Komponenten $J(\frac{1}{2} \frac{1}{2})$ und $J(\frac{1}{2} - \frac{1}{2})$ die gleiche Form hat. Bei letzterer ist c_1' einzusetzen. Die Genauigkeit der Summe beträgt wieder $10/100$. Das Resultat zeigt Fig. 12. Die Intensitäten der verbotenen Komponenten sind etwas kleiner als bei 8943, weil der Paschen-Back-Effekt des $^2P_{3/2}$ -Terms voll entwickelt ist.

Bei der Durchführung der Arbeit bin ich weitgehendst von Herrn Prof. Dr. K. W. Meißner gefördert worden. Durch Beschaffung der Mittel, durch seine Anregungen und seine experimentelle Erfahrung half mir Herr Professor Meißner über vielfache Schwierigkeiten hinweg. Ich möchte ihm auch an dieser Stelle hierfür meinen Dank aussprechen.

Auch Herrn Dr. Dänzer möchte ich für seine Beratung bei der Abfassung des theoretischen Teiles danken.

Frankfurt a. M., Phys. Inst. der Johann Wolfgang Goethe-Universität.

Tabelle 3. Tabelle zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}$, bei einem Feld, das stark ist gegenüber der feldlosen Hyperfeinstruktur von ${}^2P_{3/2}$.

	Wahrscheinlichkeitskoeffizienten des ${}^2P_{3/2}$ -Terms (x) und ${}^2S_{1/2}$ -Terms (x')	Übergangswahrscheinlichkeiten $\Delta j = -1, \Delta m = 0$
$m = 4$	$x_{1/2}^2 7! 2! = 1, \quad x'_{1/2} 7! = 1$	$J = 4 [x_{1/2} x'_{1/2} 7! 2!]^2 = 8$
$m = 3$	$x_{-1/2}^{1^2} 7! 2! = 1, \quad x_{1/2}^2 6! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{1^2} = \frac{c'^2}{6! (7c'^2 + 1)}$ $x_{1/2}^{1^2} = \frac{1}{6! (7c'^2 + 1)}$	$J \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}^{m_j m'_j} = 4 [x_{1/2} x'_{1/2} 6! 2!]^2 = 8 \cdot \frac{1}{7c'^2 + 1}$ $J \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = 4 [x_{1/2} x'_{1/2} 6! 2!]^2 = 8 \cdot \frac{1}{7c'^2 + 1}$ $J \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = 4 [x_{-1/2} x'_{-1/2} 7! 2!]^2 = 8 \cdot \frac{7c'^2}{7c'^2 + 1}$ $J \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = 4 [x_{-1/2} x'_{-1/2} 7! 2!]^2 = 8 \cdot \frac{7c'^2}{7c'^2 + 1}$
$m = 2$	$x_{-1/2}^1 6! 2! = 1, \quad x_{1/2}^2 5! 2! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{1^2} = \frac{c'^2}{5! 2! (3c'^2 + 1)}$	$J = 8 \frac{1}{3c'^2 + 1}$
$m = 1$	$x_{-1/2}^{1^2} 5! 2! 2! = 1, \quad x_{1/2}^2 5! 2! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{1^2} = \frac{c'^2}{4! 2! (5c'^2 + 3)}$	$J = 8 \frac{3}{5c'^2 + 3}$
$m = 0$	$x_{-1/2}^{1^2} 4! 3! 2! = 1, \quad x_{1/2}^2 4! 3! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{1^2} = \frac{c'^2}{4! 3! (c'^2 + 1)}$	$J = 8 \frac{1}{c'^2 + 1}$
$m = -1$	$x_{-1/2}^{1^2} 3! 4! 2! = 1, \quad x_{1/2}^2 2! 5! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{1^2} = \frac{c'^2}{4! 2! (3c'^2 + 5)}$	$J = 8 \frac{5}{3c'^2 + 5}$
$m = -2$	$x_{-1/2}^{1^2} 2! 5! 2! = 1, \quad x_{1/2}^2 6! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{1^2} = \frac{c'^2}{5! 2! (c'^2 + 3)}$	$J = 8 \frac{3}{c'^2 + 3}$
$m = -3$	$x_{-1/2}^{1^2} 6! 2! = 1, \quad x_{1/2}^2 7! 2! = 1$ $x_{-1/2}^{1^2} = \frac{c'^2}{6! (c'^2 + 7)}$	$J = 8 \frac{7}{c'^2 + 7}$
$m = -4$	$x_{-1/2}^2 7! 2! = 1, \quad x_{-1/2}^{1^2} 7! = 1$	$J = 8$

einer erlaubten gleich 1. Deshalb sind nur für $m = 3$ alle Intensitätsformeln hingeschrieben. Bei den übrigen $m = 2, \dots, -2$ ist nur eine Intensitätsformel angeführt, die für die beiden berechneten Komponenten $J(\frac{1}{2} \frac{1}{2})$ und $J(\frac{1}{2} - \frac{1}{2})$ die gleiche Form hat. Bei letzterer ist c_1' einzusetzen. Die Genauigkeit der Summe beträgt wieder $10/100$. Das Resultat zeigt Fig. 12. Die Intensitäten der verbotenen Komponenten sind etwas kleiner als bei 8943, weil der Paschen-Back-Effekt des $^2P_{3/2}$ -Terms voll entwickelt ist.

Bei der Durchführung der Arbeit bin ich weitgehendst von Herrn Prof. Dr. K. W. Meißner gefördert worden. Durch Beschaffung der Mittel, durch seine Anregungen und seine experimentelle Erfahrung half mir Herr Professor Meißner über vielfache Schwierigkeiten hinweg. Ich möchte ihm auch an dieser Stelle hierfür meinen Dank aussprechen.

Auch Herrn Dr. Dänzer möchte ich für seine Beratung bei der Abfassung des theoretischen Teiles danken.

Frankfurt a. M., Phys. Inst. der Johann Wolfgang Goethe-Universität.

Refraktion und Dispersion des schweren Methans (CD_4).

Von Tage Larsén in Lund.

(Eingegangen am 26. Januar 1937.)

Es wird die Refraktion und die Dispersion bei CD_4 zwischen 5680 und 2300 Å experimentell bestimmt. Beim Vergleich mit CH_4 findet man teils eine Verminderung des Totalwertes der Refraktion und teils ein Flacherwerden der Dispersionskurve beim Einführen des schweren Isotops. Die Effekte sind analog den bei D_2 - und D_2O -Dampf gefundenen.

In einer früheren Veröffentlichung¹⁾ wurde eine Messung der Refraktion und der Dispersion des schweren Wasserstoffisotops mitgeteilt und dessen Verhalten im Vergleich mit gewöhnlichem Wasserstoff diskutiert, das in Übereinstimmung mit den von den ungleichen Nullpunktsenergien erforderten Veränderungen gefunden wurde. Es liegen zur Zeit auch Messungen von anderen Gasen vor, in welchen leichtere Wasserstoffatome durch schwere ersetzt worden sind, z. B. bei Wasserdampf²⁾, Selenwasserstoff³⁾ und Ammoniak⁴⁾. Die Ergebnisse von D_2O (bis 2986 Å in Ultraviolett untersucht) sind den von D_2 völlig analog, nämlich teils eine Verminderung des Totalwertes der Refraktion, teils ein Flacherwerden der Dispersionskurve bei der Einführung des schweren Isotops. Dagegen zeigen die Messungen von D_2Se und ND_3 ein Ansteigen der Dispersion, was erstaunlich erscheint und zunächst auf eine Verschiebung der ultravioletten Absorptionsfrequenzen gegen längere Wellenlängen hindeuten würde. Um klarzulegen, wie andere, kompliziertere Moleküle sich verhalten, wurde eine Messung von CD_4 in gleicher Weise wie bei D_2 ausgeführt.

Das Methan wurde aus Aluminiumkarbid und schwerem Wasser, das nach Angaben des Herstellers (Norsk Hydro-elektrisk Kvaestoffaktieselskab) 99,6% D_2 enthalten soll, hergestellt. [Wegen der Kostbarkeit des Wassers mußte auf eine chemische Reinigung, die mit allzu großen Substanzverlusten verknüpft sein würde, verzichtet werden.] Deshalb wurde das Rohgas, das durch Zutropfen von Wasser zu dem unter Vakuum stehenden Aluminiumkarbid bei leichtem Erwärmen hergestellt wurde, nur mit Phosphorpentoxyd getrocknet und danach mit flüssiger Luft kondensiert, um später physikalisch gereinigt zu werden. Dabei wurde das Kondensat

¹⁾ T. Larsén, ZS. f. Phys. **100**, 543, 1936. — ²⁾ C. u. M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. London (A) **155**, 213, 1936. — ³⁾ O. E. Frivold, O. Hassel u. T. Skjulstad, Phys. ZS. **37**, 134, 1936. — ⁴⁾ O. E. Frivold, O. Hassel u. S. Rustad, Nature **138**, 330, 1936.

zunächst durch mehrmalige Destillationen gereinigt. Um den eventuell noch zurückbleibenden Wasserstoffrest zu entfernen, wurde das Destillat bei Kühlung mit flüssiger Luft unter Vakuum gesetzt, wobei es augenblicklich fror. Nach einigen Minuten wurde die Zuleitung zur Pumpe abgebrochen und das Eis wieder flüssig gemacht. Dieser Prozeß wurde einige Male wiederholt. Das so gereinigte Gas wurde in einem Glasbehälter aufbewahrt, und die Messung der Refraktion und der Dispersion mit einem Jaminschen Interferentialrefraktometer mit Quarzoptik wie bei D₂ ausgeführt. Nach Beendigung einer Meßreihe wurde aufs neue gereinigt, aber ein Gang in den Resultaten war nicht zu sehen. Ungefähr 400 Interferenzstreifen wurden für die grüne Hg-Linie gezählt. Die Temperatur war durchschnittlich 21°.

Als Mittelwert ergab sich für die Wellenlänge 5462,25 Å (auf 0°, 760 mm Hg und 45° geographische Breite reduziert) $(n_0 - 1) = 436,94 \cdot 10^{-6}$ mit einem mittleren Fehler von $\pm 0,04 \cdot 10^{-6}$.

Gewöhnliches Methan ist mehrmals untersucht worden, aber die Ergebnisse einzelner Forscher weichen beträchtlich voneinander ab, weshalb nur die Messungen von Friberg¹⁾, welche wohl als die genauesten zu betrachten sind und außerdem unter möglichst analogen Versuchsbedingungen ausgeführt sind, herangezogen wurden. Friberg findet für die entsprechende Wellenlänge $(n_0 - 1)_{\text{CH}_4} = 443,56 \cdot 10^{-6}$. Es liegt also eine Differenz von $6,62 \cdot 10^{-6}$ oder etwa 1,5% vor.

Tabelle 1.

λ in Å	$(n_0 - 1) \cdot 10^9$	λ in Å	$(n_0 - 1) \cdot 10^9$	λ in Å	$(n_0 - 1) \cdot 10^9$
5677,40	436 056	2926,25	467 572	2464,81	488 032
5462,25	436 940	2894,45	468 610	2447,65	489 104
4917,41	439 562	2760,54	473 501	2380,74	493 552
4109,25	445 792	2753,60	473 789	2346,17	495 966
3802,72	449 379	2675,78	477 078	2302,83	499 259
3342,44	456 862	2577,07	481 775		

Den Dispersionsverlauf ersieht man aus Tabelle 1. Die Meßergebnisse können wie bei D₂ durch eine zweigliedrige Dispersionsformel vom Typus

$$R = \frac{3}{2} \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \sum \frac{A_n}{\lambda_n^{-2} - \lambda^{-2}}$$

(A_n und λ_n Konstanten) dargestellt werden, doch ist auch eine eingliedrige Formel, um den Vergleich mit anderen Messungen zu erleichtern, zur

¹⁾ S. Friberg, Dissertation Lund 1933, S. 42.

Rechnung benutzt. Tabelle 2 gibt die Differenzen zwischen denjenigen nach den beiden Formeln (1) und (2) berechneten und den beobachteten Werten, sowie die Verhältnisse zwischen den entsprechenden Werten von CH_4 und CD_4 .

$$R = \frac{5\,435\,354 \cdot 10^{-4}}{1\,278\,300 - \lambda^{-2} \cdot 10^{-4}} \quad (\lambda \text{ in cm}), \quad (1)$$

$$R = \frac{1\,050\,118 \cdot 10^{-4}}{752\,022 - \lambda^{-2} \cdot 10^{-4}} + \frac{6\,367\,409 \cdot 10^{-4}}{2\,223\,677 - \lambda^{-2} \cdot 10^{-4}}. \quad (2)$$

Die Dispersionskurve ist bei CD_4 deutlich flacher, wie aus der letzten Spalte hervorgeht. Analog wie es bei D_2 gemacht wurde, kann man durch Verschiebung der Eigenfrequenzen der eingliedrigen Formel (1), um einen kleinen Betrag nach längeren Wellenlängen zu, eine neue Formel bekommen, die nahezu die Dispersionskurve von CH_4 wiedergibt, doch ist die Übereinstimmung weniger gut, was wahrscheinlich mit dem Heranrücken der Absorptionsgebiete gegen das Meßgebiet zusammenhängt. Am besten gibt eine Verschiebung von 850 cm^{-1} die Verhältnisse wieder. Eine quantitative Erklärung hierfür kann aber zur Zeit wegen der ungenügenden Kenntnis des ultravioletten Absorptionsspektrums des Methans nicht gegeben werden. Bei mehratomigen Molekülen spielen wahrscheinlich auch die Dissoziationsprodukte eine Rolle, denn würde man, z. B. nach Franck und Wood¹⁾, eine Verschiebung der Absorptionsgebiete von H_2O zu D_2O von etwa

Tabelle 2.

λ in Å	$R_{\text{beob}} \cdot 10^9$	Differenz ($R_{\text{beob}} - R_{\text{ber}}$) $\cdot 10^9$		$R_{\text{CH}_4}/R_{\text{CD}_4}$
		nach (1)	nach (2)	
5677,40	436 024	+ 246	— 22	—
5462,25	436 908	+ 258	+ 27	1,0152
4917,41	439 530	+ 111	— 6	155
4109,25	445 759	— 98	+ 3	157
3802,72	449 345	— 175	+ 27	—
3342,44	456 827	— 390	— 35	163
2926,25	467 536	— 417	+ 7	168
2894,45	468 573	— 422	\pm 0	168
2760,54	473 464	— 380	+ 5	171
2753,60	473 752	— 366	+ 16	171
2675,78	477 040	— 319	+ 15	173
2577,07	481 736	— 242	— 9	175
2464,81	487 992	— 53	— 11	180
2447,65	489 064	+ 2	+ 5	180
2380,74	493 511	+ 226	+ 46	—
2346,17	495 925	+ 284	— 13	184
2302,83	499 217	+ 436	— 34	185

¹⁾ J. Franck u. R. Wood, Phys. Rev. **45**, 667, 1934.

1200 cm⁻¹, entsprechend den ungleichen Nullpunktsenergien, annehmen, würde dies eine Verminderung der Refraktion im Sichtbaren um ungefähr 2% veranlassen; das Experiment weist dagegen nur 1% auf. Die Diskrepanz bei Methan würde noch größer werden.

In der folgenden Tabelle 3 werden schließlich die Isotopieeffekte der Refraktion ($\lambda = 5462,25 \text{ \AA}$) bei den zur Zeit untersuchten gasförmigen Substanzen zusammengestellt.

Tabelle 3.

Substanz	H ₂ , D ₂	H ₂ O, D ₂ O	H ₂ Se, D ₂ Se	H ₃ N, D ₃ N	CH ₄ , CD ₄
Differenz · 10 ⁶ ($n_0 - 1$) _(H) — ($n_0 - 1$) _(D)	2,0	2,6	2,2	3,6	6,6
Quotient ($n_0 - 1$) _(H) / ($n_0 - 1$) _(D)	1,015	1,010	1,003	1,010	1,015

Für die freundliche Überlassung von Apparaten und stetiges Interesse bei der Durchführung dieser Arbeit bin ich Herrn Prof. Dr. J. Koch zu Dank verpflichtet.

Lund, Fysiska Institutionen, Januar 1937.

(Mitteilung aus dem Astrophysikalischen Observatorium — Institut für
Sonnenphysik, Potsdam.)

Eine Gesetzmäßigkeit beim Aufbau des Atomkerns und Bestimmung des Quadrupolmomentes von $^{187}_{75}\text{Re}$ und $^{185}_{75}\text{Re}$.

Von **H. Schüler** und **H. Korsching** in Potsdam.

Mit 3 Abbildungen im Text. (Eingegangen am 28. Januar 1937.)

1. Teil. Es wird an Hand von Messungen am Tl, Re und Cu gezeigt, daß beim Einbau von zwei Neutronen in Atomkerne mit ungerader Protonen- und gerader Neutronenzahl eine Minimaländerung des magnetischen Moments existiert, für

die die Beziehung $\frac{\mu_{u+2}}{\mu_u} = \frac{M_{u+2}}{M_u}$ gilt (u Massenzahl des leichteren Isotops).

Das schwerere Isotop hat das größere magnetische Moment. — 2. Teil. Die Re I-Linien λ 4889 und λ 5275 besitzen eine Isotopenverschiebung, die eine getrennte Bestimmung der magnetischen Momente von ^{187}Re und ^{185}Re ermöglicht. Man erhält für das Verhältnis der magnetischen Momente:

$$\frac{\mu_{187}}{\mu_{185}} = 1,01069 \pm 0,00043 (\lambda 4889),$$

$$\frac{\mu_{187}}{\mu_{185}} = 1,01140 \pm 0,00077 (\lambda 5275).$$

Für das Quadrupolmoment ergibt sich unter Annahme von Russell-Saunders-Kopplung $q = +2,6 \cdot 10^{-24}$ (verlängerter Kern). Während das magnetische Moment beim Einbau von zwei Neutronen um etwa 1% wächst, nimmt das Quadrupolmoment um einige Prozent ab. Der gleiche gegensinnige Verlauf wird auch bei Ga und Eu beobachtet.

Erster Teil.

Die Verfasser haben in einer vorläufigen Mitteilung¹⁾ in den „Naturwissenschaften“ gezeigt, daß sich bei einigen Elementen mit gerader Neutronen- und ungerader Protonenzahl im Kern, die zwei Isotope besitzen, das Verhältnis der magnetischen Momente gleich dem Verhältnis der Massen der beiden Isotope ist. Im folgenden soll nun gezeigt werden, welche experimentellen Beobachtungen dieser Aussage zugrunde liegen. Es handelt sich um Messungen an den Hyperfeinstrukturen von $^{203, 205}\text{Tl}$, $^{185, 187}\text{Re}$ und $^{63, 65}\text{Cu}$. Da das Verhältnis der magnetischen Momente um so genauer bestimmt werden kann, je größer die Hyperfeinstrukturaufspaltungen sind, so kommen für die Bestimmung des Verhältnisses nur die Linien mit den größten Aufspaltungen in Frage.

¹⁾ H. Schüler u. H. Korsching, Naturwissensch. **24**, 796, 1936.

I. Tl. Besonders geeignet ist die Linie λ 4946 des Tl II-Spektrums. Sie liegt in einem für Beobachtungen mit Fabry-Perot-Etalon günstigen Wellenlängengebiet und hat Aufspaltungen über $4000 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$. In Fig. 1 ist das Strukturbild dieser Linie dargestellt, und zwar sind die Komponenten von ^{205}Tl ausgezogen, die von ^{203}Tl gestrichelt gezeichnet. Die Intensitäten der Komponenten sind durch ihre Länge veranschaulicht, außerdem ist die relative Intensität über jede Komponente gesetzt. Es wurde nun das Verhältnis der

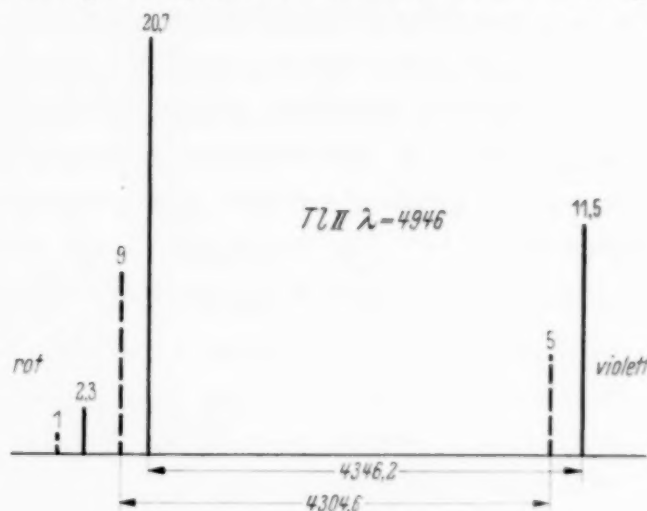


Fig. 1.

äquivalenten Komponenten $\frac{(11,5) - (20,7)}{(5) - (9)}$ zu $\frac{4346,2}{4304,6} = 1,00966$ bestimmt. Da nun, wie aus den verschiedenen Messungen hervorgeht, der Fehler nur 1 bis höchstens 2 Einheiten beträgt, so sollte die Änderung des Verhältnisses $\pm 0,00023$ bis höchstens $\pm 0,00046$ betragen. Das Verhältnis der Massen $M_{205}/M_{203} = 1,00985$ ist also innerhalb der hier angegebenen Fehler gleich dem Verhältnis der magnetischen Momente

$$\mu_{205}/\mu_{203} = 1,00966.$$

II. Re. Aus den Messungen am Re I-Spektrum, die im zweiten Teil dieser Arbeit mitgeteilt sind, ergibt sich folgendes Bild:

a) λ 4889 (siehe weiter unten Fig. 2). Hier beträgt die Aufspaltung ungefähr $2300 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$. Da nun Re ein Quadrupolmoment besitzt, so darf man nicht wie bei Tl unmittelbar das Verhältnis äquivalenter Komponentenabstände bilden, sondern muß erst unter Zuhilfenahme sämtlicher Komponentenabstände des Aufspaltungsbildes den Aufspaltungsfaktor a ermitteln. — Es ergibt sich

$$\frac{a_{187}}{a_{185}} = \frac{113,46}{112,26} = 1,01069 \pm 0,00043.$$

Diese Meßgenauigkeit ergibt sich aus der Tatsache, daß die Messungen auf $\pm 1 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ richtig sind. Das Verhältnis

$$\frac{M_{187}}{M_{185}} = 1,01081$$

liegt also auch hier in der angegebenen Fehlergrenze. Daß die Werte so gut übereinstimmen, ist darauf zurückzuführen, daß die Linien gut zu vermessen waren, und daß außerdem bei der Berechnung des Mittelwertes von a sämtliche Komponentenabstände benutzt werden konnten.

b) $\lambda 5275$ (siehe weiter unten Fig. 3). Bei dieser Linie können nicht alle, sondern nur die ersten drei Abstände zur Berechnung von a herangezogen werden, da die schwachen Komponenten des Strukturbildes teilweise zusammenfallen, teilweise durch benachbarte Re-Linien gestört sind. Man erhält:

$$\frac{a_{187}}{a_{185}} = \frac{109,96}{108,72} = 1,01140 \pm 0,00077.$$

Der Fehler ergibt sich daraus, daß die benutzte größte Aufspaltung $\Delta \nu = 1300 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ bis auf eine Einheit richtig gemessen ist. Der Wert M_{187}/M_{185} stimmt auch bei dieser Linie mit dem Verhältnis μ_{187}/μ_{185} unter Berücksichtigung der angegebenen Fehlergrenze überein.

III. Cu. Beim Cu läßt sich das Verhältnis der magnetischen Momente einer früheren Arbeit¹⁾ entnehmen. Messungen an der Linie Cu I $\lambda 5782$ (l. c. Fig. 2) ergeben für den $^2D_{3/2}$ -Term

$$\frac{a_{65}}{a_{63}} = \frac{64,2}{61,2} = 1,049,$$

für den $^2P_{1/2}$ -Term

$$\frac{a_{65}}{a_{63}} = \frac{14,5}{14,0} = 1,036.$$

Da hier die zur Verfügung stehende Gesamtaufspaltung des einen Isotops nur $190 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ beträgt, außerdem die Komponenten des Strukturbildes sehr ungünstig liegen (Strukturbild nur teilweise aufgelöst), so ist die Fehlergrenze bedeutend höher anzusetzen als in den oben genannten Fällen von Re und Tl. Wir können deshalb das Verhältnis $M_{65}/M_{63} = 1,032$ als in befriedigender Übereinstimmung mit dem experimentell ermittelten Wert μ_{65}/μ_{63} ansehen.

Die Messungen an Cu sind weniger eine quantitative als eine qualitative Bestätigung der oben angegebenen Gesetzmäßigkeit. Die eben gegebenen Befunde lassen sich etwa in folgender Weise formulieren:

Bei den Atomkernen mit gerader Neutronen- und ungerader Protonenzahl, die zwei Isotope mit gleichem mechanischen Moment besitzen, sind die magnetischen Momente nicht gleich; es existiert vielmehr eine Minimaländerung, für welche die Beziehung

$$\frac{\mu_{u+2}}{\mu_u} = \frac{M_{u+2}}{M_u}$$

gilt (u Massenzahl des leichteren Isotops).

¹⁾ H. Schüler, Th. Schmidt, ZS. f. Phys. **100**, 113, 1936.

Es ist zu beachten, daß das schwerere Isotop das größere magnetische Moment besitzt. Weiter sei darauf hingewiesen, daß bei dieser Gesetzmäßigkeit die Größen des mechanischen und magnetischen Moments ohne Einfluß sind. Es gibt nun Atomkerne, bei denen der Einbau von zwei Neutronen das magnetische Moment mehr ändert als der Minimaländerung entspricht. In diesen Fällen ist die Änderung eine Zehnerpotenz und mehr größer. Über diesen größeren Effekt, der offensichtlich durch die spezifische Änderung des Atomkerns bedingt ist, soll an anderer Stelle berichtet werden. Es zeigt sich nämlich, daß man diesen Effekt mit dem bisher vorliegenden experimentellen Material unter gewissen Voraussetzungen einfach beschreiben kann.

Zweiter Teil.

Die bisher¹⁾ vorliegenden Hyperfeinstrukturuntersuchungen am Re haben im wesentlichen das mechanische Kernmoment ($i = 5/2$) festgelegt. Eine Unterscheidung der beiden Isotope in der Hyperfeinstruktur ist bisher nicht beobachtet worden. Wir haben mit wasser- und flüssiger Luft gekühlten Hohlkathodenentladungsröhren²⁾ und Fabry-Perot-Etalon die Re I-Linien $\lambda 4889$ und $\lambda 5275$ untersucht. Die Linien entsprechen nach Meggers³⁾ den Übergängen $[(d^5 s^2) {}^6S_{5/2} - (d^5 sp) {}^8P_{7/2}]$ bzw. $[(d^5 s^2) {}^6S_{5/2} - (d^5 sp) {}^8P_{5/2}]$. In den Fig. 2 und 3 sind die bei beiden Linien erhaltenen Resultate eingetragen; da der gemeinsame Grundterm $(d^5 s^2) {}^6S_{5/2}$ nicht aufspaltet, so stellen die Strukturbilder unmittelbar die Aufspaltung der oberen Terme dar. Die Tatsache, daß jede Komponente doppelt erscheint, bedeutet, daß wir die Strukturbilder von ${}^{187}\text{Re}$ und ${}^{185}\text{Re}$ getrennt vor uns haben. Das Intensitätsverhältnis der beiden Isotope entspricht dem massenspektroskopischen Befund. (${}^{187}\text{Re} = 61,8\%$; ${}^{185}\text{Re} = 38,2\%$). In den Figuren sind wie üblich oben die Termschemata, unten das Linienbild aufgezeichnet. Die Abstände sind in 10^{-3} cm^{-1} angegeben, die Intensitäten werden durch die Länge der Komponenten und die darüber geschriebene Zahl veranschaulicht. Alles, was sich auf ${}^{185}\text{Re}$ bezieht, ist gestrichelt gezeichnet. Ein Vergleich der punktiert wiedergegebenen Energieniveaus, deren Lage nach der Intervallregel berechnet ist, mit den gemessenen Niveaus,

¹⁾ W. F. Meggers, Phys. Rev. **37**, 219, 1931; W. Gremmer, R. Ritschl, ZS. f. Instrkde. **51**, 170, 1931; W. F. Meggers, A. S. King u. R. F. Bacher, Phys. Rev. **38**, 1258, 1931; P. Zeeman, J. H. Gisolf u. T. L. de Bruin, Nature **128**, 637, 1931; L. A. Sommer, P. Karlson, Naturwiss. **19**, 1021, 1931. — ²⁾ H. Schüler, H. Gollnow, ZS. f. Phys. **93**, 611, 1935; H. Schüler, Th. Schmidt, ebenda **96**, 485, 1935. — ³⁾ W. F. Meggers, U. S. Dept. of Com., Bur. of Standards **6**, 1027, 1931.

zeigt eine beträchtliche Abweichung von der Intervallregel. Die Abweichungen folgen auch hier, wie bereits bei anderen Elementen nach-

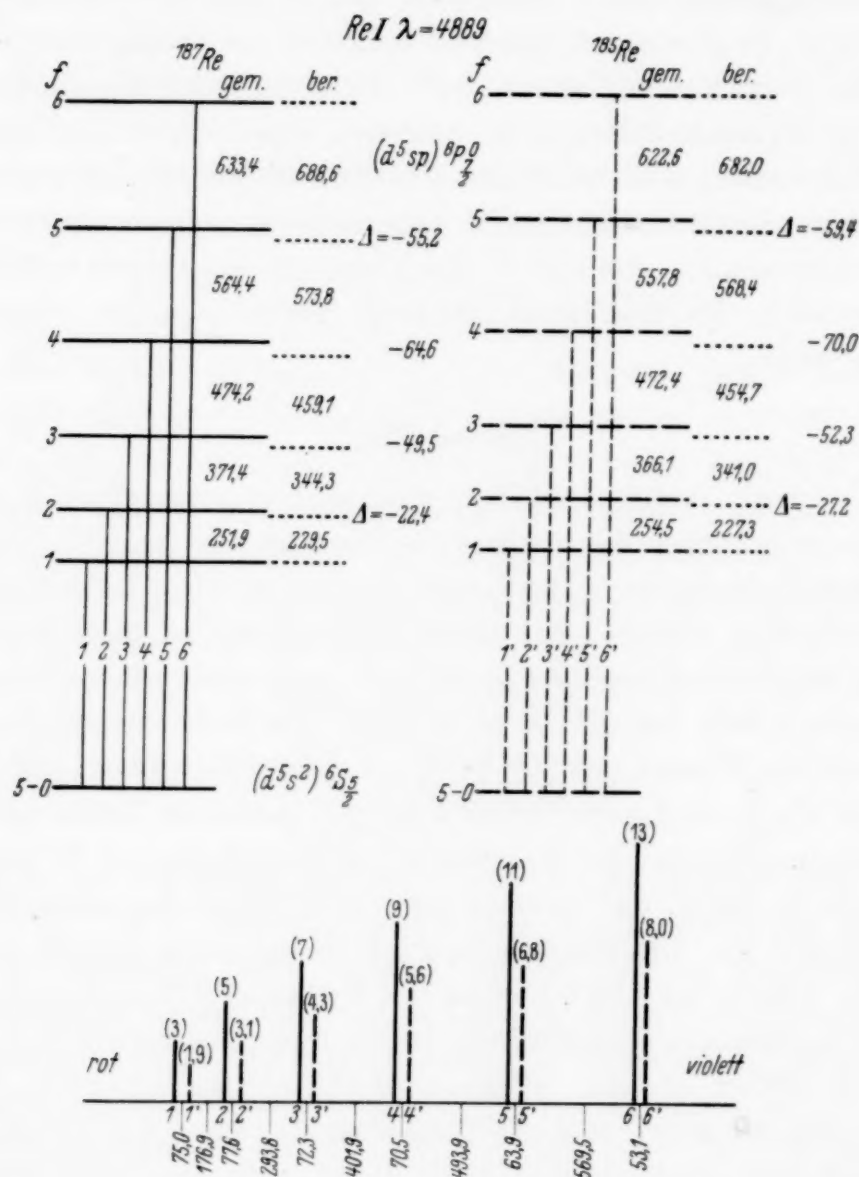


Fig. 2.

gewiesen, dem \cos^2 -Gesetz. Die Darstellung der Hyperfeinstruktur-niveaus mittels der in früheren Arbeiten wiederholt gebrauchten Formel

$$E = a_0 + \frac{a}{2} C + b C (C + 1),$$

wo

$$C = f(f+1) - i(i+1) - j(j+1),$$

läßt bei Kenntnis von i ($5/2$) f und j den Aufspaltungsfaktor a und die für das Quadrupolmoment charakteristische Größe b berechnen.

Wir erhalten:

		<i>a</i>	<i>b</i>
Aus λ 4889	^{187}Re	113,46	— 0,163
	^{185}Re	112,26	— 0,177
Aus λ 5275	^{187}Re	109,96	+ 0,106
	^{185}Re	108,72	+ 0,108

Über das Verhältnis der *a*-Werte ist bereits im ersten Teil diskutiert worden. Die Angaben für die *b*-Werte sind in der dritten Stelle nicht mehr

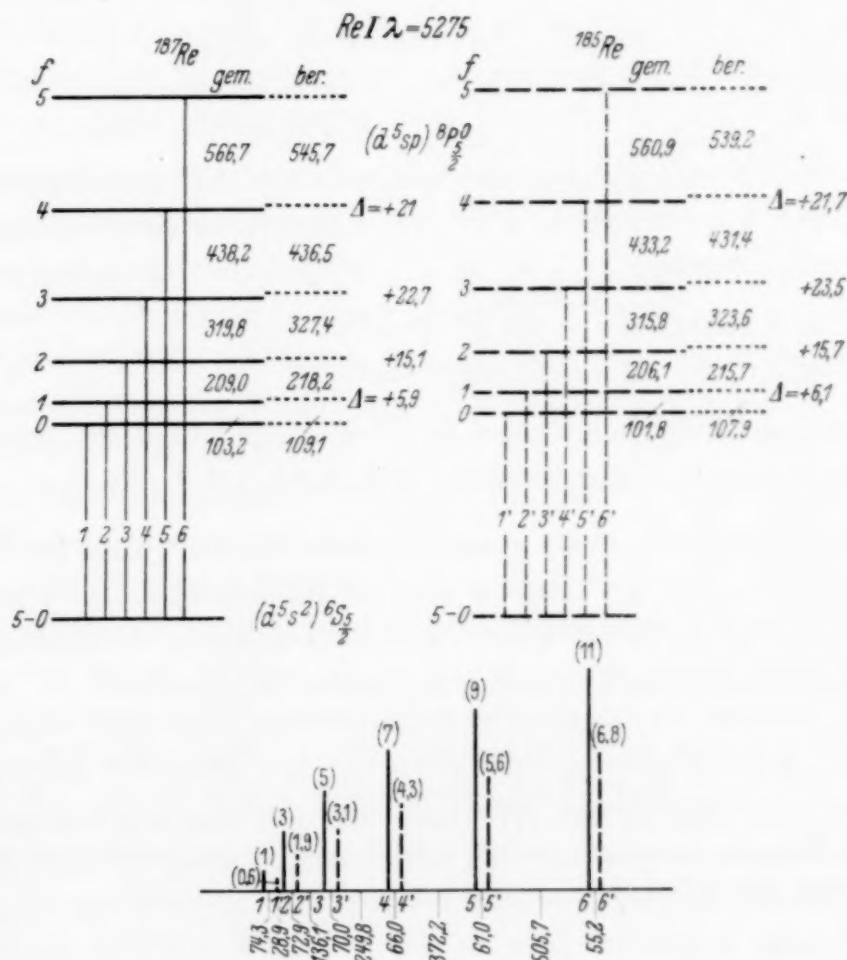


Fig. 3.

sicher, wobei darauf hingewiesen werden muß, daß die *b*-Werte von λ 4889 etwas zuverlässiger sind. Es steht aber außer Zweifel, daß das Quadrupolmoment, das ja proportional zu *b* ist, von ^{185}Re um einige Prozent größer ist als das von ^{187}Re . Wir finden also, daß beim Re-Kern durch den Einbau

von zwei Neutronen das magnetische Moment sich umgekehrt ändert wie das Quadrupolmoment; das gleiche trifft für $\text{Eu}^1)$ und $\text{Ga}^2)$ zu. Für die Berechnung von $q^3)$ gebraucht man den Wert $(3 \cos^2 d - 1)$ für die Elektronenkonfiguration $(d^5 sp) {}^8P_{7/2, 5/2}$, der sich unter der Annahme von Russell-Saunders-Kopplung nach Casimir⁴⁾ berechnen läßt. Nach einem Vorschlag von Herrn Schmidt kann man, indem man die Elektroneneigenfunktion in geeigneter Form schreibt, auch die relativistischen Korrekturen berücksichtigen. Es ergibt sich für ^{187}Re

$$\text{aus } {}^8P_{7/2}: q = + 2,6 \cdot 10^{-24},$$

$$\text{aus } {}^8P_{5/2}: q = + 2,7 \cdot 10^{-24}.$$

Die Übereinstimmung der q -Werte aus den beiden Termen ist gut. Allerdings ist zu beachten, daß die Annahme der Russell-Saunders-Kopplung nicht ganz zutrifft, so daß bei Berücksichtigung der mittleren Kopplung sich der Wert $q = + 2,6 \cdot 10^{-24}$ noch etwas ändern kann.

Aus den Strukturbildern der beiden Isotope läßt sich die gegenseitige Lage ihrer Schwerpunkte, d. h. die Isotopenverschiebung bestimmen. Der Abstand beträgt:

$$\left. \begin{array}{l} \text{bei } \lambda 4889: \Delta \nu = 66 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1} \\ \text{bei } \lambda 5275: \Delta \nu = 63 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1} \end{array} \right\} ({}^{187}\text{Re} \text{ liegt nach Rot}).$$

Die Isotopenverschiebung rührt in Übereinstimmung mit früheren Ergebnissen⁵⁾ von dem gemeinsamen Grundterm $(d^5 s^2) {}^6S_{5/2}$ her.

Ein Teil der benutzten Apparate stammt aus den Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft, der wir sehr zu Dank verpflichtet sind.

Diese Untersuchung wurde mit dankenswerter Unterstützung der I. G. Farbenindustrie, Ludwigshafen-Oppau, durchgeführt.

¹⁾ H. Schüler, Th. Schmidt, ZS. f. Phys. **94**, 457, 1935. —

²⁾ H. Schüler, H. Korsching, ebenda **103**, 434, 1936. — ³⁾ H. Schüler, Th. Schmidt, ebenda **99**, 717, 1936. — ⁴⁾ H. Casimir, Verhandelingen Teyler's Tweede Genootschap XI, 1936. — ⁵⁾ H. Schüler, J. E. Keyston, ZS. f. Phys. **72**, 423, 1931.

Absorptionsmessungen an organischen Farbstoffen im nahen Ultrarot*).

Von Alfred Schiller.

Mit 14 Abbildungen. (Eingegangen am 3. Februar 1937.)

1. Einleitung: Einzelheiten zur Meßanordnung. — 2. Absorptionsmessungen:
a) Lösungsmittel, b) Farbstoffe. — 3. Absorption und Bandenbreite.

1. Einleitung: Einzelheiten zur Meßanordnung.

Bei Messungen im nahen Ultrarot ist es wünschenswert, in jedem Spektralbereich die jeweils größte Dispersion der üblichen Prismen zu benutzen. Es wurde daher ein im Bonner Physikalischen Institut von Buss¹⁾ entwickeltes Spiegelspektrometer so umgebaut, daß innerhalb einer Meßreihe mit Prismen verschiedener

Dispersion gemessen werden kann. Zwei einfache Winkelbeziehungen der Wadsworth-Anordnung zur Erhaltung des Ablenkungsminimums wurden dem Umbau zugrunde gelegt. Zunächst ist der Winkel γ (Fig. 1), den der den Wadsworth-Spiegel Sp verlassende Strahl mit der Verlängerung des auf das Prisma auftreffenden Strahles

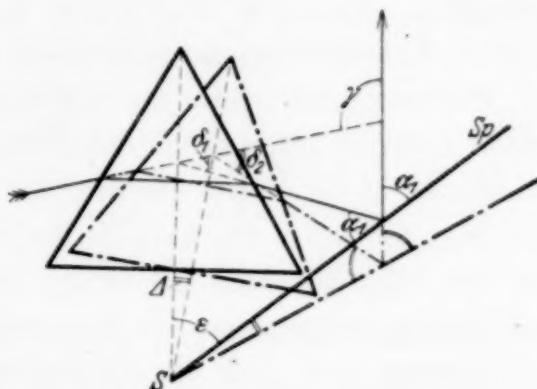


Fig. 1.

bildet, abhängig von dem Winkel ϵ , den Spiegel und Prisma bilden, und zwar nur von diesem Winkel. Es ist $\gamma = 2\epsilon$. [Wadsworth ist in seiner Arbeit²⁾ diese einfache Winkelbeziehung entgangen. Er legt den Winkel γ fest durch den Winkel δ_1 und den Winkel Spiegel—Einfallstrahl, eine Betrachtung, die nicht zu übersichtlichen Beziehungen führt.] Der Strahlengang ist also unabhängig vom benutzten Prisma. Da jedoch der Ablenkungswinkel δ_1 bei gefordertem Strahlengang für eine beliebige Prismenstellung nur abhängig von dem Winkel α_1 ist, so wird für verschiedene Prismen jeweils eine andere Wellenlänge sich im Minimum der Ablenkung befinden und somit auf den Austrittsspalt zu liegen kommen. Dreht man nun im Punkte S (Spektrometerachse) die Anordnung um den Winkel Δ , so erhält

*) Bonner Dissertation 1935.

¹⁾ G. Buss, ZS. f. Phys. **82**, 445, 1933. — ²⁾ W. Wadsworth, Phil. Mag. (5) **38**, 137, 1894.

man den Winkel δ_2 als Ablenkungswinkel und damit die zu δ_2 zugehörige Wellenlänge. Der analytische Beweis, daß die Lage des ausfallenden Strahles keine Parallelverschiebung erleidet, ist von Wadsworth geführt worden. Wird nun in dieser Stellung (gestrichelt gezeichnet) ein Prisma gegen ein solches größerer Dispersion ausgewechselt, dessen Ablenkungswinkel für die anfangs vorhandene Wellenlänge gleich δ_2 ist, so befindet sich wieder diese Wellenlänge auf dem Austrittsspalt. Aus den goniometrischen Beziehungen ergibt sich

$$\Delta_{\lambda = \text{const}} = \frac{\delta_2 - \delta_1}{2}.$$

Die Drehung erfolgt in Richtung Prisma—Spiegel für $\delta_2 > \delta_1$. Richtung und Betrag der durch die Auswechslung bedingten Drehung können aus den Daten der Prismen für jede Wellenlänge bestimmt werden.

Der Prismentisch wurde wie üblich so gebaut, daß er mittels Stell-schrauben gegen eine Grundplatte justiert werden kann, die mit einem Tangentialgetriebe an die Spektrometerachse befestigt wird. In der Platte des Prismentisches wurde eine Schlittenführung derart angebracht, daß die Mitte dieser Führung genau durch die Spektrometerachse geht. Ein darin passender, in der Ebene des Prismentisches verschiebbarer Schlitten trägt auf dem der Achse zugekehrten Ende eine vertikale Schlittenführung, die für die Prismenfassung notwendig ist. Denn diese Führung erlaubt das zuverlässige Auswechseln von Prismen, die in einem entsprechenden Halter so befestigt sind, daß die Symmetrieachse der Schlittenführung in der Ebene der Prismenachse liegt. Mit Rücksicht auf Prismen verschiedener Größe ist der Spiegel in seiner Ebene verschiebbar und um die Spektrometerachse drehbar. Das Auswechseln der Prismen kann innerhalb einer Meßreihe ohne Zeitverlust vorgenommen werden.

Die Güte des umgebauten Spektrometers wurde auf mehreren Wegen kontrolliert. Dazu wurden drei Prismen, ein Glasprisma, ein Quarzprisma und ein Flußspatprisma benutzt. Nach vollständiger Justierung der gesamten Apparatur wurde zunächst hinter dem Austrittsspalt ein Planspiegel so angebracht, daß die Lage einer Spektrallinie gut zu beobachten war. Bei allen drei Prismen konnte bei einer Vertikalverschiebung der Prismen keine Lageänderung festgestellt werden und eine Horizontalverschiebung machte sich erst dann bemerkbar, wenn diese 2 cm überschritt. Dies war ein hinreichender Beweis dafür, daß die Schlittenführung den geforderten Ansprüchen genügt und jedes einzelne Prisma in seinem Halter gut justiert ist. Ferner wurde die Lage der Spektrallinien nach dem Auswechseln der Prismen und Drehung um den Winkel Δ miteinander verglichen und keine

Lagenänderung gefunden. Damit war die Arbeitsmöglichkeit erwiesen, die auch noch durch Benzolmessungen im Ultraroten bestätigt wurde, die hintereinander ohne jegliche Justierung mit den drei Prismen ausgeführt wurden.

Um die Auflösung der Apparatur zu erhöhen, wurde das bisher verwendete Drehspulgalvanometer von Hartmann & Braun ($1,9 \cdot 10^{-8}$ Amp.) durch ein Zernicke-Galvanometer der Firma Kipp & Zonen ersetzt ($2,8 \cdot 10^{-9}$ Amp.). Bei der dadurch verbesserten Auflösung beträgt die Spaltbreite oberhalb 1μ durchschnittlich nur 0,05 mm, was einem Spektralbereich von etwa 60 \AA auf dem Austrittsspalt entspricht. Bei Messungen mit der vorher vorhandenen Anordnung betrug dieser Bereich nie weniger als 200 \AA . Als Strahlungsquelle wurde ein Nernststift und als Empfänger ein Thermoelement nach Voege oder eine Mollsche Thermosäule benutzt.

Für die Messungen im ultraroten Spektralbereich wurde ein Glasprisma verwendet, dessen Dispersionskurve mit Hilfe der von Buss¹⁾ angegebenen Absorptionsbanden des Benzols und Wassers aufgenommen wurde. Zur Prüfung dieser Kurve wurden die Absorptionsbanden des Äthylalkohols gemessen.

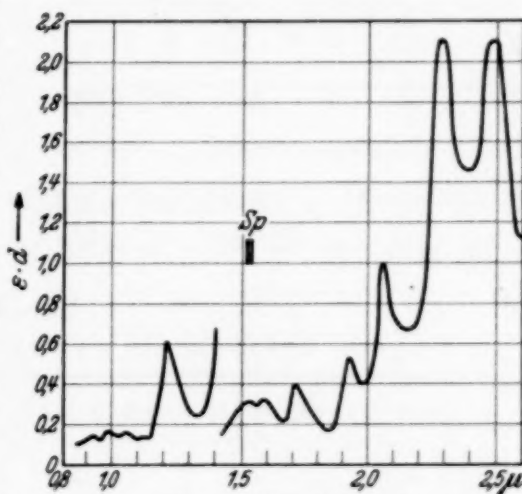


Fig. 2. Äthylalkohol.

Tabelle 1.

Banden des Äthylalkohols, λ in μ .

Nach Stansfeld ²⁾	Nach Buss ¹⁾	Nach Sappenfield ³⁾	Nach Schiller (Fig. 2)
	1,21	1,190	1,190
	1,52	1,530	1,530
1,576}	1,58	1,577	1,580
1,622}	1,73	1,711	1,715
1,775	1,95	1,948	1,950
2,118	2,10	2,087	2,087
2,34	2,32	2,336	2,305
2,510			2,490

¹⁾ G. Buss, l. c. — ²⁾ Bl. Stansfeld, ZS. f. Phys. **74**, 466, 1932. —

³⁾ J. W. Sappenfield, Phys. Rev. **33**, 37, 1929.

Die von mir gefundenen Werte stimmen gut mit den von Buss und Sappenfield angegebenen überein. Die Stansfeldschen Angaben scheinen, wie auch andere Kontrollmessungen ergaben, nicht fehlerfrei zu sein. Der Äthylalkohol wurde in Schichtdicken von 10 und 1 mm gemessen.

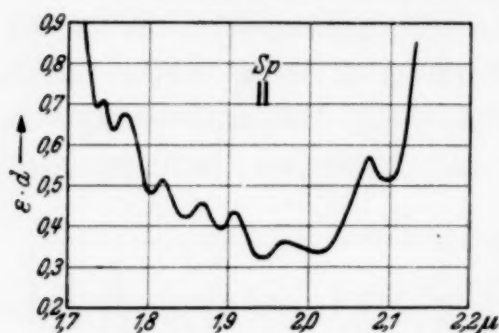


Fig. 3. Benzol.

Die Spaltbreite Sp betrug bis auf die Messung der letzten Bande 0,05 mm.

Die verbesserte Auflösung der Apparatur konnte durch einige Messungen nachgewiesen werden. In stärkeren Schichtdicken als üblich wurden die Bereiche von Benzol und Wasser gemessen, deren Bandenlage noch ungenau bestimmt war. Fig. 3 gibt den Bereich von 1,7 bis 2,1 μ für Benzol wieder, das — in Schichtdicken von 20 und 10 mm gemessen — sechs Banden in diesem Gebiet aufweist.

Tabelle 2.

Banden des Benzols zwischen 1,7 und 2,1 μ ; $d = 10$ mm.

Nach Daugherty ¹⁾	Nach Ellis ²⁾	Nach Buss (l. c.)	Nach Schiller
1,72	1,73	1,74	1,74
1,78	1,79	1,80	1,77
			1,81
	1,85		1,865
1,88	1,90	1,89	1,91
		1,97	1,975
		2,06	2,07

Die von Ellis bei 1,79 μ angegebene Bande konnte zerlegt werden in eine Bande bei 1,77 und eine bei 1,81 μ , ebenso die von Buss bei 1,89 μ angegebene in zwei Banden bei 1,865 und 1,91 μ . Die drei Banden bei 1,74, 1,975 und 2,07 μ zeigen Übereinstimmung mit den von Buss lokalisierten Banden. Sehr gut konnten die beiden zwischen 2,2 und 2,4 μ gelegenen Banden nachgewiesen werden, die auch von Daugherty und Buss erwähnt werden. Außerdem war die von Buss bei 2,54 μ angegebene Bande einwandfrei nachweisbar, die später auch von Grassman und Weiler³⁾ im Raman-Spektrum gefunden wurde.

Wasser wurde in einer Schichtdicke von 20 mm bei 0,05 mm Spaltöffnung im Bereich zwischen 1,46 und 1,95 μ gemessen und die von Ellis⁴⁾

¹⁾ J. F. Daugherty, Phys. Rev. **34**, 1549, 1929. — ²⁾ J. W. Ellis, ebenda **23**, 48—62, 1924. — ³⁾ P. Grassman, J. Weiler, ZS. f. Phys. **86**, 321, 1933. — ⁴⁾ J. W. Ellis, Phys. Rev. **38**, 1, 582, 1931.

gefundenen Banden bei 1,74 und 1,79 μ an der gleichen Stelle lokalisiert. Ellis gibt in der erwähnten Arbeit noch eine Bande bei 2,79 μ an. Ich konnte eine Bande in diesem Gebiet ebenfalls bestätigen. Da die Dispersionskurve eindeutig nur bis 2,54 festgelegt war, mußte allerdings extrapoliert werden. Danach liegt diese Bande bei etwa 2,7 μ .

λ in μ .

Buss	2,28	2,39	2,54
Daugherty	2,29	2,37	
Schiller	2,28	2,39	2,54

2. Absorptionsmessungen.

a) *Absorption des Lösungsmittels (Essigsäure)*. Alle untersuchten Farbstoffe wurden bis auf die beiden Infrarotsensibilisatoren in Essigsäure gelöst. Da die Essigsäure unterhalb 3 μ bisher nur von Stansfeld¹⁾ untersucht worden war, wurde eine Bestimmung der Absorptionsbanden dieses Lösungsmittels noch vorgenommen. Fig. 4 gibt die Banden wieder für 10, 1 und 0,1 mm Schichtdicke. *Sp* gibt die Spaltbreite wieder. Zwei schwache Banden, die die verkleinerte Zeichnung nicht mehr zeigt, sind in der Bandentafel eingeklammert.

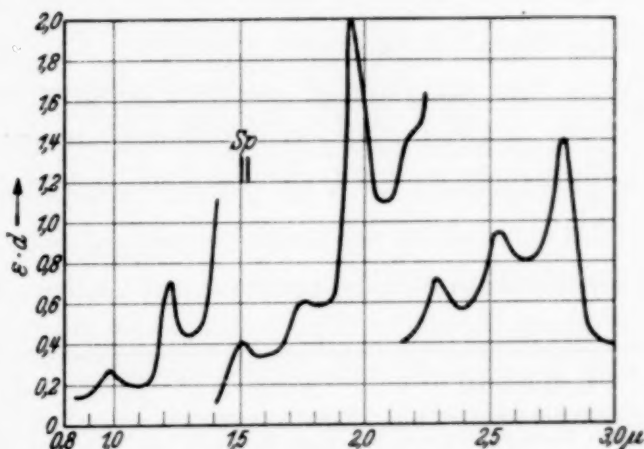


Fig. 4. Essigsäure.

Das Bandenbild der Essigsäure ist charakterisiert durch die C=O-Banden bei 0,98, 1,168, 1,45, 1,93 und 2,15 μ . Die Grundbande dieser Oberschwingungen liegt nach Ellis²⁾ bei 5,8 bis 6,0 μ . Er gibt die Oberschwingungen bei 1,9 bis 2,0, 1,45, 1,16 und 0,97 an, die also die oben angegebenen Banden eindeutig als C=O-Schwingungen ausweisen. Die Bande bei 2,15 kann — ebenfalls nach Ellis — eine Kombinationsbande zweier C=O-Schwingungen bei 2,90 und 8,30 μ sein. Die OH-Schwingungen der Karboxylgruppen treten sehr schwach auf. Ein völliges Fehlen, wie es Sappenfield³⁾ annimmt, scheint sich jedoch nicht zu bestätigen, denn aus dem Kurvenverlauf der Ameisensäure bei Roth⁴⁾ ist ebenfalls eine

¹⁾ Bl. Stansfeld, l. c. — ²⁾ J. W. Ellis, Journ. Amer. Chem. Soc. **51**, 1384, 1929. — ³⁾ J. W. Sappenfield, l. c. — ⁴⁾ A. Roth, ZS. f. Phys. **87**, 192, 1933.

Tabelle 3.
Banden der Essigsäure (λ in μ).

Nach Stansfeld ¹⁾	Nach Schiller	Nach Stansfeld ¹⁾	Nach Schiller
	0,98	1,94	1,93
	(1,02)		2,15
1,19	1,168	2,282	2,255
1,46	1,45		2,49
	(1,55)		etwa 2,73
	1,73		

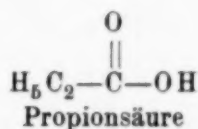
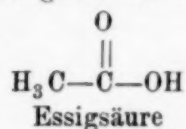
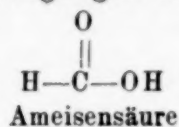
schwache Bande bei 1,55 μ zu erkennen, die bei Alkoholen stets gefunden wurde. Ausgeprägt sind die CH-Banden 1,73, 2,26 und 2,49 μ vorhanden. Die erstere Bande wird in der Literatur zwischen 1,70 und 1,73 μ angegeben und die zweite allgemein bei 2,30 μ angesetzt. Der Grund für die Verlagerung dieser Bande nach 2,26 μ ist noch nicht zu erkennen. Die Bande 2,49 μ kann nach Roth der CH-Schwingung zugeschrieben werden. Die Banden der Essigsäure lassen sich bis auf die Absorption bei 2,7 μ eindeutig bestimmten Schwingungen zuordnen. In Tabelle 4 werden drei Karboxylsäuren und ein primärer Alkohol miteinander verglichen. Man entnimmt diesem Vergleich, daß bei der Essigsäure die C=O-Schwingung bei 1,45 μ im Gegensatz zu den beiden anderen Säuren vorhanden ist, jedoch die vor-

Tabelle 4.
Bandenvergleich dreier Karboxylsäuren mit einem primären Alkohol (λ in μ).

C ₂ H ₅ COOH Propionsäure, nach Eichmann ¹⁾	HCOOH Ameisensäure, nach Roth ²⁾	CH ₃ COOH Essigsäure, nach Schiller	CH ₃ OH Methylalkohol, nach Sappenfield ³⁾
	0,98	0,98	0,91
	1,02	(1,02)	1,03
1,17	1,15	1,168	1,19
1,40		1,45	
		(1,55)	1,575
1,73	1,71	1,73	1,707
	1,74		
	1,82		
	1,93	1,93	
1,98	1,96		
2,18	2,15	2,15	2,068
2,30	2,30	2,26	2,305
2,38	2,42		
2,48	2,45	2,49	
	2,53		

¹⁾ O. Eichmann, ZS. f. Phys. **82**, 461, 1933. — ²⁾ A. Roth, l. c. —
³⁾ J. W. Sappenfield, l. c.

kommenden CH-Bindungen noch nicht ausreichen, um sich wie bei der Propionsäure (fünf CH-Bindungen) durchzusetzen. Das Auftreten der C=O-Bande bei $1,45 \mu$, sowie die bei einem Vergleich mit den Rothschen Kurven festgestellte größere Intensität der drei übrigen C=O-Banden bei $0,98$, $1,168$ und $1,93 \mu$, können vielleicht dadurch erklärt werden, daß in der Essigsäure durch die Methylgruppe das Gleichgewicht innerhalb des Moleküls zur OH-Gruppe annähernd hergestellt wird und dadurch die CO-Schwingungen an Intensität gewinnen:



In der Propionsäure ist das Gleichgewicht wieder erheblich gestört und ebenfalls eine geringere Intensität der CO-Schwingungen als in der Essigsäure von Eichmann gefunden worden. Es handelt sich bei dieser Betrachtung um eine Arbeitshypothese, die nicht näher an analogen Substanzen geprüft werden konnte.

b) *Daten und Meßergebnisse von 20 organischen Farbstoffen.* Bei den Farbstoffmessungen im Rot und nahem Ultrarot mußte wegen der geringen Energie des Nernst-Stiftes in diesem Gebiet mit Spaltöffnungen bis zu $0,4 \text{ mm}$ gemessen werden. Im Gebiet von $0,6$ bis $0,75 \mu$ betrug die Spaltbreite $0,04 \text{ mm}$ oder 100 bis 230 \AA auf dem Spalt, im Gebiet von $0,75$ bis $0,90 \mu$ $0,2 \text{ mm}$ bzw. 115 bis 180 \AA ; bei wichtigen Messungen um $0,75 \mu$ $0,03 \text{ mm}$ oder etwa 140 \AA . Allgemein war der Abstand der Meßpunkte so, daß zwei Messungen auf eine Spaltbreite entfielen, im Gebiet der Hauptabsorption jedoch vier. Jede Meßreihe wurde mindestens dreimal wiederholt und der Bandenkopf wenn möglich mit kleinerem Spalt besonders gemessen. Die Konzentration wurde so gewählt, daß bei Schichtdicken von 3 und 5 mm die Absorption etwa 90% betrug, weil bei solch konzentrierten Lösungen die Lage der Banden sich eindeutiger feststellen läßt. Gemessen wurde stets I_0 = Lösungsmittel gegen I_1 = Farblösung. Die unterhalb $0,90 \mu$ aus dem energiereichen Bereich des Spektrums besonders stark auftretende Streustrahlung würde jede Messung gegen reine Energie völlig fälschen. Da, wie festgestellt wurde, die Streustrahlung dem Gebiet oberhalb $1,4$ angehörte, in dem die Lösungsmittel Essigsäure und Äthylalkohol stark absorbieren, konnte sie bei Messung gegen Lösungsmittel nicht stören.

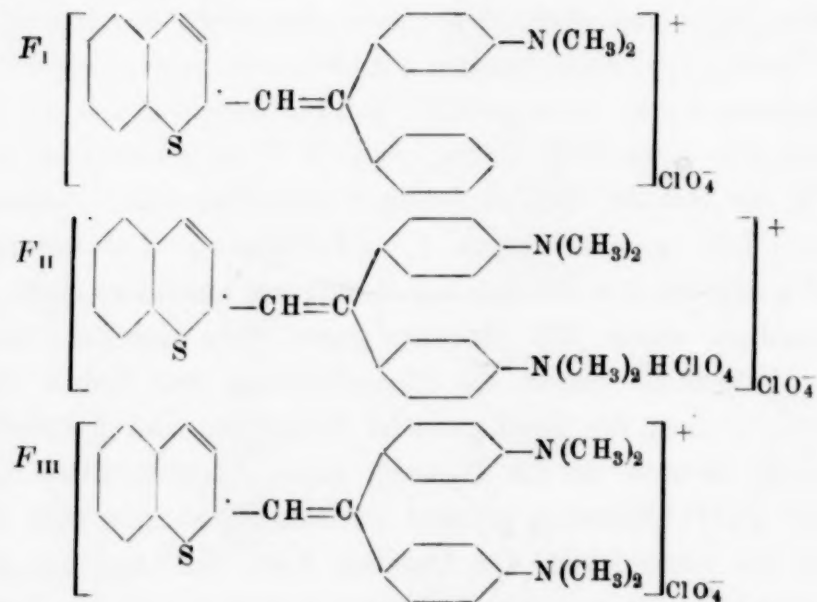
Über die Fehlergrenze bei den Farbstoffmessungen wäre noch zu bemerken: Die Genauigkeit der Angaben über die Lage des Absorptionsmaximums hängt ab von der Dispersionskurve und der Bandenbreite. Die Dispersionskurve bis $0,98 \mu$ hängt aber von der Fehlergrenze des Um-

rechnungsfaktors für Trommelteil in Winkelsekunden ab, die am größten ist für das Gebiet von 0,70 bis 0,84 μ . Der Fehler beträgt $\pm 20 \text{ \AA}$. Der zweite Fehler ist von Farbstoff zu Farbstoff verschieden und wird jeweils angegeben. Zu jeder Messung wurde die Benzolbande 1,14 μ als Bezugsnormale festgelegt. Die Lage dieser Bande auf der Meßtrommel war fast konstant.

Die untersuchten Farbstoffe stammen mit Ausnahme der beiden Infrarotsensibilisatoren aus dem Privatlaboratorium Prof. Wizinger, Bonn¹⁾. Die Farbstoffe wurden bei den Messungen laufend durchnummeriert und diese Bezeichnungsweise (*F* mit römischer Ziffer) aus Gründen der Übersichtlichkeit in dieser Niederschrift beibehalten. Nach strukturellen Gesichtspunkten werden jeweils einige Farbstoffe in Gruppen zusammengefaßt. Lediglich der Farbstoff *F*_{XVIII} ist ohne Zusammenhang mit einem der übrigen Farbstoffe.

In den folgenden Abbildungen ist als Ordinate $\alpha \cdot d$ gewählt worden. Da bei den untersuchten Farbstoffen weder das Beersche noch das Lambert'sche Gesetz erfüllt war, erschien es nicht sinnvoll, die sonst übliche Bezeichnung $\epsilon \cdot c \cdot d$ zu wählen (ϵ = Molarextinktion und c die Molar-konzentration). In den folgenden Tabellen bezeichnet: *M* die Lage des Absorptionsmaximums; *K* die Konzentration, 1 g Farbstoff in *K* cm³ Lösungsmittel, die eingeklammerten Werte geben die Molarkonzentration an; *d* die Schichtdicke in cm.

In der ersten Gruppe sind zunächst Farbsalze folgender Konstitution zusammengestellt worden:



¹⁾ R. Wizinger, Organische Farbstoffe, Bonn 1933.

Tabelle 5, dazu Fig. 5.

Farbstoff	M in $m\mu$	K	d
F_I	832 ± 2	1 : 1000 ($2,21 \cdot 10^{-3}$)	0,3
F_{II}	793 ± 2	1 : 1000 ($2,00 \cdot 10^{-3}$)	0,5
F_{III}	774 ± 2	1 : 500 ($2,27 \cdot 10^{-3}$)	0,1

Die Farbsalze F_{II} und F_{III} sind identisch, im gelösten Zustande ist die HClO_4 -Gruppe in F_{III} durch Zusatz von Natriumacetat neutralisiert worden und daher nur die Dimethylaminogruppe wirksam. Diese Gruppe bewirkt eine hypsochrome Verschiebung (Verlagerung des Maximums zu kürzeren Wellenlängen), die beim Übergang von F_I zu F_{II} nicht so stark ist, da die HClO_4 -Gruppe die Absorption noch beeinflusst. Da in erster Linie auf exakte Bestimmung des Absorptionsmaximums Wert gelegt wurde, sind Intensitätsvergleiche durch verschiedene Schichtdicken erschwert. Denn, wie schon oben erwähnt, ist bei diesen Farbsalzen eine Umrechnung von $\alpha \cdot d$ auf eine Schichtdicke nicht erlaubt und daher sind eindeutige Intensitätsvergleiche nicht immer möglich, wie z. B. in dieser Gruppe.

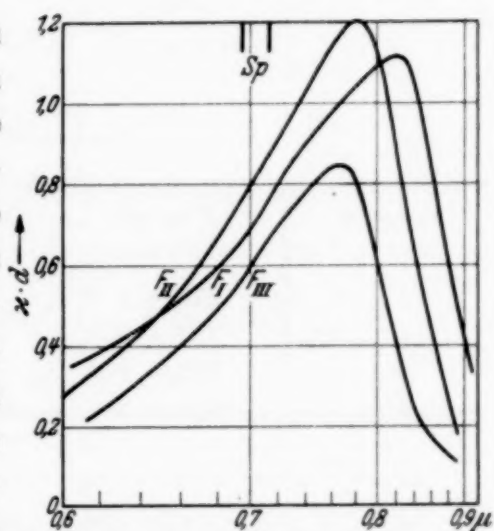
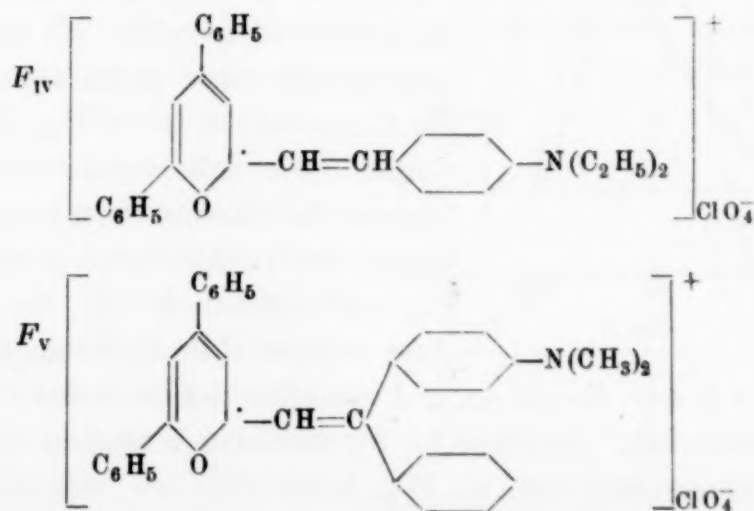


Fig. 5.

Weiterhin können vier Farbstoffe zusammen betrachtet werden, deren Konstitution im einzelnen ist:



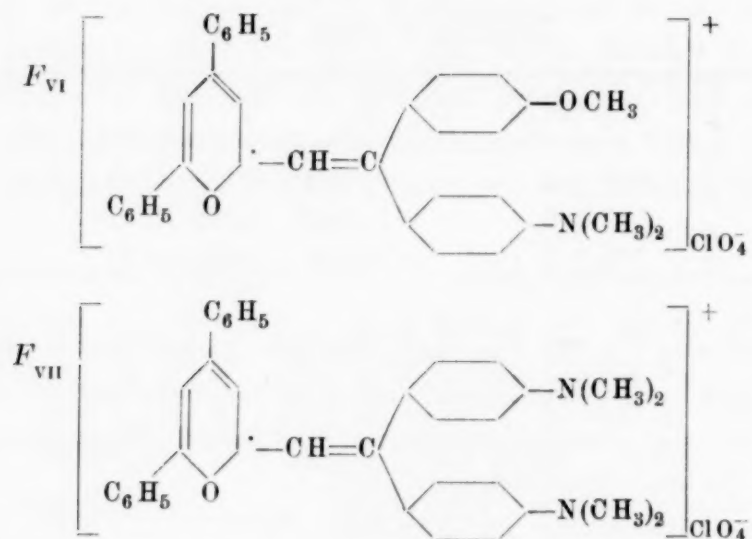


Tabelle 6, dazu Fig. 6.

Farbstoff	M in $m\mu$	K	d
F_{IV}	773 ± 2	1 : 2000 ($9,88 \cdot 10^{-4}$)	0,5
F_V	727 ± 3	1 : 4000 ($4,51 \cdot 10^{-4}$)	0,3
F_{VI}	737 ± 3	1 : 2000 ($8,60 \cdot 10^{-4}$)	0,3
F_{VII}	736 ± 3	1 : 2000 ($8,36 \cdot 10^{-4}$)	0,3

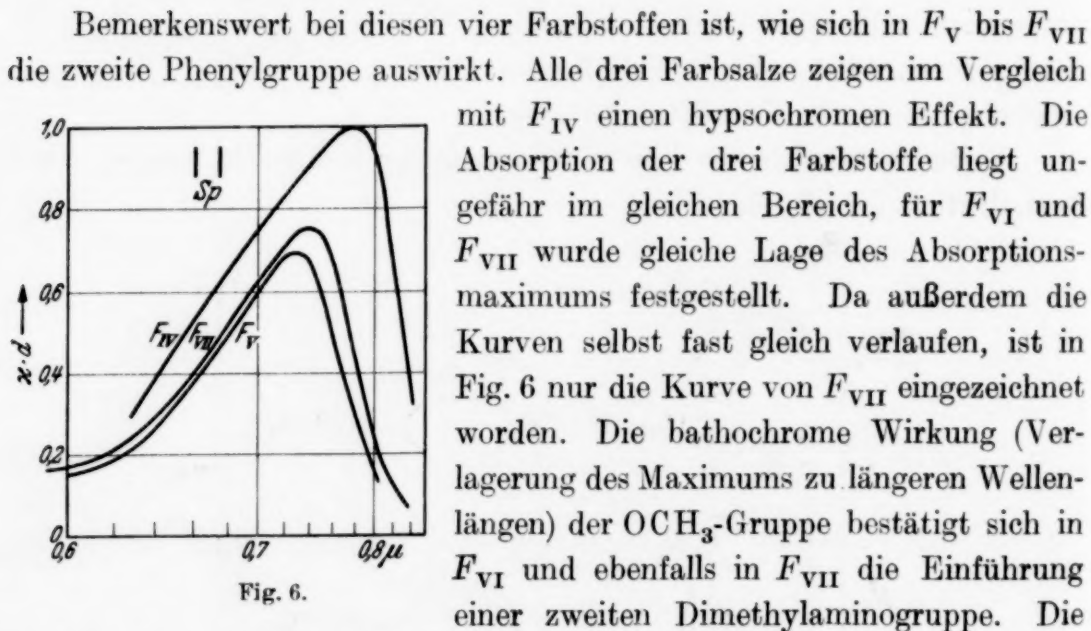


Fig. 6.

Bemerkenswert bei diesen vier Farbstoffen ist, wie sich in F_V bis F_{VII} die zweite Phenylgruppe auswirkt. Alle drei Farbsalze zeigen im Vergleich mit F_{IV} einen hypsochromen Effekt. Die Absorption der drei Farbstoffe liegt ungefähr im gleichen Bereich, für F_{VI} und F_{VII} wurde gleiche Lage des Absorptionsmaximums festgestellt. Da außerdem die Kurven selbst fast gleich verlaufen, ist in Fig. 6 nur die Kurve von F_{VII} eingezeichnet worden. Die bathochrome Wirkung (Verlagerung des Maximums zu längeren Wellenlängen) der OCH_3 -Gruppe bestätigt sich in F_{VI} und ebenfalls in F_{VII} die Einführung einer zweiten Dimethylaminogruppe. Die Wirkung ist jeweils die gleiche und es ergibt sich auch für F_{VI} und F_{VII} dieselbe Intensität. Dagegen ist F_V zweifellos intensiver als die beiden letzten Farbsalze und auch als F_{IV} .

Bei der nun darzustellenden Reihe handelt es sich um drei Farbstoffe, deren Konstitution mit F_{IV} und F_{VII} gewisse Übereinstimmung zeigen:

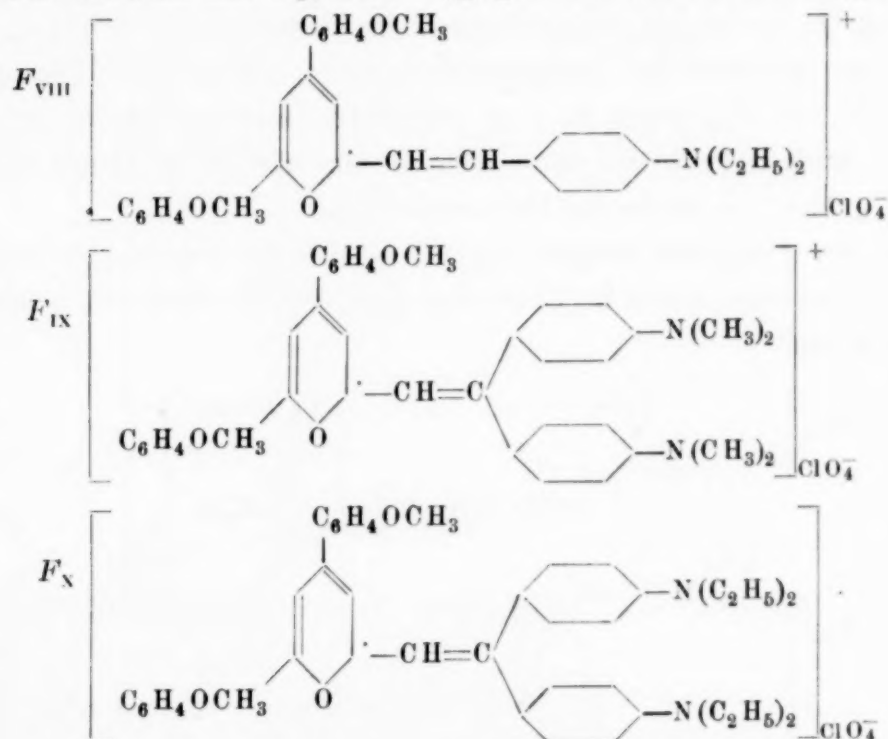


Tabelle 7, dazu Fig. 7.

Farbstoff	M in $m\mu$	K	d
F_{VIII}	721 ± 3	1 : 2000 ($8,83 \cdot 10^{-4}$)	0,3
F_{IX}	743 ± 3	1 : 2000 ($7,61 \cdot 10^{-4}$)	0,3
F_X	772 ± 3	1 : 2000 ($7,02 \cdot 10^{-4}$)	0,5

Die Lage der Absorptionsmaxima dieser drei Farbsalze zeigen, wie schwierig es ist, über die wahrscheinliche Verschiebung auf Grund analoger Konstitution eine Aussage zu machen. Denn F_{IX} und F_X haben ihr Absorptionsmaximum weiter im langweiligen Gebiet als F_{VIII} , obwohl im Prinzip in der rechten Molekülhälfte die gleiche Veränderung vorgenommen wurde, wie in der vorhergehenden Gruppe. Diese Veränderung ist demnach auf die Methoxylgruppen zurückzuführen, die in der linken Molekülhälfte eingeführt worden sind und dort den elektropositiven Charakter des ionisierten

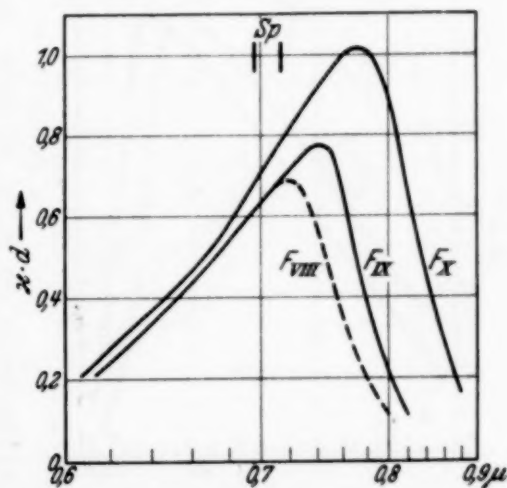


Fig. 7.

C-Atome verstärken. Die in den beiden letzten Gruppen (Tabelle 6 und 7) eingeführten Auxochrome zeigen zum Teil eine völlig entgegengesetzte Wirkung. In der letzten Gruppe ist mit der bathochromen Wirkung gleichzeitig eine auxochrome (farbintensivierende) verbunden. Die größere Intensität von F_{IX} gegen F_{VII} ist zweifelsfrei aus den Daten für K und $\kappa \cdot d$ zu ersehen, während eine weitere auxochrome Wirkung von F_{IX} nach F_X nicht so eindeutig festzustellen ist.

Bei der folgenden Gruppe handelt es sich um Farbstoffe, deren Absorptionsmaximum schon im Ultraroten liegt und die daher von besonderem Interesse sind.

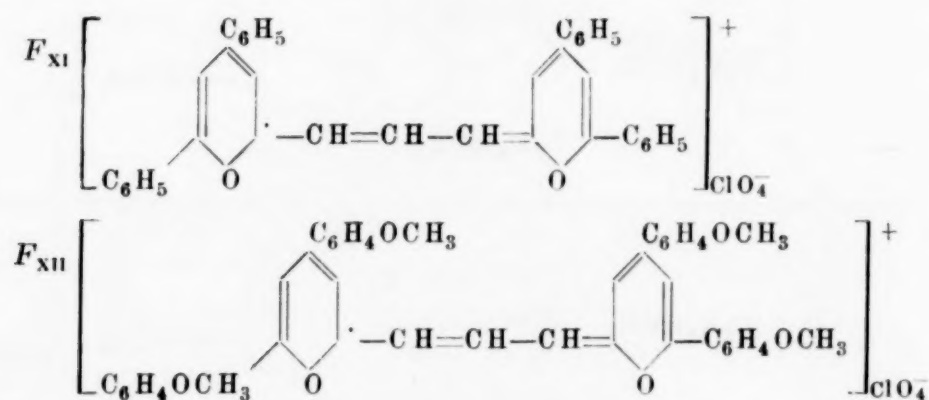


Tabelle 8, dazu Fig. 8.

Farbstoff	M in $m\mu$	K	d
F_{XI}	812 ± 2	1 : 4000 ($4,15 \cdot 10^{-4}$)	0,5
F_{XII}	845 ± 2	1 : 3000 ($4,61 \cdot 10^{-4}$)	0,3

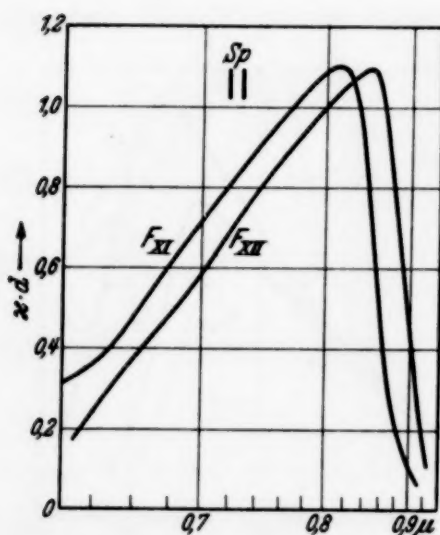


Fig. 8.

Diese beiden Farbstoffe zeichnen sich durch eine symmetrische Konstitution aus und vor allen Dingen durch drei Methenylgruppen. Bei der gewählten Konzentration zeigen sie eine starke Absorption, wie überhaupt bei den untersuchten Farbstoffen im allgemeinen die Intensität zunimmt, je mehr die Absorption ins langwellige Gebiet wandert. Demnach ist F_{XII} auch intensiver als F_{XI} . Die in F_{XII} eingeführten Methoxylgruppen zeigen sowohl bathochrome als auch auxochrome Wirkung.

Eine völlig andere Konstitution als die bisher betrachteten Farbsalze zeigen die Farbstoffe:

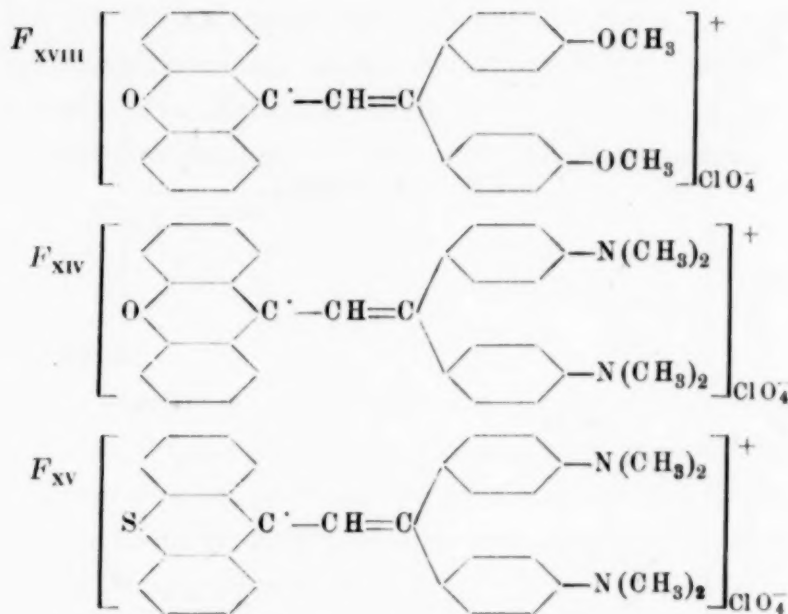


Tabelle 9, dazu Fig. 9.

Farbstoff	M in $m\mu$	K	d
F_{XIII}	683 ± 3	1 : 500 ($3,86 \cdot 10^{-3}$)	0,3
F_{XIV}	743 ± 2	1 : 2000 ($9,18 \cdot 10^{-4}$)	0,3
F_{XV}	714 ± 2	1 : 2000 ($8,91 \cdot 10^{-4}$)	0,3

F_{XIII} wurde am häufigsten gemessen, da er der am weitesten im Sichtbaren absorbierende Farbstoff ist und daher die Messung mit dieser Apparatur Schwierigkeit machte. Es handelt sich um den Farbstoff geringster Intensität. Eine hohe bathochrome Wirkung zeigt hier die Ersetzung der Methoxylgruppen (F_{XIII}) durch die Dimethylaminogruppen (F_{XIV}). Ebenfalls wird die Absorption um ein Mehrfaches gesteigert. Da es sich in F_{XIV} und F_{XV} nicht um einen O- bzw. S-Chromophor handelt, sondern um einen einfachen O- bzw. S-Schluß, kann über diese Änderung nichts vorhergesagt werden. Es zeigt sich, daß hier der Farbstoff mit dem S-Schluß höherfarbig ist als F_{XIV} und auch nicht so intensiv wie dieser.

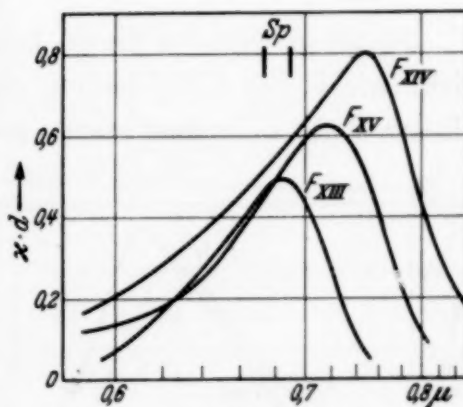


Fig. 9.

In der folgenden Gruppe werden wieder zwei symmetrische Farbsalze mit drei Methenylgruppen dargestellt:

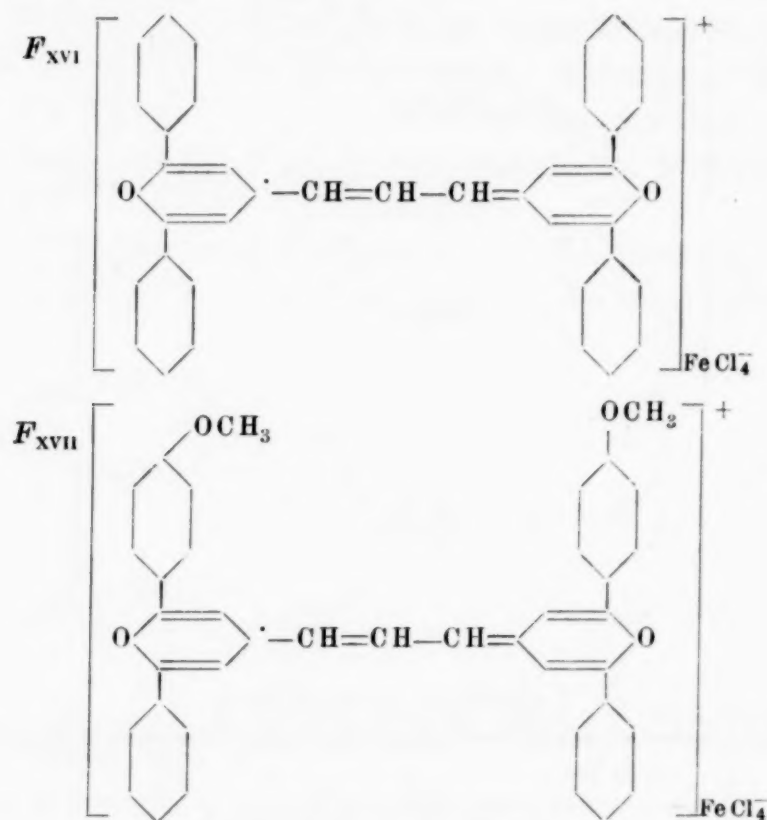


Tabelle 10, dazu Fig. 10.

Farbstoff	M in $m\mu$	K	d
F_{XVI}	705 ± 2	1 : 1000 ($1,43 \cdot 10^{-3}$)	1
F_{XVII}	723 ± 2	1 : 1000 ($1,29 \cdot 10^{-3}$)	0,3

Bestätigt wird bei diesen beiden Farbstoffen, die als Anion FeCl_4^- und nicht wie bisher ClO_4^- haben, eine häufig bemerkte bathochrome und in diesem Falle besonders starke auxochrome Wirkung der Methoxylgruppe.

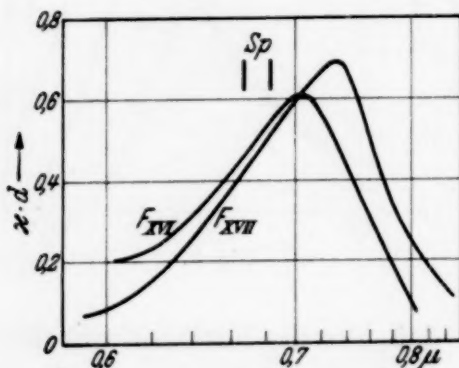


Fig. 10.

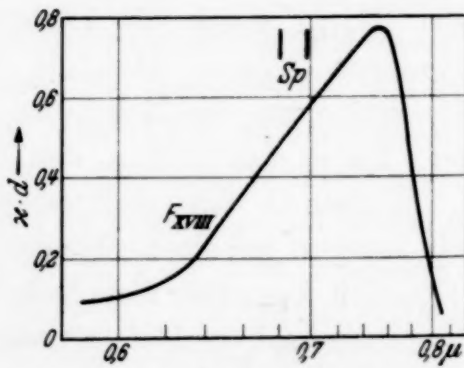
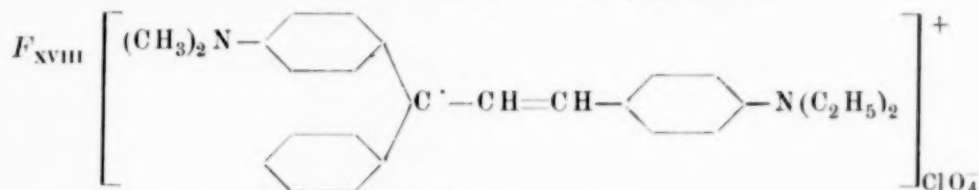


Fig. 11.

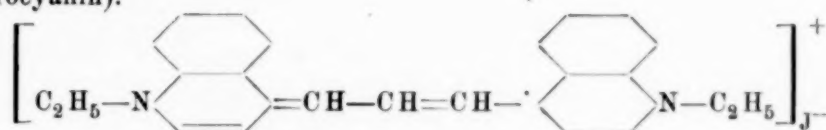
Wahrscheinlich ist die Stellung der Phenylgruppen zum Hauptring mitentscheidend für die Lage der Absorptionsmaxima.

Der in Fig. 11 dargestellte Farbstoff, dessen Strukturformel keine direkten Vergleiche mit einem der dargestellten zuläßt, absorbiert bei $752 \pm 2 \text{ m}\mu$. Der Farbstoff wurde in einer Schichtdicke von 0,3 cm bei einer Konzentration von 1 : 2000 ($1,03 \cdot 10^{-3}$) gemessen:



Zuletzt wurden noch die beiden in der Ultrarotphotographie als Sensibilisatoren benutzten Farbstoffe Rubrocyenin und Alloocyenin (beide von der Agfa) untersucht. Die beiden Farbsalze sind nach Dieterle¹⁾ identisch mit den Farbsalzen Kryptocyenin und Neocyenin, deren Konstitution von Hamer²⁾ angegeben wird.

F_{XIX} (Rubrocyenin).



F_{XX} (Alloocyenin).

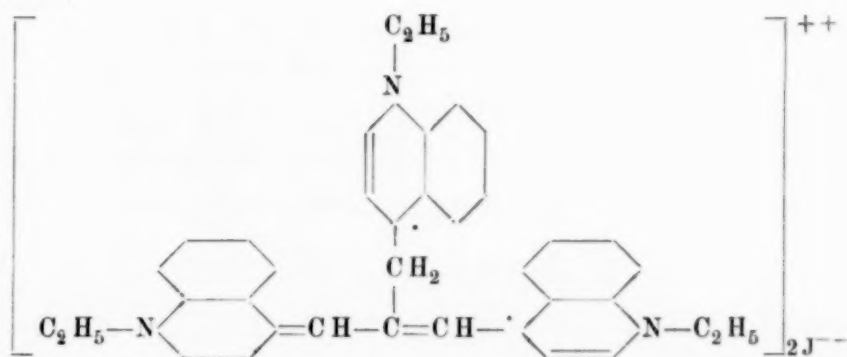


Tabelle 11, dazu Fig. 12.

Farbstoff	M in $\text{m}\mu$	K	d
F_{XIX}	758 ± 2	1 : 1000 ($2,08 \cdot 10^{-3}$)	0,5
F_{XX}	809 ± 2	1 : 2000 ($6,35 \cdot 10^{-4}$)	0,5

Die Verlagerung der Absorption bei diesen Farbstoffen erreicht nicht den gleichen Betrag wie der Verlagerung des Sensibilisierungsmaximums.

¹⁾ W. Dieterle, Phot. Korresp. **66**, 309, 1930. — ²⁾ F. M. Hamer, Journ. Chem. Soc. **1**, 1472, 1928.

Adams und Haller¹⁾ geben die Lage dieses Maximums für Kryptocyanin bei 740 m μ an, Dundon-Schoen-Briggs²⁾ für Neocyanin bei etwa 830 m μ . Das Sensibilisierungsmaximum wandert um rund 1000 Å und das Absorptionsmaximum nur um etwa 500 Å. Für die Sensibilisatoren des sichtbaren Gebietes gilt ja ebenfalls, daß Absorptions- und Sensibilisierungsmaximum nicht zusammenfallen müssen. Die Intensität von Allocyanin ist erheblich größer als die von Rubrocyanin, die Sensibilisierungskraft jedoch nicht so stark wie die des Rubrocyanins³⁾.

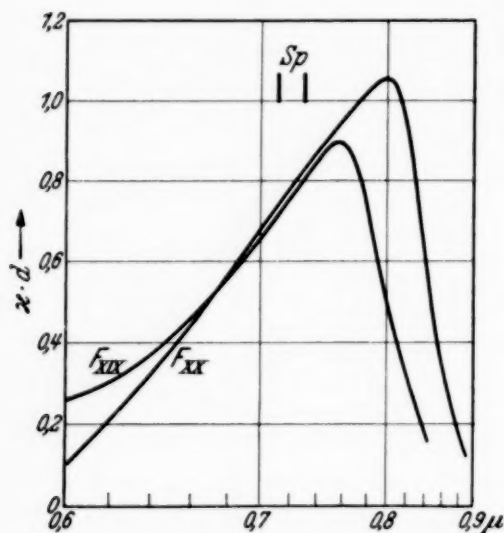


Fig. 12.

Von diesen beiden Sensibilisatoren wurde bisher nur die Absorption des Kryptocyanins von Mills und Odams⁴⁾ gemessen. Sie lösten F_{XIX} ebenfalls in Alkohol und benutzten ein Nutting-Spektrophotometer (nach Hilger), haben also okular beobachtet. Die Konzentration war $1 \cdot 10^{-6}$ m. Sie geben die Lage des Maximums bei 711 m μ an. Da die Augenempfindlichkeit bei 710 m μ bereits nur noch 0,2% der maximalen Empfindlichkeit beträgt, haben Mills und Odams unter ungünstigeren Bedingungen gemessen. Außerdem war die Konzentration schwächer. Der in der vorliegenden Arbeit angegebene Wert von 758 m μ ließ sich gut lokalisieren und konnte durch Kontrollmessungen mit der gleichen Lösung nach einem Monat bestätigt werden.

3. Absorption und Bandenbreite.

Der Kurvenverlauf der dargestellten Farbstoffe zeigt auf den ersten Blick stets das gleiche Bild; charakteristische Merkmale, etwa Nebenmaxima, fehlen völlig. Die Einführung der verschiedenen Auxochrome bewirkt lediglich eine Verlagerung des Absorptionsmaximums. Allerdings ist damit eine gewisse Veränderung des Kurvenbildes verbunden, wie in diesem Abschnitt gezeigt werden soll.

Die Absorptionskurven der Farbsalze F_{XII} und F_{XIII} (Fig. 8 und 9), deren Absorptionsmaxima bei 845 bzw. 683 m μ liegen, zeigen zum Beispiel

¹⁾ E. Q. Adams u. H. L. Haller, Journ. Amer. Chem. Soc. **42**, 2661, 1920. — ²⁾ M. L. Dundon, A. L. Schoen, R. M. Briggs, Journ. Opt. Soc. Amer. **12**, 397, 1926. — ³⁾ Handb. d. Photogr. **3**, 3, 63, Halle 1932. — ⁴⁾ W. H. Mills u. R. Ch. Odams, Journ. Chem. Soc. **125**, 1924 (II), 1913.

ein verschiedenes Bandenbild, gekennzeichnet durch die Unsymmetrie bei F_{XII} , d. h. durch den starken Abfall der Kurve auf der langwelligen Seite. Es lag nahe, die übrigen Farbstoffkurven auf ihre Abhängigkeit von der Lage des Absorptionsmaximums hin zu untersuchen. Dazu wurde folgender Weg gewählt: Eine Parallele zur Abszisse schneidet die Absorptionskurve im Abstand $\varkappa \cdot d/2$ in den Punkten K und L und die Ordinate des Maximums im Punkte M (Fig. 13). Als Bandenquotient B sei dann das Verhältnis a/b definiert. Dabei werden die Strecken a und b nicht in Wellenlängeneinheiten, sondern in Wellenzahlen ν gemessen. Für jede Absorptionskurve wird so der Bandenquotient bestimmt. Einen Überblick über die gewonnenen Ergebnisse bringt Tabelle 12.

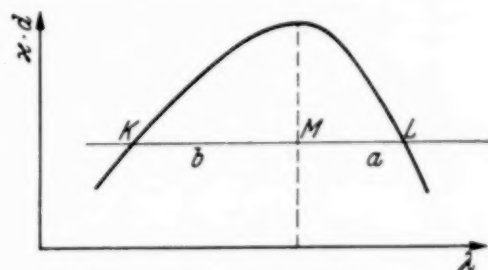


Fig. 13.

Tabelle 12.

Farbstoff	M in $m\mu$	B	Farbstoff	M in $m\mu$	B
F_{XIII}	683	0,79	F_{XVIII}	752	0,35
F_{XVI}	705	0,62	F_{XIX}	758	0,37
F_{XV}	714	0,65	F_X	772	0,37
F_{VIII}	721	0,47	F_{IV}	773	0,32
F_{XVII}	723	0,53	F_{III}	774	0,36
F_V	727	0,53	F_{II}	793	0,33
F_{VII}	736	0,43	F_{XX}	809	0,24
F_{VI}	737	0,45	F_{XI}	812	0,25
F_{XIV}	743	0,47	F_I	832	0,22
F_{IX}	743	0,37	F_{XII}	845	0,18

In vorstehender Tabelle sind die Farbstoffe in der Reihenfolge der Absorptionsmaxima geordnet, sie umfassen also den Bereich von 683 bis 845 $m\mu$. Der Bandenquotient B nimmt offensichtlich ab mit zunehmender Verlagerung des Maximums nach langen Wellen. Die Abweichungen liegen innerhalb der Fehlergrenze. Denn die Fehlergrenze für B ist von drei Bestimmungen abhängig: Der Lage des Absorptionsmaximums und den beiden Schnittpunkten der Kurve mit der Halbwertsabszisse. Die Fehlergrenze ist relativ groß und beträgt im Mittel $\pm 10\%$. In Fig. 14 sind die Werte von B der untersuchten Farbsalze nach Lage der Absorptionsmaxima in ν eingetragen. Sämtliche Farbsalze passen sich einer Kurve an und bestätigen damit die oben gemachte Aussage.

Daß diese Abhängigkeit bisher noch nicht ausgesprochen wurde, ist wohl darauf zurückzuführen, daß unter 700 m μ der Bandenquotient gegen 1 strebt. Bei der großen Fehlergrenze kann daher der Bandenquotient in diesem Gebiet kaum einwandfrei nachgewiesen werden. In einer Arbeit über

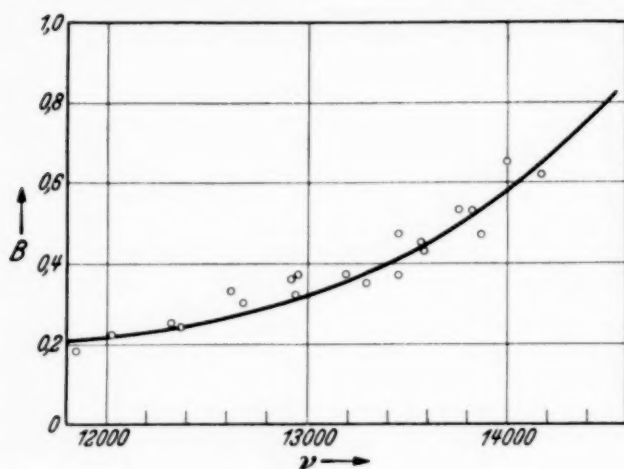


Fig. 14.

die Farbenzentren der Alkalihalogenidkristalle kommt Mollwo¹⁾ zu dem Ergebnis, daß die Absorptionskurven in Richtung kleiner Frequenzen steiler abfallen als in Richtung größerer und untersucht die Abhängigkeit der Halbwertsbreite von der Lage des Absorptionsmaximums. Eine gewisse Übereinstimmung mit dem oben einge-

föhrten Bandenquotient ist vorhanden und darum bemerkenswert, weil die Träger der Absorption in beiden Fällen völlig verschieden sind.

Für freundliche Förderung dieser Arbeit danke ich den Herren Prof. Konen und Dr. Dreisch.

¹⁾ E. Mollwo, ZS. f. Phys. **85**, 56, 1933.

Messungen über das Nachleuchten von Elektronenstrahloszillogrammen an Schirmen mit langer Abklingzeit.

Von **Manfred von Ardenne.**

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Februar 1937.)

Das Nachleuchten von Schirmen mit langer Abklingzeit bei kurzer Lichterregung
Das Nachleuchten der gleichen Schirme bei Elektronenerregung in Abhängigkeit
von der Schreibgeschwindigkeit des erregenden Elektronenfleckes. Vergleich der
Ergebnisse für Lichterregung und Elektronenerregung.

Bei der oszillographischen Untersuchung einmaliger kurzzeitiger Vorgänge wird der Kurvenzug in der Regel photographisch aufgezeichnet und später ausgewertet. Mit Rücksicht auf den hohen Aufwand an Zeit und Mitteln, den die photographische Aufzeichnung bedingt, ist schon oft versucht worden, den photographischen Prozeß ganz zu umgehen und die Auswertung unmittelbar an der nachleuchtenden Schreibspur auf einem Schirm genügend langer Abklingzeit vorzunehmen. Selbstverständlich ist dieses Verfahren auf diejenigen, jedoch recht zahlreichen, Fälle beschränkt, wo eine permanente Aufzeichnung des Kurvenzuges nicht notwendig ist.

Eine weitere Anwendung von nachleuchtenden Schirmen bei der Aufnahme von Oszillogrammen ist bei der Untersuchung periodischer Vorgänge dann gegeben, wenn die Periode unterhalb der Flimmerfrequenz des menschlichen Auges (unter etwa 25 bis 50 Hertz) liegt und ruhiger wirkende Oszillogramme gewünscht werden. Für diese zweite Aufgabenstellung, die beispielsweise bei der visuellen Beobachtung von Elektrokardiogrammen gegeben ist, stehen leidlich brauchbare Schirmarten für Elektronenerregung zur Verfügung. Die mit Hilfe von Photozelle, Oszillographenverstärker und Elektronenstrahlröhre aufgenommene Abklingkurve eines rot leuchtenden Mangan-Silikatschirmes ist in Fig. 1 wiedergegeben. Die zur Zeitmarkierung aufgedrückten kleinen Spannungsspitzen haben einen Abstand von 0,02 sec. Man erkennt, daß dieser Schirm nach etwa $\frac{1}{5}$ sec abgeklungen ist. Eigentümlich ist bei dieser Abklingkurve das Fehlen einer Fluoreszenz, der sehr langsame Abfall unmittelbar nach Beendigung der Erregung sowie das schnelle Auslöschen gegen Ende der Abklingzeit. Schon nach etwa 1 sec ist bei vorausgegangener maximaler Erregung die Schreibspur nicht mehr erkennbar. Für die zuerst erwähnte Aufgabe sind Schirme dieser Art nicht brauchbar, weil zur Auswertung einfacher Oszillogramme die Schreibspur

mindestens 3 bis 5 sec und zur Auswertung komplizierter Oszillogramme mindestens 10 bis 30 sec erkennbar bleiben muß.

Nach den Ergebnissen bei modernen Leuchtfarben, die viele Stunden nach der Erregung durch Licht noch ein gut erkennbares Nachleuchten zeigen und nach der durch P. Lenard¹⁾ festgestellten Übereinstimmung der akkumulierten Lichtsummen bei voller Erregung des Phosphors durch Lichtstrahlen oder Elektronenstrahlen ist es naheliegend, zu vermuten, daß das Nachleuchten von Oszillogrammen bei Anwendung der gleichen Schirme sich über ähnlich lange Zeiträume erstreckt. Praktische Versuche über die Nachleuchtzeiten solcher Schirme in Elektronenstrahlröhren und

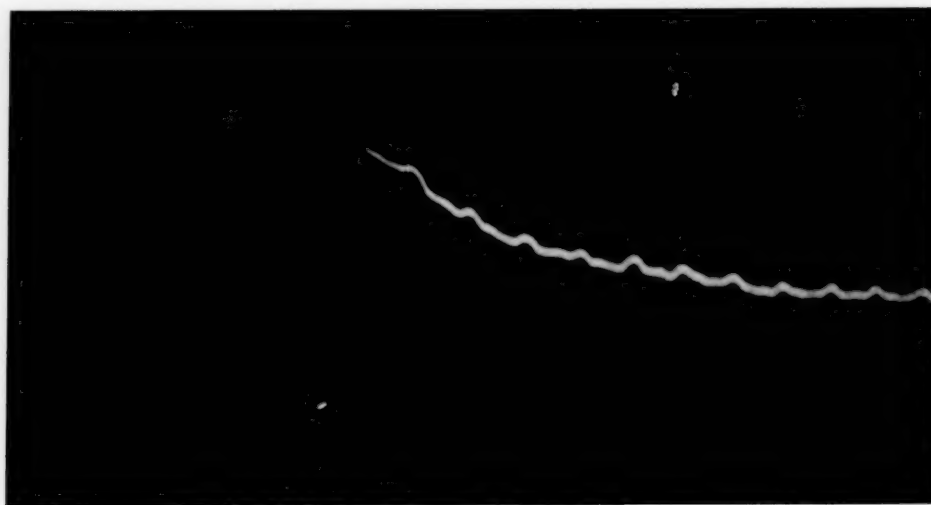


Fig. 1. Oszillogramm des Nachleuchtens eines durch Elektronenstrahlen ($U_a = 4000$ V, $J_a = 100 \cdot 10^{-6}$ Amp., erregte Fläche = 1 cm^2 , Erregungszeit = 1 sec) angeregten Mangansilikat-Schirmes mit Zeitmarken.

in mechanischen Oszillographen haben jedoch immer ungünstigere und oft einander scheinbar stark widersprechende Ergebnisse zur Folge gehabt. Fast stets zeigt sich, daß das Nachleuchten der Oszillogrammspur höchstens Werte von einigen Sekunden erreichte. Um die Ursache für die kurzen Abklingzeiten aufzuklären und die heute gegebenen Möglichkeiten klarzustellen, wurde eine Untersuchung durchgeführt, über die in folgenden Zeilen berichtet wird.

Durch Lichtstrahlen erregte Phosphoreszenz bei gegen die Anklingzeit kleinen Erregungsdauern. Das besondere Kennzeichen der Erregung eines Leuchtschirmes im Oszillographen ist die kurze Dauer der Erregung. Fast

¹⁾ P. Lenard, Phosphoreszenz und Fluoreszenz, I. Teil; Handb. d. Experimentalphysik **23**, 164.

stets bleiben die Erregungszeiten sehr klein gegen die Anklingzeit des Phosphors. Um den Einfluß der Verkürzung der Erregungszeit auf das Nachleuchten klarzustellen, wurden — zunächst bei Lichterregung — Messungen mit stark verschiedener Erregungszeit durchgeführt. Die Messung der zum Teil sehr schwachen Lichtintensitäten erfolgte mit Hilfe eines Zeiss-Pulfrich-Photometers. Vor die Vergleichslichtquelle wurde ein Filter geschaltet, das die spektrale Zusammensetzung des Vergleichslichtes der Verteilung des Phosphoreszenzleuchtens annäherte. Die Belichtung des Leuchtschirmes erfolgte von einer Nitra-Lampe mit einer Beleuchtungsstärke E . Die erregte Lichtintensität wird gemessen durch die Ersatzbeleuchtungsstärke E_E der selbstleuchtenden Fläche, die eingeführt werden soll, um die Betrachtung zu vereinfachen. Sie ist gleich der Beleuchtungsstärke (Lux) einer beleuchteten Fläche mit der Albedo 100%.

Bei dem untersuchten Schirm lag die Anklingzeit für die angegebene Beleuchtungsstärke in der Größenordnung 5 sec. Man erkennt aus den in Fig. 2 wiedergegebenen

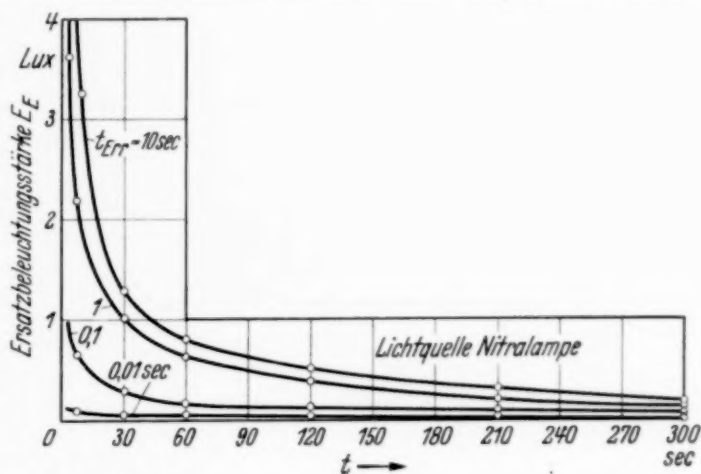


Fig. 2. Nachleuchten des Schirmes L und vA Grün nachleuchtend bei Lichterregung mit einer Beleuchtungsstärke $E = 15000$ Lux und verschiedenen Erregungszeiten t_{Err} .

Messungen, daß bei Erregungszeiten, die kleiner sind als die Anklingzeit, die aufgespeicherten Lichtsummen, wie unmittelbar einzusehen ist, schnell sehr klein werden.

Bis zur Erreichung der Sättigung, d. h. solange die Erregungszeit kleiner als die Anklingzeit ist, hat der Wirkungsgrad des Speichervorganges gleichbleibend die Größenordnung einiger Prozente. Er wird dargestellt durch den Ausdruck

$$\eta_L = \frac{\int E_E \cdot dt}{E \cdot t_{Err}}.$$

Die Messungen Fig. 2 lehren, daß eine Erregung von 150 Luxsec. notwendig ist, um die Flächenhelle eine Zeit von 5 sec über den Wert 0,1 Lux zu halten. Etwa 75000 Luxsec. ergeben eine Sättigung des Phosphors. Selbstverständlich ist bei der Produktbildung aus Beleuchtungsstärke und Erregungszeit stets die weitere Bedingung mit zu berück-

sichtigen, daß die Beleuchtungsstärke sehr groß gegen die maximale Ersatzbeleuchtungsstärke sein muß.

Die Messungen Fig. 2 geben eine quantitative Unterlage für den Fall, daß die Oszillogrammaufzeichnung mit Hilfe eines mechanischen Oszillographen (gesteuerter *Lichtfleck*) geschieht. Nur bei sehr langsamer Fleckbewegung und extrem hohen Beleuchtungsstärken im Fleck sichern die erreichten Werte Luxsec. eine ausreichende Lichtsumme. Der Elektronenstrahloszillograph ist hier der Anordnung mit mechanischen Oszillographen weit überlegen, weil bei ihm Beleuchtungsstärken erreichbar sind, die um mehrere Größenordnungen höher liegen als die beim mechanischen Oszillographen gegebenen Beleuchtungsstärken.

Oszillogrammnachleuchten in Abhängigkeit von der Schreibgeschwindigkeit eines erregenden Elektronenfleckes. Zur Bestimmung der Zeit, in der der Weg

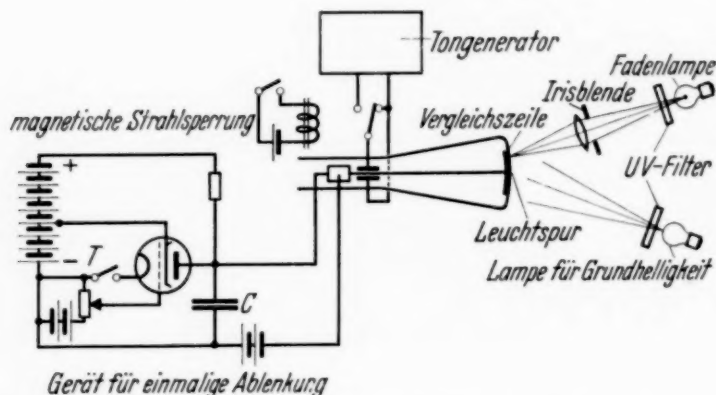


Fig. 3. Anordnung zur Messung der Nachleuchtzeit bei durch Elektronenstrahlen erregter Phosphoreszenz.

eines Elektronenfleckes auf den nachleuchtenden Schirm gerade noch erkennbar bleibt, wurde die Anordnung Fig. 3 entwickelt. Durch den Druck auf die Taste *T* wird ein Elektronenstrahl von genau bekannter Strahlleistung einmal über die Schirmebene geführt. Die Schreibgeschwindigkeit v_s kann in weitesten Grenzen durch die Regelung der Vorspannung des Schirmgitterrohres und durch Bemessung der Kapazität *C* verändert werden. Der Schreibgeschwindigkeitswert wird mit Hilfe der gleichen Oszillographenröhre vor oder nach der Messung durch ein zweites Plattenpaar und einen Tongenerator bekannter Frequenz bestimmt. Die allmählich nach dem Vorübergang des Elektronenfleckes abklingende Leuchtspur wird mit einer auf dem gleichen Schirm hervorgerufenen Leuchtzeile verglichen. Diese Leuchtzeile wird durch Abbildung einer Strichlampe auf dem Schirm unter Zwischenschaltung eines UV-Filters erzeugt. Durch die gezeichnete Iris-

blende wird die Stärke der Vergleichszeile so eingestellt, daß sie gerade noch über der Grundhelligkeit des Schirmes erkennbar bleibt. Als Grundhelligkeit wird ein gleichbleibender Wert von 0,1 Lux herbeigeführt, und zwar durch eine zweite in geeignetem Abstand aufgestellte Lampe mit UV-Filter. Ein Wert von 0,1 Lux als Grundhelligkeit ist mit Rücksicht auf die praktischen Verhältnisse beim Oszillographieren angemessen. Auf keinen Fall darf die Grundhelligkeit wesentlich höhere Werte erreichen (gute Zimmerverdunkelung!), da sonst die Leuchtspur schon nach sehr kurzer Zeit im allgemeinen Schirmleuchten verschwindet. Ein großer Teil der bisherigen Mißerfolge bei der Untersuchung einmaliger Vorgänge mit Nachleuchtschirmen ist auf zu hohe Grundhelligkeit zurückzuführen.

Der genannte und den weiter unten wiedergegebenen Kurven zugrunde liegende Wert von 0,1 Lux ist bei den gegebenen Strahlleistungen nur dann aufrecht zu erhalten, wenn die Ablenkschaltung den Elektronenfleck vor und nach der Messung weit aus der Schirmzone auslenkt, und wenn ferner vor und nach der Messung eine Strahlsperrung, z. B. durch den gezeichneten Ablenkmagneten bzw. durch Steuerung der Wehnelt-Zylinderspannung bei einem Hochvakuumrohr bewirkt wird. Die Strahlsperrung ist notwendig, um die Schirmaufhellung durch gestreute oder sekundäre Elektronen auszuschalten.

Die mit der besprochenen Anordnung erhaltenen Kurven über den Zusammenhang zwischen der Dauer des erkennbaren Nachleuchtens und der Schreibgeschwindigkeit des erregenden Fluoreszenzfleckes sind in Fig. 4 für verschiedene Strahlleistungen gekennzeichnet. Hier wurde der gleiche Schirm benutzt, der bei der Messung in Fig. 2 durch Lichtstrahlen erregt ist.

Unter der vereinfachten Annahme, daß der Elektronenfleck quadratische Gestalt hat und gleichmäßige Elektronendichte aufweist, ergibt

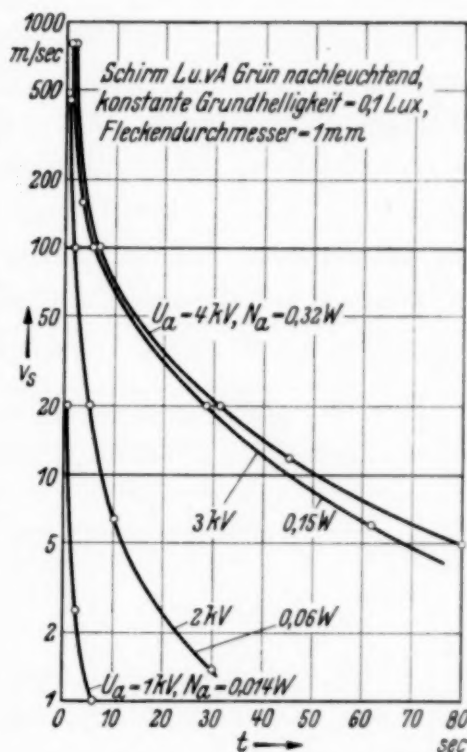


Fig. 4. Zusammenhang zwischen Dauer des erkennbaren Nachleuchtens und Schreibgeschwindigkeit des Elektronenfleckes für verschiedene Strahlleistungen.

sich folgende Beziehung zwischen der Erregungszeit t_{Err} , der Kantenlänge des Fleckes D und der Schreibgeschwindigkeit v_s :

$$t_{\text{Err}} = \frac{D}{v_s}.$$

Ein sehr interessantes Ergebnis aus den Messungen Fig. 4 ist die geringe Zunahme der Nachleuchtdauer bei Übergang von der 3000 Volt- zur 4000 Volt-Messung. Die Messung zeigt, daß es einen Arbeitsbereich gibt, von dem ab eine Steigerung der Strahlleistung keine wesentliche Zunahme der Lichtsumme bewirkt. Durch die 4000 Volt-Messung in Fig. 4 wird etwa die Grenzleistung gekennzeichnet, die mit dem untersuchten Schirm erreichbar ist. Man erkennt, daß für eine Nachleuchtzeit von 5 sec bei dem untersuchten Schirmmaterial die Schreibgeschwindigkeit stets kleiner als 100 m/sec und für eine Nachleuchtzeit von 30 sec die Schreibgeschwindigkeit kleiner als 20 m/sec bleiben muß.

Um den schon aus den Messungen Fig. 4 erkennbaren Sättigungseinfluß schärfer zu erfassen, wurde die Messung Fig. 5 durchgeführt. Hier

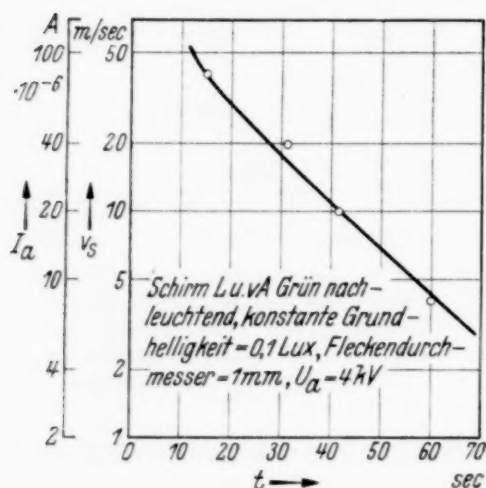


Fig. 5. Dauer des erkennbaren Nachleuchtens für verschiedene Strahlströme bei konstantem Verhältnis I_a/v_s und gleichbleibendem Fleckendurchmesser.

ist für verschiedene Strahlstromwerte bei gleichbleibender Anodenspannung und gleichbleibendem Fleckdurchmesser das Verhältnis von Strahlstrom zur Schreibgeschwindigkeit künstlich konstant gehalten worden — entsprechend einer unveränderten Erregung — und die Dauer des erkennbaren Nachleuchtens gemessen. Wäre keine Sättigung vorhanden, so dürfte die Nachleuchtzeit keine Abhängigkeit von dem Strahlstromwert zeigen. Tatsächlich ist jedoch die Nachleuchtzeit bei einem Strahlstrom von beispielsweise 8 Mikroampere viermal so groß wie bei Erregung mit 80 Mikroampere

und 10% der Erregungszeit. Der durch die Messung Fig. 5 aufgezeigte Sättigungseinfluß ist scharf zu trennen von der bekannten, auch in Fig. 2 zum Ausdruck kommenden Sättigung, die der vollen Erregung entspricht. Die Messung Fig. 5 lehrt, daß bei Erregungszeiten der Größenordnung 10 bis 40 sec und weniger, bzw. in im Rahmen der Messung zugeordneten Strömen von 20 Mikroampere und mehr, anormale Verhältnisse be-

stehen¹⁾. Die Frage, ob das Kleinerwerden der Lichtsumme darauf zurückzuführen ist, daß alle gleichzeitig erregbaren Zentren erregt werden oder daß die Erregungszeit unter eine durch den Erregungsmechanismus bedingte untere Grenze sinkt, wurde durch folgenden Versuch zugunsten der zuerst erwähnten Vermutung entschieden.

Zwei Kippgeneratoren erzeugten durch Ablenkung des Elektronenstrahles eine Rasterfläche, die eine bestimmte Zeit auf den Nachleuchtschirm einwirkt. Durch Änderung der Frequenz des Zeilenkippgenerators wurde allein die Schreibgeschwindigkeit, also die Erregungszeit, verändert. Die durch Vergleich mit einer Fläche gleichbleibender Grundhelligkeit ähnlich wie oben bestimmten Nachleuchtzeiten finden sich in folgender Tabelle:

Tabelle 1.

Schirm L und vA Grün nachleuchtend, $U_a = 4000$ Volt;
 $N_a = 0,32$ Watt, Rastergröße 6×12 cm², vertikale Ablenkfrequenz 5 Hertz.

Schreibgeschwindigkeit	Nachleuchtzeit bei Rastereinwirkzeit von		
	1 sec	2,5 sec	5 sec
2 m	—	—	65 sec
20	—	34	53
1500	16	32	55

Die Messungen zeigen eine weitgehende Unabhängigkeit der Lichtsumme von der absoluten Dauer des einzelnen Erregungsimpulses. Der etwas höhere Wert bei $v_s = 2$ m und 5 sec erklärt sich aus dem Einfluß einer geringen Lückenbildung zwischen den Zeilen.

Um den untersuchten Sättigungseinfluß, der den Kompromiß zwischen dem Verlangen nach sehr hoher registrierbarer Schreibgeschwindigkeit und dem Wunsch nach sehr langer Abklingzeit noch mehr im ungünstigen Sinne verschiebt, zu vermindern, bleibt nichts anderes übrig, als die Zahl der erregbaren Zentren, wenn notwendig auf Kosten ihrer Lebensdauer, zu steigern. Leider haben in dieser Richtung unternommene Versuche keinen wesentlichen Fortschritt gegenüber den Ergebnissen Fig. 4 gebracht, da die durch den Herstellungsprozeß gezogenen Grenzen eine größere Steigerung der Zentrenzahl nicht mehr zuließen.

¹⁾ Man vergleiche auch in diesem Zusammenhang die an einem anderen Leuchtstoff beobachtete Sättigung der Phosphoreszenzbande mit steigendem Strahlstrom, Fig. 7 der Arbeit: M. v. Ardenne, Über photometrische Untersuchungen und Messungen der spektralen Intensitätsverteilung an Fluoreszenzschirmen, insbesondere bei Erregung durch Elektronenstrahlen. ZS. f. techn. Phys. 16, Heft 3, 1935.

Zwischen der Erregung des Schirmes durch Elektronenstrahlen und durch Lichtstrahlen kann auf folgende einfache Weise eine Beziehung hergestellt werden, die einen größenordnungsmäßig richtigen Überblick vermittelt.

Die auf einen Fleck von 1 mm^2 Fläche in modernen Oszillographenröhren bei 4000 Volt noch gut konzentrierbare Strahlleistung beträgt etwa $\frac{1}{3}$ Watt (z. B. Messung Fig. 4). Bei einem etwa zutreffenden Schirmwirkungsgrad von 3 HK/Watt ergibt sich eine Fluoreszenzfleckhelligkeit von 1 HK. Eine überschlägige Rechnung zeigt, daß der Fleck seine eigene Fläche dann etwa mit einer Stärke von $4 \cdot 10^6$ Lux beleuchtet. Aus der Messung Fig. 2 folgt, daß $K = 150 \text{ Luxsec.}$ eingestrahlt werden müssen, um nach 5 sec eine Flächenhelle von 0,1 Lux zu ergeben. 150 Luxsec. werden bei einer Fleckgeschwindigkeit

$$v_s = \frac{D \cdot E}{K} = \frac{10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^6}{150} = 26,5 \text{ m/sec}$$

erreicht. Die Messung Fig. 4 zeigt, daß die tatsächlich erzielte Schreibgeschwindigkeit 100 m/sec beträgt. Wenn trotz der besprochenen und bei dieser Ausrechnung noch nicht berücksichtigten Zentrenzahlsättigung der tatsächliche v_s -Wert höher ist, so dürfte dies auf die Unterschiede der spektralen Intensitätsverteilungen der verglichenen Strahler oder auf den hier nicht in Rechnung gestellten Beitrag der direkten Phosphoreszenzerregung durch Elektronen zurückzuführen sein.

Um nachzuweisen, daß die vereinfachenden Annahmen der Berechnung für die vorliegenden Verhältnisse gerechtfertigt sind, wurde folgender Versuch ausgeführt:

Der Kolbenboden einer normalen Braunschen Röhre wurde mit dem oben eingehen untersuchten, grün ($\lambda_{\text{max}} \approx 540 \text{ m}\mu$) fluoreszierenden und phosphoreszierenden Schirm versehen und nun auf die eine Hälfte des Schirmes eine zusammenhängende blau ($\lambda_{\text{max}} \approx 480 \text{ m}$) fluoreszierende CaWO_4 -Schicht (Schichtdicke $>$ Eindringtiefe¹⁾ gebracht. Trotzdem bei diesem Versuch die eine Schicht nur durch das Licht der CaWO_4 -Fluoreszenz erregt werden konnte, zeigen beide Schirmhälften ein grünes Nachleuchten von annähernd gleicher Intensität und Dauer.

¹⁾ Eindringtiefe von 4000 Volt-Elektronen in CaWO_4 etwa $0,4 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$.

Zusammenfassung.

Mit Rücksicht auf eine praktische Aufgabe der Technik des Elektronenstrahloszillographen werden Messungen über das Nachleuchten von Schirmen mit langer Abklingzeit bei kurzzeitiger Erregung durch Licht- und Elektronenstrahlen durchgeführt. Die Messungen bei Lichterregung zeigen eine rasche Abnahme der aufgespeicherten Lichtsumme, wenn die Belichtungszeit unter die An klingzeit für volle Erregung des Phosphors sinkt. Bei Erregung mit Elektronenstrahlen wird die Nachleuchtzeit als Funktion der Schreibgeschwindigkeit des Elektronenfleckes für ein besonders günstiges Schirmmaterial und verschiedene Strahlleistungen gemessen. Bei diesen Messungen zeigt sich, daß eine Steigerung der Schreibgeschwindigkeit als Folge einer weiteren Sättigungserscheinung nicht durch entsprechende Steigerung der Strahlleistung ausgeglichen werden kann.

Symmetrieeigenschaften der Kräfte in Atomkernen und Folgen für deren Zustände, insbesondere der Kerne bis zu sechzehn Teilchen¹⁾.

Von **F. Hund** in Leipzig.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 13. Februar 1937.)

Wie in der Atomhülle, so kann man auch beim Atomkern eine Reihe qualitativer Eigenschaften der Zustände aus Betrachtung der Symmetrieeigenschaften herleiten. Insbesondere ermöglicht die Annahme gleicher Kräfte zwischen gleichen und ungleichen Kernteilchen einfache Ergebnisse. Außer der gewöhnlichen „Spinmultiplizität“ der Terme gibt es eine „Ladungsmultiplizität“, die eine Beziehung zwischen den Termen isobarer Kerne ausdrückt. Eine Beschränkung auf Kräfte, die nur von den Ortskoordinaten abhängen, scheint eine Annäherung an die Wirklichkeit zu sein, zusammen mit der Näherung, die von Zuständen der einzelnen Teilchen ausgeht, läßt sie einfache Rechnungen über die Energien der Zustände zu. Insbesondere ergeben sich die potentiellen Energien der Kerne von 5 bis 16 Teilchen, in denen der Ausbau der „*p*-Schale“ stattfindet, als einfache lineare Funktionen von zwei Integralen. Diese Rechnungen zeigen, warum ein „Schalenbau“ der Kerne in ihren empirischen Eigenschaften so wenig in Erscheinung tritt und warum stattdessen eine Viererfolge angedeutet ist.

Bei der theoretischen Behandlung der *Elektronenhülle der Atome* hat man viele Eigenschaften ohne oder mit wenig Rechnung erklären können aus Überlegungen über die Symmetrieeigenschaften des betrachteten Systems und deren Folgen, etwa der gequantelten Drehimpulse in der korrespondenzmäßigen Beschreibung oder allgemein der sich ergebenden Symmetrieeigenschaften der Eigenfunktionen in der Quantenmechanik. So erhält man eine qualitative Beschreibung der Spektren und des chemischen Verhaltens der Atome im Zusammenhang mit dem periodischen System der Elemente aus solchen qualitativen Betrachtungen und einigen einfachen energetischen Abschätzungen.

In den *Atomkernen* sind die Verhältnisse in mancher Beziehung verschieden von denen in der Atomhülle. Wir beschreiben (nach Heisenberg)

¹⁾ Die Hauptergebnisse der Arbeit wurden auf der Tagung des Gauvereins Sachsen-Thüringen-Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Freiberg i. Sa. am 9. Januar vorgetragen. Bald darauf erschienen zwei Arbeiten von E. Feenberg u. E. Wigner und von E. Wigner (Phys. Rev. **51**, 95 u. 106, 1937, Heft vom 15. Januar), deren wesentliche Ergebnisse sich mit meinen decken. Da die Anwendungen etwas verschieden sind und auch Wigners Darstellung mir etwas sehr knapp gefaßt zu sein scheint, möchte ich doch auch meine Untersuchung veröffentlichen.

die Kerne als Systeme, die aus Neutronen und Protonen bestehen, für die die gewöhnliche Quantenmechanik gilt. Die Kräfte zwischen diesen Teilchen sind aber zum Teil anderer Art als die gewöhnlichen Kräfte. Ferner ist die Näherung, die von Zuständen der einzelnen Teilchen ausgeht (und die man bei der Atomhülle benutzt) im Kern sicher schlechter. Damit verschlechtern sich auch die Aussichten einer Behandlung mit qualitativen Überlegungen und einfachen Abschätzungen. Als von Vorteil für unsere Überlegung wird sich aber die neuerdings in Amerika gemachte sehr wichtige Feststellung erweisen, daß zwischen gleichen Kernteilchen eine Kraft gleicher Größenordnung wirkt wie zwischen Proton und Neutron, vielleicht sogar die (in einem noch näher zu definierenden Sinne) gleiche Kraft¹⁾.

Bei solchen qualitativen Überlegungen ist es einem hauptsächlich um die allgemeinen Regelmäßigkeiten im System der Kerne zu tun. Der Vergleich mit der Elektronenhülle drängt da gleich die Frage auf: *Warum gibt es kein periodisches System der Kerne*, während es ein periodisches System der Hüllen gibt? Zwar finden sich einige Hinweise auf so etwas wie einen „Schalenbau“ der Kerne²⁾; doch viel stärker in die Augen fallend ist der Unterschied der Kerne mit gerader Anzahl von Protonen und Neutronen von den anderen und die Verwandtschaft dieser „geradzahligen“ Kerne untereinander; das immer größer werdende empirische Material läßt kaum noch einen Zweifel zu, daß allgemein Kerne mit gerader Anzahl jeder Art Teilchen den mechanischen Drehimpuls Null und das magnetische Moment Null haben. Für die leichten Kerne, wo die Protonenzahl (Z) gleich der Neutronenzahl (N) ist, bedeutet das eine Wiederholung gewisser Eigenschaften bei Zunahme der Teilchenzahl ($Z + N = A$) um jedesmal vier.

Man kann diese Unterschiede zwischen Hülle und Kern zum Teil auf die schlechte Gültigkeit der Annäherung mit den Zuständen der einzelnen Elektronen zurückführen, auf der die Überlegungen bei der Hülle wesentlich beruhen. Doch braucht man für die Überlegungen nur eine sehr rohe Gültigkeit. Im folgenden wird sich zeigen, daß auch bei Gültigkeit der genannten Näherung die Unterschiede auf Grund der andersartigen Kräfte im Kern zu verstehen sind.

Symmetrieeigenschaften in den Kernen. Beim Kern finden wir die folgenden Symmetrieeigenschaften, einschließlich der genähert erfüllten:

¹⁾ M. A. Tuve, N. P. Heydenburg u. L. R. Hafstad, Phys. Rev. **50**, 806, 1936; G. Breit, E. U. Condon u. R. D. Present, ebenda **50**, 825, 1936; B. Cassen u. E. U. Condon, ebenda **50**, 846, 1936; G. Breit u. E. Feenberg, ebenda **50**, 850, 1936. — ²⁾ W. M. Elsasser, J. de Physique, Radium **4**, 549, 1933; **5**, 389, 634, 1934.

1. Der Kern ist frei im Raum (Invarianz gegen Verschiebung und Drehung des Systems).

2. Die Protonen sind untereinander gleich, die Neutronen auch.

3. Die Coulombschen Kräfte, die das Verhalten der Protonen untereinander von dem der Neutronen untereinander unterscheiden, sind klein gegen die anderen Kräfte.

4. Die Wechselwirkung zwischen Spin und Bahn der Teilchen ist klein (empirisches Argument ist die Existenz der „Zweierschalen“).

5. Zwischen gleichen Kernteilchen und zwischen ungleichen Kernteilchen wirken genähert die gleichen Kräfte (wobei „gleich“ noch genauer zu erläutern ist). Dabei lassen wir ganz offen, ob die Kräfte unter Absehung von den Coulomb-Kräften genau gleich sind oder ob es nur eine (vielleicht sogar rohe) Annäherung ist.

6. Unter den Kräften zwischen den Kernteilchen herrschen solche vor, die man als nur von den Ortskoordinaten der Teilchen abhängig ansehen kann — Kräfte vom Majoranaschen Typus.

7. In erster Näherung können die Kernteilchen einzeln in statischen Kraftfeldern von Kugelsymmetrie betrachtet werden¹⁾.

Einfache Folgen für die Symmetrieeigenschaften der Eigenfunktionen.
Aus der Eigenschaft 1 folgt

1. Der Drehimpuls eines Kerns ist $J \cdot \hbar$, wo bei gerader Gesamtanzahl von Teilchen $J = 0, 1, 2, \dots$, bei ungerader Gesamtanzahl $J = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$ sein kann²⁾.

Um weitere Folgerungen zu ziehen, beschreiben wir die Zustände der Kerne mit fester Energie durch Eigenfunktionen $\psi(r_1 \varrho_1 \sigma_1 r_2 \varrho_2 \sigma_2 \dots)$, die von den Örtern r und von den Spinkoordinaten σ (mit je zwei Wertmöglichkeiten $+$ und $-$) aller Teilchen abhängen und von den Koordinaten ϱ mit je zwei Wertmöglichkeiten — sagen wir π und ν —, die angeben, ob das Teilchen ein Proton oder ein Neutron ist³⁾. Die Kräfte in den Kernen werden dann durch Operatoren beschrieben, die eine Abhängigkeit von den r , im allgemeinen auch von ϱ und σ enthalten. Diese Operatoren sind aber jetzt symmetrisch in den Nummern der Teilchen; die mit $1, 2, \dots$ bezeichneten Teilchen sind gleiche Teilchen. Das hat zur Folge, daß ψ

¹⁾ Die Kritik, die an dieser Näherung von verschiedenen Autoren geübt worden ist, ist berechtigt. Für unsere Zwecke genügt aber eine rohe Gültigkeit.

— ²⁾ Ich schreibe J statt des häufig benutzten i , um die Kerneigenschaften, die Eigenschaften der Atomhülle entsprechen, mit den Buchstaben zu bezeichnen, die bei der Atomhülle üblich sind. — ³⁾ W. Heisenberg, ZS. f. Phys. **77**, 1, 1932.

einem bestimmten „Symmetriecharakter“ in bezug auf die gleichen Teilchen angehört¹⁾.

Aus der Untersuchung der Zustände von Molekeln wissen wir, daß für Protonen das Paulische Ausschließungsprinzip gilt; wegen der zwischen Protonen und Neutronen bestehenden Symmetrie im System der Kerne (wenn man von den Coulomb-Kräften absieht) muß man dieses auch für die Neutronen annehmen. Eigenfunktionen ψ , die Zustände bezeichnen, in denen alle Teilchen Protonen oder alle Neutronen sind, müssen also den in allen Teilchen antisymmetrischen Charakter $\overline{1\ 2\ 3\ \dots\ A}$ haben. Die Hypothese, daß die Eigenfunktionen aller vorkommenden Zustände diesen Symmetriecharakter haben, ist sicher hinreichend, das Paulische Prinzip für Protonen und Neutronen zu erfüllen. Faßt man die β -Umwandlung der Kerne auf als Übergang zwischen zwei Zuständen ψ_a und ψ_b , dessen Wahrscheinlichkeit aus einem Ausdruck

$$\int \psi_a \mathfrak{M} \psi_b d\tau$$

gewonnen wird, wo \mathfrak{M} ein in allen Teilchen symmetrischer Operator ist, so kombinieren nur Zustände mit gleichem Symmetriecharakter. Die Forderung, daß ψ in allen Teilchen antisymmetrisch ist, ist dann notwendig, um das Paulische Prinzip in den Fällen zu erfüllen, wo es sichergestellt ist; die Notwendigkeit beruht aber auf einer Hypothese über die β -Umwandlung. In der Tat ist die Forderung des antisymmetrischen Charakters für ψ in den neueren Arbeiten über Kernzustände stets ausdrücklich oder stillschweigend aufgestellt worden²⁾; wir legen sie auch für das Folgende zugrunde:

2. In der Schreibweise $\psi(r_1 \sigma_1 r_2 \sigma_2 \dots)$ hat die Funktion ψ den in allen Teilchen antisymmetrischen Charakter.

¹⁾ Die Symmetriecharaktere seien hier (vgl. ZS. f. Phys. **43**, 788, 1927) durch die Symmetrieeigenschaften der „symmetrisierten Normalform“ und der „antisymmetrisierten Normalform“ gekennzeichnet. Unter geringer (von v. Weizsäcker vorgeschlagener) Abänderung der früheren Bezeichnungen haben wir z. B. für 4 Teilchen die folgenden Symmetriecharaktere (in Klammern ist jeweils die zugehörige „partitio“ angegeben):

$\overline{1\ 2\ 3\ 4}$	(4)	oder	$\overline{1\ 2\ 3\ 4}$	(1 + 1 + 1 + 1)
$\overline{1\ 2\ 3\ 4}$	(3 + 1)	„	$\overline{1\ 2\ 3\ 4}$	(2 + 1 + 1)
$\overline{1\ 2\ 3\ 4}$	(2 + 2)	„	$\overline{1\ 2\ 3\ 4}$	(2 + 2)
$\overline{1\ 2\ 3\ 4}$	(2 + 1 + 1)	„	$\overline{1\ 2\ 3\ 4}$	(3 + 1)
$\overline{1\ 2\ 3\ 4}$	(1 + 1 + 1 + 1)	„	$\overline{1\ 2\ 3\ 4}$	(4)

²⁾ Ausdrücklich bei W. Heisenberg, Solvay-Bericht 1933.

Die Zulassung anderer Symmetriecharaktere würde mehr Terme ergeben. Das gäbe auch Schwierigkeiten in der Deutung der besonderen Abgeschlossenheit des α -Teilchens.

Statt der Funktionen $\psi(\mathbf{r}_1 \varrho_1 \sigma_1 \dots)$ mit den (für A Teilchen) nur je zweier diskreter Werte fähigen A Variablen ϱ und A Variablen σ , kann man natürlich auch 2^{2A} Funktionen

$$\psi_{\varrho_1 \varrho_2 \dots \sigma_1 \sigma_2 \dots}(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots)$$

der Ortskoordinaten allein schreiben. Wenn man, was bei der Untersuchung der Eigenschaften der Kernzustände möglich ist, sich auf Fälle beschränkt, wo die Kernladung (Zahl Z der Protonen) festliegt, also β -Umwandlungen nicht betrachtet werden, werden viele davon Null. Es ist nicht von vornherein gesagt, daß man die Zustände auch durch eine Funktion

$$\psi(\mathbf{r}_1 \sigma_1 \mathbf{r}_2 \sigma_2 \dots \mathbf{r}_Z \sigma_Z | \mathbf{r}_{Z+1} \sigma_{Z+1} \dots \mathbf{r}_A \sigma_A)$$

beschreiben kann, wo die Koordinaten der Protonen vor dem Strich, die der Neutronen hinter dem Strich stehen. Wie man sich leicht überzeugt, kann man aber die Zustände $\psi(\mathbf{r}_1 \varrho_1 \sigma_1 \dots)$, die in allen Teilchen antisymmetrisch sind, stets auch durch eine Funktion $\psi(\mathbf{r}_1 \sigma_1 \dots | \mathbf{r}_{Z+1} \sigma_{Z+1} \dots)$ beschreiben, die in den Protonen und in den Neutronen antisymmetrisch ist¹⁾.

Dieser Sachverhalt hat eine Analogie: Statt bei Systemen aus einer Art Teilchen mit Spin (z. B. Elektronen in der Atomhülle) Funktionen $\psi(\mathbf{r}_1 \sigma_1 \mathbf{r}_2 \sigma_2 \dots)$ zu schreiben, die in allen Teilchen antisymmetrisch sind, kann man dann, wenn die Zahl der $+$ -Spins festliegt, Funktionen $\psi(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots \mathbf{r}_Z | \mathbf{r}_{Z+1} \dots)$ schreiben, die in den ersten Z Teilchen, die $+$ -Spin haben sollen, und in den anderen Teilchen, die $-$ -Spin haben sollen, antisymmetrisch sind.

Die Symmetrieeigenschaft 3, die die genäherte Gleichheit der Kräfte zwischen den Protonen und der Kräfte zwischen den Neutronen behauptet, hat zur Folge:

3. Der Zustand $\psi(\mathbf{r}_1 \varrho_1 \sigma_1 \dots)$ eines Kerns hat genähert gleiche Energie mit dem Zustand eines (im allgemeinen anderen) Kerns, der entsteht, wenn man die Koordinatenwerte π und ν vertauscht.

Die Zustände der Kerne, für die Protonenzahl gleich Neutronenzahl ($Z = N$) ist, sind in $\pi\nu$ symmetrisch oder antisymmetrisch (das ist nur ein unwesentlicher Punkt).

Die Spin-Bahnwechselwirkung fehlt, wenn die Operatoren in der Schrödinger-Gleichung sich so schreiben lassen, daß sie nicht von den

¹⁾ W. Heisenberg, Solvay-Bericht 1933.

σ -Koordinaten abhängen. Die Eigenfunktionen $\psi(r_1 \varrho_1 \sigma_1 \dots)$ lassen sich dann schreiben als Linearkombinationen

$$\psi = \sum \varphi(r_1 \varrho_1 r_2 \varrho_2 \dots) \omega(\sigma_1 \sigma_2 \dots), \quad (1)$$

wobei schon

$$\varphi(r_1 \varrho_1 r_2 \varrho_2 \dots) \omega(\sigma_1 \sigma_2 \dots)$$

eine (nicht-antisymmetrische) Eigenfunktion zum gleichen Eigenwert ist und die Summe in (1) nur zum Antisymmetrisieren über Glieder erstreckt ist, die sich durch Permutationen der Teilchennummern unterscheiden. φ und ω haben dann für sich einen bestimmten Symmetriecharakter (der einer Darstellung der Gruppe der Permutationen von A Elementen entspricht); ω gehört einem der Symmetriecharaktere an, die in höchstens je zwei Teilchen antisymmetrisch sind, und φ hat den dazu „reziproken“ Symmetriecharakter.

Die von Heisenberg¹⁾ zuerst eingeführte „Austauschkraft“ zwischen Proton und Neutron ist beschreibbar durch Operatoren der Art

$$J_H(|r_1 - r_2|) H_{12}$$

wobei für $\varrho_1 \neq \varrho_2$

$$\begin{aligned} H_{12} \psi(r_1 \varrho_1 \sigma_1 r_2 \varrho_2 \sigma_2 \dots) \\ = - \psi(r_1 \varrho_2 \sigma_1 r_2 \varrho_1 \sigma_2 \dots) = \psi(r_2 \varrho_1 \sigma_2 r_1 \varrho_2 \sigma_1 \dots), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{12} \varphi(r_1 \varrho_1 r_2 \varrho_2 \dots) \omega(\sigma_1 \sigma_2 \dots) \\ = - \varphi(r_1 \varrho_2 r_2 \varrho_1 \dots) \omega(\sigma_1 \sigma_2 \dots) \end{aligned}$$

und für $\varrho_1 = \varrho_2$

$$H_{12} \psi = 0$$

ist. Die von Majorana²⁾ eingeführte Austauschkraft zwischen Proton und Neutron wird durch

$$J_M(|r_1 - r_2|) M_{12} \psi(r_1 \varrho_1 \sigma_1 r_2 \varrho_2 \sigma_2 \dots)$$

beschrieben, wobei für $\varrho_1 \neq \varrho_2$

$$\begin{aligned} M_{12} \psi(r_1 \varrho_1 \sigma_1 r_2 \varrho_2 \sigma_2 \dots) \\ = - \psi(r_1 \varrho_2 \sigma_2 r_2 \varrho_1 \sigma_1 \dots) = \psi(r_2 \varrho_1 \sigma_1 r_1 \varrho_2 \sigma_2 \dots), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{12} \varphi(r_1 \varrho_1 r_2 \varrho_2 \dots) \omega(\sigma_1 \sigma_2 \dots) \\ = \varphi(r_2 \varrho_1 r_1 \varrho_2 \dots) \omega(\sigma_1 \sigma_2 \dots) \end{aligned}$$

ist. Es gibt auch noch einige andere Ansätze für Kernkräfte, die nicht auf die σ -Koordinaten wirken, auch für Kräfte zwischen gleichen Teilchen.

¹⁾ W. Heisenberg, ZS. f. Phys. **77**, 1, 1932. — ²⁾ E. Majorana, ebenda **82**, 137, 1933.

Die möglichen Symmetriecharaktere für φ und ω entsprechen wie bei der Atomhülle den Zahlen $S = 0, 1, 2, \dots A/2$ bei gerader Teilchenzahl A , den Zahlen $S = 1/2, 3/2, 5/2, \dots A/2$ bei ungerader Teilchenzahl A .

S ist die halbe Differenz $1/2 (\lambda_1 - \lambda_2)$ der zwei Summanden der „Zerlegung“ $A = \lambda_1 + \lambda_2$ der symmetrischen Normalform des Symmetriecharakters von ω oder der antisymmetrischen Normalform des Charakters von φ . S ist die halbe Anzahl der Einsen in der Zerlegung $A = 2 + 2 + \dots + 1 + 1$ der symmetrischen Normalform des Charakters von φ oder der antisymmetrischen Normalform des Charakters von ω ¹⁾.

$S \hbar$ ist der Gesamtdrehimpuls des Spins. Bei Einführung schwacher spinabhängiger Kräfte werden die Terme zu Multipletts mit der Multiplizität $2S + 1$. Auch der Anteil $\varphi(\mathbf{r}_1 \varrho_1 \mathbf{r}_2 \varrho_2 \dots)$ entspricht einem festen Wert $L \hbar$ des Drehimpulses ($L = 0, 1, 2, \dots$), also:

4. Die Kernterme sind Multipletterme. Sie werden durch Quantenzahlen L, S, J ($|L - S| \leq J \leq L + S$) bezeichnet, die Multipletts auch durch Symbole $^1S, ^2S, ^3S, \dots, ^1P, ^2P, ^3P, \dots$

Folgen der „gleichen“ Kräfte zwischen gleichen und ungleichen Kernen. Die neuen Untersuchungen von Tuve, Heydenburg, Hafstad, Breit, Condon und Present machen es wahrscheinlich, daß die potentielle Energie zweier Protonen aufeinander die gleiche ist wie zwischen einem Proton und einem Neutron gleicher Orts- und Spinabhängigkeit. Wenn dies allgemein gelten soll (in der Näherung, in der man die Coulomb-Kräfte vernachlässigt), so müssen wir für die Kräfte zwischen den Teilchen Operatoren annehmen, die für $\varrho_i = \varrho_k$ und $\varrho_i \neq \varrho_k$ dasselbe ergeben. Als allgemeinen Kraftansatz bietet sich dar²⁾ (wir schreiben die Wirkung zwischen Teilchen 1 und 2 auf):

$$J_M(r_{12}) M_{12} + J_H(r_{12}) H_{12} + J_B(r_{12}) B_{12} + J_W(r_{12}), \quad (2)$$

wo (jetzt für $\varrho_1 = \varrho_2$ und $\varrho_1 \neq \varrho_2$):

$$\begin{aligned} M_{12} \varphi(\mathbf{r}_1 \varrho_1 \sigma_1 \mathbf{r}_2 \varrho_2 \sigma_2 \dots) \\ &= - \varphi(\mathbf{r}_1 \varrho_2 \sigma_2 \mathbf{r}_2 \varrho_1 \sigma_1 \dots) = \varphi(\mathbf{r}_2 \varrho_1 \sigma_1 \mathbf{r}_1 \varrho_2 \sigma_2), \\ H_{12} \varphi(\mathbf{r}_1 \varrho_1 \sigma_1 \mathbf{r}_2 \varrho_2 \sigma_2 \dots) \\ &= - \varphi(\mathbf{r}_1 \varrho_2 \sigma_1 \mathbf{r}_2 \varrho_1 \sigma_2 \dots) = \varphi(\mathbf{r}_2 \varrho_1 \sigma_2 \mathbf{r}_1 \varrho_2 \sigma_1), \\ B_{12} \varphi(\mathbf{r}_1 \varrho_1 \sigma_1 \mathbf{r}_2 \varrho_2 \sigma_2 \dots) \\ &= \varphi(\mathbf{r}_1 \varrho_1 \sigma_2 \mathbf{r}_2 \varrho_2 \sigma_1 \dots) = - \varphi(\mathbf{r}_2 \varrho_2 \sigma_1 \mathbf{r}_1 \varrho_1 \sigma_2) \end{aligned}$$

ist. Daraus folgt, daß die Eigenfunktionen Linearkombinationen

$$\psi = \sum \varphi(\mathbf{r}_1 \sigma_1 \mathbf{r}_2 \sigma_2 \dots) \chi(\varrho_1 \varrho_2 \dots) \quad (3)$$

¹⁾ E. Wigner, ZS. f. Phys. **43**, 624, 1927; F. Hund, ebenda **43**, 788, 1927.
— ²⁾ Siehe z. B. B. Cassen u. E. U. Condon, Phys. Rev. **50**, 846, 1936.

aus (im allgemeinen nicht-antisymmetrischen) Eigenfunktionen

$$\varphi(\mathbf{r}_1 \sigma_1 \mathbf{r}_2 \sigma_2 \dots) \chi(\varrho_1 \varrho_2 \dots)$$

sind. Die Operatoren wirken nur auf φ . Die Funktionen φ und χ gehören einem bestimmten Symmetriecharakter an; die Charaktere von φ und χ sind einander reziprok.

Die χ kann man als Linearkombinationen von Produkten von „Ladungsfunktionen“ $\pi(\varrho)$, $\nu(\varrho)$ je einer ϱ -Variable schreiben, wo (bei Unterscheidung von Variablen π , ν und Funktionen π , ν)

$$\begin{aligned} \pi(\pi) &= 1, & \nu(\pi) &= 0, \\ \pi(\nu) &= 0, & \nu(\nu) &= 1 \end{aligned}$$

ist. Diese Funktionen sind analog den gelegentlich benutzten „Spinfunktionen“ $\alpha(\sigma)$ und $\beta(\sigma)$.

Die Symmetriecharaktere von φ und χ in (3) entsprechen den Zahlen $R = 0, 1, 2, \dots A/2$ bei gerader Teilchenzahl A und den Zahlen $R = 1/2, 3/2, 5/2, \dots A/2$ bei ungerader Teilchenzahl A .

$(2R + 1)$ hat eine einfache Bedeutung. Während $2S + 1$ angibt, wieviel Terme verschiedener Spinstellungen, aber gleichen Symmetriecharakters von ω und gleicher Abhängigkeit von \mathbf{r} und ϱ als „Komponenten eines Multipletts“ energetisch zusammenfallen, gibt $2R + 1$ an, wieviel Terme verschiedener Ladung (also von isobaren Kernen), aber gleichen Symmetriecharakters von χ und gleicher Abhängigkeit von \mathbf{r} und σ energetisch zusammenfallen. Wir können sie zu einem „Ladungsmultiplett“ zusammenfassen, $2R + 1$ ist dann die „Ladungsmultiplizität“. Die Coulomb-Kräfte führen dann zu einer „Aufspaltung“ dieses Ladungsmultipletts. Ein „Ladungssingulett“ ist ein Term, dessen Ladungsanteil $\chi(\varrho_1 \varrho_2 \dots)$ in Gruppen von je zwei Teilchen antisymmetrisch ist, dies ist nur möglich, wenn die Zahl (Z) der Protonen gleich der Zahl (N) der Neutronen ist, also bei einem der isobaren Kerne von gegebener Teilchenzahl. Bei einem „Ladungstriplett“ hat χ einen Symmetriecharakter, der nur vorkommt, wenn Z und N um höchstens 2 verschieden sind, also bei drei der isobaren Kerne.

5. Die „gleichen“ Kräfte führen zur Existenz einer Quantenzahl R .

$2R + 1$ isobare Kerne haben (genähert) denselben Termwert, sie bilden ein „Ladungsmultiplett“.

Wir wollen $2R + 1$ durch eine links oben an die übrigen Termsymbole angefügte Ziffer¹⁾ bezeichnen, $^{42}P_{3/2}$ ist also ein Term mit $R = 3/2$, $S = 1/2$, $L = 1$, $J = 3/2$.

¹⁾ Feenberg u. Wigner benutzen solche Symbole in anderer Bedeutung. Ich glaube aber, auf eine kurze Bezeichnung der Eigenschaften R , S , L , J in einer an den bisherigen Gebrauch eng anschließenden Weise nicht verzichten zu sollen.

Die Analogie zwischen σ und S auf der einen, ϱ und R auf der anderen Seite tritt auch in der Schreibweise hervor, die an Heisenbergs erste Beschreibung des Operators H_{12} der zwischen Proton und Neutron wirkenden Kraft anschließt und die von Cassen und Condon¹⁾ benutzt wird. Bei Heisenberg ist

$$H_{12} = -\frac{1}{2} (\varrho_1^{\xi} \varrho_2^{\xi} + \varrho_1^{\eta} \varrho_2^{\eta}),$$

wo ϱ^{ξ} , ϱ^{η} , $\varrho^{\zeta} = \varrho$ den Paulischen Spinmatrizen entsprechen. Bei Annahme „gleicher“ Kräfte tritt dazu

$$H_{12} = -\frac{1}{2} (1 + \varrho_1^{\zeta} \varrho_2^{\zeta})$$

(0 wenn $\varrho_1 \neq \varrho_2$, -1 wenn $\varrho_1 = \varrho_2 = \pm 1$), so daß wir im ganzen

$$H_{12} = -\frac{1}{2} (1 + \vec{\varrho}_1 \vec{\varrho}_2)$$

haben, wo $\vec{\varrho}_1 \vec{\varrho}_2$ das skalare Produkt zweier „Vektoren“ ist. Die anderen benutzten Operatoren können dann

$$M_{12} = -\frac{1}{4} (1 + \vec{\varrho}_1 \vec{\varrho}_2) (1 + \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2),$$

$$B_{12} = \frac{1}{2} (1 + \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)$$

geschrieben werden.

Kräfte, die nur vom Ort abhängen. In dem allgemeinen Kraftansatz (2) haben $J_M \cdot M$ und J_W die Eigenschaft, daß sie als nur auf die $\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots$ wirkende Operatoren geschrieben werden können. Wenn diese Kräfte allein da sind, sind die Eigenfunktionen $\varphi(\mathbf{r}_1 \varrho_1 \sigma_1 \dots)$ antisymmetrisierte Linearkombinationen von Produkten

$$\varphi(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots) \cdot \chi(\varrho_1 \varrho_2 \dots) \cdot \omega(\sigma_1 \sigma_2 \dots). \quad (4)$$

Die Operatoren wirken nur auf φ

$$M_{12} \varphi(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots) = \varphi(\mathbf{r}_2 \mathbf{r}_1 \dots)$$

und die Energie ist von den Faktoren χ und ω unabhängig.

Die M - und W -Kräfte scheinen am Kernaufbau stärker beteiligt zu sein als die H - und B -Kräfte, so daß man in einer ersten [vielleicht nur mäßig guten²⁾] Näherung sie allein betrachten kann. Dies gibt eine wesentliche Vereinfachung des Termschemas.

Die Funktionen φ haben für sich einen bestimmten Symmetriecharakter. Da er durch Zufügung von $\chi \omega$ antisymmetrisiert werden kann, kommen für φ nur solche Charaktere in Frage, deren symmetrisierte Normalform in höchstens je vier Teilchen symmetrisch ist³⁾.

¹⁾ B. Cassen u. E. U. Condon, Phys. Rev. **50**, 846, 1936. — ²⁾ Daß sie nur mäßig gut ist, zeigen die Untersuchungen von H. Volz, Naturwissensch. (im Druck). — ³⁾ E. Wigner (l. c.), hat für den Symmetriecharakter von φ eine sehr kurze Bezeichnung durch drei Quantenzahlen S , T , Y , die zusammen mit $A = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$ vier einfache Linearkombinationen der Ziffern λ_i der Zerlegung der symmetrisierten Form $A = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$ (für fehlende Ziffern sei 0 gesetzt) sind. Sein S ist aber nicht genau der Spindrehimpuls S , sein T nicht genau unser R .

Die entsprechende Zerlegung $A = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots$ hat keine Summanden über 4; die der antisymmetrischen Normalform $A = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$ hat höchstens vier Summanden. Z. B. kommen bei sechs Teilchen für φ in Betracht

$$\begin{aligned} \overline{1234} \overline{56} &= \overline{12} \overline{34} \overline{56} & (4+2; & \quad 2+2+1+1) \\ \overline{1234} \overline{56} &= \overline{123} \overline{456} & (4+1+1; & \quad 3+1+1+1) \\ \overline{123} \overline{456} &= \overline{12} \overline{34} \overline{56} & (3+3; & \quad 2+2+2) \\ \overline{123} \overline{456} &= \overline{123} \overline{45} 6 & (3+2+1; & \quad 3+2+1) \\ \overline{123} \overline{456} &= \overline{1234} \overline{56} & (3+1+1+1; & \quad 4+1+1) \\ &\dots & & \end{aligned}$$

6. Bei Beschränkung auf nur ortsabhängige Kräfte fallen im allgemeinen eine Anzahl Spin- und Ladungsmultipletts energetisch zusammen. Was für Multipletts zusammenfallen, hängt vom Symmetriecharakter des „Bahnanteils“ φ der Eigenfunktion ab.

Es kommt nämlich darauf an, auf was für Weisen φ durch Zufügung von Faktoren χ und ω und Linearkombinieren antisymmetrisch gemacht werden kann. Das ist eine Erweiterung der in der Theorie der Atomhülle (bei der Form $\varphi \cdot \omega$ der Eigenfunktionen) auftretenden Aufgabe, festzustellen, wie eine Funktion φ gegebenen Symmetriecharakters durch Zufügung eines Faktors ω und Linearkombinieren antisymmetrisch gemacht werden kann, einer Aufgabe, die mit Hilfe der „reziproken Symmetriecharaktere“ gelöst wurde¹⁾.

Zwei Teilchen: Wenn φ den symmetrischen Charakter $\overline{12}$ hat, so ist von χ und ω eines vom Charakter $\overline{12}$ und eines vom Charakter $\widetilde{12}$, d. h. es fallen die Multipletts ${}^{31}T$ und ${}^{13}T$ zusammen (T steht für $S, P, D \dots$). Wenn φ antisymmetrischen Charakter $\widetilde{12}$ hat, so haben χ und ω beide $\overline{12}$ oder beide $\widetilde{12}$, d. h. es fallen ${}^{33}T$ und ${}^{11}T$ zusammen.

Drei Teilchen: Die Ergänzungsmöglichkeiten von φ, χ, ω zu antisymmetrischen ψ sind aus Tabelle 1 zu entnehmen.

Beim Charakter $\overline{123}$ von φ haben wir also einen ${}^{22}T$ -Term; beim Charakter $\overline{12}3$ von φ haben wir energetisch zusammenfallende ${}^{42}T$ -, ${}^{24}T$ -, ${}^{22}T$ -Terme; beim Charakter $\widetilde{123}$ von φ haben wir zusammenfallende ${}^{44}T$ - und ${}^{22}T$ -Terme.

Vier Teilchen: Die Ergänzungsmöglichkeiten von φ, χ, ω zu ψ sind aus Tabelle 2 zu entnehmen.

¹⁾ F. Hund, l. c.

Tabelle 1. Symmetriecharakter von φ, χ, ω für drei Teilchen.

	R	S	χ	ω	$(\chi \cdot \omega)$	φ
$44T$	$3/2$	$3/2$	$\overline{123}$	$\overline{123}$	$\overline{123}$	$\overline{123}$
$42T$	$3/2$	$1/2$	$\overline{123}$	$\overline{123}$	$\overline{123}$	$\overline{123}$
$24T$	$1/2$	$3/2$	$\overline{123}$	$\overline{123}$	$\overline{123}$	$\overline{123}$
$22T$	$1/2$	$1/2$	$\overline{123}$	$\overline{123}$	$\left\{ \begin{array}{l} \overline{123} \\ \overline{123} \\ \overline{123} \end{array} \right.$	$\overline{123}$ $\overline{123}$ $\overline{123}$

Tabelle 2. Symmetriecharaktere von φ, χ, ω für vier Teilchen.

	R	S	χ	ω	$(\chi \cdot \omega)$	φ
$55T$	2	2	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$
$53T$	2	1	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$
$51T$	2	0	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$
$33T$	1	1	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$	$\left\{ \begin{array}{l} \overline{1234} \\ \overline{1234} \\ \overline{1234} \\ \overline{1234} \end{array} \right.$	$\overline{1234}$ $\overline{1234}$ $\overline{1234}$ $\overline{1234}$
$31T$	1	0	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$	$\left\{ \begin{array}{l} \overline{1234} \\ \overline{1234} \end{array} \right.$	$\overline{1234}$ $\overline{1234}$
$11T$	0	0	$\overline{1234}$	$\overline{1234}$	$\left\{ \begin{array}{l} \overline{1234} \\ \overline{1234} \\ \overline{1234} \end{array} \right.$	$\overline{1234}$ $\overline{1234}$ $\overline{1234}$

In der Tabelle sind die Fälle weggelassen, die nur durch Vertauschen von R mit S (χ mit ω) aus den angegebenen hervorgehen. Wir erhalten folgende Gruppen zusammenfallender Multipletts:

$$\overline{1234}: 55T \ 33T \ 11T$$

$$\overline{1234}: 53T \ 35T \ 33T \ 31T \ 13T$$

$$\overline{1234}: 51T \ 15T \ 33T \ 11T$$

$$\overline{1234}: 33T \ 31T \ 13T$$

$$\overline{1234}: 11T.$$

Tabelle 3. Symmetriecharaktere von φ, χ, ω für fünf Teilchen.

	R	S	χ	ω	$(\chi \cdot \omega)$	φ
${}^{66}T$	$5/2$	$5/2$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
${}^{64}T$	$5/2$	$3/2$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
${}^{62}T$	$5/2$	$1/2$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
${}^{44}T$	$3/2$	$3/2$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
					$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
					$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
					$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
${}^{42}T$	$3/2$	$1/2$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
					$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
					$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
					$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
${}^{22}T$	$1/2$	$1/2$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
					$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
					$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
					$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
					$\overline{12345}$	$\overline{12345}$
					$\overline{12345}$	$\overline{12345}$

Fünf Teilchen: Aus Tabelle 3 entnehmen wir folgende Gruppen zusammenfallender Multipletts:

$$\begin{aligned}
 \overline{12345}: & \quad {}^{66}T \quad {}^{44}T \quad {}^{22}T \\
 \overline{12345}: & \quad {}^{64}T \quad {}^{46}T \quad {}^{44}T \quad {}^{42}T \quad {}^{24}T \quad {}^{22}T \\
 \overline{12345}: & \quad {}^{62}T \quad {}^{26}T \quad {}^{44}T \quad {}^{42}T \quad {}^{24}T \quad {}^{22}T \\
 \overline{12345}: & \quad {}^{44}T \quad {}^{42}T \quad {}^{24}T \quad {}^{22}T \\
 \overline{12345}: & \quad {}^{42}T \quad {}^{24}T \quad {}^{22}T \\
 \overline{12345}: & \quad {}^{22}T.
 \end{aligned}$$

Bei sechs Teilchen wird die Zusammenstellung wesentlich verwickelter. Wir wollen sie uns sparen, da wir nachher für unsere besondere Anwendung einen einfacheren Weg sehen werden, die zusammenfallenden Multipletts aufzustellen.

Die Beweise der Tabelle 1, 2 und 3 sind etwas mühsam. Da wir die Tabellen für unsere Zwecke nicht unbedingt brauchen — wegen des erwähnten einfacheren Weges — sei das Beweisverfahren nur im Falle von vier Teilchen

kurz angedeutet. Wenn einer der Faktoren χ und ω völlig symmetrischen oder völlig antisymmetrischen Charakter hat, ist der Charakter des Produktes leicht bestimmt. Beginnen wir also gleich mit $\overline{1234} \cdot \overline{1234}$. Aus den Funktionen $\chi(\overline{1234})$ und $\omega(\overline{1234})$ läßt sich

$$\chi(\overline{1234}) \cdot \omega(\overline{1234}) = \xi(\overline{1234})$$

bilden. Aus ξ läßt sich durch Permutationen und Linearkombination eine in 1234 symmetrische Funktion herstellen, da kein Grund besteht, daß

$$\xi(\overline{1234}) + \xi(\overline{2341}) + \xi(\overline{3412}) + \xi(\overline{4123})$$

verschwindet. Es läßt sich also der Charakter $\overline{1234}$ herstellen. Da aber ξ mit der symmetrisierten Funktion nicht identisch ist (sonst wären ja χ und ω schon symmetrisch in 1234), so gibt es auch den Charakter $\overline{1234}$. Da man ω auch in der Form $\overline{\omega}(\overline{1234})$ schreiben kann, kann man auch

$$\chi(\overline{1234}) \cdot \overline{\omega}(\overline{1234}) = \eta(\overline{1234})$$

bilden und daraus durch Permutationen und Linearkombination Funktionen $\overline{\eta}(\overline{1234})$, $\overline{\eta}(\overline{1234})$, $\overline{\eta}(\overline{1234})$ herstellen, aber nicht eine in allen Teilchen antisymmetrische [die antisymmetrisierte Kombination von $\chi(\overline{1234}) \cdot \overline{\omega}(\overline{1234})$ wird nämlich null, weil sich $\overline{\omega}(\overline{1234})$ nicht in drei Teilchen antisymmetrisieren läßt]. Es gibt also auch die Symmetriecharaktere $\overline{1234}$, $\overline{1234}$. Die Summe der Entartungsgrade der bisher gefundenen Charaktere $1 + 3 + 2 + 3 = 9$ ist gleich der Zahl der unabhängigen möglichen Produkte; wir brauchen also nicht weiter zu suchen.

Die Energiewerte hängen nur vom Bestandteil $\varphi(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots)$ der Eigenfunktionen ab; in einer rohen Näherung hängen sie sogar nur von deren Symmetriecharakter ab. Wenn wir nämlich in

$$\int \varphi^*(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots) \sum_{ik} J_M(\mathbf{r}_{ik}) M_{ik} \varphi(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots) d\tau$$

die Ortsabhängigkeit der $J(r_{ik})$ vernachlässigen und

$$J_M \cdot \int \varphi^*(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots) \sum_{ik} M_{ik} \varphi(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots) d\tau$$

schreiben, so hängt diese Näherung der potentiellen Energie nur vom Symmetriecharakter von φ ab, und zwar ist diese Näherung

$$V_M = (\alpha - \beta) \cdot J_M, \quad (5)$$

wo α die Zahl der symmetrisch verknüpften Paare in der symmetrisierten Normalform und β die Zahl der antisymmetrisch verknüpften Paare in der antisymmetrisierten Normalform ist. Für W -Kräfte erhalten wir als Faktor natürlich einfach die Zahl der Teilchenpaare, also die Energie

$$V_W = \binom{A}{2} \cdot J_W. \quad (6)$$

Den Beweis der Formel (5) machen wir uns an einem Beispiel klar. φ möge den Charakter $\overline{123456}$ haben. Wir können es also in die Form $\varphi(\overline{123456})$ bringen und es läßt sich durch Permutationen von 1234 und Bilden von Linearkombinationen nicht in 1234 symmetrisch machen. Ebenso wenig geht es mit 1235 , 1236 , 456 . Es bestehen also Beziehungen

$$\begin{aligned}\varphi(\overline{423156}) + \varphi(\overline{143256}) + \varphi(\overline{124356}) &= -\varphi(\overline{123456}), \\ \varphi(\overline{523416}) + \varphi(\overline{153426}) + \varphi(\overline{125436}) &= -\varphi(\overline{123456}), \\ \varphi(\overline{623451}) + \varphi(\overline{163452}) + \varphi(\overline{126453}) &= -\varphi(\overline{123456}), \\ \varphi(\overline{123654}) + \varphi(\overline{123465}) &= -\varphi(\overline{123456}).\end{aligned}$$

Es folgt dann mit $\varphi(\overline{123456})$:

$$\begin{aligned}\int \varphi^* (M_{12} + M_{23} + M_{31} + M_{45}) \varphi d\tau &= 4, \\ \int \varphi^* (M_{14} + M_{24} + M_{34}) \varphi d\tau &= -1, \\ \int \varphi^* (M_{15} + M_{25} + M_{35}) \varphi d\tau &= -1, \\ \int \varphi^* (M_{16} + M_{26} + M_{36}) \varphi d\tau &= -1, \\ \int \varphi^* (M_{46} + M_{56}) \varphi d\tau &= -1.\end{aligned}$$

Wir erhalten den Summanden $+1$ so oft, als es symmetrisch verknüpfte Paare in $\overline{123456}$ gibt und den Faktor -1 so oft, als man (vgl. Hilfssatz und Satz 2 bei Hund, l. c.) antisymmetrisch verknüpfte Paare herstellen kann.

Die in dieser rohen Annäherung erhaltenen Termwerte gibt Tabelle 4.

Tabelle 4. Rohe Werte der potentiellen Energie.

A	φ -Symmetrie- charaktere	V	A	φ -Symmetrie- charaktere	V
2	$\overline{12}$ 12	$-J_M + J_W$ $J_M + J_W$	4	$\overline{1234}$ $\overline{1234}; \overline{1234}$ $\overline{1234}; \overline{1234}$ $\overline{1234}; \overline{1234}$ $\overline{1234}$	$-6J_M + 6J_W$ $-2J_M + 6J_W$ $6J_W$ $2J_M + 6J_W$ $6J_M + 6J_W$
3	$\overline{123}$ $\overline{123}; \overline{123}$ $\overline{123}$	$-3J_M + 3J_W$ $3J_W$ $3J_M + 3J_W$			

Die Fortsetzung ist aus der Tabelle 12 zu ersehen. Die tiefsten Termwerte gibt Tabelle 5. Diese rohen Energiewerte zeigen eine gewisse Viererfolge:

$$\begin{aligned}A = 4n: \quad V &= (8n - 2n^2) J_M + (-2n + 8n^2) J_W, \\ A = 4n + 1: \quad V &= (7n - 2n^2) J_M + (2n + 8n^2) J_W, \\ A = 4n + 2: \quad V &= (1 + 6n - 2n^2) J_M + (1 + 6n + 8n^2) J_W, \\ A = 4n + 3: \quad V &= (3 + 5n - 2n^2) J_M + (3 + 10n + 8n^2) J_W;\end{aligned}$$

energetisch ein wenig ausgezeichnet sind die Kerne mit $A = 4n$ ($Z = N = 2n$). Die Formeln geben eine quadratische Abhängigkeit von n ; die

Tabelle 5. Rohe Werte der potentiellen Energie der Grundzustände für $Z = N$ und $Z = N \pm 1$.

A	V	A	V	A	V
1	0	9	$6 J_M + 36 J_W$	17	$-4 J_M + 136 J_W$
2	$J_M + J_W$	10	$5 J_M + 45 J_W$	18	$-7 J_M + 153 J_W$
3	$3 J_M + 3 J_W$	11	$5 J_M + 55 J_W$	19	$-9 J_M + 174 J_W$
4	$6 J_M + 6 J_W$	12	$6 J_M + 66 J_W$	20	$-10 J_M + 190 J_W$
5	$5 J_M + 10 J_W$	13	$3 J_M + 78 J_W$		
6	$5 J_M + 15 J_W$	14	$J_M + 91 J_W$		
7	$6 J_M + 21 J_W$	15	$105 J_W$		
8	$8 J_M + 28 J_W$	16	$120 J_W$		

gemessenen Massendefekte zeigen aber, daß die Energien ungefähr linear mit n ansteigen. Das Glied mit n^2 muß also klein sein, d. h.¹⁾

$$J_M \approx 4 J_W.$$

Da φ den möglichst symmetrischen Charakter hat, so gehören dazu kleine R - und S -Werte. Sie sind in Tabelle 6 angegeben.

Tabelle 6. R und S im tiefsten Zustand.

A	R	S	A	R	S
$4n$	0	0	$4n+2$	1	0
$4n+1$	$1/2$	$1/2$		0	1
			$4n+3$	$1/2$	$1/2$

Näherung, die von Zuständen einzelner Teilchen in kugelsymmetrischen Kraftfeldern ausgeht. Bei dieser Näherung geht man von Eigenfunktionen der Form

$$\psi = \varphi_1(\mathbf{r}_1) \chi_1(\varrho_1) \omega_1(\sigma_1) \cdot \varphi_2(\mathbf{r}_2) \chi_2(\varrho_2) \omega_2(\sigma_2)$$

aus und geht dann durch Antisymmetrisieren und Bilden neuer Linearkombinationen zu besseren Annäherungen über. Die $\varphi_i(\mathbf{r})$ sind dabei die Eigenfunktionen von 1 s - oder 2 s - oder 2 p ($m = 1, 0, -1$)- usw. Zuständen der Teilchen. Da jeder dieser Zustände mit π und ν , α und β verbunden sein kann, gibt es vier 1 s -, 2 s -...-Zustände, zwölf 2 p -, 3 p -...-Zustände, zwanzig 3 d -, 4 d -...-Zustände. Sie können von je höchstens einem Teilchen eingenommen werden. Da man annimmt, daß die Energie wesentlich von diesen Quantenzahlen (n, l) der einzelnen Teilchen abhängt, ist

¹⁾ Vgl. die ähnlichen Beziehungen bei G. Breit u. E. Feenberg, Phys. Rev. 50, 850, 1936.

die Frage wichtig, wieviel und was für Multipletts zu einem „Satz von Quantenzahlen (n, l) “ der einzelnen Teilchen gehören. Zur Herleitung dieser Multipletts genügen die aus der Theorie der Linienspektren bekannten Methoden. Die „abgeschlossenen Schalen“ s^4 , p^{12} , d^{20} ... geben je einen ^{11}S -Term. Einige andere Fälle gibt Tabelle 7. Fehlen an einer abgeschlossenen Schale einige Teilchen, so erhält man die gleichen Multipletts, wie bei einer Schale, die gerade nur diese Teilchen enthält.

Tabelle 7. Termmöglichkeiten bei gegebenen l -Werten.

s, s^3	^{22}S
s	$^{31}S \quad ^{13}S$
p, p^{11}	^{22}P
p^2, p^{10}	$^{33}P \quad ^{31}DS \quad ^{13}DS \quad ^{11}P$
p^3, p^9	$^{44}S \quad ^{42}DP \quad ^{24}DP \quad ^{22}FDPPS$
p^4, p^8	$^{53}P \quad ^{35}P \quad ^{51}DS \quad ^{15}DS \quad ^{33}FDDPPS \quad ^{31}FDPP \quad ^{13}FDPP \quad ^{11}GDDSS$
p^5, p^7	$^{62}P \quad ^{56}P \quad ^{44}DPS \quad ^{42}FDDPPS \quad ^{24}FDDPPS \quad ^{22}GFFDDDDPPPS$
p^6	$^{71}S \quad ^{17}S \quad ^{53}DPS \quad ^{35}DPS \quad ^{51}DP \quad ^{15}DP \quad ^{33}FFDDPPPP$ $^{31}GFDDDDPSS \quad ^{13}GFDDDDPSS \quad ^{11}FFPP$
d, d^{19}	^{22}D
d^2, d^{18}	$^{33}FP \quad ^{31}GDS \quad ^{13}GDS \quad ^{11}FP$
d^3, d^{17}	$^{44}FP \quad ^{42}HGFDDP \quad ^{24}HGFDDP \quad ^{22}JHGGFFDDDDPPS$
...	...

Bei der Atomhülle gibt es auch eine enge Beziehung zwischen den Energien eines Systems von n Elektronen außerhalb abgeschlossener Schalen und den Energien eines Systems, bei dem n Elektronen an einer abgeschlossenen Schale fehlen. Die Energien sind gewisse Funktionen von Integralen, die aus den Eigenfunktionen der einzelnen Elektronen und der Wechselwirkungsenergie gebildet sind. Beim System mit n Elektronen und beim System mit n „Lücken“ sind diese Funktionen die gleichen, wenn man die Spin-Bahnwechselwirkung vernachlässigt. In den Kernen gilt derselbe Satz, da der Beweis sich leicht ergänzen läßt¹⁾.

Wenn man sich auf die (vorherrschenden) Kernkräfte beschränkt, die nur von den Ortsvariablen abhängen, so fallen eine Anzahl dieser Multipletts zusammen. Aus den oben gemachten Angaben folgen die Terme der Tabelle 8 (zusammenfallende Terme durch =-Zeichen verbunden).

¹⁾ Beim Beweis von W. Heisenberg, Ann d. Phys. **10**, 888, 1931, braucht man nur noch zu zeigen, daß (S. 890)

$$H_{ik,rs} = H_{rs,ik}$$

ist (reelle Eigenfunktionen genügen).

Tabelle 8. Terme für nur ortsabhängige Kräfte.

p		${}^{23}P$
p^2	$\overline{12}$ $\overline{12}$	${}^{33}P = {}^{11}P$ ${}^{31}D = {}^{13}D; {}^{31}S = {}^{13}S$
p^3	$\overline{123}$ $\overline{123}$ $\overline{123}$	${}^{44}S = {}^{22}S$ ${}^{42}D = {}^{24}D = {}^{22}D; {}^{42}P = {}^{24}P = {}^{22}P$ ${}^{22}F; {}^{22}P$
p^4	$\overline{1234}$ $\overline{1234}$ $\overline{1234}$ $\overline{1234}$	${}^{53}P = {}^{35}P = {}^{33}P = {}^{31}P = {}^{13}P$ ${}^{51}D = {}^{15}D = {}^{33}D = {}^{11}D; {}^{51}S = {}^{15}S = {}^{33}S = {}^{11}S$ ${}^{33}F = {}^{31}F = {}^{13}F; {}^{33}D = {}^{31}D = {}^{13}D; {}^{33}P = {}^{31}P = {}^{13}P$ ${}^{11}G; {}^{11}D; {}^{11}S.$
...
d		${}^{22}D$
d^2	$\overline{12}$ $\overline{12}$	${}^{33}F = {}^{11}F; {}^{33}P = {}^{11}P$ ${}^{31}G = {}^{13}G; {}^{31}D = {}^{13}D; {}^{31}S = {}^{13}S$
d^3	$\overline{123}$ $\overline{123}$ $\overline{123}$	${}^{44}F = {}^{22}F; {}^{44}P = {}^{22}P$ ${}^{42}H = {}^{24}H = {}^{22}H, \text{ entspr. GFDDP}$ ${}^{22}J; {}^{22}G; {}^{22}F; {}^{22}D; {}^{22}S$
d^4	... $\overline{1234}$... ${}^{11}L; {}^{11}J; {}^{11}H; {}^{11}G; {}^{11}G; {}^{11}D; {}^{11}D; {}^{11}S$
...

Rechenverfahren für die p-Schale. Um eine qualitative Übersicht über die Termschemata der leichtesten Kerne zu bekommen, insbesondere um festzustellen, wieweit ein „Schalenbau“ der Kerne von Einfluß auf seine Eigenschaften ist, gehen wir folgendermaßen vor. In erster Näherung werden die tiefen Terme durch Zustände der einzelnen Teilchen in Zentralfeldern bezeichnet, also durch $s^4 p^{A-4}$ ($4 < A \leq 16$). Durch Linearkombinationen der entsprechenden Eigenfunktionen werden dann bessere Annäherungen geschaffen.

Wir nehmen gleiche Kräfte zwischen gleichen und ungleichen Kernernteilchen an. Beschränkt man sich auf Kräfte, die nur vom Ort abhängen (M - und W -Kräfte), so kann man (mit einer bei p^6 zu machenden Einschränkung) alle Terme, die zu $s^4 p^{A-4}$ gehören, ohne Lösen von Säkulargleichungen, als lineare Funktion von zwei Integralen schreiben; diese

Integrale hängen von der speziellen Form der Ortsabhängigkeit der Kräfte ab und setzen die Kenntnis der Eigenfunktionen voraus. In einer qualitativen Übersicht brauchen sie aber nicht ausgerechnet zu werden.

Das Verfahren schließt sich an das an, das Slater¹⁾ vor Jahren für die entsprechende Aufgabe in der Atomhülle angewandt hat; die anzu- bringenden Ergänzungen rühren von der Existenz der Quantenzahl R und der Beachtung des Symmetriecharakters von $\varphi(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots)$ in der Form $\varphi(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \dots) \chi(\varrho_1 \varrho_2 \dots) \omega(\sigma_1 \sigma_2 \dots)$ der Eigenfunktion her.

Im ersten Schritt der Näherung schreiben wir die Eigenfunktionen in der Form

$$\psi = \sum \varphi_1(\mathbf{r}_1) \chi_1(\varrho_1) \omega_1(\sigma_1) \cdot \varphi_2(\mathbf{r}_2) \chi_2(\varrho_2) \omega_2(\sigma_2) \dots$$

als antisymmetrische Linearkombination, die aus einem Produkt von Eigenfunktionen der einzelnen Teilchen entsteht.

In der Energie

$$\frac{\int \psi^* H \psi d\tau}{\int \psi^* \psi d\tau}$$

brauchen wir in ψ^* nur das erste Produkt zu beachten, in ψ auch die durch Permutation der Teilchennummern entstehenden. Mit der Kraft $J_M(\mathbf{r}_i \mathbf{r}_k) M_{ik}$ erhält man für jedes Paar von Zuständen einzelner Teilchen, wenn χ oder ω ungleich ist:

$$(uv | J | vu) = \int u^*(\mathbf{r}_1) v^*(\mathbf{r}_2) J_M(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2) v(\mathbf{r}_1) u(\mathbf{r}_2) d\tau_1 d\tau_2,$$

wo u und v die beiden φ -Funktionen sind. Wenn sowohl die beiden χ als auch die beiden ω gleich sind, erhält man

$$(uv | J | vu) - (uv | J | uv);$$

$$(uv | J | uv) = \int u^*(\mathbf{r}_1) v^*(\mathbf{r}_2) J_M(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2) u(\mathbf{r}_1) v(\mathbf{r}_2) d\tau_1 d\tau_2.$$

Mit einer gewöhnlichen Kraft erhält man

$$\begin{aligned} (uv | J | uv), & \quad \text{wenn Spin oder Ladung ungleich,} \\ (uv | J | uv) - (uv | J | vu), & \quad \text{wenn Spin und Ladung gleich.} \end{aligned}$$

Mit der Kraft $J_H(\mathbf{r}_i \mathbf{r}_k) H_{ik}$ erhält man:

$$\begin{aligned} 0 & \quad \text{wenn Spin und Ladung ungleich,} \\ (uv | J | vu), & \quad \text{wenn Ladung ungleich, Spin gleich,} \\ -(uv | J | uv), & \quad \text{wenn Ladung gleich, Spin ungleich,} \\ (uv | J | vu) - (uv | J | uv), & \quad \text{wenn Spin und Ladung gleich.} \end{aligned}$$

¹⁾ J. C. Slater, Phys. Rev. **34**, 1293, 1929.

Mit der Kraft $J_B(\mathbf{r}_i \mathbf{r}_k) B_{ik}$ erhält man

$$\begin{aligned} 0, & \quad \text{wenn Spin und Ladung ungleich,} \\ (uv | J | vu), & \quad \text{wenn Ladung gleich, Spin ungleich,} \\ - (uv | J | uv), & \quad \text{wenn Ladung ungleich, Spin gleich,} \\ (uv | J | vu) - (uv | J | uv), & \quad \text{wenn Ladung und Spin gleich.} \end{aligned}$$

Bei Fällen mit p -Elektronen kommen als u - und v -Funktionen vor:

$$\begin{aligned} f(r) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \vartheta \cdot e^{i\varphi} & \quad (m_l = 1), \\ f(r) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \vartheta \cdot e^{-i\varphi} & \quad (m_l = -1), \\ f(r) \cdot \cos \vartheta & \quad (m_l = 0) \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} f(r) \cdot \sin \vartheta \cos \varphi & \quad (x), \\ f(r) \cdot \sin \vartheta \sin \varphi & \quad (y), \\ f(r) \cdot \cos \vartheta & \quad (z). \end{aligned}$$

Die Umrechnung der Integrale von der einen Wahl der Funktionen auf die andere ergibt (in leichtverständlicher Schreibweise):

$$\begin{aligned} (xx | J | xx) & \\ &= (11 | J | 11) + 2(11 | J | 1-1) + \frac{1}{2}(11 | J | -1-1) \\ &\quad + \frac{1}{2}(1-1 | J | -11) \\ &= (yy | J | yy) = (11 | J | 11) - 2(11 | J | 1-1) \\ &\quad + \frac{1}{2}(11 | J | -1-1) + \frac{1}{2}(1-1 | J | -11) \\ &= (zz | J | zz) = (00 | J | 00), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (xy | J | xy) & \\ &= (11 | J | 11) - \frac{1}{2}(11 | J | -1-1) - \frac{1}{2}(1-1 | J | -11) \\ &= (xz | J | xz) = (10 | J | 10) + (10 | J | -10) \\ &= (yz | J | yz) = (10 | J | 10) - (10 | J | -10), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (xx | J | yy) & \\ &= (xy | J | yx) = -\frac{1}{2}(11 | J | -1-1) + \frac{1}{2}(1-1 | J | -11) \\ &= (xx | J | zz) = (xz | J | zx) = (11 | J | 00) + (10 | J | 01) \\ &= (yy | J | zz) = (yz | J | zy) = -(11 | J | 00) + (10 | J | 01) \end{aligned}$$

und daraus $[(11 | J | -1-1)$ ist aus Symmetriegründen Null] durch Auflösen:

$$\begin{aligned} (xx | J | xx) &= 2(xx | J | yy) + (xy | J | xy), \\ (00 | J | 00) &= (xx | J | xx) = A, \\ (10 | J | 01) &= (xx | J | yy) = B, \\ (11 | J | 11) &= (1-1 | J | 1-1) = A - B, \\ (1-1 | J | -11) &= 2B, \\ (10 | J | 10) &= A - 2B. \end{aligned}$$

Wenn $J(\mathbf{r}_i \mathbf{r}_k)$ überall (oder im wesentlichen Gebiet) negativ ist, sind A und B negativ; wenn J für kleinere Abstände stärker negativ ist als für größere, so ist der Betrag von A wesentlich größer als der von B . Wenn J vom Abstand unabhängig ist, ist nämlich $(xx|J|xx) = (xy|J|xy)$, d. h. $B = 0$. Wenn J nur bei ganz geringem Abstand von Null verschieden ist, ist $(xx|J|yy) = (xy|J|xy)$, d. h. $A = 3B$. Wir dürfen also $|A|$ als groß ansehen gegen $|B|$ ¹⁾. Weglassen von B bedeutet dasselbe wie Vernachlässigen der Ortsabhängigkeit von J . Wir erhalten dann nach (5) und (6) als potentielle Energie (die Teilchenzahl sei n):

$$V_M = (\alpha - \beta) A,$$

$$V_W = \binom{n}{2} A.$$

Zwei p-Teilchen. (p^2 ; He⁶, Li⁶, Be⁶) Hier kommt jede Multipllettart (Tabelle 7) höchstens einmal vor. Die potentiellen Energien aller Terme und damit alle Termdifferenzen sind lineare Funktionen der beiden Integrale A und B . Die Art der Berechnung gibt Tabelle 9 an.

In der ersten bis dritten Spalte stehen die möglichen φ, χ, ω -Funktionen für die beiden Teilchen, φ ausgedrückt durch eine Komponente m_l des Bahndrehimpulses des p -Zustandes; π bedeutet $m_r = \frac{1}{2}$, ν bedeutet $m_r = -\frac{1}{2}$; $m_s = \pm \frac{1}{2}$ ist durch \pm abgekürzt. Die Zustände, die durch Vertauschen von $+$ und $-$ in φ, χ oder ω aus den angegebenen entstehen, sind nicht mitgeschrieben. In der fünften bis achten Spalte stehen die Summen der potentiellen Energien der in den einzelnen Zeilen zusammengefaßten Eigenfunktionen für Kräfte vom Typus $J_M(r_{ik}) M_{ik}$, vom Typus $J_H(r_{ik}) H_{ik}$, vom Typus $J_B(r_{ik}) B_{ik}$ und für gewöhnliche Kräfte $J_W(r_{ik})$.

Wir suchen die Terme mit größtem M_R und M_S , unter diesen den mit größtem M_L . Er steht in der ersten Zeile und ist ein Term mit $L = 1$, $R = 1$, $S = 1$. Das ³³P-Multipllett, zu dem er gehört, muß auch Terme mit allen LRS -Werten $-1 \leq L \leq 1$, $-1 \leq R \leq 1$, $-1 \leq S \leq 1$ enthalten, alle von gleicher Energie. Diese Terme entstehen durch Linearkombination der Terme der vierten Zeile, der fünften Zeile und anderer Zeilen. Die andere aus der vierten Zeile entstehende Linearkombination ist ein Term, der zum ³¹D-Multipllett gehört, zu dem auch der Term der dritten Zeile gehört. Bei diesem Linearkombinieren zweier Eigenfunktionen ändert sich die Summe der Energien nicht. Die „Termsomme“ der vierten Zeile muß also auch die Summe der Energien von ³³P und ³¹D

¹⁾ Es ist, wie Feenberg u. Wigner beweisen, allgemein $|A| > 3|B|$.

sein. Die Termsumme der fünften Zeile ist die Summe der Energien von ${}^{31}D$, ${}^{33}P$ und ${}^{31}S$. Da wir die ersten beiden Energien aus den Zeilen darüber finden können, können wir den ${}^{31}S$ -Term aus dieser Zeile entnehmen. Die Fälle mit $\pi\nu$, $++$ geben bei Kräften, die ϱ und σ gleichbehandeln, die gleichen Energien, wie die mit $\pi\pi$, $+ -$. Wir erhalten so die Energien der Tabelle 10.

Drei bis zwölf p-Teilchen. Bei drei bis neun p -Teilchen kommt es vor, daß von einer bestimmten Multipllettart mehr als ein Multipllett da ist. Dann kommt man bei Berechnung der Terme nicht ohne Lösung von Gleichungen höheren als ersten Grades aus. Die Linearkombinationen der

Tabelle 9. Terme für p^2 .

m_l	m_r	m_s	$M_L M_R M_S$	Termsumme				Multiplikts
				M-Kraft	H-Kraft	B-Kraft	W-Kraft	
10	$\pi\pi$	$++$	1 1 1	$-A+3B$	$-A+3B$	$A-3B$	$A-3B$	${}^{33}P$
1-1	$\pi\pi$	$++$	0 1 1	$-A+3B$	$-A+3B$	$A-3B$	$A-3B$	${}^{33}P$
11	$\pi\pi$	$+ -$	2 1 0	$A-B$	$-A+B$	$-A+B$	$A-B$	${}^{31}D$
10	$\pi\pi$	$+ -$ $- +$	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array} \right.$ 1 0	$2B$	$-2A+4B$	$-2B$	$2A-4B$	${}^{31}D + {}^{33}P$
1-1	$\pi\pi$	$+ -$ $- +$	$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right.$ 1 0	$A+4B$	$-3A+2B$	$-A-4B$	$3A-2B$	${}^{31}D + {}^{33}P$ $+ {}^{31}S$
00		$+ -$						
11	$\pi\nu$	$++$	2 0 1	$A-B$	$A-B$	$A-B$	$A-B$	${}^{13}D$
10	$\pi\nu$ $\nu\pi$	$++$	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 1 \end{array} \right.$ 0 1	$2B$	$2B$	$2A-4B$	$2A-4B$	${}^{13}D + {}^{33}P$
1-1	$\pi\nu$ $\nu\pi$	$++$	$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right.$ 0 1	$A+4B$	$A+4B$	$3A-2B$	$3A-2B$	${}^{13}D + {}^{33}P$ $+ {}^{13}S$
00	$\pi\nu$							
11	$\pi\nu$	$+ -$ $- +$	$\left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array} \right.$ 0 0	$2A-2B$	0	0	$2A-2B$	${}^{31}D + {}^{13}D$
10	$\pi\nu$ $\nu\pi$	$+ -$ $- +$ $+ -$ $- +$	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right.$ 0 0	$4B$	0	0	$4A-8B$	${}^{31}D + {}^{13}D$ $+ {}^{33}P + {}^{11}P$
1-1	$\pi\nu$ $\nu\pi$	$+ -$ $- +$ $+ -$ $- +$	$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right.$ 0 0	$2A+8B$	0	0	$6A-4B$	${}^{31}D + {}^{13}D$ $+ {}^{33}P + {}^{11}P$ $+ {}^{31}S + {}^{13}S$
00	$\pi\nu$	$+ -$ $- +$						

Ausgangseigenfunktionen, die Näherungen für die wirklichen Eigenfunktionen sind, sind nicht vollständig durch die Symmetrieeigenschaften bestimmt. Aber bei Beschränkung auf Kräfte, die sich als nur ortsabhängige schreiben lassen (M -Kräfte und gewöhnliche (W -) Kräfte), kommt man fast ganz um die Lösung der Säkulargleichungen herum. Wir erläutern die Berechnung am Fall dreier p -Teilchen (Tabelle 11).

Tabelle 10. Terme für p^2 .

Term	M -Kraft	H -Kraft	B -Kraft	W -Kraft
^{33}P	$\left. \begin{array}{c} -A + 3B \\ -A + 3B \end{array} \right\}$	$-A + 3B$	$A - 3B$	$\left. \begin{array}{c} A - 3B \\ -A + 3B \end{array} \right\}$
^{11}P		$A - 3B$	$-A + 3B$	
^{31}D	$\left. \begin{array}{c} A - B \\ A - B \end{array} \right\}$	$-A + B$	$-A + B$	$\left. \begin{array}{c} A - B \\ A - B \end{array} \right\}$
^{13}D		$A - B$	$A - B$	
^{31}S	$\left. \begin{array}{c} A + 2B \\ A + 2B \end{array} \right\}$	$-A - 2B$	$-A - 2B$	$\left. \begin{array}{c} A + 2B \\ A + 2B \end{array} \right\}$
^{13}S		$A + 2B$	$A + 2B$	

Wegen gleicher Abhängigkeit von den Ortskoordinaten fallen zusammen:

$$\overline{123}: {}^{44}S \quad {}^{22}S$$

$$\overline{123}: {}^{42}D \quad {}^{24}D \quad {}^{22}D \quad \text{und} \quad {}^{42}P \quad {}^{24}P \quad {}^{22}P.$$

Unter Benutzung dieser Tatsache erhalten wir die Termwerte:

$${}^{44}S = {}^{22}S = -3A + 9B,$$

$${}^{42}D = {}^{24}D = {}^{22}D = 3B,$$

$${}^{42}P = {}^{24}P = {}^{22}P = 5B,$$

$${}^{22}F = 3A - 3B,$$

$${}^{22}P = 3A + 2B.$$

Ohne Benutzung des Zusammenfallens von ${}^{22}P$, ${}^{22}D$ und ${}^{22}S$ mit anderen Termen, aber mit der Formel (5), die den Koeffizienten von A gibt, können wir auch zum Ziel gelangen. Aus Tabelle 11 folgen alle Termwerte, nur für die beiden ${}^{22}P$ -Terme folgt nur die Termsumme $3A + 7B$. Nach (5) ist das aufzuteilen in einen Summanden $x B$ und einen Summanden $3A + y B$, wo $x B$ mit dem schon berechneten P -Term $5B$ zusammenfallen muß. Wir erhalten also auch so eindeutig die oben angegebenen Termwerte.

Auch im Falle der vier oder fünf Teilchen lassen sich die Termwerte eindeutig aus den Tabellen bestimmen mit Hilfe der Formel (5) ohne Benutzung der früher gewonnenen Verzeichnisse zusammenfallender Terme. Diese etwas mühsam gewonnenen Verzeichnisse kann man sich also sparen.

Tabelle 12 gibt die Terme aller mit zwei bis sechs äquivalenten p -Teilchen möglichen Anordnungen. Bei sechs Teilchen kommt man in wenigen Fällen nur zu den „Schwerpunkten“ von zwei Termen, in den übrigen Fällen zu eindeutigen Termwerten. Die eingeklammerten Zahlen sind „Schwerpunkte“. Fig. 1, 2 und 3 geben als Beispiele die Terme für vier und acht, fünf und sieben, sechs p -Teilchen ($A = 10 B$ gesetzt). Die Zufügung der Coulomb-Kräfte würde die Terme auf der linken Seite der Abbildungen senken gegenüber den weiter rechts gezeichneten.

Tabelle 11. Terme für p^3 .

m_l	m_r	m_s	$M_L \ M_R \ M_S$	Termsummen (M -Kräfte)	Multipletts
10—1	$\pi\pi\pi$	+++	0 $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$	$-3A + 9B$	$44S$
110	$\pi\pi\pi$	+—+	0 $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$	$3B$	$42D$
11—1 100	$\pi\pi\pi$	+—+ ++—	1 $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$	$8B$	$42D + 42P$
10—1	$\pi\pi\pi$	++— +—+ —++	0 $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$	$-3A + 17B$	$42D + 42P + 44S$
... $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$...	$24D, 24P, 44S$
111	$\pi\pi\nu$	+—+	3 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	$3A - 3B$	$22F$
110	$\pi\pi\nu$ $\pi\nu\pi$	+—+ ++— +—+ —++	2 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	$3A + 6B$	$22F + 42D + 24D$ $+ 22D$
11—1 100	$\pi\pi\nu$ $\pi\nu\pi$ $\nu\pi\pi$	+—+ ++— +—+ —++ ++— +—+ —++	1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	$6A + 23B$	$22F + 42D + 24D$ $+ 22D + 42P + 24P$ $+ 22PP$
10—1 000	$\pi\pi\nu$ $\pi\nu\pi$ $\nu\pi\pi$ $\pi\pi\nu$	+—+ ++— +—+ —++ ++— +—+ —++ ++— +—+ —++	0 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	$41B$	$22F + 42D + 24D$ $+ 22D + 42P + 24P$ $+ 22PP + 44S + 22S$

Tabelle 12. Terme für p^2 bis p^6 .

	Symm.-Char. von $\varphi(r_1 \dots)$	Multipletts	Energie	
			M-Kraft	W-Kraft
p^2	$\overline{12}$	$33P \ 11P$	$-A + 3B$	$A - 3B$
	$\overline{1\overline{2}}$	$31D \ 13D$ $31S \ 13S$	$A - B$ $A + 2B$	$A - B$ $A + 2B$
p^3	$\overline{123}$	$44S \ 22S$	$-3A + 9B$	$3A - 9B$
	$\overline{1\overline{2}3}$	$42D \ 24D \ 22D$ $42P \ 24P \ 22P$	$3B$ $5B$	$3A - 6B$ $3A - 4B$
	$\overline{1\overline{2}\overline{3}}$	$22F$ $22P$	$3A - 3B$ $3A + 2B$	$3A - 3B$ $3A + 2B$
p^4	$\overline{1234}$	$53P \ 35P \ 33P \ 31P \ 13P$	$-2A + 11B$	$6A - 13B$
	$\overline{1\overline{2}34}$	$51D \ 15D \ 33D \ 11D$ $51S \ 15S \ 33S \ 11S$	$7B$ $10B$	$6A - 11B$ $6A - 8B$
	$\overline{1\overline{2}\overline{3}4}$	$33F \ 31F \ 13F$ $33D \ 31D \ 13D$ $33P \ 31P \ 13P$	$2A + 2B$ $2A + 5B$ $2A + 7B$	$6A - 10B$ $6A - 7B$ $6A - 5B$
	$\overline{1\overline{2}\overline{3}\overline{4}}$	$11G$ $11D$ $11S$	$6A - 6B$ $6A + B$ $6A + 4B$	$6A - 6B$ $6A + B$ $6A + 4B$
p^5	$\overline{12345}$	$62P \ 26P \ 44P \ 42P \ 24P \ 22P$	$-2A + 16B$	$10A - 20B$
	$\overline{1\overline{2}34\overline{5}}$	$44D \ 42D \ 24D \ 22$ $44S \ 42S \ 24S \ 22S$	$12B$ $15B$	$10A - 18B$ $10A - 15B$
	$\overline{1\overline{2}\overline{3}4\overline{5}}$	$42F \ 24F \ 22F$ $42D \ 24D \ 22D$ $42P \ 24P \ 22P$	$2A + 7B$ $2A + 10B$ $2A + 12B$	$10A - 17B$ $10A - 14B$ $10A - 12B$
	$\overline{1\overline{2}\overline{3}\overline{4}\overline{5}}$	$22G$ $22F$ $22D$ $22P$	$5A$ $5A + 4B$ $5A + 7B$ $5A + 9B$	$10A - 15B$ $10A - 11B$ $10A - 8B$ $10A - 6B$
p^6	$\overline{123456}$	$71S \ 17S \ 53S \ 35S \ 31S \ 13S$	$-3A + 24B$	$15A - 30B$
	$\overline{1\overline{2}34\overline{5}6}$	$53D \ 35D \ 51D \ 15D \ 33DD \ 31D \ 13D$ $53P \ 35P \ 51P \ 15P \ 33PP \ 31P \ 13P$	$18B$ $20B$	$15A - 27B$ $15A - 25B$
	$\overline{1\overline{2}\overline{3}4\overline{5}\overline{6}}$	$33FF \ 11FF$	$3A + (12B)$	$15A - (24B)$
	$\overline{1\overline{2}\overline{3}\overline{4}\overline{5}\overline{6}}$	$33PP \ 11FP$	$3A + (17B)$	$15A - (19B)$
	$\overline{1\overline{2}\overline{3}\overline{4}\overline{5}6}$	$31G \ 13G$ $31F \ 13F$ $31D \ 13D \ 31D \ 13D$ $31S \ 13S$	$5A + 6B$ $5A + 10B$ $5A + (13B)$ $5A + 16B$	$15A - 24B$ $15A - 20B$ $15A - (17B)$ $15A - 14B$

Bei mehr als sechs p -Teilchen wenden wir das Lückenprinzip an. Da dieses die Termintervale liefert, genügt es, jeweils einen einzigen Term neu zu berechnen. Wir erhalten Tabelle 13.

Tabelle 13. Terme für p^7 bis p^{12} .

	M -Kraft	W -Kraft
p^7	Terme von p^5 , dazu $A + 12 B$	$11 A - 18 B$
p^8	" " p^4 , " $2 A + 24 B$	$22 A - 36 B$
p^9	" " p^3 , " $3 A + 36 B$	$33 A - 54 B$
p^{10}	" " p^2 , " $4 A + 48 B$	$44 A - 72 B$
p^{11}	$^{22}P = 5 A + 60 B$	$55 A - 90 B$
p^{12}	$^{11}S = 6 A + 72 B$	$66 A - 108 B$

Aus den Tabellen 12 und 13 können wir nachträglich, wenn wir die (eingeklammerten) Werte der Termschwerpunkte mitzählen, die Termformeln ableiten (n ist Zahl der p -Teilchen)

$$V_M = (\alpha - \beta) (A - B) + \binom{n+1}{2} B - \frac{1}{2} L(L+1) B,$$

$$V_W = \binom{n}{2} A + 2(\alpha - \beta) B - n(n-2) B - \frac{1}{2} L(L+1) B.$$

Die Grundzustände. Fassen wir bei alleiniger Benutzung von auf q und σ in gleicher Weise wirkenden Kräften die tiefsten Zustände der einzelnen Kerne zusammen, so erhalten wir Tabelle 14. Ein Zweifel ist noch bei $s^4 p^6$ möglich, da wir nicht alle Terme genau berechnet haben.

Tabelle 14. Grundterme.

		$N-Z$	-6	-4	-2	0	2	4	6
		$N+Z$							
s	1				^{22}S	^{22}S			
s^2	2				^{31}S	^{13}S			
s^3	3				^{22}S	^{22}S			
s^4	4				^{11}S				
$s^4 p$	5				^{22}P	^{22}P			
$s^4 p^2$	6				^{31}S	^{31}S	^{13}S	^{31}S	
$s^4 p^3$	7				^{42}P	^{22}P	^{22}P	^{42}P	
$s^4 p^4$	8				^{51}S	^{31}P	^{33}P	^{11}S	^{31}P
$s^4 p^5$	9				^{62}P	^{42}P	^{22}P	^{22}P	^{42}P
$s^4 p^6$	10				^{71}S	^{53}S	^{51}S	^{31}S	^{53}S
$s^4 p^7$	11				^{62}P	^{42}P	^{22}P	^{22}P	^{42}P
$s^4 p^8$	12				^{51}S	^{31}P	^{33}P	^{11}S	^{31}P
$s^4 p^9$	13				^{42}P	^{22}P	^{22}P	^{42}P	^{51}S
$s^4 p^{10}$	14				^{31}S	^{31}S	^{13}S	^{31}S	
$s^4 p^{11}$	15				^{22}P	^{22}P			
$s^4 p^{12}$	16				^{11}S				

Es sind folgende Regeln erfüllt: Bei gerader Protonen- und gerader Neutronenzahl ist der Grundterm ein 1S (kein Bahndrehimpuls, kein Spindrehimpuls). Wenn eine der Zahlen Z und N ungerade, die andere gerade ist, ist der Grundterm 2S , wenn s -Teilchen, 2P , wenn p -Teilchen in der un abgeschlossenen Schale sind. Sind beide Anzahlen Z und N ungerade, so erhalten wir (in unserer Näherung, in der nur rein ortsabhängige Kernkräfte berücksichtigt werden) zusammenfallend einen Singulett- und einen Tripletterm, und zwar bei $1 + 1, 3 + 3, 5 + 5, 7 + 7$ und bei $3 + 7$ Teilchen 3S und 1S , bei $3 + 5$ und $5 + 7$ Teilchen 3P und 1P .

Die Tatsache, daß die Kerne mit gerader Anzahl von Protonen und Neutronen einen 1S -Grundterm haben, bedeutet keinen Schalenabschluß, wie es der 1S -Grundterm bei der Atomhülle bedeutet. Denn zu gleichen Quantenzahlen der einzelnen Kernteilchen gehören hier außer 1S im allgemeinen noch andere benachbarte Terme. Darum kann ein Kern mit einem überzähligen Proton oder Neutron über eine gerade Anzahl von Protonen und Neutronen hinaus auch nicht so behandelt werden, als sei dieses eine Proton oder Neutron in einem statischen Kraftfeld vorhanden.

Die Einführung einer Kraft vom Heisenbergschen Typus, einer H -Kraft, oder auch einer B -Kraft wird in den Fällen, wo bisher ein Singulett- und Tripletterm zusammen den Grundterm bildeten, eine Term aufspaltung geben. In den für die Anwendung wichtigen Fällen des p^2 -, p^6 -, p^{10} -Grundterms wird die Reihenfolge die gleiche sein, wie beim Deuteron. Bei p^2 und p^{10} lassen sich die Terme berechnen (Tabelle 10). Bei p^6 läßt sich die Eigenfunktion aus $p^4 \cdot ^1S + p^2$ und $p^4 \cdot ^1D + p^2$ annähern und gibt die gleiche Reihenfolge.

Beiträge zur Neutrinotheorie des Lichtes. III.

Von **P. Jordan** in Rostock.

Ergänzung zu den Ausführungen von II; Berichtigung eines dortigen Fehlers.

(Eingegangen am 23. Februar 1937.)

Die Betrachtungen von II¹⁾ enthalten beim Übergang von (95) zu (98) einen Fehler. Dieser soll hier richtiggestellt werden (§ 18). Mehrere Formeln von II werden dabei etwas abgeändert; doch bleiben alle wesentlichen Resultate von II unberührt. Ferner soll ein in II nicht näher untersuchter Punkt hier geklärt werden (§ 19).

§ 18. Die in (73) gegebene Definition der Matrix $\Omega(x)$, also

$$\Omega(x) = e^{i(V(x)^{\dagger} + V(x))},$$

ersetzen wir durch die abweichende Definition

$$\Omega(x) = e^{iV(x)^{\dagger}} e^{iV(x)}. \quad (101)$$

Diese neue Definition bewirkt lediglich eine Abänderung von $\Omega(x)$ um einen Zahlfaktor; alle von einem Zahlfaktor unbeeinflussten Relationen für $\Omega(x)$ und für die durch $\Omega(x)$ definierte Matrix $\chi(x)$ bleiben also bestehen: (74), (76), (80), (81), (82), (84), (85), (86), (87).

Da das jetzige $\Omega(x)$ nicht mehr unitär ist, kann nur die eine der beiden Zeilen von (75) bestehen bleiben. Wir wollen aufrechterhalten:

$$\psi(x) = \chi(x) \Omega(x) = \Omega(x) \chi(x), \quad (102)$$

also danach

$$\psi(x)^{\dagger} = \chi(x)^{\dagger} \Omega(x)^{\dagger} = \Omega(x)^{\dagger} \chi(x)^{\dagger}. \quad (103)$$

Die an $\Omega(x)$ vorgenommene Änderung bewirkt dann, daß für $\chi(x)$ statt (94) einfacher

$$\chi(x) = S^{-1} e^{i(B - \frac{1}{2})x} \quad (104)$$

gilt. Um dies zu beweisen, d. h. um zu zeigen, daß das nach (102), (101), (104), konstruierte $\psi(x)$ die obere Gleichung (68) erfüllt, bedienen wir uns der in II entwickelten asymptotischen Methode: Wir beweisen, daß (92) erfüllt wird.

Es ist

$$\left. \begin{aligned} \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right) &= e^{iV\left(x + \frac{i}{a}\right)^{\dagger}} e^{iV\left(x - \frac{i}{a}\right)}, \\ \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right)^{\dagger} &= e^{-iV\left(x - \frac{i}{a}\right)^{\dagger}} e^{-iV\left(x + \frac{i}{a}\right)}. \end{aligned} \right\} \quad (105)$$

¹⁾ P. Jordan, ZS. f. Phys. **105**, 114, 1937.

Nach (78), (79) wird also:

$$\begin{aligned} & \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right)^{\dagger} \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right) \\ &= e \left[V\left(x + \frac{i}{a}\right), V\left(x + \frac{i}{a}\right)^{\dagger} \right] e^{-i V\left(x - \frac{i}{a}\right)^{\dagger} + i V\left(x + \frac{i}{a}\right)^{\dagger} - i V\left(x + \frac{i}{a}\right) + i V\left(x - \frac{i}{a}\right)}. \end{aligned} \quad (106)$$

Nun ist nach (63):

$$\begin{aligned} \left[V\left(y + \frac{i}{a}\right)^{\dagger}, V\left(x + \frac{i}{a}\right) \right] &= - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{i k (x-y) - \frac{2k}{a}}}{k} \Bigg\} \\ &= \log \left(1 - e^{i(x-y) - \frac{2}{a}} \right), \end{aligned} \quad (107)$$

also

$$e \left[V\left(x + \frac{i}{a}\right), V\left(x + \frac{i}{a}\right)^{\dagger} \right] = \frac{1}{1 - e^{-\frac{2}{a}}} = \frac{1}{2} (a + 1) + \frac{1}{a} \dots \quad (108)$$

Folglich wird nach (106) und (64):

$$\begin{aligned} & \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right)^{\dagger} \Omega\left(x - \frac{i}{a}\right) \\ &= \frac{1}{2} (a + 1) \left\{ 1 + \frac{2}{a} F(x)^{\dagger} + \frac{2}{a} F(x) + \frac{1}{a^2} \dots \right\} \\ &= \frac{a + 1}{2} + F(x)^{\dagger} + F(x) + \frac{1}{a} \dots \end{aligned} \quad (109)$$

Dies zusammen mit

$$\chi\left(x - \frac{i}{a}\right)^{\dagger} \chi\left(x - \frac{i}{a}\right) = e^{\frac{2B-1}{a}} \quad (110)$$

gibt endlich

$$\begin{aligned} & \psi\left(x - \frac{i}{a}\right)^{\dagger} \psi\left(x - \frac{i}{a}\right) \\ &= \left(1 + \frac{2B-1}{a} \right) \left(\frac{a+1}{2} + F(x)^{\dagger} + F(x) \right) + \frac{1}{a} \dots \end{aligned} \quad (111)$$

in genauer Übereinstimmung mit (92).

§ 19. Nach (65) muß $\psi(x)^2 = 0$ sein; das Zustandekommen dieser Gleichung auf Grund von (102), (101), (104) soll jetzt geprüft werden.

Dazu betrachten wir

$$\begin{aligned} & \psi\left(x - \frac{i}{a'}\right) \psi\left(y - \frac{i}{a}\right) \\ &= \chi\left(x - \frac{i}{a'}\right) \chi\left(y - \frac{i}{a}\right) \Omega\left(x - \frac{i}{a'}\right) \Omega\left(y - \frac{i}{a}\right), \end{aligned} \quad (112)$$

wobei a, a' zwei große positive Zahlen sind, und zwar $a' > a$.

Es wird nach (79):

$$\Omega\left(x - \frac{i}{a'}\right) \Omega\left(y - \frac{i}{a}\right) = e^{-\left[V\left(x - \frac{i}{a'}\right), V\left(y + \frac{i}{a}\right)\right]} e^{iV\left(y + \frac{i}{a}\right)^\dagger + iV\left(x + \frac{i}{a'}\right)^\dagger} e^{iV\left(y - \frac{i}{a}\right) + iV\left(x - \frac{i}{a'}\right)}. \quad (113)$$

Nun ist

$$\left[V\left(y + \frac{i}{a}\right)^\dagger, V\left(x - \frac{i}{a'}\right)\right] = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{ik(y-x) - k\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a'}\right)}}{k} \Bigg\} \quad (114)$$

$$= \log \left(1 - e^{i(x-y) - \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}}\right), \Bigg\}$$

also

$$e^{-\left[V\left(x - \frac{i}{a'}\right), V\left(y + \frac{i}{a}\right)\right]} = 1 - e^{i(x-y) - \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}}. \quad (115)$$

Im Limes $a', a \rightarrow \infty$ bekommen wir also einen Faktor $1 - e^{i(x-y)}$, der gerade für $x = y$ verschwindet, so daß in der Tat $\Omega(x)^2$ unendlich klein gegenüber $\Omega(x) \Omega(y)$ mit $x \neq y$ ist. —

Es sei noch bemerkt, daß in (91) die 1 auf der rechten Seite zu ersetzen ist durch $\frac{k}{|k|}$.

Untersuchungen zur künstlichen Radioaktivität leichter Atomkerne nach Beschießen mit α -Strahlen.

Von **Albert Meye**, Halle a. d. S.

Mit 13 Abbildungen. (Eingegangen am 28. Januar 1937.)

Die von Curie und Joliot¹⁾ entdeckte künstliche Radioaktivität wurde unter Verwendung der α -Strahlen des RaC' für Al, Mg und N untersucht. Da die bisher vorliegenden Ergebnisse der einzelnen Autoren, die fast ausschließlich mit den üblichen Zählrohrapparaturen erhalten wurden, untereinander beträchtliche Unterschiede aufweisen, schien es angebracht, diese Probleme auf der experimentellen Basis der elektrometrischen Messung kleiner Ionenmengen in Angriff zu nehmen. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich darauf, neben der Halbwertszeit der verschiedenen Prozesse die Anregungskurve der einzelnen Elemente und die Absorptionskurve ihrer Strahlung zu bestimmen und die daraus gewonnenen Daten einem Vergleich mit den analogen Ergebnissen der Umwandlungen, die Protonenemission zur Folge haben, zu unterziehen.

Versuchsanordnung. Die Intensität der vom aktiven Körper ausgesandten Positronen- oder Elektronenstrahlung wurde mit Hilfe einer kegelstumpfförmigen Ionisationskammer gemessen, die einen wohldefinierten Raumwinkel des Gesamtbündels ausblendete. Um starke, gut meßbare Ionenströme zu erhalten, würde es sich empfehlen, große Kammern zu benutzen. In diesen ist jedoch die Absorption der Strahlung im Füllgas nicht mehr zu vernachlässigen, außerdem wird die Genauigkeit der Messung durch die dann sehr fühlbare Oberflächenverseuchung herabgedrückt. Dieser störende Zusatzeffekt kann durch Verwendung von netzförmigen Kammern weitgehend vermindert werden. Sie erweisen sich aber für quantitative Messungen als ungeeignet, da zwischen den Maschen des Netzes feldfreie Zonen vorhanden sind, die einen Volumenverlust bedeuten. Durch höhere Drucke des Kammergases kann zwar eine Zunahme des Ionenstromes erreicht werden, jedoch hat diese Methode neben der unvermeidlichen Absorption der Strahlung innerhalb der Kammer den Nachteil, daß die Verschußfolie der Einschußöffnung stark gewölbt werden muß, die Schwankungen der Restionisation zunehmen, und außerdem erst bei sehr hohen Feldstärken Sättigung erreicht wird (Fig. 1). Als geeignet erwies sich schließlich eine Eisenkammer, die aus einem kegelstumpfförmig

¹⁾ I. Curie u. F. Joliot, C. R. **198**, 254 u. 559, 1934; Journ. de phys. (7) **5**, 153, 1934; Nature **133**, 201, 1934.

ausgedrehten Metallklotz bestand (Fig. 1). Das Material war weitgehend verseuchungsfrei. Die Einschußöffnung war mit einer Cu-Folie von $45\ \mu$ Dicke verschlossen. Zur Bestimmung des Verlaufes der Absorptionskurve im Gebiet geringere Absorberdicken wurde sie vorübergehend mit einer Al-Folie von $10\ \mu$ Dicke vertauscht. Die Kammer wurde ständig von einem langsamen CO_2 -Strom durchflossen. Die innere Elektrode der Ionisationskammer war durch ein evakuiertes Zwischenstück hindurch auf kürzestem Wege mit dem System eines Hoffmannschen Vakuumduantenelektrometers verbunden. Die Ladungsempfindlichkeit dieses Meßinstrumentes, das in der von Hoffmann u. Pose¹⁾ angegebenen Schaltung benutzt wurde, war, je nach den Meßverhältnissen, auf einen Wert von 6000 bis 10000 E. Q. eingestellt. Der Elektrometerausschlag wurde photographisch registriert (Fig. 2). β -Strahlen und Strahlen ähnlicher oder geringerer Ionendichte, die hier vorliegen, werden bei der angegebenen Elektrometer-Empfindlichkeit und Kammertiefe nicht einzeln aufgelöst.

Zur Aktivierung der einzelnen Elemente standen Ra Em-Präparate von maximal 20 bis

30 Millicurie zur Verfügung. Die Emanation wurde in Glaskugeln von 1,5 bis 2 mm Durchmesser gefüllt, deren Wandung eine Dicke von 11 bis 13 mm Luftäquivalent hatte. Die Reichweite der austretenden Strahlung des Ra C' wurde für jedes Präparat gesondert mit Hilfe einer von Fränz²⁾ angegebenen Anordnung bestimmt. Ihr Wert ist, wie Fig. 3, die ein Beispiel einer solchen Messung wiedergibt, zeigt, mit einer Genauigkeit von 1 bis 2 mm Luftäquivalent bekannt. Der Abstand vom

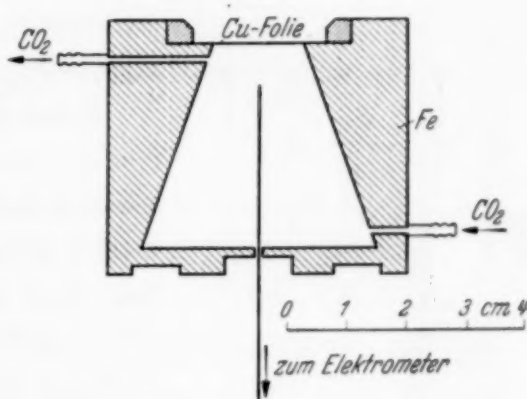


Fig. 1. Ionisationskammer.

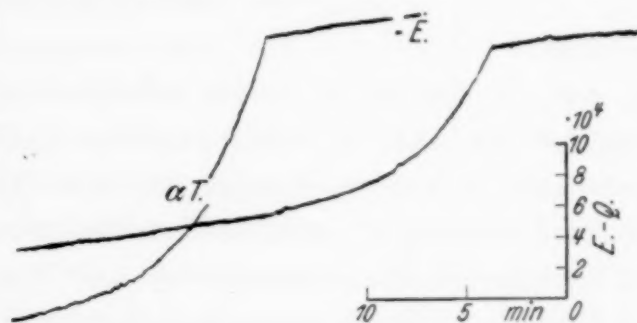


Fig. 2. Ausschnitt aus einer Registrierung.
E: Empfindlichkeitsmessung.
 αT : Verseuchungsteilchen aus dem Kammermaterial.

¹⁾ G. Hoffmann u. H. Pose, ZS. f. Phys. **56**, 405, 1929. — ²⁾ H. Fränz, ebenda **44**, 757, 1927.

Präparat zur bestrahlten Substanz und damit der Bestrahlungswinkel war bei allen Aktivierungen derselbe. Das Vorhandensein von drei α -Strahlern in den Em-Röhrchen bedingt keine prinzipiellen Schwierigkeiten. Einmal

ist der Effekt der energiearmen α -Strahlen relativ klein, zum anderen läßt er sich, wie gezeigt wird, rechnerisch ermitteln.

Gang der Messung. Die untersuchten Elemente wurden eine bestimmte Zeit der α -Strahlung des Präparates ausgesetzt und eine viertel oder eine halbe Minute nach Aufhören der Aktivierung auf das Fenster der Ionisationskammer gelegt. Durch Messung des Elektrometerganges wurde die Zahl der Ionen, die innerhalb einer gewissen Zeit auf den Auffänger gelangte, bestimmt. Diese ist der Anzahl der vom aktiven Körper ausgesandten Elektronen oder Positronen proportional. Die zeitliche Änderung der Präparatstärke und sonstige Unterschiede in den Versuchsbedingungen, wie Bestrahlungsdauer, Wartezeit usw., wurden

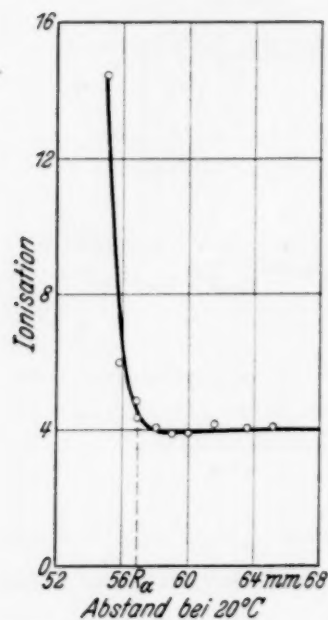


Fig. 3. Bestimmung der Reichweite des RaC' nach Fränzl.

rechnerisch eliminiert. Zur Bestimmung der Anregungskurve wurde die Energie der aktivierenden α -Teilchen durch Zwischenschalten von Glimmerfolien bekannter Dicke variiert. Cu-Bleche, die vor das Kammerfenster gelegt wurden, dienten zur Messung der Absorption der radioaktiven Strahlung der untersuchten Elemente.

Fehlerquellen und Leistungsfähigkeit der Apparatur. Vor der Beschreibung der Versuchsergebnisse seien die Fehlerquellen, die die Leistungsfähigkeit der Apparatur beeinflussen, diskutiert. Diese zerfallen bei der vorliegenden Versuchsanordnung in solche, die herrühren aus dem statistischen Charakter des radioaktiven Zerfalls und der Ionisation des Einzelteilchens, und in eine zweite Gruppe, die bedingt ist durch Grenzen der Genauigkeit der elektrischen Anordnung, durch die Unsicherheit in der Bestimmung der Absorptionsfolien und besonders durch die Verwaschung der Energie der aktivierenden α -Teilchen, da diese aus Gründen der Ausbeute unter einem größeren Winkel auf die untersuchte Substanz auftreffen und somit verschieden lange Wege zu durchlaufen haben. Die hieraus resultierenden Unsicherheiten, denen gegenüber die sich aus den übrigen Fehlerquellen dieser Gruppe ergebenden nicht ins Gewicht fallen, können lediglich durch Beschränkung auf sehr kleine Raumwinkel hinreichend verringert werden,

was aber infolge der schwachen Intensität der Strahlung sehr starke Präparate erfordert. Differenzen, die anfänglich zwischen den einzelnen Meßreihen bei Verwendung verschiedener Em-Röhrchen auftraten, konnten durch Beschränken der strahlenden Oberfläche des Präparates auf $\frac{1}{5}$ der Gesamtkugelfläche behoben werden.

Für den wahrscheinlichsten statistischen Gesamtfehler ergibt sich:

$$f = \sqrt{n \cdot m^2 + m \cdot n^2}$$

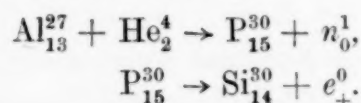
(n = Zahl der Ionen des Einzelteilchens, m = Gesamtzahl der Positronen bzw. Elektronen des Einzelteilchens). Aus dieser Formel geht hervor, daß der relative Fehler mit Abnahme des Meßeffectes wächst. Er variiert für die einzelnen Punkte der Anregungs- und Absorptionskurven zwischen 5 und 15%.

Als letzte Fehlerquelle sind die Schwankungen der Restionisation hervorgerufen durch die Strahlung der radioaktiven Stoffe der Umgebung und die Ultrastrahlung zu betrachten. Die Messung des Restganges des Elektrometers ergab, daß durch diese Komponenten pro Sekunde und cm^3 Kammervolumen fünf Ionen gebildet wurden. Dies ergibt einen Gesamtionenstrom von 450000 E. Q. pro Stunde und Gesamtvolumen der Kammer. Seine Schwankung von 700 E. Q. fiel bei der benutzten Elektrometerempfindlichkeit nicht ins Gewicht.

Es fragt sich nun, wie groß muß die Zahl der ausgesandten Positronen bzw. Elektronen eines aktiven Körpers sein, damit er noch mit Sicherheit nachgewiesen werden kann. Die photographische Registrierung der Elektrometerbewegung gestattet den Nachweis eines Ganges von 3 bis 4 mm pro Stunde. Das entspräche einer Gesamtteilchenzahl von 75 bis 100. Es läßt sich unter Berücksichtigung der geometrischen Verhältnisse der Anordnung mit der benutzten Apparatur ein aktiver Körper sicher nachweisen, sobald die Zahl der pro Stunde zerfallenden Atome das Zehnfache dieses Wertes erreicht. Aktive Körper mit extrem kurzen Halbwertszeiten sind allerdings auszunehmen, da, wie oben erwähnt, zwischen Aktivierung und Messung eine Wartezeit von mindestens 15 Sekunden eingeschoben werden mußte. Handelt es sich um den Nachweis eines Körpers A von geringer Intensität bei Anwesenheit eines starken Strahlers B , so ist zu berücksichtigen, daß die Teilchenzahl von B , wie oben dargelegt, nach den Gesetzen der Statistik Schwankungen von max. 15% unterworfen ist. Der Körper A kann also erst dann mit Sicherheit neben B nachgewiesen werden, wenn die Zahl der von ihm in der Zeiteinheit ausgesandten Korpuskularstrahlen größer als 15% der Intensität von B ist.

Aluminium. Am Aluminium beobachteten Curie und Joliot¹⁾ zum erstenmal den Prozeß der künstlichen Radioaktivität. Sie konnten durch Ablenkung im Magnetfeld nachweisen, daß die ausgesandte Strahlung des Al aus Positronen besteht. Weiterhin führten chemische Analysen zu dem Resultat, daß der aktivierte Körper mit Phosphor identisch ist. Hieraus

ließ sich die Reaktionsgleichung formulieren:



In der vorliegenden Arbeit wurde Al in Form von Folien von 2 μ und 100 μ Dicke benutzt, deren Aluminiumgehalt 98 % betrug. Es waren infolgedessen keine störenden Zusatzeffekte zu erwarten. Die Halbwertszeit ergab sich im Mittel zu 2,9 Minuten \pm 3%. Die Werte der einzelnen Autoren schwanken zwischen 3,25 und 2,89 Minuten (vgl. Tabelle).

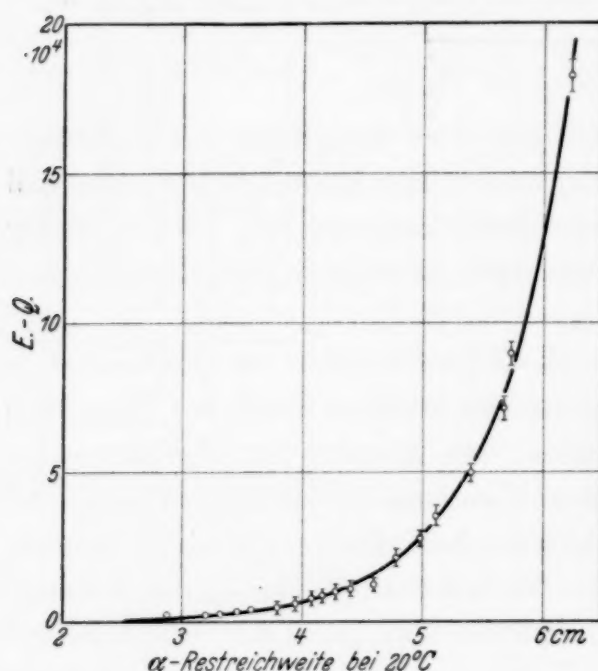


Fig. 4. Integrale Anregungskurve der Positronen aus Al.

Um die Abhängigkeit der Positronenausbeute von der Energie des aktivierenden α -Teilchens zu ermitteln, wurde die Anregungskurve, wie auf S. 234 angegeben, gemessen (Fig. 4). Es wurden sämtliche Werte umgerechnet auf eine Präparatstärke von 1 Millicurie und die Bestrahlungsdauer von 3 Minuten. Die Messung begann eine halbe Minute nach Aufhören der Aktivierung. Aufgetragen wurde als Ordinate die nach Ablauf von 3 Minuten auf den Auffänger gelangte Gesamtentladung, die der Teilchenzahl proportional ist. Die Wandstärke der Glaskapillaren ließ sich soweit verringern, daß die Energie der austretenden α -Strahlung des Ra C' maximal $6,6 \cdot 10^6$ e-Volt betrug. Durch Verwendung eines mit dünner Glimmerfolie verschlossenen Emanationsbehälters konnten α -Energien bis zu $7,1 \cdot 10^6$ e-Volt erreicht werden. Da diese Behälter jedoch bei der geringen Belastbarkeit der Glimmerfolien eine relativ schlechte Ausbeute an α -Teilchen zulassen, wurden sie nur im Falle des Al zur Bestimmung des Verlaufes

¹⁾ I. Curie u. F. Joliot, Journ. d. phys. (7) 5, 153, 1934.

der integralen Anregungskurve für α -Energien größer als $6,6 \cdot 10^6$ e-Volt benutzt. Innerhalb der Meßgenauigkeit erscheinen in der integralen Anregungskurve keine sprunghaften Änderungen der Positronenausbeute in Übereinstimmung mit den Beobachtungen von Ellis und Henderson¹⁾, sowie Alichanow und Mitarbeiter²⁾, die allerdings nur wenig Punkte der Kurve bestimmt hatten. Da aber im Falle der Protonenemission des Al-Kernes Resonanz für bestimmte α -Energien einwandfrei gefunden wurde, und auch Fahlenbrach³⁾ für den vorliegenden Prozeß durch graphische Integration seiner Anregungskurve für die α -Energien von $5,1 \cdot 10^6$ e-Volt und $6,55 \cdot 10^6$ e-Volt Resonanz feststellte, wurde auf experimentellem Wege die differentielle Anregungskurve durch Bestrahlen einer Al-Folie von 2μ Dicke bestimmt. Es ist aber zu beachten, daß trotz der Verwendung einer so dünnen Folie, die α -Energie aus den bereits angeführten Gründen

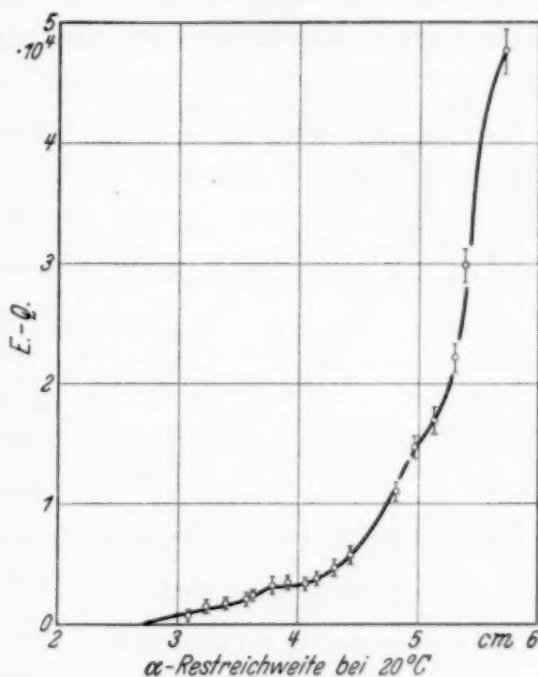


Fig. 5. Differentielle Anregungskurve der Positronen aus Al.

immer noch über ein Intervall von mindestens 6 mm Reichweite verwaschen ist. Die Kurve (Fig. 7) zeigt Andeutungen von Resonanz bei $E_\alpha = 4,8 \cdot 10^6$, $5,65 \cdot 10^6$ und $6,45 \cdot 10^6$ e-Volt. Diese Werte würden mit einigen der bekannten Niveaus für die Protonenausbeute gut übereinstimmen⁴⁾. Zusammenfassend ist jedoch zu sagen, daß bei der erzielten Meßgenauigkeit auch aus dieser Messung die Existenz von Resonanzniveaus für die künstliche Aktivität des Al mit Sicherheit nicht gefolgert werden kann.

Absorption der Positronen. Um Aufschluß über die Energie der Korpuskularstrahlung der untersuchten Elemente zu erhalten, wurde diese durch Cu-Folien bekannter Dicke in der schon angegebenen Weise absorbiert. Die Intensitätsabnahme erfolgte im Hauptteil der Absorptionskurven für

¹⁾ C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 206, 1934. — ²⁾ A. J. Alichanow, A. J. Alichanian u. B. S. Dzelepov, ZS. f. Phys. **93**, 350, 1935. — ³⁾ H. Fahlenbrach, ebenda **94**, 607, 1935. — ⁴⁾ H. Pose u. K. Diebner, ebenda **75**, 753, 1932; W. E. Duncanson u. H. Miller, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 396, 1934.

Al, Mg, N exponentiell. Es läßt sich in diesem Gebiet eine für jeden aktiven Körper charakteristische Halbwertsdicke angeben. Infolge der Abnahme der Energie der Positronen oder Elektronen steigt für zunehmende Absorption das Ionisationsvermögen dieser Teilchen. Infolgedessen zeigt die gemessene Absorptionskurve einen langsameren Abfall, als der Abnahme der Teilchenzahl entsprechen würde. Mit Hilfe der bekannten Daten über die Ionisation der Elektronen läßt sich dieser Zusatzeffekt eliminieren.

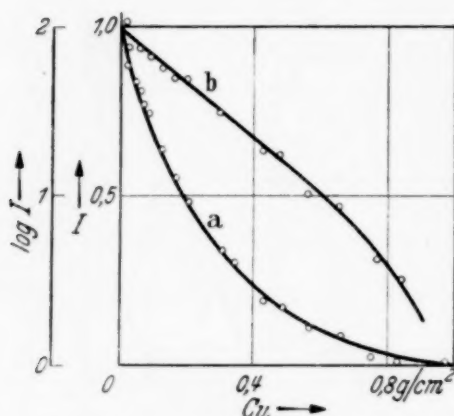


Fig. 6. Absorption der Positronen aus Al.

a) Abnahme der Intensität der Positronen.

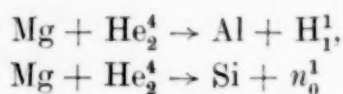
b) Abnahme des log der Intensität.

Einzelheiten über das Energiespektrum lassen sich aus den Absorptionskurven nicht entnehmen. Wie schon Curie und Joliot beobachteten, ist die Energie der ausgesandten Strahlung unabhängig von der Energie des aktivierenden α -Teilchens. Die Halbwertsdicke der Positronen aus Al beträgt $0,18 \text{ g pro cm}^2 \text{ Cu}$. Wie aus der logarithmischen Kurve hervorgeht, erscheinen innerhalb der Meßgenauigkeit keine weicheren Komponenten. Diese zeigt den typischen Verlauf der Absorptionskurven der β -Strahler unter den natürlichen Radioelementen. Die Grenzdicke der Positronenstrahlung, ermittelt durch Extrapolation von Kurve a (Fig. 7) bis zum Schnitt mit der Abszisse, beträgt $1 \text{ g pro cm}^2 \text{ Cu}$. Dies entspricht einer Grenzenergie von $2,6 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}$. Die Angaben über diese Größe schwanken unter den einzelnen Autoren beträchtlich. Ellis und Henderson¹⁾ fanden ebenfalls durch Absorptionsmessungen $2,74 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}$, Frisch²⁾ $1,8 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}$. Durch Messungen im Magnetfeld ermittelten Meitner³⁾ $2 - 2,4 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}$ und Alichanow⁴⁾ $3 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}$ für diese Größe. Die von Ellis und Henderson (l. c.) gemessene Absorptionskurve verläuft für kleine Absorberdicken nahezu horizontal gegen ihren Endwert. Die englischen Forscher schlossen daraus, daß im Energiespektrum nur sehr wenig langsame Positronen vorhanden sind, mit einer Energie kleiner als $0,2 \cdot 10^6 \text{ e-Volt}$. Die vorliegende Kurve zeigt jedoch einen normalen exponentiellen Verlauf bis herab zu $0,0027 \text{ g pro cm}^2 \text{ Cu}$, so daß sich die Vermutung

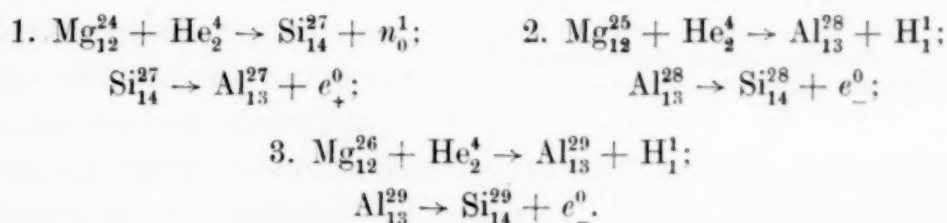
¹⁾ C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 206, 1934. — ²⁾ O. R. Frisch, Nature **133**, 721, 1934. — ³⁾ L. Meitner, Naturwissensch. **22**, 388, 1934. — ⁴⁾ A. J. Alichanow, A. J. Alichanian u. B. S. Dzelepov, ZS. f. Phys. **93**, 350, 1935.

über das Fehlen langsamer Positronen nicht bestätigte. Es scheint auch aus den Messungen von Meitner¹⁾ zu folgen, daß sich das Energiespektrum bis herab zur Energie Null erstreckt. Jedenfalls wurde noch eine beträchtliche Anzahl von Positronen mit Energien kleiner als $0,2 \cdot 10^6$ e-Volt gefunden.

Magnesium. Da Mg im Gegensatz zum Al drei stabile Isotope besitzt, ist zu erwarten, daß bei der Beschießung mit α -Teilchen mehrere aktive Körper entstehen werden. In der Tat beobachteten schon Curie und Joliot²⁾ in der vom aktivierten Mg ausgesandten Korpuskularstrahlung neben Elektronen einige Positronen. Diese Tatsache deutete darauf hin, daß verschiedene aktive Körper vorliegen. Formal sind nach den heutigen Anschauungen beim Mg sechs Kernumwandlungen der Art:



möglich. Von diesen sechs Prozessen führen drei zu instabilen Isotopen, nämlich:



Die von Curie und Joliot²⁾ beobachteten Elektronen gehören, wie der Vergleich mit Neutronenumwandlungen am Al lehrt, zum aktiven Isotop Al_{13}^{28} . Es handelt sich also um den zweiten der oben angeführten Prozesse.

Fig. 7 zeigt den zeitlichen Abfall des Logarithmus der Intensität der Korpuskularstrahlung des aktiven Mg, das in Form von Blechen von etwa 100 μ Dicke benutzt wurde. Durch Vergleich der Halbwertszeiten folgt, daß der rasch abklingende Körper identisch ist mit Al_{13}^{28} . Seine Halbwertszeit wurde in der vorliegenden Arbeit zu $2,3 \pm 0,1$ Minuten bestimmt. Die Werte der einzelnen Autoren für diese Größe schwanken beträchtlich. Sie liegen zwischen 2,1 und 3 Minuten. Dies ist wohl auf die Verschiedenheit der Meßmethoden zurückzuführen.

Daneben erscheint aber noch ein zweiter, langsamer abklingender aktiver Körper, der bereits von Fahlenbrach³⁾ und Eckardt⁴⁾ bemerkt

¹⁾ L. Meitner, Naturwissensch. **22**, 388, 1934. — ²⁾ I. Curie u. F. Joliot, Journ. de phys. (7) **5**, 153, 1934. — ³⁾ H. Fahlenbrach, ZS. f. Phys. **96**, 503, 1935. — ⁴⁾ A. Eckardt, Naturwissensch. **23**, 527, 1935.

wurde. Seine Halbwertszeit wurde in der vorliegenden Arbeit aus 20 Kurven im Mittel zu $6,6 \pm 0,3$ Minuten bestimmt, ein Wert, der gut mit dem von Fahlenbrach ermittelten von 6,7 Minuten übereinstimmt. Es wurde vermutet, daß es sich um die schon von Curie und Joliot¹⁾ beobachtete Positronenstrahlung, also um Prozeß 1 von S. 239 handelt. Inzwischen ist diese Vermutung durch das Erscheinen einer Arbeit von Ellis und Henderson²⁾ bestätigt worden, die einen Körper nachwiesen, der, wie magnetische Ablenkung zeigt, unter Positronenstrahlung mit einer Halbwertszeit von 6 bis 7 Minuten zerfällt. Damit ist weitgehend sichergestellt, daß es sich im vorliegenden Falle tatsächlich um eine Aktivierung von Mg^{24}_{12} handelt.

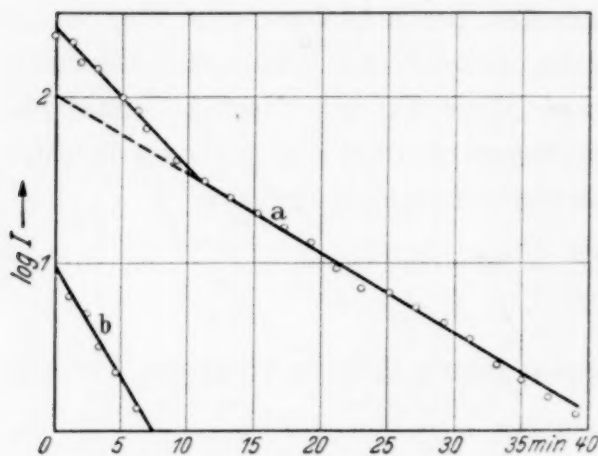


Fig. 7. Zeitlicher Abfall der Strahlung des Mg.
a) Gesamteffekt, b) kurze Halbwertszeit.

Mg wurde über mehrere Stunden bestrahlt, und der Abfall der Intensität der Strahlung 30 bis 40 Minuten lang verfolgt, bis er unmeßbar klein geworden war. Es zeigte sich jedoch nur ein Abfall gemäß den Halbwertszeiten von 2,3 und 6,6 Minuten. Dabei betrug die Gesamtzahl der gemessenen Teilchen des 6,6 Minutenkörpers etwa 2000, was einem Elektrometergang von 8 cm entspricht. Ellis und Henderson finden in der oben angegebenen Arbeit einen dritten Körper der Halbwertszeit von 11 Minuten, die dem Al^{29}_{13} zuzuschreiben ist. Nach ihren Angaben sind die Anfangsintensitäten des Al^{29} und des Si^{27} gleich. In diesem Falle wäre der 11 Minutenkörper bei der erreichten Empfindlichkeit der Apparatur nachzuweisen. Es müssen Unterschiede in der Beschaffenheit des benutzten Mg bestehen, die für diese Abweichungen verantwortlich sind.

Die Anregungskurve des Mg wurde in der üblichen Weise durch Variation der α -Energie mittels Glimmerfolien bestimmt, und zwar ist in Fig. 8 als Ordinate wieder die in den ersten 3 Minuten auf den Auffänger gelangte Ladung nach kurzer Aktivierung (max. 3 Minuten) und einer Wartezeit von einer halben Minute aufgetragen (Kurve a, Fig. 8). Die unter diesen

¹⁾ I. Curie u. F. Joliot, Journ. de phys. (7) **5**, 153, 1934. — ²⁾ C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. London (A) **156** 358, 1936.

Versuchsbedingungen wirksame Strahlung rührt hauptsächlich vom rasch abklingenden Körper her. Der geringe Zusatzeffekt der Positronen des Si^{27} wurde mit Hilfe ihrer Anregungsfunktion (Fig. 9) rechnerisch eliminiert (Kurve b, Fig. 8). Aus dem Verlauf der Anregungskurve ergibt sich, daß eine Steigerung der α -Energie von 4 auf 5,7 cm Restreichweite eine Zunahme der Teilchenzahl um den Faktor 12 bringt, und zwar besonders infolge des Anwachsens der Elektronenstrahlung bei 5 cm α -Restreichweite. Das Bild der Anregungsfunktion zeigt deutlich zwei Resonanzstellen bei $5,5 \cdot 10^6$ e-Volt und $6,2 \cdot 10^6$ e-Volt. Die Übereinstimmung mit den Werten anderer Autoren ist befriedigend (vgl. Tabelle 1). Klarmann¹⁾ untersuchte die Protonenemission des Mg für α -Teilchen geringer Energie. Er fand zwischen 4,5 und $5,5 \cdot 10^6$ e-Volt α -Energie mehrere dichtliegende Anregungsniveaus. Sie treten deshalb auch in seiner integralen Anregungskurve nicht hervor. Diese verläuft vielmehr in dem entsprechenden Energieintervall ähnlich der meinigen. Klarmann beobachtete ferner einen Zertrümmerungseffekt bis herab zu 1,5 cm α -Restreichweite. Seine Zertrümmerungswahrscheinlichkeit ist bei $E_\alpha = 5,2 \cdot 10^6$ e-Volt um den Faktor 100 größer als die in dieser Arbeit für die Elektronen des Mg^{25} gemessene. Beides spricht dafür, daß es sich bei der Protonenumwandlung um das Isotop Mg^{24} handelt. Würde nämlich Mg^{25} oder Mg^{26} zertrümmert werden, so müßte der instabile Kern Al^{28} oder Al^{29} unter Aussendung eines Elektrons weiter zerfallen, es würde also jedem Proton ein Elektron entsprechen. Tatsächlich stehen aber die Zertrümmerungswahrscheinlichkeiten, wie oben dargelegt, im Verhältnis 1:100. Zur Bildung des Al^{27} durch Protonenemission des Si^{28} wird eine α -Energie benötigt, die einer Restreichweite von etwa 1,5 cm entspricht. Handelt es sich hingegen um den Prozeß

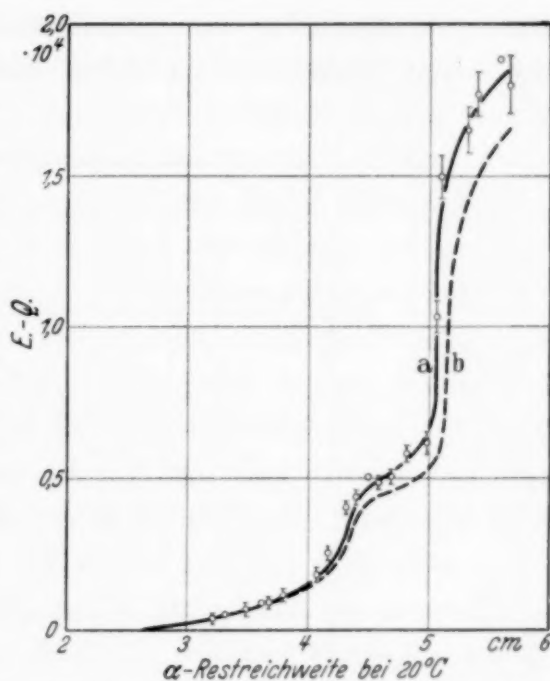


Fig. 8. Integrale Anregungskurve der Elektronen aus Magnesium.

¹⁾ H. Klarmann, ZS. f. Phys. 87, 411, 1934.

der künstlichen Aktivität des Mg^{24} , so muß gemäß Formel 1, S. 239 zur Bildung des Si^{27} durch Si^{28} ein Neutron abgegeben werden. Infolge der größeren Masse des Neutrons ist hierfür schon eine Mehrenergie des α -Teilchens von etwa $0,5 \cdot 10^6$ e-Volt nötig. Ferner muß die aus kinetischer Energie und Masse des Positrons bestehende Zerfallsenergie des Si^{27} ebenfalls durch E_α gedeckt werden. Sie beträgt etwa $3 \cdot 10^6$ e-Volt. Daraus folgt, daß die Positronen aus Mg^{24} erst bei einer α -Energie von etwa $5,5 \cdot 10^6$ e-Volt auftreten können, was auch annähernd dem gemessenen und aus Fig. 9 ersichtlichen Werte von $5,1 \cdot 10^6$ e-Volt entspricht. Damit ist wohl die

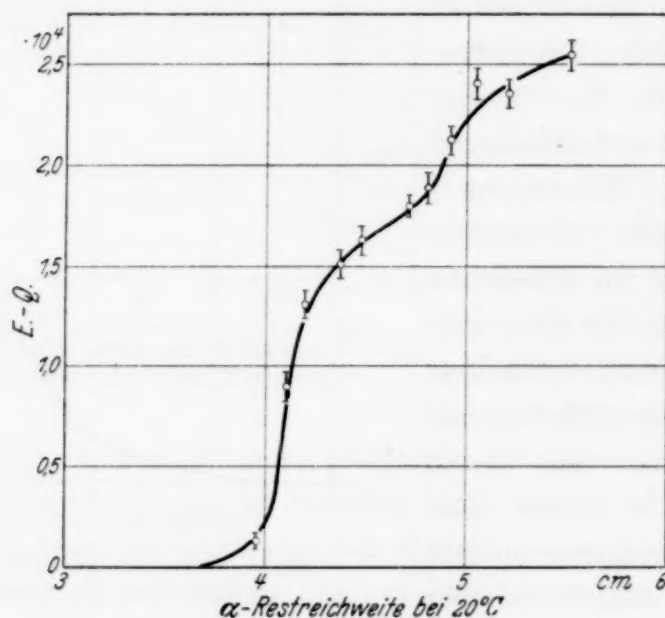


Fig. 9. Integrale Anregungskurve des 6,6-Minutenkörpers des Mg.

Annahme, daß es sich bei der Protonenemission des Mg bei niederen α -Energien nur um das Isotop Mg^{24} handelt, auch von dieser Seite weitgehend gesichert.

Nach Duncanson und Miller¹⁾ sowie Haxel²⁾ sind die Resonanzniveaus für die Protonenausbeute des Mg auch für höhere α -Energien dem Mg^{24} zuzuschreiben. Sie liegen bei $5,2 \cdot 10^6$ e-Volt, $5,7 \cdot 10^6$ e-Volt und $6,3 \cdot 10^6$ e-Volt. Davon stimmen wenigstens die beiden letzten innerhalb der Fehlergrenze mit den in dieser Arbeit für die Elektronen des Mg^{25} ermittelten überein. Lediglich das Niveau bei $E_\alpha = 5,2 \cdot 10^6$ e-Volt konnte

¹⁾ H. E. Duncanson u. H. Miller, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 396, 1934. — ²⁾ O. Haxel, Phys. ZS. **36**, 804, 1935.

nicht aufgefunden werden, da für α -Energien dieser Größe die Streuung der Meßpunkte nicht mehr gestattet, Einzelheiten zu erkennen, insbesondere über die Existenz eines Resonanzniveaus etwas sicheres auszusagen. Aus der Übereinstimmung der übrigen zwei Werte könnte man also schon folgern, daß Mg^{24} die gleichen Resonanzstellen besitzt wie Mg^{25} . Es war deshalb von Interesse, den Verlauf der Anregungskurve für den Körper der langen Halbwertszeit zu untersuchen.

Diesen zeigt Fig. 9. Als Abszisse ist wieder die α -Energie, als Ordinate die nach unendlich langer Meßdauer auf den Auffänger gelangte Ladung abgetragen. Bestrahlt wurde das Mg mehrere Stunden, so daß praktisch Sättigung vorlag. War die Bestrahlungszeit einmal etwas kürzer, so wurde der erhaltene Wert auf Sättigung umgerechnet. Durch Einschalten einer Wartezeit von 5 Minuten nach Aufhören der Bestrahlung wurde erreicht, daß der 2,3-Minutenkörper bei Beginn der Messung schon weitgehend abgeklungen war. Alle Registrierkurven wurden außerdem noch einzeln ausgewertet, um auch den restlichen Beitrag der kurzen Halbwertszeit abziehen zu können (vgl. Fig. 7). Durch Rechnung wurde sodann die Wartezeit von 5 Minuten eliminiert. Man erkennt zunächst aus der Anregungskurve, daß zufolge der obigen Energiebetrachtung ein meßbarer Effekt erst bei einer α -Energie von $5,1 \cdot 10^6$ e-Volt auftritt. Die Kurve steigt sofort sehr steil an, so daß bei $E_\alpha = 5,6 \cdot 10^6$ e-Volt die Intensität der Strahlung schon halb so groß ist, wie die für $E_\alpha = 6,5 \cdot 10^6$ e-Volt gemessene. Nach einem fast horizontalen Stück folgt zwischen 4,8 und 5,1 cm Restreichweite wiederum eine sprunghafte Intensitätszunahme. Durch den raschen Anstieg bei $E_\alpha = 5,3 \cdot 10^6$ e-Volt unterscheidet sich die Anregungskurve des Mg^{24} von derjenigen des Mg^{25} . Die Anregungskurve zeigt bei $E_\alpha = 5,3$ und $6 \cdot 10^6$ e-Volt Resonanzstellen. Diese stimmen innerhalb der Meßgenauigkeit gut mit den für die Elektronenstrahlung des Mg^{25} ermittelten überein (vgl. Fig. 9 und 8). Damit ist also bestätigt, daß die α -Energien, für welche Resonanz stattfindet, für beide aktive Körper die gleichen sind. Da es sich, wie aus den bisherigen Versuchsergebnissen zu folgen scheint, um eine Aktivierung des Mg^{24} bzw. des Mg^{25} handelt, folgt hieraus, daß beide Isotope dieselben Anregungsniveaus besitzen.

Es soll nun noch ein Vergleich der Intensität der Strahlung der beiden Körper vorgenommen werden. Wie aus den Anregungskurven hervorgeht und auch durch direkte Messungen bestätigt wurde, beträgt das Verhältnis des 6,6-Minutenkörpers zum 2,3-Minutenkörper bei $E_\alpha = 6,5 \cdot 10^6$ e-Volt 0,5. Fahlenbrach¹⁾ erhielt bei einer α -Energie, die einer Restreichweite

¹⁾ H. Fahlenbrach, ZS. f. Phys. **96**, 503, 1935.

von 6,07 cm entspricht, den Wert von 0,4. Weniger gut ist die Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Ellis und Henderson¹⁾, die für das Verhältnis der Anfangsintensitäten des 2,3- zum 6,6-Minutenkörper den Wert von 23 erhielten, während in der vorliegenden Arbeit das entsprechende Verhältnis zu 5,75 bestimmt wurde. Noch größer sind die Unstimmigkeiten für kleinere α -Energien. Sie müssen durch weitere Messungen geklärt werden, die wegen der schwachen Ausbeuten große Schwierigkeiten bieten.

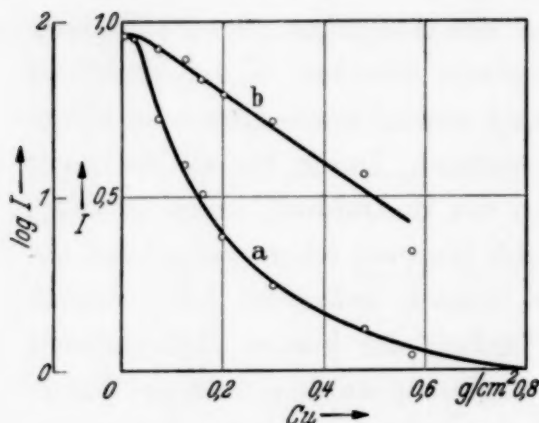


Fig. 10. Absorption der weichen Komponente der Strahlung des Mg.

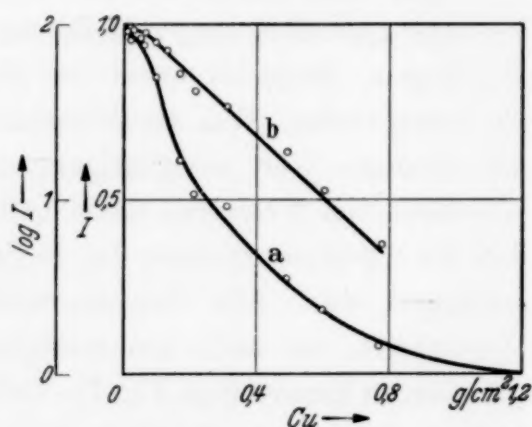


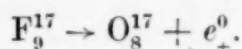
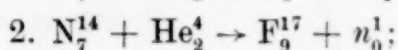
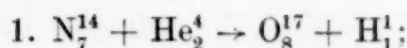
Fig. 11. Absorption der harten Komponente der Strahlung des Mg.

Absorption. Die Absorptionskurve der Gesamtstrahlung des künstlich aktiven Mg zeigt zwei Halbwertsdicken von 0,13 g/cm² und 0,2 g/cm². Durch Trennung beider Körper nach dem oben angegebenen Verfahren ergab sich, daß die härtere Strahlung der langen Halbwertszeit, die weichere der kurzen zuzuordnen ist. Die Tatsache, daß ein langsam abklingender Körper eine energiereichere Strahlung aussendet als ein zweiter, der schneller zerfällt, ist von Ellis und Henderson für die Elektronen des Al²⁸ und des Al²⁹ ebenfalls ermittelt worden. Sie fanden für die Elektronen des schnell abklingenden Körpers eine Halbwertsdicke von 0,146 g pro cm². Beide Magnesiumabsorptionskurven zeigen für Absorberdicken, die kleiner als 0,04 g pro cm² sind, einen fast horizontalen Verlauf. Das heißt, es sind Positronen oder Elektronen einer Energie kleiner als $0,17 \cdot 10^6$ e-Volt wenn überhaupt, nur in geringer Anzahl vorhanden. Die bisher mit Hilfe von Magnetfeldern aufgenommenen Energiespektren sagen darüber nichts aus, da sie bei $2 \cdot 10^5$ e-Volt abbrechen. Als obere Grenze der Energie der Elektronen des Al²⁸ wurde $1,8 \cdot 10^6$ e-Volt erhalten, für die harte Strahlung

¹⁾ C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. London (A) **156**, 358, 1936.

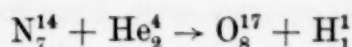
ergab sich $2,75 \cdot 10^6$ e-Volt. Curie und Joliot¹⁾ erhielten auf magnetischem Wege für die von ihnen beobachteten Elektronen $2 \cdot 10^6$ e-Volt, für die Positronen $1,5 \cdot 10^6$ e-Volt. Alichanow und Mitarbeiter²⁾ fanden für beide übereinstimmend $2 \cdot 10^6$ e-Volt. In einer späteren Arbeit gaben sie für die Elektronen allerdings den Wert von $3 \cdot 10^6$ e-Volt an.

Stickstoff. Um Untersuchungen am Stickstoff vornehmen zu können, ist man im Gegensatz zu Al und Mg auf seine Verbindungen angewiesen. Als geeignet erwies sich Dicyandiamid, das ziemlich reich an N ist und keine weiteren Elemente enthält, die sich durch α -Teilchen aktivieren lassen. Die Zertrümmerung des N vollzieht sich wahrscheinlich nach Art der Beziehungen:



Die zweite Relation kennzeichnet den Verlauf des Prozesses der künstlichen Radioaktivität am Stickstoff. Seine Halbwertszeit wurde bestimmt zu $1,2 \pm 0,1$ Minuten in Übereinstimmung mit den bisher vorliegenden Werten.

Die Anregungskurve, die in der üblichen Weise aufgenommen wurde, schneidet die Abszisse bei 3,8 cm α -Restreichweite. Die Intensität der Strahlung nimmt, wie aus Fig. 13 hervorgeht, mit wachsender α -Energie rasch zu. Innerhalb der Meßgenauigkeit zeigt das Bild der Anregungsfunktion keine Resonanzniveaus in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Haxel³⁾ und Fahlenbrach⁴⁾. Auch die von Fahlenbrach⁴⁾ bestimmte Anregungskurve schneidet die Abszisse zwischen 3,5 und 4 cm α -Restreichweite im Gegensatz zu der von Haxel³⁾ gemessenen, deren Abszissenschnittpunkt bereits bei 4,5 cm α -Restreichweite liegt. Haxel³⁾ findet ferner für die Wahrscheinlichkeit des Prozesses



eine Abnahme bei wachsender α -Energie, so daß im Bereich großer Energien die zur künstlichen Aktivität führende Umwandlung überwiegt. Aus dieser Verschiebung des Verzweungsverhältnisses läßt sich der Anstieg der Positronenausbeute oberhalb der Potentialschwelle des Stickstoffs erklären.

¹⁾ I. Curie u. F. Joliot, Journ. de phys. (7) **5**, 153, 1934. — ²⁾ A. J. Alichanow, A. J. Alichanian u. B. S. Dzelepov, Nature **133**, 871, 1934; ZS. f. Phys. **93**, 350, 1935. — ³⁾ O. Haxel, ZS. f. Phys. **93**, 400, 1935. — ⁴⁾ H. Fahlenbrach, ebenda **94**, 607, 1935.

Man kann mit Hilfe einer Energiebetrachtung näherungsweise die α -Energie, die zum Eintritt der zum aktiven Fluor führenden Umwandlung notwendig ist, bestimmen durch einen Vergleich mit dem Protonenprozeß. Aus den beiden Reaktionsgleichungen erkennt man, daß die α -Energie für den Prozeß der künstlichen Aktivität größer sein muß. Denn sie hat zunächst den Massendefekt des Fluorprozesses gegenüber der Protonenumwandlung infolge der größeren Masse des Neutrons und den Massenverlust des Positrons zu decken, außerdem die kinetische Energie des

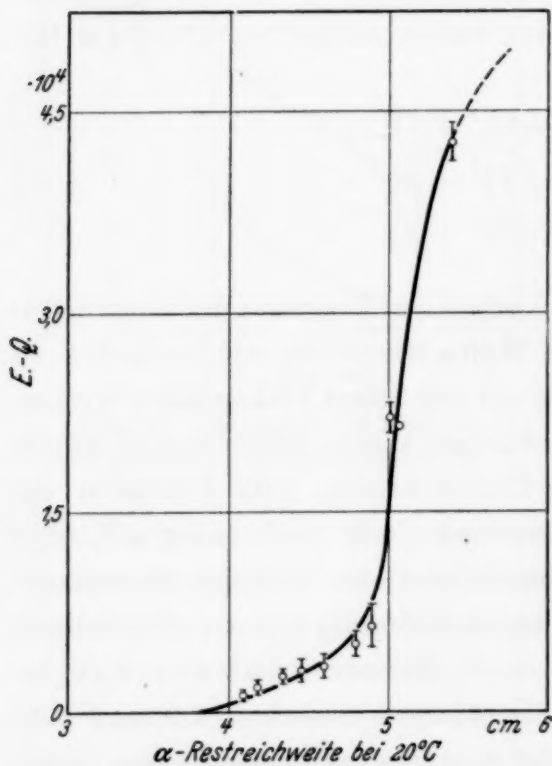


Fig. 12. Integrale Anregungskurve für Stickstoff.

Stickstoffs vorliegenden Messungen setzt diese bei einer α -Energie von $3 \cdot 10^6$ e-Volt ein. Daraus folgt, daß für den vorliegenden Prozeß der untere Grenzwert der α -Energie etwa $5,2 \cdot 10^6$ e-Volt betragen muß. Die Übereinstimmung mit dem gemessenen Werte von $5,1 \cdot 10^6$ e-Volt ist in Anbetracht der Unsicherheiten der benutzten Beziehung gut.

Absorption. Die Absorptionskurve für die Positronen aus Stickstoff erinnert in ihrem Verlauf an die der weichen Strahlung des Mg. Sie fällt im Hauptteil exponentiell ab. Teilchen einer Energie kleiner als $0,17 \cdot 10^6$ e-Volt treten nur in geringer Anzahl auf, wie der Verlauf der Kurve für kleine Absorberdicken zeigt. Die Halbwertsdicke für die Positronenstrahlung beträgt $0,08$ g pro cm^2 Cu. Die Grenzdicke ergibt sich zu

letzteren zu liefern. Setzt man die beiden ersten Beträge mit $1 \cdot 10^6$ e-Volt in Rechnung und für die kinetische Energie des Positrons den sich aus den Absorptionsmessungen ergebenden Wert von $1,2 \cdot 10^6$ e-Volt ein, so erkennt man, daß für den Prozeß, der zur künstlichen Aktivität führt, eine Mehrenergie des α -Teilchens von $2,2 \cdot 10^6$ e-Volt benötigt wird gegenüber dem direkten Übergang von N^{14} nach O^{17} , wenn das Neutron die gleiche kinetische Energie wie das Proton hat, beide Male derselbe O^{17} -Kern entsteht und die Rückstoßenergien der beteiligten Kerne gleich sind. Nach den über die Protonenemission des

0,6 g pro cm² Cu. Dies entspricht einer Grenzenergie von $1,2 \cdot 10^6$ e-Volt. Berücksichtigt man die Änderung der spezifischen Ionisation des einzelnen Teilchens, so erkennt man aus der logarithmischen Absorptionskurve

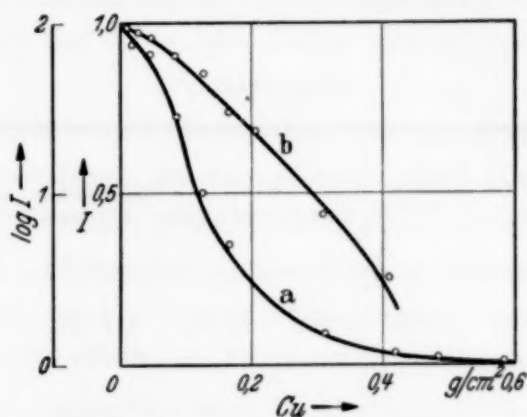


Fig. 13. Absorption der Positronen aus Stickstoff.

- a) Abnahme der Intensität der Strahlung.
b) Abnahme des Logarithmus der Intensität.

(Fig. 13, Kurve b), daß der Absorptionskoeffizient der Positronen mit abnehmender Energie der Strahlung wächst in Übereinstimmung mit den allgemeinen Gesetzen der Elektronenabsorption in Materie.

Vergleich mit den Ergebnissen anderer Autoren. Ein Maß, das einen Vergleich der unter verschiedenen Bedingungen erhaltenen Absolutwerte der Ausbeute gestattet, ist die Umwandlungswahrscheinlichkeit $q(E)$. Sie ist definiert vermöge der Gleichung:

$$q(E) = \frac{\lambda \cdot N}{n}.$$

n ist die pro Zeiteinheit die bestrahlte Substanz treffende Anzahl der α -Teilchen, N die Gesamtzahl der im Gleichgewicht vorhandenen aktiven Atome, λ die Zerfallskonstante des aktiven Körpers. Die benutzte Apparatur gestattete nicht den Nachweis einzelner Positronen oder Elektronen. Es konnte lediglich, wie bereits ausgeführt, die Gesamtionisation einer größeren Anzahl gemessen werden. Nimmt man an, daß Positronen die gleiche Anzahl von Ionen bilden, wie Elektronen der gleichen Energie unter denselben Bedingungen und legt für diese pro cm Kammertiefe und Normaldruck in Luft die Zahl von 70 bei den hier vorliegenden Energien zugrunde, so erhält man in der benutzten Ionisationskammer etwa 400 Ionen pro Einzelteilchen. Durch Division durch diese Zahl kann man also aus dem Gesamtstrom die Anzahl der Teilchen ermitteln. Die für $q(E)$ berechneten Werte

finden sich in der Tabelle zusammen mit den Angaben anderer Autoren. Abgesehen von den Halbwertszeiten sind die Schwankungen unter den einzelnen Absolutwerten noch sehr groß. Dies ist, was $q(E)$ betrifft, wohl in erster Linie auf die Verwaschung der Energie der aktivierenden α -Teilchen

Tabelle 1.

Element	Autor	Halbwertszeit	$q(E)$ $E = 6,6 \cdot 10^6$ e-Volt	Resonanzniveaus	Grenzenergie der Strahlung in e-Volt	Aktives Isotop	Relative Teilchenzahl
Al	Fahlenbrach ¹⁾	2,89'	$0,9 \cdot 10^{-6}$	5,1 und $6,55 \cdot 10^6$	—	P^{30}	100
	Ellis und Henderson ²⁾	3,2'	$0,2 \cdot 10^{-6}$	keine	$2,85 \cdot 10^6$		
	Alichanow ³⁾	3,25'	$5 \cdot 10^{-6}$	keine	$3,7 \cdot 10^6$		
	Curie und Joliot ⁴⁾	3,25'	—	—	$3 \cdot 10^6$		
	Frisch ⁵⁾	—	—	—	$1,8 \cdot 10^6$		
	eigene Messung	2,9'	$1,45 \cdot 10^{-6}$?	$2,6 \cdot 10^6$		
Mg^{25}	Fahlenbrach ⁶⁾	2,3'	$0,5 \cdot 10^{-7}$	5,4 und $6,1 \cdot 10^6$	—	Al^{28}	16,5
	Ellis und Henderson ²⁾ und ⁷⁾	2,1'	$0,5 \cdot 10^{-7}$	—	—		
	Curie und Joliot ⁴⁾	2,75'	—	—	$2 \cdot 10^6$		
	Alichanow ³⁾	3'	—	$5,5 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^6$		
	eigene Messung	2,3'	$0,3 \cdot 10^{-6}$	5,5 und $6,2 \cdot 10^6$	$1,8 \cdot 10^6$		
Mg^{24}	Alichanow ³⁾ eigene Messung	— 6,6'	— $0,565 \cdot 10^{-7}$	— 5,3 und $5 \cdot 10^6$	$2,8 \cdot 10^6$ $2,75 \cdot 10^6$	Si^{27}	8,5
N	Fahlenbrach ¹⁾	1,2'	$0,6 \cdot 10^{-6}$	keine	—	F^{17}	17,5
	Ellis und Henderson ²⁾	1,1'	—	—	—		
	Haxel ⁸⁾	1,25'	—	keine	—		
	Wertenstein ⁹⁾	1,2'	—	keine	$1,1 \cdot 10^6$		
	eigene Messung	1,2'	$0,61 \cdot 10^{-6}$	keine	$1,2 \cdot 10^6$		

¹⁾ H. Fahlenbrach, ZS. f. Phys. **94**, 607, 1935. — ²⁾ C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. **146**, 206, 1934. — ³⁾ A. J. Alichanow, A. J. Alichanian u. B. S. Dzelepov, ZS. f. Phys. **93**, 350, 1935. — ⁴⁾ I. Curie u. F. Joliot, Journ. de Phys. (7) **5**, 153, 1934. — ⁵⁾ O. R. Frisch, Nature **153**, 721, 1934. — ⁶⁾ H. Fahlenbrach, ZS. f. Phys. **96**, 503, 1935. — ⁷⁾ C. D. Ellis u. W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. **156**, 358, 1936. — ⁸⁾ O. Haxel, ZS. f. Phys. **93**, 400, 1935. — ⁹⁾ L. Wertenstein, Nature **133**, 564, 1934.

und die Unsicherheit der geometrischen Verhältnisse der einzelnen Apparaturen zurückzuführen. Mit Hilfe von $q(E)$ kann man bei Kenntnis der Zerfallskonstanten die Höchstzahl der aktiven Atome für die einzelnen Elemente nach Bestrahlung bis zum radioaktiven Gleichgewicht angeben. Diese Werte, bezogen auf $Al = 100$, finden sich in der letzten Spalte der Tabelle.

Nicht unbeträchtlich sind ferner die Schwankungen der Grenzenergie der Strahlung der einzelnen aktiven Körper. Ihre Bestimmung ist stets unsicher, da sie weitgehend von der Empfindlichkeit der benutzten Apparatur abhängt. Ein Unterschied in den Werten, die durch Messungen im Magnetfeld einerseits und Absorptionsmessungen andererseits erhalten wurden, besteht nicht. Auch die Existenz von Resonanzniveaus ist, wie zum Beispiel aus den Verhältnissen beim Al hervorgeht, noch nicht in allen Fällen übereinstimmend geklärt. Zusammenfassend ist zu sagen, daß infolge der geringen Intensität der künstlichen Radioaktivität, die bisher gefundenen Ergebnisse weitgehend von dem Auflösungsvermögen der benutzten Apparatur abhängen. Um sichere Aussagen über Einzelheiten der besprochenen Umwandlungsprozesse machen zu können, ist man bei dem heutigen Stand der Meßtechnik auf extrem starke α -Präparate angewiesen, wie sie normalerweise nicht zur Verfügung stehen.

Zusammenfassung. Der Prozeß der künstlichen Radioaktivität, hervorgerufen durch Beschießen mit α -Teilchen des $Ra\ C'$, wurde untersucht an den Elementen Aluminium, Magnesium und Stickstoff.

Aluminium. Der aktive Körper ist P^{30} . Er zerfällt unter Positronenstrahlung mit einer Halbwertszeit von 2,9 Minuten. Die Grenzenergie der ausgesandten Positronen beträgt $2,6 \cdot 10^6$ e-Volt. Die integrale Anregungskurve zeigt innerhalb der Meßgenauigkeit keine Resonanzniveaus.

Magnesium. Es wurden zwei aktive Körper gefunden, die mit den Halbwertszeiten von 2,3 und 6,6 Minuten abklingen. Sie sind wahrscheinlich den aktiven Isotopen Si^{27} und Al^{28} zuzuordnen. Die Grenzenergien der ausgesandten Korpuskularstrahlen betragen 1,8 und $2,75 \cdot 10^6$ e-Volt. Anregungsniveaus wurden gefunden bei $E_\alpha = 5,6$ und $6,2 \cdot 10^6$ e-Volt bzw. bei $5,3$ und $6 \cdot 10^6$ e-Volt. Da die Abweichungen beider Wertepaare voneinander innerhalb der Fehlergrenze liegen, folgt, daß die Kerne Mg^{24} und Mg^{25} für die gleichen α -Energien Resonanz zeigen.

Stickstoff. N^{14} wird in das aktive Isotop F^{17} übergeführt, das mit einer Halbwertszeit von 1,2 Minuten zerfällt. Die Strahlung besteht aus Posi-

tronen und hat eine Grenzenergie von $1,2 \cdot 10^6$ e-Volt. Resonanzniveaus sind nicht vorhanden.

Die Gesamtzahl der vom aktivierten Al, Mg (2,3'), Mg (6,6') und N ausgesandten Teilchen verhält sich, wenn bis zur Sättigung bestrahlt wurde, wie 100 : 16,5 : 8,5 : 17,5.

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Dr. H. Pose, danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für die freundliche Unterstützung, die er mir bei ihrer Durchführung dauernd zuteil werden ließ. Zu großem Dank bin ich ferner Herrn Prof. Dr. G. Hoffmann verpflichtet für seine stete Anteilnahme am Fortgang der Untersuchungen und für mannigfache Ratschläge.

Die Messungen wurden ermöglicht durch ein stärkeres Ra-Präparat, für dessen Überlassung der Deutschen Forschungsgesellschaft auch an dieser Stelle gedankt sei.

Halle a. d. Saale, Inst. f. Experimentalphys. d. Martin-Luther-Univ.

(Mitteilung aus dem Institut für Physikalische Chemie der Johann-Wolfgang-Goethe-Universität Frankfurt a. M.)

Über ein neues Absorptionsspektrum des zweiatomigen Schwefels.

Von **Heinrich Cordes** in Frankfurt a. M.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 11. Februar 1937.)

Es wird mit einem Steinheil-Quarzspektrographen (Dispersion 6,5 bis 15,5 Å/mm) das Absorptionsspektrum der aus einer Entladung in Schwefel-Schwefeldioxydgemisch abgepumpten Gase aufgenommen. Ein zwischen 2488 und 3396 Å gelegenes Bandenspektrum wird als das Absorptionsspektrum eines metastabilen Schwefelmoleküls S_2 gedeutet. Die Bandkanten werden in zwei Serienschemata eingeordnet und als Übergänge von dem metastabilen $\sigma_g^2 \pi_u^4 \pi_g^2 {}^1\Sigma_g^+$ -Zustand des Schwefels in einen angeregten ${}^3\Pi_u$ - bzw. ${}^1\Pi_u$ -Zustand aufgefaßt. Das ${}^3\Pi_u$ -Niveau zeigt in den höheren Schwingungstermen eine Störung und bei 36080 cm⁻¹ setzt Prädissoziation ein. Die lineare Extrapolation der Konvergenzgrenze des ${}^1\Sigma_g^+ \rightarrow {}^3\Pi_u$ -Bandensystems führt zu dem Wert von etwa 54500 cm⁻¹. Als Dissoziationsprodukte werden zwei Schwefelatome im 3P - bzw. 1S -Zustand angenommen. Für die Lage des metastabilen ${}^1\Sigma_g^+$ -Terms ergibt sich daraus in Übereinstimmung zu dem aus der Deutung der Prädissoziation ermittelten Wert eine Energie von etwa 2500 cm⁻¹. Der ${}^1\Pi_u$ -Zustand zerfällt an der Grenze gleichfalls in ein 3P - und ein 1S -Schwefelatom. Das Zustandekommen der im Spektrum des Schwefelmoleküls aufgefundenen Prädissoziationserscheinungen wird gedeutet.

Einleitung. In einer früheren Untersuchung¹⁾ war mitgeteilt worden, daß sich aus einer elektrischen Entladung in Schwefeldioxyd ein Gas absaugen läßt, das im Ultraviolett zwischen 2500 und 3400 Å eine Bandenabsorption zeigt. Die Tatsache, daß das Spektrum nicht mit einem bekannten Absorptionsspektrum des Schwefeldioxyds, des Sauerstoffs oder des Schwefels übereinstimmt, legte den Schluß nahe, die Bandenabsorption als ein Spektrum des Moleküls SO zu deuten, zumal einige von Henri und Wolff²⁾ in Emission gemessene Bandkanten des SO innerhalb der Meßfehler in Absorption ebenfalls aufzutreten schienen und eine Analyse des aus der Entladung abgesaugten und ausgefrorenen Gasgemisches unter geeigneten Versuchsbedingungen das Verhältnis Schwefel zu Sauerstoff wie 1:1 ergab. Nach eingehenderem Studium der Bedingungen für das

¹⁾ H. Cordes u. P. W. Schenk, ZS. f. Elektrochem. **39**, 594, 1933; ZS. f. anorg. u. allg. Chemie **214**, 33, 1933; Trans. Far. Soc. **152**, 31, 1934. — ²⁾ V. Henri u. F. Wolff, Journ. de Physique et le Radium 1929, S. 81.

Auftreten des Spektrums und nach Durchführung der Analyse des Bandenspektrums ist die damals geäußerte Ansicht nicht aufrechtzuerhalten. Es erweist sich, daß das Spektrum offensichtlich einem metastabilen Schwefelmolekül zuzuschreiben ist.

Apparatur und Methode. Die Apparatur bestand im wesentlichen aus einem senkrecht angeordneten, 70 cm langen und 25 mm weiten Entladungsrohr aus Supremaxglas mit eingeschmolzenen Wolframdrähten als Stromzuführung für die beiden zylindrischen Aluminiumelektroden. Am Boden des Entladungsrohres befand sich eine kugelförmige Erweiterung mit Schwefel, der durch Schmelzen von Schwefelblüte im Vakuum dargestellt wurde. Während des Versuchs wurde der untere Teil des Entladungsrohres in einem Ölbad erwärmt, so daß sich im Entladungsrohr ein zur Aufrechterhaltung der Entladung hinreichend hoher Dampfdruck einstellte. Die Entladung wurde mit einem 220/6000 Volt-Wechselstromtransformator getrieben. Bei den höchsten zur Anwendung kommenden Drucken von etwa 10 mm Hg wurde eine kondensierte Gleichstromentladung verwandt. Durch ein am oberen Ende des Entladungsrohres angebrachtes, schräg aufwärts gerichtetes Ansatzrohr gelangten die aus der Entladung abgesaugten Gase in ein 20 cm langes Quarzabsorptionsgefäß mit planparallelen Fenstern. Als Lichtquelle diente das Kontinuum einer Wasserstofflampe. Für die Spektralaufnahmen stand ein 2-Prismen-Quarzspektrograph von Steinheil zur Verfügung, der bei 2500 Å eine Dispersion von 6,5 Å/mm und bei 3400 Å eine solche von 15,5 Å/mm hatte.

In früheren Versuchen hatte es sich gezeigt, daß das untersuchte, zwischen 2488 und 3396 Å gelegene Absorptionsspektrum dann besonders intensiv auftrat, wenn die Entladung in einem Gemisch von Schwefeldioxyd und Schwefel brannte. Es war deshalb am unteren Ende des Entladungsrohres ein Ansatzrohr angebracht, durch das unter Zwischenschaltung eines Ventils Schwefeldioxyd eingeleitet werden konnte. Das Schwefeldioxyd wurde einer Bombe entnommen, in flüssiger Luft kondensiert und unter Verwerfung der ersten und letzten Anteile destilliert.

Als Vergleichsspektrum diente das Eisenbogenspektrum. Die Genauigkeit der Wellenlängenmessung beträgt durchweg etwa $\pm 0,1$ Å; bei den durch Prädissociation unscharf erscheinenden Bandkanten und bei den nur sehr schwach auftretenden Banden besonders am kurzwelligen Ende des Spektrums sind die Meßfehler größer.

Experimentelle Ergebnisse. Die Reproduktion einer Aufnahme (Fig. 1) vermittelt einen Eindruck von dem Absorptionsspektrum und seiner Ent-

wicklung mit steigender Konzentration der absorbierenden Molekülarart. Da es sich gezeigt hatte, daß das Gas, welches für die Absorption verantwortlich gemacht werden muß, mit Quecksilber reagiert und an den Wänden des Absorptionsgefäßes und der Zuleitungen unter Abscheidung von festem Schwefel umgewandelt wird, war eine Druckmessung nicht möglich. Bei den kleinsten bei den Aufnahmen verwandten Konzentrationen erscheinen gleichzeitig zwei rot abschattierte Absorptionsbanden mit scharf ausgeprägten Bandkanten bei 2972,4 und 2939,8 Å. Mit steigendem Partialdruck treten sowohl auf der langwelligen als auch auf der kurzwelligen Seite

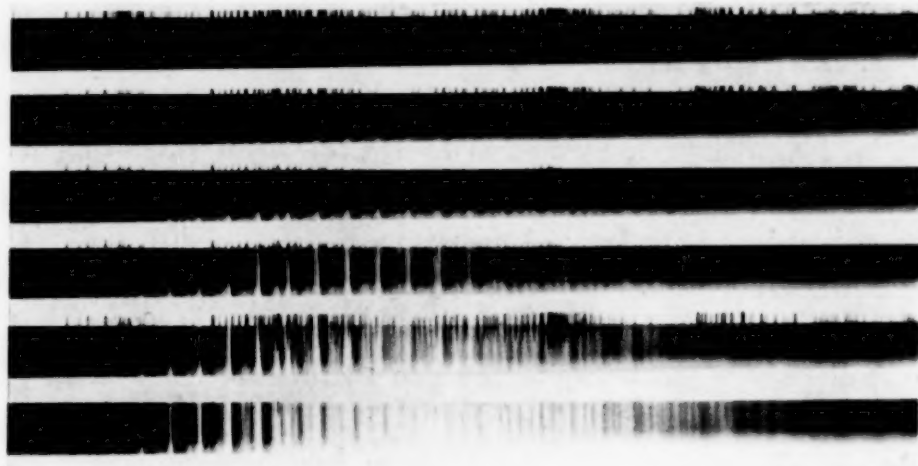


Fig. 1.

neue ausnahmslos rotabschattierte Banden mit scharf erscheinenden Kanten bei 3006,5, 3041,3, 3077,2, 3115,1, 3153,8, 3193,6, 3234,6, 2908,0, 2877,3, 2847,0 und 2818,3 Å hinzu. Die nächste auf der kurzwelligen Seite bei 2788,6 Å auftretende Absorptionsbande zeigt ebenso wie einige weitere kurzwellige Banden keinen scharf ausgeprägten Bandenkopf. Der Bandenzug läßt von $\lambda = 2788,6$ Å ab nach kürzeren Wellenlängen einen deutlichen Intensitätsabfall erkennen. Mit höheren Konzentrationen breitet sich das Bandenspektrum einmal nach längeren und kürzeren Wellenlängen hin weiter aus, zum anderen erscheinen zwischen den bereits vorhandenen Absorptionsbanden weitere Bandkanten, von denen je zwei zwischen zwei Banden des bei kleineren Drucken bereits ausgebildeten Systems sich durch ihre Intensität und durch ihren regelmäßigen Abstand von der Hauptbande auszeichnen. Am kurzwelligen Ende treten außerdem weitere Banden auf, die eine Zugehörigkeit zum gleichen System nicht erkennen lassen und einem zweiten System anzugehören scheinen. Bei den höchsten zur Verwendung gelangenden Konzentrationen erstreckt sich das Absorptions-

spektrum von 2488,1 bis 3395,7 Å. Die Wellenlängen und Wellenzahlen der gemessenen Bandenköpfe sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Deutung der Ergebnisse. Die in der Tabelle 1 zusammengestellten Wellenzahlen der gemessenen Bandkanten lassen sich in zwei Kantenschemata einordnen, die in Tabelle 2 und 3 dargestellt sind. Das langwelligere System läßt eine Multiplettaufspaltung von etwa 70 cm^{-1} zwischen zwei benachbarten Komponenten im oberen Zustand erkennen, ein Übergang zu bestimmten Schwingungsniveaus des angeregten Terms gibt Anlaß zum Auftreten von je drei Bandenköpfen. Das kurzwelligere System zeigt demgegenüber einfache Banden. Das Schwingungsquant des tieferen Elektronenniveaus beträgt bei beiden Systemen etwa 570 cm^{-1} . Das läßt darauf schließen, daß beide Systeme vom gleichen Zustand ausgehen. Das Schwingungsquant des angeregten Molekülterms beträgt im langwelligeren System etwa 414 cm^{-1} , im kurzwelligeren etwa 353 cm^{-1} . Die Bezeichnung der Schwingungsniveaus in den oberen Molekülzuständen ist nicht festgelegt; ob die Numerierung zutrifft, läßt sich nicht mit Sicherheit angeben. Die Genauigkeit der Wellenlängenmessung ist bei den durchweg schwächer erscheinenden Banden des kurzwelligeren Systems, die noch dazu teilweise von den Bandenzügen des langwelligeren Systems überdeckt werden, geringer als bei den am roten Ende der Absorption liegenden Bandkanten. Die in den höheren Schwingungsniveaus des langwelligeren Systems auftretenden Störungen, die an den anormalen Schwingungstermdifferenzen kenntlich sind, sind offensichtlich reell und nicht nur durch Meßfehler vorgetäuscht. Während die den Übergängen zu den Schwingungsniveaus der mittleren Multiplettkomponente entsprechenden Banden durchweg scharf erscheinen, sind die Köpfe der Banden, die als Übergänge zu den Schwingungstermen der beiden äußeren Komponenten zu deuten sind, oberhalb etwa 35800 cm^{-1} plötzlich sehr verwaschen. Die Intensität dieser beiden Bandenserien sinkt an der gleichen Stelle im Spektrum merklich ab, und die Glieder des einen Bandenzuges lassen sich nur bis $\lambda = 2770,8\text{ Å}$, $\nu = 36080\text{ cm}^{-1}$ verfolgen. Bei den Übergängen zu den höchsten beobachteten Schwingungsniveaus scheinen die Banden wieder Struktur zu zeigen; wegen der am kurzwelligen Ende stark abklingenden Intensität läßt sich nicht angeben, an welcher Stelle im Spektrum erneut Banden mit scharfen Bandkanten auftreten.

Man wird diese Erscheinung als Prädissoziation deuten und oberhalb 35800 cm^{-1} Übergänge aus dem primär durch Absorption erreichten Molekülterm in einen zweiten annehmen. Das Abbrechen der Bandenfolge, die den Übergängen zu dem energetisch tiefsten Term des Multipletts

Tabelle 1.

Wellenlängen und Wellenzahlen der gemessenen S₂-Banden.

λ in Å	ν in cm ⁻¹	λ in Å	ν in cm ⁻¹	λ in Å	ν in cm ⁻¹	λ in Å	ν in cm ⁻¹
2488,1	40 180	2683,0	37 260	2887,9	34 617	3062,4	32 645
91,5	124	87,3	200	91,5	575	67,0	595
96,5	044	93,1	121	93,7	548	71,6	547
2503,6	39 930	96,3	076	99,9	474	76,5	495
07,0	876	2701,7	003	2904,4	420	77,2	488
11,7	801	05,2	36 955	06,7	393	90,4	348
16,4	727	10,3	885	08,0	377	94,6	305
17,7	707	14,0	836	11,6	335	3105,6	190
24,5	601	21,9	728	19,2	246	14,4	100
35,1	435	33,2	576	24,6	183	15,1	093
38,7	378	40,5	479	31,1	106	22,4	017
46,0	265	48,2	377	35,7	053	28,0	31 961
53,0	158	58,4	242	38,2	024	29,0	950
57,9	083	59,1	233	39,8	006	32,3	916
60,8	039	67,6	122	42,1	33 979	37,6	862
68,1	38 928	70,8	080	51,3	874	43,2	806
73,4	847	77,2	35 997	56,7	812	53,8	699
81,0	733	85,2	893	63,2	737	67,4	562
90,4	593	88,6	850	68,3	680	68,5	551
2605,7	365	95,7	759	72,4	634	82,5	413
10,7	293	2801,7	682	78,3	567	93,6	303
12,9	260	05,4	635	84,4	497	3207,1	171
18,8	174	12,8	542	89,4	442	22,8	020
30,5	005	18,3	472	96,5	363	34,6	30 907
36,7	37 915	23,8	403	99,1	333	48,6	774
37,6	903	29,6	330	3005,3	265	64,4	625
45,7	786	34,4	271	06,5	251	77,4	503
52,6	687	41,2	187	18,8	116	91,5	373
55,5	646	47,0	115	23,6	064	3307,5	226
59,0	597	52,0	053	31,4	32 978	22,3	091
61,9	556	57,7	34 983	36,1	927	32,6	29 998
62,6	546	63,7	910	40,3	881	52,8	817
68,0	470	68,9	846	41,3	871	81,0	568
69,5	449	74,6	777	49,3	785	95,7	440
76,2	356	77,3	745	54,2	732		
80,4	297	82,0	688	58,5	687		

Tabelle 2. Bandkantensystem des Übergangs $^1\Sigma_g^+ \rightarrow ^3\Pi_{u0,1,2}$.

$\nu' \backslash \nu''$	0			1			2	3	$\Delta \bar{\nu}'$
0			29 568*						
1	30 091		998			29 440			(429)
2	503		30 373			817			402
3	907		774			30 226			405
4	31 303		31 171			625			397
5	699		562			31 020			394
6	32 093	32 017	950	31 551		413			391
7	488		32 348	916	31 862	806			394
8	871	785	732	32 305		32 190			385
9	33 251		33 116	687	32 595	547	32 100–31 961		378
10	634	33 567	497	33 064	978	927	495		382
11	34 006	979	874	442	33 363	33 333	881		389
12	377	34 335	34 246	812	737	680	33 265	32 645	366
13	745	688	617	34 183	34 106	34 053			373
14	35 115	35 053	983	548	474	420	34 024		367
15	472	403	35 330	910	846	777	393		358
16	850	759	682	35 271	35 187				359
17	36 242	36 122	36 080	635	542			34 575	371
18	576	479		997	893				351
19	955	836		36 377	36 233				371
20	37 297	37 200		728					352
21	646	556		37 076					350
22	38 005	915		449			36 885		363
23	365	38 293		786			37 260		354
24	733			38 174			597		366
25	39 083								350
26	435								352
27	801	39 727							367
28	40 124								322
$\Delta \bar{\nu}''$	78	71		86	52		140		
	136			127					
			568			556		(575)	

*) Die Bandkante $\lambda = 3381,0 \text{ \AA}$ ($\nu = 29\,568 \text{ cm}^{-1}$) ist nur auf einer Aufnahme ausgemessen worden. Wegen der geringen Intensität ist die Messung nicht sehr genau.

entspricht, oberhalb 36080 cm^{-1} läßt sich durch die naheliegende Annahme deuten, daß hier ein Übergang des Moleküls in den störenden Term mit unmittelbar anschließender Dissoziation möglich ist. Die Dissoziationsprodukte werden zwei Schwefelatome im 3P -Zustand sein. Damit läßt sich die energetische Lage des Molekülterms, von dem aus die Absorptionsübergänge stattfinden, ungefähr abschätzen. Nach Lochte-Holtgreven¹⁾ liegt die Dissoziationsenergie des Schwefelmoleküls in zwei normale 3P -Schwefelatome bei 38230 cm^{-1} . Der sowohl in dem beobachteten langwelligeren als auch kurzwelligeren Bandensystem als unterer Molekülzustand erscheinende Term des S_2 muß danach bei etwa $38230 - 36080 = 2150\text{ cm}^{-1}$ liegen. Da einerseits die aus der Lage einer Prädissoziationsgrenze geschlossene Dissoziationsenergie des S_2 von 38230 cm^{-1} etwas kleiner sein kann und zum anderen der Beginn des bei 36080 cm^{-1} beobachteten Bandenabbruchs auch etwas oberhalb der Dissoziationsgrenze liegen könnte, gibt der Wert 2150 cm^{-1} nur die ungefähre Lage des Molekülterms über dem Grundzustand an.

Tabelle 3. Bandkantensystem des Übergangs $^1\Sigma_g^+ \rightarrow ^1H_u$.

$v' \backslash v''$	0	1	2	$\Delta v'$
0	37 546	37 003		355
1	903	356		344
2	38 260	687	37 121	341
3	593		470	335
4	928			337
5	39 265			335
6	601	39 039		335
7	930	378	38 847	320
8		707	39 158	337
9		40 044		
10			876	304
11			40 180	
$\Delta v''$	552	549		

Die lineare Extrapolation der Konvergenzgrenze des langwelligeren Bandensystems führt zu dem Wert von etwa 54500 cm^{-1} . Dabei ist die

¹⁾ W. Lochte-Holtgreven, ZS. f. Phys. **103**, 395, 1936.

genähert lineare Abnahme der Schwingungsquanten bis zum Auftreten der verwaschenen Bandenköpfe bei 35800 cm^{-1} berücksichtigt, weil einmal die Unschärfe der Banden jenseits 35800 cm^{-1} die Genauigkeit der Wellenlängenmessung beeinträchtigt, und zum anderen offensichtlich durch einen benachbarten Elektronenterm die oberhalb dieser Energie liegenden nächsten zehn Schwingungsniveaus des Molekülterms gestört sind (Fig. 2). Als Dissoziationsprodukte sind energetisch nur ein normales 3P - und ein angeregtes 1S -Schwefelatom möglich. Die Differenz zwischen dem aus der

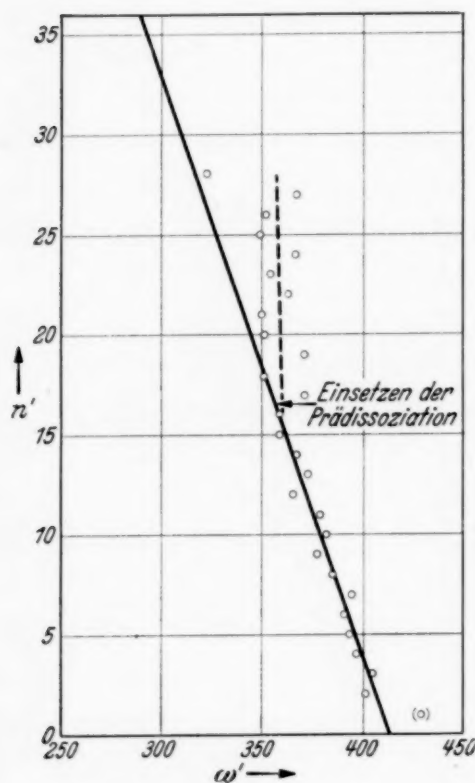


Fig. 2.

linearen Extrapolation der Konvergenzgrenze (54500 cm^{-1}) ermittelten Energiewert und der um die Anregungsenergie ($^1S - ^3P$) des Schwefelatoms (19033 cm^{-1}) vermehrten Dissoziationswärme des Schwefelmoleküls (38230 cm^{-1}) ergibt unabhängig von der oben durchgeführten Bestimmung die ungefähre Lage des als Grundzustand für die beobachteten Banden auftretenden Molekülterms, der bei etwa $(38230 + 19033 - 54500) = 2800\text{ cm}^{-1}$ liegen sollte. Wir nehmen als Lage 2500 cm^{-1} über dem Grundzustand an, und aus der großen Lebensdauer des Schwefelmoleküls in diesem Zustand — noch nach einigen Tagen erscheinen bei geeigneten Versuchsbedingungen einzelne besonders intensive Banden des langwelligen Systems

in Absorption — folgt, daß der Zustand metastabil ist und infolge strenger Auswahlverbote mit dem Grundzustand $^3\Sigma_g^-$ des Schwefelmoleküls nicht kombiniert.

Über den Grundzustand $\sigma_g^2 \pi_u^4 \pi_g^2 : ^3\Sigma_g^-$ des S_2 -Moleküls sind zwei weitere Molekülterme $^1\Sigma_g^+$ und $^1\Delta_g$ mit der gleichen Elektronenkonfiguration zu erwarten, die energetisch nur wenig höher als der $^3\Sigma_g^-$ -Term liegen sollten. Da es unwahrscheinlich ist, daß zwischen dem Grundzustand $^3\Sigma_g^-$ und dem $^1\Sigma_g^+$ - bzw. $^1\Delta_g$ -Zustand weitere Elektronenterme liegen, über welche die Terme $^1\Sigma_g^+$ und $^1\Delta_g$ mit dem Grundzustand $^3\Sigma_g^-$ kombinieren könnten, sind beide Zustände metastabil. Wir möchten annehmen und werden

weiter unten darauf zurückkommen, daß der $^1\Sigma_g^+$ -Term das untere Niveau der beobachteten Banden ist. Bei gleicher Elektronenkonfiguration wird der $^1\Sigma_g^+$ -Zustand eine ähnlich große Dissoziationsenergie haben wie der $^3\Sigma_g^-$ -Term und an der Grenze in zwei normale 3P -Schwefelatome dissoziieren.

Der obere Molekülterm des langwelligeren Systems muß ein Multiplettterm sein mit einer Multiplettaufspaltung von etwa 70 cm^{-1} zwischen zwei benachbarten Komponenten. Um einerseits die auftretende Störung in den höheren Schwingungsniveaus und andererseits den Abbruch der Banden in der Bandenfolge der

einen Multiplettkomponente durch Prädissociation zu verstehen, nehmen wir an, daß es sich um einen $^3\Pi_u$ -Term handelt. Die Lage des $^3\Pi_u$ -Terms läßt sich zu etwa 32100 cm^{-1} angeben. Das kurzwelligere System entspricht analog einem Übergang in einen $^1\Pi_u$ -Molekülzustand. Die lineare Extrapolation der Schwingungsquanten dieses Systems ergibt einen Wert von etwa 57400 cm^{-1} . Da sich bei der Analyse des Spektrums nur wenige Schwingungsquanten im oberen Molekülzustand des Systems festlegen lassen und die Bandenköpfe nur mäßig genau ausgemessen

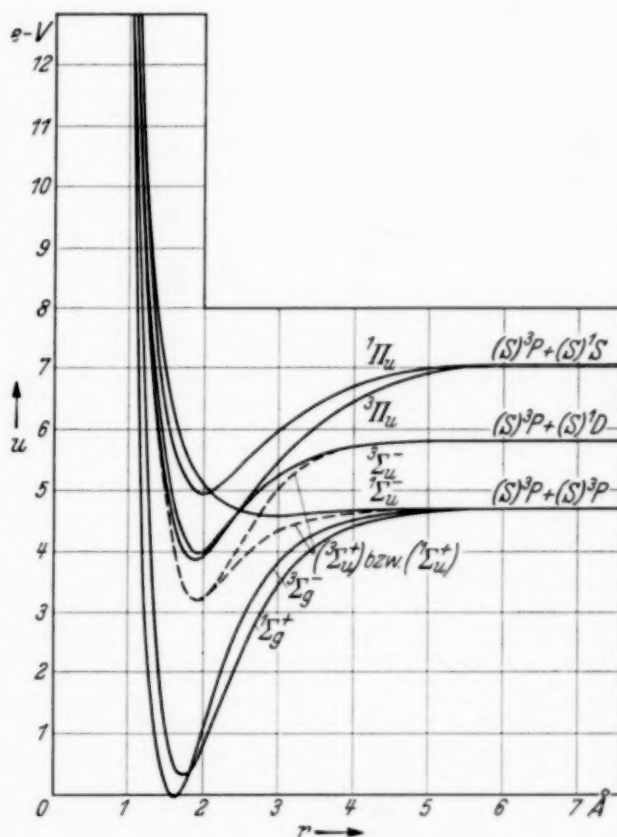


Fig. 3.

werden konnten, ist dieser Wert wesentlich ungenauer als die Bestimmung der Konvergenzgrenze des langwelligeren Systems. Es ist jedoch sicher, daß der $^1\Pi_u$ -Term an der Grenze gleichfalls in ein normales 3P - und ein angeregtes 1S -Schwefelatome dissoziiert. Energetisch liegt der $^1\Pi_u$ -Term bei etwa 40000 cm^{-1} .

Das vervollständigte Termschema des Schwefelmoleküls S₂ ist in Fig. 3 wiedergegeben.

Die Potentialkurven sind nach der Formel von Morse¹⁾ berechnet worden. Der Kernabstand, das Grundschantungsquant und die Abnahme des Schwingungsquants mit wachsender Schwingungsquantenzahl sind für den Grundzustand $^3\Sigma_g^-$ und für den angeregten Zustand $^3\Sigma_u^-$ dem Ergebnis der Untersuchungen von Rosen²⁾ und Christy und Naudé³⁾ entnommen. Die Dissoziationswärme des Grundzustandes $^3\Sigma_g^-$ ist nach Lochte-Holtgreven (l.c.) aus dem Auftreten der „natürlichen Prädissoziation“ im Absorptionsspektrum $^3\Sigma_g^- \rightarrow ^3\Sigma_u^-$ bei 2615 \AA zu 38230 cm^{-1} angenommen. Die Konvergenzgrenze des Systems $^3\Sigma_g^- \rightarrow ^3\Sigma_u^-$ liegt entsprechend bei $(38230 + 9240) = 47470 \text{ cm}^{-1}$. Die Grundschantungsquanten, die Dissoziationswärmen und die energetische Lage der Terme $^1\Sigma_g^+$, $^3\Pi_u$ und $^1\Pi_u$ haben sich aus der vorliegenden Untersuchung ergeben. Die Kernabstände sind entsprechend der Morseschen Näherungsformel aus den Grundschantungsquanten berechnet worden. Die Abnahme der Schwingungsquanten mit wachsender Schwingungsquantenzahl wurde unter der Annahme der linearen Änderung aus den Dissoziationswärmen ermittelt.

Wenn auch die Morsesche Darstellung die Lage der Potentialkurve und ihren Verlauf nur genähert wiederzugeben vermag, so erkennt man doch, daß für die im Absorptionsspektrum $^3\Sigma_g^- \rightarrow ^3\Sigma_u^-$ beobachtete und mehrfach untersuchte, bei 2799 \AA einsetzende Störung des $^3\Sigma_u^-$ -Terms außer Zweifel der $^3\Pi_u$ -Term verantwortlich gemacht werden muß. Die Potentialkurven der beiden Terme $^3\Sigma_u^-$ und $^3\Pi_u$ verlaufen über einen ziemlich weiten Kernabstandsbereich nahezu zusammen oder doch zum mindesten in kleinem gegenseitigen Abstand zueinander. Dadurch läßt sich zwanglos die ohne diese spezielle Lage der Potentialkurven nur schwer verständliche Tatsache deuten, daß im $^3\Sigma_u^-$ -Term eine durch Wechselwirkung mit einem benachbarten Term hervorgerufene Störung über einen so weiten Energiebereich vom 9. bis 15. Schwingungsniveau auftritt. Diese „induzierte Prädissoziation“ ist entsprechend den von Kronig⁴⁾ abgeleiteten Auswahlregeln für den strahlungslosen Übergang in die Komponente $\Omega = 0$ und $\Omega = 1$ des $^3\Pi_u$ -Terms zu erwarten. Da eine Dissoziation im Gebiet dieser „induzierten Prädissoziation“ nach Art der verantwortlichen Potentialzustände $^3\Sigma_u^-$ und $^3\Pi_u$ nicht eintreten kann, ist es, worauf besonders Lochte-Holtgreven (l.c.) hingewiesen hat, nicht möglich, aus dem Beginn des ersten Auf-

¹⁾ P. M. Morse, Phys. Rev. **34**, 57, 1929. — ²⁾ B. Rosen, ZS. f. Phys. **43**, 69, 1927. — ³⁾ A. Christy u. M. Naudé, Phys. Rev. **37**, 490, 1931; **37**, 903, 1931. — ⁴⁾ R. de L. Kronig, ZS. f. Phys. **50**, 347, 1928; **62**, 300, 1930.

treten unscharfer Banden bei 2799 Å auf die Dissoziationsenergie des Schwefelmoleküls zu schließen.

Die Ursache für die in dem ${}^3\Pi_u$ -Term auftretende Schwingungstermstörung ist umgekehrt die Nachbarschaft des ${}^3\Sigma_u^-$ -Terms. Bei der relativ kleinen Dispersion, bei welcher die Absorption des metastabilen Schwefelmoleküls aufgenommen wurde, ist eine Auflösung der Rotationsstruktur nicht erkennbar. Es ist deshalb sehr wohl denkbar, daß, wie man erwarten sollte, von etwa 3000 Å ($35700 - 2500 \text{ cm}^{-1}$) ab ebenso eine durch zunehmende Übergangswahrscheinlichkeit in den ${}^3\Sigma_u^-$ -Term verursachte Verbreiterung der Rotationsniveaus eintritt, die lediglich wegen der nicht ausreichenden Auflösung nicht beobachtet wurde. Der Bandenabbruch bei 36080 cm^{-1} ($2770,8 \text{ Å}$) in der einen Multiplettkomponente zuzuordnenden Bandenserie und das plötzliche Absinken der Intensität der Bandenserien von etwa $2788,6 \text{ Å}$ (35850 cm^{-1}) ab muß ebenso wie die zweite Prädissoziationsstelle im System ${}^3\Sigma_g^- \rightarrow {}^3\Sigma_u^-$ bei 2615 Å (38230 cm^{-1}) durch wahre Prädissoziation erklärt werden. Bei der Nachbarschaft der beiden Potentialkurven ${}^3\Sigma_u^-$ und ${}^3\Pi_u$ darf man annehmen, daß offensichtlich der gleiche Molekülterm in beiden Fällen die Prädissoziation hervorruft. Damit ist jedoch der ${}^3\Pi_u$ -Term, den Lochte-Holtgreven (l. c.) für das Auftreten der „natürlichen Prädissoziation“ verantwortlich macht, auszuschließen. Da die Energie der „natürlichen Prädissoziationsgrenze“ bei 2615 Å die Lage des ${}^1\Sigma_g^+$ -Terms bestimmt, kann die Dissoziationswärme des normalen ${}^3\Sigma_g^-$ -Zustandes des Schwefels nicht wesentlich kleiner sein, als der aus der Prädissoziationsstelle bei 2615 Å im System ${}^3\Sigma_g^- \rightarrow {}^3\Sigma_u^-$ ermittelte obere Grenzwert von 38230 cm^{-1} . Damit wird wahrscheinlich, daß die für die wahre Prädissoziation verantwortlich zu machende Potentialkurve ein flaches Minimum hat, weil es sonst nicht ohne weiteres verständlich sein würde, daß der Schnittpunkt der Potentialkurven, der nach dem Franck-Condon-Prinzip bei Prädissoziation angenommen werden muß, trotz des geringen Kernabstandes in der Nähe der Energie der Dissoziationsgrenze des ${}^3\Sigma_g^-$ -Zustandes liegen würde. Wir glauben deshalb, als störenden Term den ${}^1\Sigma_u^-$ -Zustand des Moleküls annehmen zu sollen.

Unter der Annahme des ${}^1\Sigma_u^-$ -Terms als denjenigen, der den Bandenabbruch in der Serie der Übergänge aus dem ${}^1\Sigma_g^+$ -Zustand in eine Komponente des ${}^3\Pi_u$ -Terms bewirkt, läßt sich die Bezeichnung der Multiplettkomponenten durchführen. Die größte Übergangswahrscheinlichkeit ist für die Komponente $\Omega = 0$ zu erwarten, so daß die ${}^3\Pi_{u0}$ -Komponente energetisch am tiefsten liegt. Für die Komponente $\Omega = 2$ ist ein

strahlungsloser Zerfall am wenigsten zu erwarten, die den Übergängen entsprechenden Banden werden nicht unscharf. Damit sollte die $^3\Pi_{u_2}$ -Komponente die mittlere sein, und die energetische Reihenfolge der Multipletterme wäre $^3\Pi_{u_0}$, $^3\Pi_{u_2}$, $^3\Pi_{u_1}$.

In der Reihe der drei Bandenzüge $^1\Sigma_g^+ \rightarrow ^3\Pi_{u_0,2,1}$ sind die Übergänge $^1\Sigma_g^+ \rightarrow ^3\Pi_{u_0}$ und $^1\Sigma_g^+ \rightarrow ^3\Pi_{u_1}$ wesentlich intensiver als der Übergang $^1\Sigma_g^+ \rightarrow ^3\Pi_{u_2}$. (Von den auf der Reproduktion der Aufnahme des Spektrums in Fig. 1 erkennbaren je zwei Bandenköpfen, die jeweils zwischen zwei aufeinanderfolgenden Banden der bei Drucksteigerung sich zunächst ausbildenden Bandenfolge liegen, entspricht eine einem Übergang vom ersten angeregten Schwingungsniveau des Grundzustandes $^1\Sigma_g^+$ aus.) Daß ein Übergang $^1\Sigma_g^+ \rightarrow ^3\Pi_{u_2}$ überhaupt möglich ist, muß man damit in Zusammenhang bringen, daß der angeregte $^3\Pi_u$ -Term durch Hunds Kopplungsfall *b* angenähert wird.

Nach Kenntnis der Lage des $^1\Sigma_g^+$ -Terms sei auf eine mögliche Deutung eines in Schwefeldampf von Rosen (l. c.) beobachteten Bandensystems aufmerksam gemacht. Bei einer Temperatur von etwa 700° erscheint bei höheren Partialdrucken des Schwefels auf der langwelligen Seite des Systems $^3\Sigma_g^- \rightarrow ^3\Sigma_u^-$ eine Anzahl von Banden, die sich zu einem auf den Aufnahmen getrennt erscheinenden Absorptionssystem entwickeln. Rosen selbst weist auf Schwierigkeiten der von ihm gegebenen Einordnung dieser Absorptionsbanden in das System $^3\Sigma_g^- \rightarrow ^3\Sigma_u^-$ hin, und von anderer Seite ist diese Absorption dem Molekül S_8 zugeschrieben worden¹⁾. Die Tatsache, daß die Banden erst bei einer höheren Temperatur erscheinen und sich dann offenbar durch eine relativ geringe Temperatursteigerung zu einem getrennten Absorptionsspektrum entwickeln, legt die Annahme nahe, daß die Banden nicht vom Grundzustand $^3\Sigma_g^-$ des Schwefelmoleküls, sondern vom $^1\Sigma_g^+$ -Term ausgehen. Die relativ geringe Genauigkeit, mit der die Banden ausgemessen werden konnten, gestattet vorerst keine eindeutige Einordnung in ein Bandkantenschema. Zur Klärung der Verhältnisse ist eine Fortsetzung der Untersuchung in Angriff genommen, die gleichfalls eine Deutung der bisher noch unerklärten Erscheinungen des Fluoreszenzspektrums des Schwefels versuchen wird. Als oberen Term dieses möglicherweise neuen Systems möchten wir den $^3\Sigma_u^+$ -Zustand annehmen, der nach Mulliken²⁾ aus der Elektronenkonfiguration $\sigma_g^2 \pi_u^3 \pi_g^3$ hervorgehen

¹⁾ J. J. Graham, Proc. Roy. Soc. London (A) **84**, 311, 1911. — ²⁾ R. S. Mulliken, Reviews of modern Physics **4**, 1, 1932.

sollte. Im Sauerstoff hat Herzberg¹⁾ ein „verbotenes“ Absorptionsbandensystem beobachtet, für das er auf Grund der Bandenstruktur den $^3\Sigma_u^+$ -Term als oberes Niveau annimmt. Aus Analogiegründen ist deshalb die Annahme eines $^3\Sigma_u^+$ -Terms im Schwefel nicht unwahrscheinlich²⁾.

Die Termdarstellung des S_2 -Moleküls zeigt, wie man auch erwarten sollte, eine weitgehende Ähnlichkeit mit einer Darstellung der Sauerstoffmolekülterme. Die atmosphärischen Sauerstoffbanden würden unter Zugrundelegung des Schwefelspektrums und Übertragung der Termfolge auf die Verhältnisse im Sauerstoffmolekül allerdings wohl eher dem „verbotenen“ Übergang $^3\Sigma_g^- \rightarrow ^1\Sigma_g^+$ entsprechen, und nicht dem Übergang $^3\Sigma_g^- \rightarrow ^1\Sigma_u^-$ ³⁾.

Zum Schluß sei kurz auf die Frage der Entstehung des metastabilen Schwefels in der Anordnung der vorliegenden Untersuchung eingegangen. Die Daten der chemischen Analyse des aus der Entladung in einem Gemisch von Schwefeldampf und Schwefeldioxyd abgesaugten Gases lassen annehmen, daß der metastabile Schwefel wenigstens zum größeren Teil sekundär aus dem primär in der Entladung entstandenen SO gebildet wird. Da Absorptionsbanden des SO, wenn überhaupt, so nur schwach auftreten, scheint das primär gebildete SO nur eine kurze Lebensdauer zu haben, und die als chemische Reaktionen des SO gedeuteten Umsetzungen scheinen wenigstens zum Teil auf Reaktionen des metastabilen Schwefels zurückgeführt werden zu müssen. Die bei der Entstehung des Schwefels aus SO frei werdende Reaktionswärme würde die „Anregungsenergie“ des metastabilen Schwefels zu liefern haben. Über den Mechanismus der Bildungsreaktion lassen sich keine Aussagen machen.

Eine Schwierigkeit in der hier gegebenen Deutung für das beobachtete Spektrum liegt in der langen Lebensdauer des metastabilen Zustandes des Schwefelmoleküls gegenüber Stößen. Vielleicht ist diese Erscheinung

¹⁾ G. Herzberg, *Naturwissensch.* **20**, 577, 1932. — ²⁾ *Anmerkung bei der Korrektur.* Es wurde versucht, die im Selen- und Tellurdampf in Emission, Absorption und Fluoreszenz auftretenden Spektren zu deuten (vgl. eine demnächst in den „Naturwissenschaften“ erscheinende Notiz). Danach wird die Einordnung der bei höheren Temperaturen am langwelligen Ende des Systems $^3\Sigma_g^- \rightarrow ^3\Sigma_u^-$ auftretenden Bandkanten in ein System $^1\Sigma_g^+ \rightarrow ^1\Sigma_u^+$ wahrscheinlich gemacht. Der angeregte $^1\Sigma_u^+$ -Term zerfällt an der Grenze in ein normales 3P - und ein angeregtes 1D -Schwefelatom. —

³⁾ W. Lochte-Holtgreven, l. c.

damit in Zusammenhang zu bringen, daß die Wechselwirkung zwischen zwei kugelsymmetrischen Molekülen $^1\Sigma_g^+$ sehr klein ist. Durch kinetische Untersuchungen über den Zerfall des metastabilen Schwefels hoffen wir zur Klärung dieser Frage beitragen zu können. Die dargestellte Einordnung der beobachteten Absorptionsbanden, die in Analogie zum Spektrum des Sauerstoffmoleküls zu erwartende Ergänzung des Termschemas des zweiatomigen Schwefels und besonders die im Zusammenhang damit möglich gewordene zwanglose Erklärung der Prädissoziationserscheinungen im Schwefelspektrum lassen andererseits die Zuordnung des Spektrums und eine Veröffentlichung der Ergebnisse und deren Deutung gerechtfertigt erscheinen.

Frankfurt a. M., 10. Februar 1937.

**Bemerkung zu der Arbeit von Herrn Fleischmann:
„Energietönung bei der Anlagerung von Neutronen“¹⁾.**

Von **Seishi Kikuchi, Kōji Husimi** und **Hiroo Aoki.**

(Eingegangen am 19. Dezember 1936.)

Herr Fleischmann hat kürzlich eine Arbeit mit dem oben genannten Titel in dieser Zeitschrift veröffentlicht¹⁾. Aus der Messung der Quantenenergie an 11 Elementen schließt er auf einen regelmäßigen Verlauf der Quantenenergie mit der Atomnummer. Dies ist im großen und ganzen in guter Übereinstimmung mit der von uns²⁾ gefundenen Regelmäßigkeit. Herr Fleischmann sagt in bezug auf unsere Arbeit: „Sie glauben den Endpunkt der Absorptionskurve für Elektronen genügend genau bestimmen zu können und leiten daraus die Quantenenergie ab. Im großen ist der Verlauf bei ihnen ähnlich wie bei der obigen Kurve, nur streuen die Werte erheblich um die Kurve. Für die Halbwertdicken finden sie noch streuende Werte. Offenbar reicht ihre Meßgenauigkeit nicht aus, um die hier gefundene Regelmäßigkeit in Erscheinung treten zu lassen. Das mag mit dem Umstand zusammenhängen, daß bei ihren Versuchen die Neutronen mit Hilfe eines Gasentladungsrohres erzeugt wurden, dessen Intensität während der Versuchsreihe erheblich schwankte.“

Dem ist Folgendes entgegenzustellen. Die Zahl der Elemente, die von Fleischmann untersucht wurden, war nur 11, während wir 24 Elemente untersucht haben. Die meisten von den Elementen, die von Fleischmann untersucht wurden, sind in unserer oberen Kurve enthalten, und, wenn man seine Aufmerksamkeit nur auf diese Elemente richtet, so bemerkt man, daß unsere Punkte sowohl für die Quantenenergie, als auch für die Halbwertdicken keine Streuung zeigen (bis auf Ag). Man hat also kein Recht, aus den Resultaten von Fleischmann allein den Schluß zu ziehen, daß die „Streuung“ unserer Punkte auf Ungenauigkeiten bei unseren Messungen zurückzuführen sind. Ob unsere Einteilung der Elemente in zwei Gruppen zutreffend ist, soll erst durch weitere experimentelle Untersuchungen entschieden werden.

¹⁾ ZS. f. Phys. **103**, 113, 1936. — ²⁾ Proc. Phys.-Math. Soc. Japan **18**, 188, 1936; Nature **137**, 992, 1936.

Was die Möglichkeit der Bestimmung des Endpunktes der Absorptionskurve betrifft, so glauben wir aus verschiedenen Gründen, daß wir ihn in unserem Falle (wo die Neutronenquelle frei von Gammastrahlen und ihre Intensität mehr als zehnmal stärker als bei Fleischmann war), innerhalb der dort angegebenen Genauigkeit bestimmen konnten. Die Schwankungen in dem Entladungsrohr sind auf befriedigende Weise eliminiert, wie wir a. a. O.¹⁾ ausführlich beschrieben haben. Die oben zitierten Bemerkungen von Fleischmann treffen daher in keiner Beziehung zu.

Osaka, Phys. Inst. der Osaka Kaiserl. Universität, den 20. Nov. 1936.

¹⁾ Proc. Phys.-Math. Soc. Japan **18**, 188, 1936; Nature **137**, 992, 1936.

**Bemerkung zu meiner Arbeit:
„Über die U-Effekte von H. Amagat und P. Weiss“ in der
Verbindung mit der Frage über die Zustandsgleichung
auf Grund des Joule-Thomson-Effektes.**

Von Witold Jacyna in Leningrad.

(Eingegangen am 11. Februar 1937.)

Es werden einige notwendige Vervollständigungen und Ergänzungen der früheren Arbeit gegeben.

Herr Prof. Dr. R. O. Kuzmin in Leningrad hat mich kürzlich darauf aufmerksam gemacht, daß meine differentialpartielle Ausgangsgleichung¹⁾

$$\psi \left(\frac{\partial (\Delta v)}{\partial \psi} \right)_p - \Delta v = \varphi(\psi, p) \quad (1)$$

mit Hilfe der Lagrangeschen Methode der Variation von willkürlichen Konstanten in der *expliziten* Form

$$\Delta v = \psi \left\{ \int \frac{\varphi}{\psi^2} d\psi + \Phi(p) \right\} \quad (2)$$

lösbar ist²⁾.

Vom mathematischen Standpunkt aus ist das von Herrn Kuzmin gegebene Verfahren recht elegant und die von ihm gemachte Bemerkung für meine Theorie insofern wichtig, als somit die auf Grund meiner *impliziten* Lösung

$$\Phi(p) \Delta v - \psi e^{\int \frac{\varphi}{\psi^2} d\psi} = 0^3) \quad (3)$$

¹⁾ Witold Jacyna, ZS. f. Phys. **103**, 67, 1936, Gleichung (3).

²⁾ Es wäre $\Delta v_1 = \psi \cdot \omega(p)$ das allgemeine Integral der Differentialgleichung (1) im Falle, daß $\varphi = 0$ wird. Man sucht nun die Lösung der Gleichung (1) im Falle, daß $\varphi \neq 0$ ist, in der Form

$$\Delta v = \psi \Omega(\psi, p) \quad (a)$$

darzustellen, indem man eine neue Funktion Ω von den *beiden* Veränderlichen betrachtet. Nach der Substitution von (a) in (1) folgt

$$\psi^2 \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \psi} \right)_p = \varphi \quad (b)$$

und daraus

$$\Omega = \int \frac{\varphi}{\psi^2} d\psi + \Phi(p)$$

was in der Verbindung mit (a) wieder (2) ergibt.

³⁾ Es ist diese Lösung in der zitierten Arbeit [l. c., S. 68, Gleichung (6)] unrichtig dargestellt. Dabei ist auch die Volumenabweichung Δv im Text mit entgegengesetzten Vorzeichen benutzt.

konstruierte und experimentell bestätigte funktionelle Form der Volumenabweichung

$$\Delta v = \sum_i f_i(\psi) e^{\eta_i} \quad (4)$$

auch formell mathematisch einwandfrei erscheint. Übrigens ist dies auch ohne weiteres ersichtlich, weil ja das allgemeine Integral (2) aus meiner Integralbeziehung (3) unmittelbar folgt¹⁾.

Leningrad, Februar 1937.

¹⁾ Wirklich folgt aus (3)

$$\lg \frac{\Phi(p) \Delta v}{\psi} = \int \frac{\varphi}{\Delta v} \frac{d\psi}{\psi},$$

was differenziert nach ψ bei $p = \text{const}$

$$\left(\frac{\partial \left(\frac{\Delta v}{\psi} \right)}{\partial \psi} \right)_p = \frac{\varphi}{\psi^2}$$

ergibt, und daraus schließlich

$$\Delta v = \psi \left\{ \int \frac{\varphi}{\psi^2} d\psi + \Phi \right\},$$

wobei Φ die willkürliche Funktion des Druckes p bedeutet.

Anmerkung zur Arbeit

„Untersuchungen über den Reststrom von Ionisationsdruckkammern und über die Druckabhängigkeit der Ionisation durch Ultrastrahlung“.

Von W. Messerschmidt in Berlin.

In der ZS. f. Phys. **103**, 18, 1936 muß die Fußnote auf S. 25 lauten: Die Erklärung der Druckkurven durch Wandstrahlen stimmt mit der Deutung und den belegenden Versuchen von Clay (l. c.) überein.

Zur Optik dünner Metallfilme*).

Von H. Wolter in Kiel.

Mit 8 Abbildungen. (Eingegangen am 18. Februar 1937.)

Nach einer Diskussion der bisher vorhandenen Methoden zur Bestimmung der optischen Konstanten dünner Metallschichten wird ein neuer einfacher Weg zur Berechnung der besonders wichtigen Größe $n \cdot k$ aus Intensitätsmessungen gewiesen. Die für diesen Zweck abgeleiteten Näherungsformeln werden sorgfältig auf ihre Anwendbarkeit geprüft. Zweitens wird eine einfache Nachprüfung der Maxwell'schen Theorie vorgenommen. Ferner gibt die Arbeit ein Kriterium für die Güte von Intensitätsmessungen an dünnen Metallschichten. Das Versagen der Murmann'schen und der Véenemans'schen Methode für dünnste Schichten findet eine einfache Erklärung. Schließlich wird ein Weg zu einer optischen Schichtdickenbestimmung vorgeschlagen und an Beispielen erprobt. Eine genauere Zusammenfassung befindet sich am Schluß.

1. Einleitung.

Unter den Untersuchungen über dünne Metallschichten nehmen die optischen seit je den größten Raum ein. Es gibt daher auch eine große Zahl von Methoden zur Bestimmung der optischen Konstanten, d. h. des Brechungsindex n und des Absorptionskoeffizienten k ¹⁻⁵). Doch für die besonders interessanten dünnsten Schichten (mit einer Schichtdicke $d \leq 15 \text{ m}\mu = 15 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$) war bis 1932 nur die auf Polarisationsmessungen beruhende Försterling'sche Methode²) vorhanden. Und diese ist wegen Meßschwierigkeiten in den unsichtbaren Spektralgebieten schlecht anwendbar. Da man aber gerade an den Dispersionserscheinungen wegen zu erwartender Aufschlüsse über die Struktur der Schichten das größte Interesse hat, versuchte man in den letzten Jahren, die Unbekannten aus den in allen Wellenlängenbereichen leicht zugänglichen Intensitäten zu gewinnen. Das gelang ziemlich gleichzeitig Murmann³), Schulze⁴) und Véenemans⁵) im Jahre 1933. Gemeinsam ist ihren Methoden die große Umständlichkeit und die nichtoptische Schichtdickenbestimmung, der gerade bei den dünnsten Schichten nicht ganz zu trauen ist. Hinzu kommt, daß sich die Unsicherheit der Schichtdicke auf die Bestimmung der

*) Dissertation der Philosophischen Fakultät der Universität Kiel.

¹) E. Wernicke, Pogg. Ann. Erg.-Bd. 8, 65, 1878; A. Kundt, Wied. Ann. 34, 469, 1888; W. Betz, Ann. d. Phys. 18, 590, 1905; C. Statescu, ebenda 33, 1032, 1910; — ²) N. Galli und K. Försterling, Göttinger Nachrichten S. 58, 1911; K. Försterling, ebenda S. 449, 1911. — ³) H. Murmann, ZS. f. Phys. 80, 161, 1933. — ⁴) R. Schulze, Phys. ZS. 34, 24, 1933. — ⁵) C. F. Véenemans, Arch. Neerland 14, 84, 1933.

optischen Konstanten in schlecht zu kontrollierender Weise auswirkt. Zudem versagen diese Methoden für allerdünnste Schichten aus nicht geklärten Gründen.

Die außerdem noch existierenden Methoden von Goldschmidt und Dember¹⁾ und Smakula²⁾ sind zwar einfach, beruhen aber auf einer Näherungsformel, die unzuverlässig und nicht einmal auf ihre Gültigkeitsgrenzen hin untersucht ist.

Den hier genannten Mängeln soll in dieser Arbeit bis zu einem gewissen Grade abgeholfen werden. Der Weg ist der, daß aus der Maxwellschen Theorie durch vorsichtige Näherung übersichtliche Gleichungen gewonnen werden, die sorgfältig auf ihre Gültigkeit hin untersucht werden, und die außer einem besseren Durchschau durch die Verhältnisse bei dünnen Metallschichten auch sehr einfache Methoden zur Schichtdickenbestimmung und zur Untersuchung der Dispersion der Schichten ermöglichen. Um die Übersichtlichkeit zu erhöhen, habe ich die Behandlung freier Schichten, bei denen manche Näherungen anders als bei Unterlageschichten³⁾ sind, von der übrigen Darstellung abgetrennt und als Teil VI an den Schluß der Arbeit gestellt.

Teil I.

Ableitung strenger Gleichungen aus der Maxwellschen Theorie.

2. Fortpflanzung einer ebenen Lichtwelle im Metall.

Im Medium mit der Dielektrizitätskonstanten ϵ , der magnetischen Permeabilität μ und der elektrischen Leitfähigkeit σ breite sich eine ebene elektromagnetische Welle in der „ x -Richtung“ aus. Die Feldstärken seien angesetzt als Realteile der Größen

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E} &= \mathfrak{E}_0 e^{i\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right)}, \\ \mathfrak{H} &= \mathfrak{H}_0 e^{i\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

mit einer noch zu bestimmenden Konstanten n . (Darin bezeichnet e die Basis der natürlichen Logarithmen, i die imaginäre Einheit, c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, t die Zeit, x die Cartesische Koordinate in der Fortpflanzungsrichtung der Welle und ω die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi\nu$

¹⁾ H. Goldschmidt u. H. Dember, ZS. f. techn. Phys. **7**, 137, 1926.
— ²⁾ A. Smakula, Phys. ZS. **34**, 788, 1933; ZS. f. Phys. **86**, 185, 1933; **88**, 114, 1934. — ³⁾ So nennen wir kurz alle auf einer Unterlage (Glas, Quarz od. ä.) niedergeschlagenen Schichten.

$= 2\pi \frac{c}{\lambda}$ der Welle.) Diese komplexen Größen \mathfrak{E} und \mathfrak{H} müssen den Maxwell'schen Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathfrak{E} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}; & \text{rot } \mathfrak{H} &= \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E} + \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}; \\ \text{div } \mathfrak{E} &= 0; & \text{div } \mathfrak{H} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

genügen und daher auch der Differentialgleichung

$$\Delta \mathfrak{E} = \frac{4\pi\sigma\mu}{c^2} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{E}}{\partial t^2} \quad (2')$$

bzw. der entsprechenden für \mathfrak{H} . Eingehen mit dem Ansatz (1) gibt

$$n^2 = \epsilon \cdot \mu - i \frac{4\pi\sigma\mu}{\omega}, \quad (3)$$

also eine Bestimmung der Konstanten n aus den anderen Materialkonstanten. Im Leiter ist n komplex und soll der komplexe Brechungsindex des Metalls heißen. Wir bezeichnen wie üblich

$$n = n - ik, \quad (4)$$

worin n und k reelle Zahlen sind, und nennen n den Brechungsindex, k den Absorptionskoeffizienten des Metalls. Einsetzen von (4) in (3) gibt

$$\left. \begin{aligned} n^2 - k^2 &= \epsilon \cdot \mu, \\ 2 \cdot n \cdot k &= \frac{4\pi\sigma\mu}{\omega} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(„Drudesches Gesetz“). Setzt man (4) in den Ansatz (1) ein, so erhält man

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E} &= \mathfrak{E}_0 e^{-\frac{k\omega}{c}x} e^{i\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right)}, \\ \Re(\mathfrak{E}) &= |\mathfrak{E}_0| e^{-\frac{k\omega}{c}x} \cos \left\{ \omega \left(t - \frac{n}{c}x \right) + \delta \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Hierin bedeutet δ eine Phasenkonstante. Die Bedeutung von n und k erhellt daraus, daß c/n offenbar die Phasengeschwindigkeit ist und die Amplitude mit einem zu k proportionalen Dekrement exponentiell abfällt. Aus den Maxwell'schen Gleichungen folgen ferner die Transversalität der Welle und die „Verknüpfungsgleichungen“

$$\mu \mathfrak{H}_y = -n \mathfrak{E}_z, \quad \mu \cdot \mathfrak{H}_z = +n \cdot \mathfrak{E}_y. \quad (7)$$

Die Intensität der Welle ist gegeben durch das Zeitmittel des Poynting-Vektors

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi} [\Re(\mathfrak{E}) \times \Re(\mathfrak{H})];$$

daraus folgt unter Verwendung von (6) und (7) für die Intensität

$$I = |\overline{\mathfrak{S}}| = \frac{c}{8\pi} \cdot n \cdot |\mathfrak{E}|^2. \quad (8)$$

Außer diesen hier zusammengestellten Ergebnissen der elektromagnetischen Lichttheorie werden für sämtliche Ableitungen dieser Arbeit nur noch die elektromagnetischen Grenzbedingungen gebraucht, die besagen, daß sich die Tangentialkomponenten der elektrischen und magnetischen Feldstärke bei Übergang von einem Medium in ein anstoßendes nicht sprunghaft ändern.

Alle folgenden Ableitungen gelten auch vom Standpunkt der Elektronentheorie; nur muß man dann den komplexen Brechungsindex nicht durch die Materialkonstanten ε, μ, σ , sondern durch die Dispersionsgleichung interpretieren.

3. Strenge elektromagnetische Theorie des Lichtes an einer Metallschicht.

Eine Metallschicht ② der Dicke d liege zwischen zwei eventuell verschiedenen Medien ① und ③ (siehe Fig. 1). Die als komplex zugelassenen

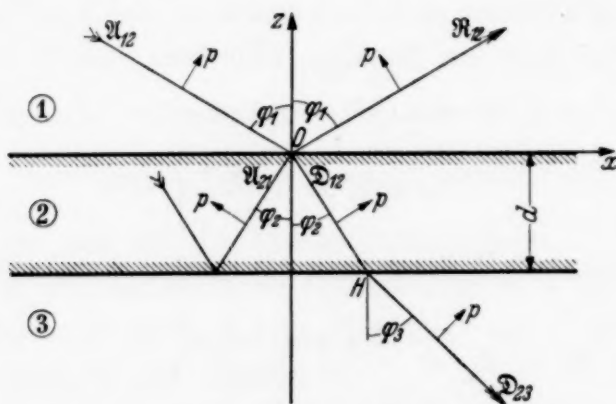


Fig. 1. Zur elektromagnetischen Theorie der Beeinflussung des Lichtes durch eine Metallschicht.

Brechungsindizes seien n_1, n_2, n_3 . μ sei überall gleich 1. Aus dem Medium ① falle eine elektromagnetische Welle unter dem Einfallswinkel φ_1 ein. Ihre komplexe elektrische Feldstärke sei

$$\mathfrak{U}_{12} = \mathfrak{U}_{12}^0 e^{i\omega \left\{ t - \frac{n_1}{c} (x \cdot \sin \varphi_1 - z \cdot \cos \varphi_1) \right\}}$$

und soll zunächst als in jeder Hinsicht bekannt angesehen werden. Nach der elektromagnetischen Theorie müssen sich dann die Feldstärken des durchgehenden und des reflektierten Lichtes aus \mathfrak{U}_{12} und den Materialkonstanten für jeden Augenblick berechnen lassen. Das soll jetzt getan werden.

Wir bezeichnen die komplexe elektrische Feldstärke der

aus ① auf ② auftreffenden Welle mit \mathfrak{A}_{12} ,
 aus ② auf ① auftreffenden Welle mit \mathfrak{A}_{21} ,
 von ① nach ② durchgegangenen Welle mit \mathfrak{D}_{12} ,
 von ② nach ③ durchgegangenen Welle mit \mathfrak{D}_{23} ,
 von ① an ② reflektierten Welle mit \mathfrak{R}_{12} .

(Siehe Fig. 1.) Gemäß Gleichung (1) habe ich dann diese Wellen wie folgt anzusetzen:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A}_{12}(x, y, z) &= \mathfrak{A}_{12}(0) e^{-i\omega \frac{n_1}{c} (x \cdot \sin \varphi_1 - z \cdot \cos \varphi_1)}, \\ \mathfrak{R}_{12}(x, y, z) &= \mathfrak{R}_{12}(0) e^{-i\omega \frac{n_1}{c} (x \cdot \sin \varphi_1 + z \cdot \cos \varphi_1)}, \\ \mathfrak{D}_{12}(x, y, z) &= \mathfrak{D}_{12}(0) e^{-i\omega \frac{n_2}{c} (x \cdot \sin \varphi_2 - z \cdot \cos \varphi_2)}, \\ \mathfrak{A}_{21}(x, y, z) &= \mathfrak{A}_{21}(0) e^{-i\omega \frac{n_2}{c} (x \cdot \sin \varphi_2 + z \cdot \cos \varphi_2)}, \\ \mathfrak{D}_{23}(x, y, z) &= \mathfrak{D}_{23}(0) e^{-i\omega \frac{n_3}{c} (x \cdot \sin \varphi_3 - z \cdot \cos \varphi_3)}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Darin ist z. B. $\mathfrak{A}_{12}(0)$ die Feldstärke am Orte 0 (Figur!) und hat selber die Form

$$\mathfrak{A}_{12}(0) = \mathfrak{A}_{12}^0 \cdot e^{i\omega t}.$$

Um die Verknüpfungsgleichungen (7) anwenden zu können, zerlegen wir jede Feldstärke in Komponenten senkrecht und parallel zur Einfallsebene, die als \mathfrak{A}_{12s} , \mathfrak{A}_{12p} usw. bezeichnet werden. Die senkrechten Komponenten werden positiv gerechnet in der y -Richtung. Die „ p -Achse“ für jede Welle, d. h. die Richtung, in der die Parallelkomponenten als positiv gerechnet werden sollen, wird jeweils so festgelegt, daß für jede Welle die drei Richtungen Fortpflanzungsrichtung, y -Achse, p -Achse ein Rechtssystem bilden. Für die magnetischen Feldstärken brauchen wir keine besonderen Bezeichnungen. Überall, wo sie auftreten, können wir sie durch die elektrischen nach den Verknüpfungsgleichungen

$$\mathfrak{H}_s = -n \cdot \mathfrak{E}_p, \quad \mathfrak{H}_p = n \cdot \mathfrak{E}_s$$

ersetzen. Die elektromagnetischen Grenzbedingungen für die elektrischen und magnetischen Feldstärken liefern an der Grenze $z = 0$:

für die senkrechten Komponenten

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A}_{12s}(0) + \mathfrak{R}_{12s}(0) &= \mathfrak{A}_{21s}(0) + \mathfrak{D}_{12s}(0), \\ n_1 \mathfrak{A}_{12p}(0) + n_1 \cdot \mathfrak{R}_{12p}(0) &= n_2 \cdot \mathfrak{A}_{21p}(0) + n_2 \cdot \mathfrak{D}_{12p}(0), \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

für die Parallelkomponenten

$$\left. \begin{aligned} \{\mathfrak{A}_{12p}(0) - \mathfrak{R}_{12p}(0)\} \cos \varphi_1 &= \{\mathfrak{D}_{12p}(0) - \mathfrak{A}_{21p}(0)\} \cos \varphi_2, \\ \{\mathfrak{A}_{12s}(0) - \mathfrak{R}_{12s}(0)\} n_1 \cos \varphi_1 &= \{\mathfrak{D}_{12s}(0) - \mathfrak{A}_{21s}(0)\} n_2 \cdot \cos \varphi_2; \end{aligned} \right\}$$

an der Grenze $z = -d$:

für die senkrechten Komponenten

$$\begin{aligned} \mathfrak{D}_{12s}(H) + \mathfrak{U}_{21s}(H) &= \mathfrak{D}_{23s}(H), \\ n_2 \cdot \mathfrak{D}_{12p}(H) + n_2 \cdot \mathfrak{U}_{21p}(H) &= n_3 \cdot \mathfrak{D}_{23p}(H), \end{aligned}$$

für die Parallelkomponenten

$$\left. \begin{aligned} \{\mathfrak{D}_{12p}(H) - \mathfrak{U}_{21p}(H)\} \cos \varphi_2 &= \mathfrak{D}_{23p}(H) \cdot \cos \varphi_3, \\ \{\mathfrak{D}_{12s}(H) - \mathfrak{U}_{21s}(H)\} n_2 \cdot \cos \varphi_2 &= \mathfrak{D}_{23s}(H) \cdot n_3 \cdot \cos \varphi_3. \end{aligned} \right\} (11)$$

Dabei bedeutet z. B. $\mathfrak{D}_{12s}(H)$, daß die Amplitude am Orte H (siehe Fig. 1) genommen werden soll. Da die Grenzbedingungen (10) nicht nur am Orte 0, sondern an der ganzen Grenze $z = 0$ erfüllt sein müssen, läßt sich z. B. die erste Gleichung (10) verschärfen zu

$$\mathfrak{U}_{12s}(x, y, 0) + \mathfrak{R}_{12s}(x, y, 0) = \mathfrak{U}_{21s}(x, y, 0) + \mathfrak{D}_{12s}(x, y, 0).$$

Nach (9) folgt also

$$\{\mathfrak{U}_{12s}(0) + \mathfrak{R}_{12s}(0)\} \cdot e^{-i\omega \frac{n_1}{c} x \sin \varphi_1} = \{\mathfrak{U}_{21s}(0) + \mathfrak{D}_{12s}(0)\} \cdot e^{-i\omega \frac{x}{c} n_2 \sin \varphi_2},$$

und wegen der ersten Gleichung (10) folgt nun, gültig für alle x :

$$e^{-i\omega \frac{x}{c} n_1 \sin \varphi_1} = e^{-i\omega \frac{x}{c} n_2 \sin \varphi_2}.$$

Das Analogon zu diesem Brechungsgesetz an der anderen Grenzfläche ergibt sich in ähnlicher Weise aus der ersten Gleichung (11), so daß wir sogleich schreiben:

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2 = n_3 \sin \varphi_3. \quad (12)$$

In dem uns besonders interessierenden Fall sind n_1 und n_3 reell, n_2 komplex. Das hat zur Folge, daß $\sin \varphi_2$ ebenfalls komplex sein muß. Physikalisch bedeutet dies, daß die Welle im Metall „inhomogen“ ist, d. h. innerhalb einer Phasenebene die Amplituden nicht konstant sind. Weiteres hierüber erübrigt sich an dieser Stelle.

Zu den Grenzbedingungen (10) und (11) treten noch die Gleichungen, die die Werte der im Metall laufenden Wellen am Orte 0 mit denen am Orte H verknüpfen. Da der Punkt H die Koordinaten $x = d \cdot \operatorname{tg} \varphi_2$, $y = 0$, $z = -d$ hat, so folgt aus (9) nämlich:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{U}_{21}(H) &= \mathfrak{U}_{21}(0) e^{-i\omega \frac{n_2}{c} (d \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 \cdot \sin \varphi_2 - d \cdot \cos \varphi_2)}, \\ \mathfrak{D}_{12}(H) &= \mathfrak{D}_{12}(0) e^{-i\omega \frac{n_2}{c} (d \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 \cdot \sin \varphi_2 + d \cdot \cos \varphi_2)}. \end{aligned} \right\} (13)$$

Da jede dieser Gleichungen (13) sowohl für die s - als auch für die p -Komponenten gilt, so haben wir hier vier Gleichungen vor uns, die mit den acht

Gleichungen (10) und (11) zusammen zwölf Gleichungen ergeben; daher lassen sich daraus die zwölf Größen

$$\mathcal{R}_{12s}(0), \mathcal{D}_{12s}(0), \mathcal{U}_{21s}(0), \mathcal{D}_{12s}(H), \mathcal{U}_{21s}(H), \mathcal{D}_{23s}(H), \\ \mathcal{R}_{12p}(0), \mathcal{D}_{12p}(0), \mathcal{U}_{21p}(0), \mathcal{D}_{12p}(H), \mathcal{U}_{21p}(H), \mathcal{D}_{23p}(H)$$

durch die anderen darin auftretenden Größen

$$\mathcal{U}_{12s}(0), \mathcal{U}_{12p}(0), n_1, n_2, n_3, \varphi_1$$

ausdrücken. Die Auflösung der zwölf linearen Gleichungen ist einfach und hat das folgende Ergebnis:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathcal{R}_{12s}(0)}{\mathcal{U}_{12s}(0)} &= \frac{(e^{iv} + e^{-iv}) n_2 c_2 (n_1 c_1 - n_3 c_3) + (e^{iv} - e^{-iv}) (n_1 n_3 c_1 c_3 - n_2^2 c_2^2)}{(e^{iv} + e^{-iv}) n_2 c_2 (n_1 c_1 + n_3 c_3) + (e^{iv} - e^{-iv}) (n_1 n_3 c_1 c_3 + n_2^2 c_2^2)}, \\ \frac{\mathcal{R}_{12p}(0)}{\mathcal{U}_{12p}(0)} &= \frac{(e^{iv} + e^{-iv}) n_2 c_2 (n_3 c_1 + n_1 c_3) + (e^{iv} - e^{-iv}) (n_2^2 c_1 c_3 - n_1 n_3 c_2^2)}{(e^{iv} + e^{-iv}) n_2 c_2 (n_3 c_1 + n_1 c_3) + (e^{iv} - e^{-iv}) (n_2^2 c_1 c_3 + n_1 n_3 c_2^2)}, \\ \frac{\mathcal{D}_{23s}(H)}{\mathcal{U}_{12s}(0)} &= \frac{4 n_1 n_2 c_1 c_2 e^{-iv} \operatorname{tg}^2 \varphi_2}{(e^{iv} + e^{-iv}) n_2 c_2 (n_1 c_1 + n_3 c_3) + (e^{iv} - e^{-iv}) (n_1 n_3 c_1 c_3 + n_2^2 c_2^2)}, \\ \frac{\mathcal{D}_{23p}(H)}{\mathcal{U}_{12p}(0)} &= \frac{4 n_1 n_2 c_1 c_2 e^{-iv} \operatorname{tg}^2 \varphi_2}{(e^{iv} + e^{-iv}) n_2 c_2 (n_3 c_1 + n_1 c_3) + (e^{iv} - e^{-iv}) (n_2^2 c_1 c_3 + n_1 n_3 c_2^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Es bedeutet $c_1 = \cos \varphi_1$, $c_2 = \cos \varphi_2$, $c_3 = \cos \varphi_3$ und

$$v = \frac{d}{c} \omega \cdot n_2 \cos \varphi_2 = \frac{2 \pi d}{\lambda} \cdot n_2 \cos \varphi_2.$$

Die nur im Metall laufenden Wellen interessieren nicht. Da φ_2 und φ_3 durch das Brechungsgesetz mit φ_1 zusammenhängen, sind die rechten Seiten der Gleichungen (14) reine Funktionen der Größen d/λ , n_1 , n_2 , n_3 , φ_1 . Nehmen wir, wie beabsichtigt, ① und ③ als durchsichtige Medien an, so sind n_1 , n_3 , φ_1 und λ unmittelbar meßbar. Es bleiben nur noch d und $n_2 = n - ik$, also gerade die Größen, für deren Bestimmung Methoden gesucht werden. Dazu braucht man nur noch die linken Seiten von (14) durch Kombinieren miteinander, Quadrieren oder dergleichen in meßbare Größen überzuführen. Wir beschränken uns hier auf solche Methoden, die das durch Übergehen zu den Intensitäten erreichen. Der Einfachheit halber spezialisieren wir von hier an für den gesamten Rest der Arbeit auf senkrechten Einfall und nehmen die Medien ① und ③ als durchsichtig an, so daß wir uns von nun an in (14) geschrieben denken können:

$$c_1 = c_2 = c_3 = 1; \quad n_1 = n_1, \quad n_2 = n - i \cdot k, \quad n_3 = n_3.$$

Dann wird

$$\frac{\mathcal{R}_{12s}}{\mathcal{U}_{12s}} = -\frac{\mathcal{R}_{12p}}{\mathcal{U}_{12p}}; \quad \frac{\mathcal{D}_{23s}}{\mathcal{U}_{12s}} = \frac{\mathcal{D}_{23p}}{\mathcal{U}_{12p}}.$$

Das verschiedene Vorzeichen bei den Amplituden der reflektierten Welle — obwohl ja doch „parallel“ und „senkrecht zur Einfallsebene“ bei senkrechtem Einfall keinen Unterschied ausmachen sollte — beruht lediglich auf der Orientierung derjenigen Richtungen, in denen die Komponenten positiv gerechnet werden sollen. Nach der Gleichung für die Intensität (8) ist der „Reflexionskoeffizient“

$$I_r = \frac{n_1 \cdot (|\mathfrak{R}_{12s}|^2 + |\mathfrak{R}_{12p}|^2)}{n_1 \cdot (|\mathfrak{A}_{12s}|^2 + |\mathfrak{A}_{12p}|^2)}$$

und die „Durchlässigkeit“ der Schicht

$$I_d = \frac{n_3 (|\mathfrak{D}_{23s}|^2 + |\mathfrak{D}_{23p}|^2)}{n_1 (|\mathfrak{A}_{12s}|^2 + |\mathfrak{A}_{12p}|^2)}.$$

Da für natürliches Licht im Zeitmittel $|\mathfrak{A}_{12s}|^2 = |\mathfrak{A}_{12p}|^2$ ist, so folgt

$$I_r = \left| \frac{\mathfrak{R}_{12s}}{\mathfrak{A}_{12s}} \right|^2; \quad I_d = \frac{n_3}{n_1} \cdot \left| \frac{\mathfrak{D}_{23s}}{\mathfrak{A}_{12s}} \right|^2.$$

Man hat also nur noch die Norm der Ausdrücke (14) zu bilden und erhält

$$I_r = \frac{\kappa \cdot \tau e^{k\gamma} + \varrho \cdot \sigma e^{-k\gamma} + 2q \cdot \cos n\gamma + 2r \cdot \sin n\gamma}{\varrho \cdot \tau e^{k\gamma} + \kappa \cdot \sigma e^{-k\gamma} + 2s \cdot \cos n\gamma + 2t \cdot \sin n\gamma}, \quad (15a)$$

$$I_d = \frac{16 n_1 n_3 (n^2 + k^2)}{\varrho \cdot \tau e^{k\gamma} + \kappa \cdot \sigma e^{-k\gamma} + 2s \cdot \cos n\gamma + 2t \cdot \sin n\gamma}, \quad (15b)$$

$$I_r' = \frac{\sigma \cdot \varrho e^{k\gamma} + \tau \cdot \kappa e^{-k\gamma} + 2q \cdot \cos n\gamma - 2r \cdot \sin n\gamma}{\varrho \cdot \tau e^{k\gamma} + \kappa \cdot \sigma e^{-k\gamma} + 2s \cdot \cos n\gamma + 2t \cdot \sin n\gamma} \quad (15c)$$

Darin sind folgende Abkürzungen eingeführt worden:

$$\begin{aligned} \kappa &= (n - n_1)^2 + k^2; & q &= (n^2 + k^2)(n_1^2 + n_3^2) - (n^2 + k^2)^2 - n_1^2 n_3^2 - 4n_1 n_3 k^2; \\ \varrho &= (n + n_1)^2 + k^2; & s &= (n^2 + k^2)(n_1^2 + n_3^2) - (n^2 + k^2)^2 + n_1^2 n_3^2 + 4n_1 n_3 k^2; \\ \sigma &= (n - n_3)^2 + k^2; & r &= 2k(n_3 - n_1)(k^2 + n^2 + n_1 n_3); \\ \tau &= (n + n_3)^2 + k^2; & t &= 2k(n_3 + n_1)(k^2 + n^2 - n_1 n_3). \end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{4\pi d}{\lambda}.$$

Die dritte Intensität I_r' ist die an der Metallschicht reflektierte Intensität, wenn das Licht von dem Medium ③ her einfällt. Sie ist aus I_r durch Vertauschen von n_1 und n_3 zu erhalten. Die Durchlässigkeit ist einer solchen Vertauschung gegenüber invariant.

¹⁾ Diese Formeln sind von H. Murmann, ZS. f. Phys. **80**, 161, 1933 abgeleitet.

I_r , I_d , I'_r sind der Messung nicht unmittelbar zugänglich; denn für die tatsächlich an der Platte reflektierten und durchgehenden Intensitäten — wir nennen sie R , D , R' — ist noch die dritte Grenzfläche Unterlage—Luft wirksam. Man wählt nun in der Praxis diese dritte Grenze nicht planparallel zur Schicht, so daß störende Interferenzen nicht auftreten können. Man hat dann also an dieser Grenze nicht die Amplituden, sondern die Intensitäten zu addieren. Man verfährt verschieden:

1. Nimmt man die Unterlage schwach keilförmig¹⁾, so kann man die Zickzackreflexionen ausschalten und hat einfach

$$R = I_r; \quad D = I_d(1 - m); \quad R' = I'_r(1 - m)^2; \quad m = \left(\frac{n_3 - n_1}{n_3 + n_1}\right)^2. \quad (16)$$

2. Nimmt man die Unterlage zwar parallel aber nicht planparallel, so ist nach Berücksichtigung der Zickzackreflexionen

$$I'_r = \frac{R' - m}{1 - 2m + mR}; \quad I_d = D \frac{1 - mI'_r}{1 - m}; \quad I_r = R - I_d^2 \frac{m}{1 - mI'_r}^2. \quad (17)$$

Wir dürfen hiernach I_r , I_d und I'_r als aus Messungen bekannt ansehen und haben in (15) drei Gleichungen vor uns, in denen als einzige Unbekannten nur noch n , k , d — aber leider sehr verwickelt — vorkommen.

Teil II. Kritische Betrachtung zu den bisherigen Methoden.

4. Zu den Methoden von Murmann³⁾, Schulze⁴⁾ und Véénemans⁵⁾.

Charakteristisch für diese erste Gruppe von Methoden ist die nicht-optisch durchgeführte Schichtdickenbestimmung. Den Weg dazu liefert meist eine quantitative Erfassung der Herstellungsbedingungen. Dann gibt es also nur zwei Unbekannte, n und k ; dementsprechend mißt z. B. Murmann nur zwei Intensitäten, I_r und I_d , und benutzt nur die beiden Gleichungen (15a) und (15b), die ich abkürzend so schreibe:

$$I_r = I_r(n, k, d), \quad (15a)$$

$$I_d = I_d(n, k, d). \quad (15b)$$

Die Auflösung nach den Unbekannten n und k ist wegen der Kompliziertheit der Gleichungen in geschlossener Form nicht möglich. Murmann führt sie daher graphisch nach der für zwei Unbekannte üblichen Methode aus. In einer n, k -Ebene stellt jede der beiden Gleichungen eine Kurve dar. Diese Kurven haben bei Murmann stets zwei Schnittpunkte, deren Koordinaten in der n, k -Ebene zwei Paare n, k als Lösungen geben. Welche

¹⁾ Dieser Weg ist von Goos beschritten und in seiner Veröffentlichung (F. Goos, ZS. f. Phys. **100**, 95, 1936) ausführlich beschrieben worden. —

²⁾ So verfährt z. B. H. Murmann, ZS. f. Phys. **80**, 161, 1933. — ³⁾ H. Murmann, ZS. f. Phys. **80**, 161, 1933. — ⁴⁾ R. Schulze, Phys. ZS. **34**, 24, 1933. — ⁵⁾ C. F. Véénemans, Arch. Neerland. **14**, 84, 1933.

dieser beiden Lösungen die richtige ist, läßt sich für große d leicht aus dem Anschluß an die Konstanten des massiven Metalls erkennen. Für dünnere Schichten ist die Entscheidung zunächst noch aus Stetigkeitsgründen leicht bis zu einer Grenze, die bei $7 \text{ m}\mu$ (für $\lambda = 0,5 \mu$) liegt und etwa proportional mit der Wellenlänge zu wachsen scheint. Unter dieser Grenze schneiden sich die Kurven unter sehr spitzen Winkeln, ja berühren sich schließlich für dünnste Schichten. So erhält man dann überhaupt für n, k keinen Anhalt mehr. Beachtet man, daß die Kurven ja wegen der Meßfehler eine endliche Breite haben sollten, so kommt dort vielmehr ein ziemlich langgestrecktes Gebiet für die n, k -Werte in Frage. Eigentümlicherweise hat dieses Gebiet aber in der Ebene eine solche Lage, daß die Werte $n \cdot k$ für alle Punkte dieses Gebietes wenig voneinander abweichen, so daß immerhin das Produkt $n \cdot k$ noch bestimmbar bleibt. Damit ist in Einklang, daß auch für die dickeren Schichten, bei denen die Murmannsche Methode zwei Lösungen liefert, beide Lösungen recht genau dasselbe $n \cdot k$ haben, obwohl n und k erheblich abweichen. Das seltsame Versagen der Methode bedarf der theoretischen Klärung. Der Fall liegt um so interessanter, als sich dasselbe bei der völlig anders gearteten Methode von Véenemans herausstellt¹⁾.

Véenemans mißt nur die Durchlässigkeit der verschiedenen Stufen seines Sb-Stufenkeiles. Dann benutzt er die Formel

$$I_{d1} = I_a(n, k, d_1), \quad (15b)$$

rechnet mit verschiedenen angenommenen n, k -Werten I_a aus und findet dann durch Interpolation die n, k -Werte, die mit der gemessenen Intensität I_a verträglich sind. Diese n, k -Werte werden dann in einer n, k -Ebene als Kurve dargestellt. Dasselbe geschieht für eine benachbarte Stufe und liefert eine zweite Kurve

$$I_{d2} = I_a(n, k, d_2);$$

beide schneiden sich (allerdings unter recht spitzem Winkel). Der Schnittpunkt liefert n, k -Werte, die mit den gemessenen Größen I_{d1}, I_{d2}, d_1, d_2 verträglich sind. Diese Werte sind aber nur dann die Konstanten des Antimons, wenn beide benutzten Stufen dieselben optischen Konstanten haben. Dort, wo n und k dickenabhängig sind — und diese Fälle interessieren am meisten —, ist die Methode selbst bei noch möglichen Abwandlungen nicht recht leistungsfähig. Uns interessiert aber vor allem, daß auch die

¹⁾ Die Methode von Schulze ist der von Murmann sehr ähnlich.

Véemanssche Methode den Effekt zeigt, der bei der Murmannschen diskutiert wurde. Unterhalb der dort genannten Grenze schmiegen sich Véemans Kurven sehr eng einer Hyperbel $nk = \text{const}$ an und liefern keinen rechten Schnittpunkt mehr. Doch ist auch hier das Produkt $n \cdot k$, das durch die genannte Hyperbel festgelegt ist, noch zu gewinnen.

Dieses Auftreten desselben Effektes bei beiden Methoden kann kein Zufall sein. Trotzdem scheinen die komplizierten Formeln (15) unmittelbar keine Erklärung dafür zu geben, zumal die Größen n und k dort gerade in der Kombination $n \cdot k$ überhaupt nicht auftreten. Die theoretische Begründung und exaktere Fassung dieses Effektes ist die eine Aufgabe dieser Arbeit; sie wird in Abschnitt 12 erledigt werden.

Gegen die nichtoptischen Schichtdickenbestimmungen bei diesen Methoden sind mit Recht Bedenken geäußert worden. Die Herstellungsbedingungen sind keineswegs so definiert, daß die relative Massenverteilung, die daraus berechnet wird, garantiert ist. Das gilt auch für die Beurteilung der Metallmasse aus der Zeit der Kathodenzerstäubung oder Elektrolyse bei den nach solchen Verfahren hergestellten Schichten (Schulze). Diese Vorwürfe lassen sich nicht erheben gegen die Wägung mit einer Mikrowaage, wie sie von Pogany¹⁾, der nach der Försterlingschen Methode arbeitete, und neuerdings mit besonderer Sorgfalt von Goos²⁾ ausgeführt wurde. Aber mit den anderen nichtoptischen Methoden hat auch diese den Übelstand gemein, daß man so bestenfalls die Metallmasse bestimmt, die eine verlässliche Berechnung der Dicke nicht zuläßt, da man die Dichte des Metalls in so dünnen Schichten nicht kennt. Diese Unsicherheit der d -Bestimmung wirkt sich bei den Methoden von Murmann, Schulze und Véemans auf die n, k -Werte in schlecht kontrollierbarer Weise aus³⁾.

5. Zu der Methode von Goldschmidt und Dember⁴⁾.

Wegen der im letzten Abschnitt genannten Mängel der nichtoptischen Schichtdickenbestimmung, noch mehr aber wohl aus Gründen der Einfachheit, hat man versucht, *alle* gewünschten Daten aus den Intensitäten zu berechnen. Goldschmidt und Dember benutzen dazu eine von Herrmann stammende Näherungsformel

$$k \cdot d = \frac{\lambda}{4\pi} \ln \frac{1 - \alpha - R}{D},$$

in der α den Absorptionskoeffizienten für Quarz bezeichnet. Bei $\lambda = 404,6 \text{ m}\mu$ nehmen sie für k den von Meier⁵⁾ an massivem Pt gemessenen Wert. Unter der Annahme, daß k bei ihren dünnen Pt-Schichten

¹⁾ B. Pogany, Ann. d. Phys. **49**, 531, 1916. — ²⁾ F. Goos, ZS. f. Phys. **100**, 95, 1936. — ³⁾ Bei Goos ist das günstiger; er benutzte bereits das am Ende dieser Arbeit vorgeschlagene Verfahren mit Erlaubnis des Verfassers. —

⁴⁾ H. Goldschmidt u. H. Dember, ZS. f. techn. Phys. **7**, 137, 1926. —

⁵⁾ W. Meier, Ann. d. Phys. **31**, 1017, 1910.

ebenfalls diesen Wert hat, berechnen sie d aus der Herrmannschen Formel. Da nun d bekannt ist, können sie für die anderen Wellenlängen nach derselben Formel k berechnen. Zu messen braucht man bei dieser Methode nur die auf der rechten Seite der Formel stehenden Intensitäten und den Absorptionskoeffizienten von Quarz. Gegen die Methode erheben sich zwei Fragen: 1. Ist man zu der Annahme berechtigt, daß bei $\lambda = 404,6 \text{ m}\mu$ der Absorptionskoeffizient derselbe wie bei massivem Metall ist? 2. Inwieweit ist die benutzte Formel richtig? Beide Fragen werden in dieser Arbeit im negativen Sinne beantwortet werden (Abschnitt 14). Zugleich wird als Ersatz für diese als unzuverlässig erkannte Formel eine Reihe von besseren Näherungsformeln gegeben werden.

Die Herrmannsche Formel wird ebenfalls von Schuch¹⁾ zur Bestimmung der Schichtdicken benutzt; er nimmt dabei für $\lambda = 587,5 \text{ m}\mu$ den Wert von Hagen und Rubens für dicke Schichten, $k = 4,07$, als maßgebend für seine dünnen Schichten an. — Wenn Smakula²⁾ in Anlehnung an die Herrmannsche Formel die „molare Absorptionskonstante“ durch

$$K = \frac{M}{s} \frac{1}{d} \ln \frac{1-R}{D} \text{ } ^3)$$

definiert, so ist das freilich formal unanfechtbar; doch ist dieses K eine völlig neue Größe, die in theoretischer Hinsicht ziemlich in der Luft schwebt. Da die Herrmannsche Formel jedenfalls nur sehr beschränkt gilt, hängt Smakulas molare Absorptionskonstante mit den Größen n und k nicht in übersichtlicher Weise zusammen.

Die Mißstände der bisherigen Methoden lassen sich kurz so charakterisieren:

1. Die Polarisationsmessungen sind zu schwierig in den unsichtbaren Wellenlängenbereichen und überhaupt zu ungenau.

2. Aus Intensitätsmessungen waren bisher die optischen Konstanten nur nach mühsamen graphischen Verfahren zu erhalten, die bei dünnsten Schichten noch dazu versagten. Überdies wirkten sich die Fehler der nichtoptischen Schichtdickenmessungen in schlecht kontrollierbarer Weise auf die Werte für n und k selber aus.

3. Die optische Schichtdickenbestimmung aus Intensitäten geschah mit einer Formel, deren Zuverlässigkeit nicht einmal untersucht war, unter nicht nachgeprüften Nebenannahmen.

¹⁾ E. Schuch, Ann. d. Phys. **13**, 297, 1932. — ²⁾ A. Smakula, Phys. ZS. **34**, 788, 1933; ZS. f. Phys. **86**, 185, 1933; **88**, 114, 1934. — ³⁾ M bedeutet darin das Molekulargewicht und s die Dichte des Metalls.

**Teil III. Herleitung praktisch brauchbarer Näherungen
aus den strengen Gleichungen (14) und (15) der Maxwell'schen Theorie.**

6. Über das mit der Näherungsrechnung beabsichtigte Ziel.

Ziel der weiteren Teile dieser Arbeit ist es, den zum Schluß des letzten Abschnittes genannten Mängeln möglichst weitgehend abzuweichen. Am nächsten liegt der folgende Gedanke, zu einer optischen Schichtdickenbestimmung zu kommen. Für die Intensitäten hat man die drei Gleichungen

$$I_d = I_d(n, k, d), \quad I_r = I_r(n, k, d), \quad I'_r = I'_r(n, k, d). \quad (15)$$

Die Intensitäten I_r und I'_r sind bei Unterlageschichten, bei denen $n_1 \neq n_3$ ist, verschieden. Es müßte also möglich sein, diese drei Gleichungen nach den Unbekannten aufzulösen. Damit hätte man nicht nur eine Bestimmung der optischen Konstanten, sondern auch der Schichtdicke. Streng und in geschlossener Form ist diese Auflösung freilich wegen der Kompliziertheit der Gleichungen nicht möglich. Ein gangbares graphisches Verfahren für drei Unbekannte gibt es nicht; daher kann man nur noch versuchen, die fraglichen Gleichungen durch Ausführung von Näherungen zu vereinfachen und so der Auflösung zugänglich zu machen. Wir interessieren uns ja ohnehin nur für dünne Schichten, bei denen $\gamma = 4\pi d : \lambda \ll 1$ ist.

Wir beschränken uns für die Teile III, IV, V ausdrücklich auf Unterlageschichten, bei denen n_1 und n_3 sich etwa um $\frac{1}{2}$ unterscheiden. Das wird bei manchen Näherungen wichtig sein. Die entsprechenden Ergebnisse für freie Schichten sind in Teil VI angefügt. Für diese kommt ja von vornherein die Bestimmung aller drei gesuchter Größen aus den Intensitäten nicht in Frage, da an freien Schichten nur zwei verschiedene Intensitäten auftreten können.

7. Ausführung der grundlegenden Näherungen für Unterlageschichten.

Da für dünne Schichten mit einer Schichtdicke $d \leq 15 \text{ m}\mu$ für alle λ des optischen Gebietes $d/\lambda \ll 1$ ist, so kann man eine brauchbare Näherung erwarten, wenn man die transzendenten Funktionen in den Gleichungen (15) von S. 276 in Potenzreihen entwickelt und die in γ quadratischen und höheren Glieder neben 1 vernachlässigt. Das sehr einfache Resultat ist dann

$$\left. \begin{aligned} I_d &= \frac{4n_1 n_3}{(n_3 + n_1)(n_3 + n_1 + 2\gamma n k)}, \\ I_r &= \frac{(n_3 - n_1)(n_3 - n_1 + 2\gamma n k)}{(n_3 + n_1)(n_3 + n_1 + 2\gamma n k)}, \\ I'_r &= \frac{(n_3 - n_1)(n_3 - n_1 - 2\gamma n k)}{(n_3 + n_1)(n_3 + n_1 + 2\gamma n k)}. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Diese Gleichungen sind nach γnk leicht auflösbar; aber merkwürdigerweise kommt auch nur diese eine Kombination der Unbekannten in ihnen vor. Zunächst ist jedoch nicht diese Erscheinung, sondern die Untersuchung des Gültigkeitsbereiches am wichtigsten. Für $d = 0$ gehen (18) in die bekannten Fresnelschen Formeln über, für $d = 0$ gelten sie also streng. Wie groß werden die Fehler für Schichten mit $0 < d \leq 15 \text{ m}\mu$? Wegen der Kompliziertheit der strengen Formeln, mit denen wir die Näherungen ja vergleichen müssen, ist das nicht allgemein zu übersehen. Daher machen

Tabelle 1. Nachprüfung der Näherungen (18), (20) und (21) an einem fiktiven Zahlenbeispiel.

$$\lambda = 628 \text{ m}\mu; n_1 = 1; n_3 = 1,5.$$

d	Angenommene optische Konstanten		I_d			
			streng nach (15)	nach Näherung (18)	nach Näherung (20)	nach Näherung (21)
	n	k				
0 m μ	—	—	96,0%	96,0%	96,0%	96,0%
3	3,0	1,5	78,0	78,9	78,2	77,8
5	2,5	2,5	61,4	64,0	61,4	61,4
7	2,0	2,8	54,7	59,0	55,6	55,3
10	1,5	3,0	48,3	55,8	51,9	49,9
15	0,7	3,2	44,4	62,4	59,6	49,2

d	Angenommene optische Konstanten		I_r			
			streng nach (15)	nach Näherung (18)	nach Näherung (20)	nach Näherung (21)
	n	k				
0 m μ	—	—	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%
3	3,0	1,5	8,0	6,8	7,7	8,2
5	2,5	2,5	13,0	9,3	13,0	13,0
7	2,0	2,8	16,4	10,2	15,3	15,9
10	1,5	3,0	21,8	10,7	17,0	20,1
15	0,7	3,2	33,8	9,6	13,7	28,8

d	Angenommene optische Konstanten		I'_r			
			streng nach (15)	nach Näherung (18)	nach Näherung (20)	nach Näherung (21)
	n	k				
0 m μ	—	—	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%
3	3,0	1,5	1,0	— 0,3	0,7	1,0
5	2,5	2,5	0,2	— 4,0	0,2	0,2
7	2,0	2,8	2,1	— 5,2	0,8	2,0
10	1,5	3,0	7,1	— 3,3	1,4	7,0
15	0,7	3,2	23,3	— 4,4	0,3	23,6

wir bei dieser und allen später auftretenden Näherungen eine numerische Nachprüfung an möglichst der Praxis entsprechend gewählten Beispielen. Die optischen Konstanten (siehe Tabelle 1) sind im Anschluß an die Pogany'schen¹⁾ und die Murmann'schen Messungen²⁾ festgesetzt worden. Mit diesen Werten sind die Intensitäten einerseits nach den strengen, andererseits nach den genäherten Gleichungen ausgerechnet und in Tabelle 1 eingetragen worden. Man sieht, daß die Werte aus den Näherungen (18) stark von den strengen Werten abweichen. Die Fehler übersteigen sämtlich die Meßfehlergrenzen, die bei solchen Intensitätsmessungen etwa 0,007 (d. h. 0,7% der einfallenden Intensität) betragen. Bei I_r' ist sogar das Vorzeichen falsch. Diese Näherungen sind also zu grob. Nimmt man aber in den Potenzreihen noch quadratische Glieder mit, so bleiben die Gleichungen noch so kompliziert, daß die Auflösbarkeit nach n , k , γ nicht erreicht wird. Der Erfolg ist einem Kompromiß beschieden, dessen Bedeutung sich aber viel leichter übersehen läßt, der sich sogar zwanglos ergibt, wenn man die Näherungsrechnung nicht an den Intensitätsgleichungen, sondern an den Amplitudengleichungen (14) vornimmt. Diese lauten für senkrechten Einfall streng:

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_{12s}}{A_{12s}} &= \frac{\cos v \cdot n_2 (n_1 - n_3) + i \cdot \sin v \cdot (n_1 n_3 - n_2^2)}{\cos v \cdot n_2 (n_1 + n_3) + i \cdot \sin v \cdot (n_1 n_3 + n_2^2)}, \\ \frac{D_{23s}}{A_{12s}} &= \frac{2 n_1 n_2}{\cos v \cdot n_2 (n_1 + n_3) + i \cdot \sin v \cdot (n_1 n_3 + n_2^2)}. \end{aligned} \right\} \quad (14')$$

Überall konvergieren die Potenzreihen

$$\cos v = 1 - \frac{v^2}{2!} + \dots; \quad \sin v = v \left(1 - \frac{v^2}{3!} + \dots \right).$$

Wir wollen in v quadratische und Glieder höherer Ordnung neben 1 vernachlässigen. Das wird unterhalb $d = 7 \text{ m}\mu$ eine brauchbare Näherung erwarten lassen; denn unter Verwendung der schon zu der Tabelle 1 benutzten Beispiele ist:

Tabelle 2.

d	3	5	7	10 m μ
$ v^2/2! $	0,005	0,016	0,03	0,08

¹⁾ B. Pogany, Ann. d. Phys. **49**, 531, 1916. — ²⁾ H. Murmann, ZS. f. Phys. **80**, 161, 1933.

Führt man in (14') die Näherung $\cos v = 1$ und $\sin v = v$ durch, so erhält man wegen $v = \frac{\gamma}{2} n_2$ und $n_2 = n - ik$:

$$\frac{\Re_{12s}}{\mathfrak{A}_{12s}} = \frac{(n_1 - n_3 - \gamma n k) + i \frac{\gamma}{2} (n_1 n_3 - n^2 + k^2)}{(n_1 + n_3 + \gamma n k) + i \frac{\gamma}{2} (n_1 n_3 + n^2 - k^2)},$$

$$\frac{\mathfrak{D}_{23s}}{\mathfrak{A}_{12s}} = \frac{2 \cdot n_1}{(n_1 + n_3 + \gamma n k) + i \frac{\gamma}{2} (n_1 n_3 + n^2 - k^2)}.$$

Wir bilden die Norm und gehen zu den Intensitäten über:

$$\left. \begin{aligned} I_r &= \frac{(n_3 - n_1 + \gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2 - n_1 n_3)^2}{(n_3 + n_1 + \gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2 + n_1 n_3)^2}, \\ I_d &= \frac{4 n_1 n_3}{(n_3 + n_1 + \gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2 + n_1 n_3)^2}, \\ I'_r &= \frac{(n_3 - n_1 - \gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2 - n_1 n_3)^2}{(n_3 + n_1 + \gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2 + n_1 n_3)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Vernachlässigen wir jeweils den zweiten Summanden in Zähler und Nenner¹⁾, so erhalten wir die sehr einfache Näherung:

$$\left. \begin{aligned} I_r &= \frac{(n_3 - n_1 + \gamma n k)^2}{(n_3 + n_1 + \gamma n k)^2}, \\ I_d &= \frac{4 n_1 n_3}{(n_3 + n_1 + \gamma n k)^2}, \\ I'_r &= \frac{(n_3 - n_1 - \gamma n k)^2}{(n_3 + n_1 + \gamma n k)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Die Nachprüfung in Tabelle 1 und Fig. 2 zeigt, daß die Gleichungen schon recht brauchbar sind. Ihr Unterschied zu den schlechtesten Näherungen (18) liegt offenbar darin, daß hier noch ein quadratisches Glied $(\gamma n k)^2$ mitgenommen ist; denn es ist z. B.

$$(n_3 - n_1 - \gamma n k)^2 = (n_3 - n_1) (n_3 - n_1 - 2 \gamma n k) + (\gamma n k)^2.$$

¹⁾ Die Zulässigkeit dieses Schrittes wird sofort diskutiert werden.

Dieses $\gamma^2 (n \cdot k)^2$ wird deshalb hier manchmal von großer Wirkung, weil n und k gerade bei dünnsten Schichten recht groß werden können, so daß der Faktor $n^2 k^2$, eine vierte Potenz in n und k , auch das an sich kleine γ^2 noch zur Geltung bringt. Das ist um so mehr der Fall, als hier $(\gamma n k)^2$ nicht neben 1 steht, sondern neben der Größe $(n_3 \pm n_1 \pm \gamma n k)^2$, die besonders in dem Falle I_r' selbst klein ist. Über die Größenordnungen, die

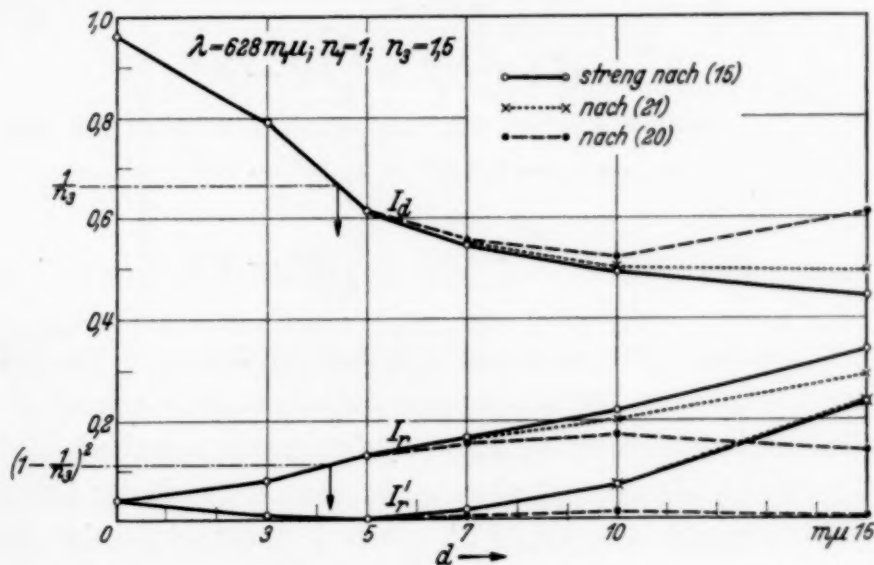


Fig. 2. Vergleich der Näherungen (20) und (21) mit den strengen Gleichungen (15) an Hand eines fiktiven Zahlenbeispiels. Die Werte entsprechen der Tabelle 1.

dabei aufzutreten pflegen, mag die Tabelle 3 Auskunft geben. $(\gamma n k)^2$ ist also größer als die Größe, an der es seinerzeit vernachlässigt wurde. Das erklärt die Tatsache, daß I_r' nach der ersten Näherung (18) sogar negativ wurde.

Tabelle 3. Zum Vergleich der Näherungen (18) und (20).

d	$(n_3 - n_1 - \gamma n k)^2$	$(\gamma n k)^2$	$\frac{(n_3 - n_1 - \gamma n k)^2 - (\gamma n k)^2}{(n_3 - n_1)(n_3 - n_1 - 2\gamma n k)}$
3 mμ	0,053	0,073	— 0,02
5	0,016	0,39	— 0,375
7	0,081	0,615	— 0,534
10	0,16	0,81	— 0,65
15	0,03	0,45	— 0,42

Obwohl die neuen Näherungen (20) schon einen Fortschritt gegenüber den ersten darstellen, können wir mit ihnen nicht zufrieden sein; denn sie sind inkonsequent. Bei dem Schritt von (19) zu (20) vernachlässigten wir den Ausdruck $\frac{\gamma^2}{4}(n^2 - k^2 \pm n_1 n_3)^2$, in dem γ^2 auch mit einem Faktor be-

haftet ist, der n und k in vierter Potenz aufweist. Konsequent müssen wir schreiben:

$$\left. \begin{aligned} I_r &= \frac{(n_3 - n_1 + \gamma n k)^2 - \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2)^2}{(n_3 + n_1 + \gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2)^2}, \\ I_d &= \frac{4 n_1 \cdot n_3}{(n_3 + n_1 + \gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2)^2}, \\ I_r' &= \frac{(n_3 - n_1 - \gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2)^2}{(n_3 + n_1 + \gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Die in den Gleichungen (19) noch auftretenden Größen $\pm n_1 n_3$ mußten wir wiederum aus Gründen der Konsequenz fortlassen, da wir damit nur γ^2 mit einem Faktor vernachlässigen, der n, k höchstens quadratisch enthält, und eine solche Vernachlässigung hatten wir ja schon früher in der Ableitung dieser Formeln gemacht, als wir $v^2/2!$ neben 1 unberücksichtigt ließen. Deshalb dürfen wir sie nun nicht unterlassen.

Nach dieser stufenweisen Verbesserung haben wir mit den Gleichungen (21) die Näherungen gewonnen, die wir zur Erledigung unserer Aufgaben vorwiegend benutzen werden. Sie stellen zwar einen Kompromiß dar; doch ist dieser Kompromiß offenbar nicht willkürlich. Eine Nachprüfung ist ebenfalls in Tabelle 1 enthalten. Noch besser sieht man an Fig. 2, in welchem Bereiche unsere neuen Gleichungen die strengen annähern. Auch (20) werden wir unter besonderer Berücksichtigung ihrer Gültigkeitsgrenzen zeitweise benutzen. Sie werden den Gleichungen (21) natürlich besonders ähnlich dort, wo n und k nicht stark verschieden sind, und es existiert ja für dünne Schichten erfahrungsgemäß sogar stets ein Gebiet, in dem $n \approx k$ ist.

Teil IV. Beziehungen zwischen den Intensitäten, in die n, k und d nicht eingehen (Identitäten).

8. Ableitung der ersten Identität und Nachprüfung an einem fiktiven Zahlenbeispiel.

Die Gleichungen (21), gültig für $d < 15 \text{ m}\mu$, enthalten nur zwei Kombinationen der Unbekannten, $nk\gamma$ und $\gamma^2(n^2 - k^2)^2$. Elimination beider

gibt eine Gleichung, die keine Unbekannten mehr enthält, und die wir deshalb eine Identität nennen. Zur Elimination bilden wir

$$\frac{1 - I_r}{I_d} = 1 + \frac{\gamma n k}{n_3}; \quad \frac{1 - I'_r}{I_d} = 1 + \frac{\gamma n k}{n_1}.$$

Also ist

$$\gamma \cdot n \cdot k = n_3 \frac{1 - I_d - I_r}{I_d}, \quad (22)$$

$$\gamma \cdot n \cdot k = n_1 \frac{1 - I_d - I'_r}{I_d}. \quad (23)$$

Daraus folgt durch Gleichsetzen der rechten Seiten:

$$\frac{n_3}{n_1} = \frac{1 - I_d - I'_r}{1 - I_d - I_r}. \quad (24)$$

Diese Gleichung bedeutet physikalisch offenbar, daß dünne Schichten n_3/n_1 mal so viel Licht absorbieren, wenn das Licht von der Seite der Unterlage einfällt, als bei unmittelbarem Auftreffen von der Luftseite¹⁾. Da die durchgehende Intensität in beiden Fällen gleich ist, so geht diese größere Absorption völlig auf Kosten der Reflexion. I'_r muß also für dünne Schichten stets kleiner sein als I_r ; das ist bekanntlich auch immer beobachtet worden. Lösen wir (24) nach I_r auf, so erhalten wir

$$I_r = \frac{1}{n_3} \{n_1 I'_r + (n_3 - n_1)(1 - I_d)\}. \quad (24')$$

Tabelle 4. Nachprüfung der beiden Identitäten an einem fiktiven Zahlenbeispiel.

	d	Angenommene optische Konstanten		I_r streng nach (15 a)	I_r aus Identität (24')	Fehler der Identität (24')	I_r aus Identität (27)	Fehler der Identität (27)
		n	k					
$\lambda = 628 \text{ m}\mu$ $n_1 = 1,0$ $n_3 = 1,5$	0 m μ	—	—	4,0%	4,0%	0,0%	4,0%	0,0%
	3	3,0	1,5	8,00	8,01	0,01	7,8	— 0,2
	5	2,5	2,5	13,00	13,03	0,03	13,0	0,0
	7	2,0	2,8	16,41	16,48	0,07	15,7	— 0,7
	10	1,5	3,0	21,80	21,95	0,15	19,7	— 2,1
	15	0,7	3,2	33,8	34,0	0,2	20,8	— 13,0
$\lambda = 650 \text{ m}\mu$ $n_1 = 1, n_3 = 1,46$	26	0,41	5,32	87,6	87,8	0,2		
	52	0,22	4,95	95,9	96,0	0,1		
$\lambda = 628 \text{ m}\mu$	∞	0,223	3,8	94,4	94,8	0,4		

¹⁾ Herr Murmann wies mich nachträglich darauf hin, daß diese Tatsache und Gleichung (24) schon von Partsch und Hallwachs (Ann d. Phys. 41, 247, 1913) entdeckt wurden. Sie erklärten damit die zunächst paradox erscheinende Beobachtung, daß der lichtelektrische Effekt größer ist, wenn das Licht von der Quarzseite einfällt, als bei unmittelbarem Auffall auf die Schicht.

In dieser Form ist die Gleichung für die Nachprüfung besonders gut geeignet, da man die vorhandenen Abweichungen unmittelbar mit dem Meßfehlerbereich vergleichen kann. Die Nachprüfung an dem Zahlenbeispiel in Tabelle 4 beweist eine Gültigkeit dieser Identität weit über den Geltungsbereich der Gleichungen (21) hinaus. Die Identität gilt praktisch für alle Schichtdicken innerhalb der Meßgenauigkeit. Dieses Verhalten erscheint zunächst zufällig, da sie doch nur aus einer Näherung für dünne Schichten gewonnen ist. Der Grund liegt darin, daß die Theorie auch bei einer Näherung für dicke Schichten auf dieselbe Identität führt. Denn dort ist

$$I_d = 0; \quad I_r = \frac{(n - n_1)^2 + k^2}{(n + n_1)^2 + k^2}; \quad I'_r = \frac{(n - n_3)^2 + k^2}{(n + n_3)^2 + k^2}.$$

Für das Verhältnis der absorbierten Energien folgt

$$\frac{1 - I'_r}{1 - I_r} = \frac{n_3}{n_1} \frac{(n + n_1)^2 + k^2}{(n + n_3)^2 + k^2}.$$

Das ist aber dieselbe Identität, wenn wir noch berücksichtigen, daß der letzte Bruch annähernd gleich 1 gesetzt werden kann. Jedenfalls dort, wo k einigermaßen groß ist, werden die kleinen Unterschiede in Zähler und Nenner kaum etwas ausmachen. Nur in Wellenlängenbereichen, in denen das Metall sehr durchlässig ist, in denen also k klein ist, kann das nicht mehr stimmen. Im Gültigkeitsbereich unserer Näherungen für dünne Schichten wird die Identität von dieser Erscheinung nicht berührt. Oberhalb $15 \text{ m}\mu$ aber wird man in Wellenlängenbereichen mit kleinem k mit einem Versagen der Identität rechnen müssen; das um so mehr, als ein kleines k auch zur Folge hat, daß die Näherung $I_d = 0$ erst bei sehr dicken Schichten gültig wird und somit eine besonders große Lücke zwischen hinreichend dünnen und hinreichend dicken Schichten klaffen wird. Diese Vermutungen werden wir in Abschnitt 11 an Meßergebnissen bestätigt finden.

9. Ableitung der zweiten Identität und Nachprüfung an einem Zahlenbeispiel.

In unseren Näherungen (20), gültig für etwa $d < 7 \text{ m}\mu$, kommt nur noch eine einzige Kombination der Unbekannten, $nk\gamma$, vor. Lösen wir die beiden ersten Gleichungen (20) danach auf, so erhalten wir

$$n \cdot k \cdot \gamma = 2 \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_3}{I_d}} - (n_1 + n_3), \quad (25)$$

$$n \cdot k \cdot \gamma = n_1 \frac{1 + \sqrt{I_r}}{1 - \sqrt{I_r}} - n_3. \quad (26)$$

Gleichsetzen der rechten Seiten liefert eine zweite Identität

$$I_r = \left(1 - \sqrt{\frac{n_1}{n_3}} I_d\right)^2. \quad (27)$$

Die Nachprüfung an streng berechneten Werten in Tabelle 4 zeigt, daß diese Identität für $d \leq 7 \text{ m}\mu$ gilt, für dickere Schichten aber versagt.

10. Die Minimumbedingung.

Durch andere Eliminationen der Unbekannten aus unseren Näherungen erhält man keine von (24) und (27) unabhängigen Identitäten. So gibt Elimination von $\gamma n k$ aus der ersten und letzten Gleichung (20) für $d < 7 \text{ m}\mu$

$$I'_r = \left(1 - \sqrt{\frac{n_3}{n_1}} I_d\right)^2, \quad (28)$$

eine Gleichung, die man auch aus (24) und (27), den beiden Identitäten, durch Elimination von I_r erhalten kann. Trotzdem haben wir hiermit eine interessante Konsequenz der Identitäten erhalten; denn das Minimum für $I'_r = I'_r(d)$, das immer beobachtet worden ist und auch in unserem fiktiven Beispiel auftritt (siehe Fig. 2), ist durch (28) besonders leicht erfaßbar. Und zwar müssen offenbar

$$I'_r = 0 \quad \text{und} \quad I_d = \frac{n_1}{n_3}$$

bei derselben Schichtdicke eintreten. Dort muß nach (27) zugleich sein:

$$I_r = \left(1 - \frac{n_1}{n_3}\right)^2.$$

Die Nachprüfung ist in Fig. 2 auf S. 285 enthalten. Dort ist $I_d = \frac{1}{1,5} = 0,667$ und $I_3 = 0,111$ für $d = 4,25 \text{ m}\mu$. Bei derselben Schichtdicke liegt in der Tat das Minimum von I'_r .

11. Nachprüfung der beiden Identitäten und der Minimumbedingung an Meßergebnissen.

Da in den Identitäten nur meßbare Größen auftreten, ist eine Nachprüfung an Meßergebnissen sehr leicht. Ich habe diese weitgehend durchgeführt. Aus dem großen Material kann aus Gründen der Raumersparnis nur eine kleine Auswahl mitgeteilt werden, die aber kennzeichnend für alle dabei auftretenden Erscheinungen ist.

Herr Prof. Goos in Hamburg war so freundlich, mir die Ergebnisse seiner an dünnen Silberschichten ausgeführten unveröffentlichten Messungen

hierfür zur Verfügung zu stellen. Tabelle 5a, 5b, 5c sind einige Beispiele aus diesen Nachprüfungen. Tabelle 6 gibt die entsprechenden Prüfungen an Messungen von Schuch¹⁾ für dünne Platinschichten.

Tabelle 5a. Nachprüfung der beiden Identitäten an der ersten Goosschen Meßreihe.

$$\lambda = 1050 \text{ m}\mu; n_1 = 1; n_3 = 1,45.$$

<i>d</i> unge- fähr	Nr. der Versil- berung	Gemessene Intensitäten			<i>I_r</i> nach (24')	Fehler der Identität (24')	<i>I</i> nach (27)	Fehler der Identität (27)
		<i>I_d</i>	<i>I'_r</i>	<i>I_r</i>				
2 m μ	3	95,5%	3,7%	4,1%	4,0%	0,1%	3,5%	— 0,6%
6	1	46,5	2,8	18,1	18,5	0,4	18,8	0,7
6	24	52,2	3,9	17,1	17,5	0,4	16,0	— 1,1
13	31	21,9	43,7	54,0	54,3	0,3	37,4	— 16,6
14	2	19,8	35,5	48,9	49,4	0,5	40,0	— 8,9
18	22	14,0	57,0	65,7	65,9	0,2	47,7	— 18,0
18	21	12,9	70,3	75,0	75,5	0,5		
19	14	11,6	78,0	81,0	81,2	0,2		
26	29	4,75	90,2	91,2	91,7	0,5		
29	25	3,64	88,1	89,7	90,6	0,9		
29	30	3,58	91,2	92,2	92,7	0,5		
36	28	2,05	92,8	94,0	94,4	0,4		
45	23	1,07	92,6	93,9	94,5	0,6		
33	15	9,65	41,3	51,5	56,6	5,1		

Tabelle 5b. Nachprüfung der beiden Identitäten an der ersten Goosschen Meßreihe.

$$\lambda = 578 \text{ m}\mu; n_1 = 1; n_3 = 1,46.$$

<i>d</i> unge- fähr	Nr. der Versil- berung	Gemessene Intensitäten			<i>I_r</i> nach (24')	Fehler der Identität (24')	<i>I_r</i> nach (27)	Fehler der Identität (27)
		<i>I_d</i>	<i>I'_r</i>	<i>I_r</i>				
2 m μ	3	79,0%	1,3%	7,2%	7,5%	0,3%	7,0%	— 0,2%
6	1	44,3	5,8	21,2	21,5	0,3	20,2	— 1,3
6	24	42,0	5,5	21,5	22,0	0,5	21,6	0,1
13	31	43,2	32,7	40,0	40,3	0,3	20,8	— 19,2
14	2	32,9	32,1	42,7	43,1	0,4	27,6	— 15,1
18	22	29,6	45,5	52,6	53,3	0,7		
18	21	31,6	51,0	56,2	55,8	— 0,4		
19	14	31,0	54,4	58,8	58,9	0,1		
26	29	15,0	74,6	77,3	77,6	0,3		
29	25	12,16	75,3	78,8	79,2	0,4		
29	30	12,73	78,3	81,2	81,2	0,0		
36	28	6,77	84,2	85,7	87,0	1,2		
45	23	3,18	87,2	89,5	90,3	0,8		
33	15	2,64	48,8	60,3	64,1	3,8		

¹⁾ E. Schuch, Ann. d. Phys. **13**, 297, 1932.

Tabelle 5c. Nachprüfung der beiden Identitäten an der ersten Goosschen Meßreihe.

$$\lambda = 265 \text{ m}\mu; n_1 = 1; n_3 = 1,50.$$

d unge- fähr	Nr. der Versil- berung	Gemessene Intensitäten			I_r nach (24')	Fehler der Identität (24')	I_r nach (27)	Fehler der Identität (27)
		I_d	I'_r	I_r				
2 m μ	3	84,6%	2,3%	6,5%	6,7%	0,2%	6,2%	—0,3%
6	1	63,4	0,00	11,9	12,2	0,3	12,2	0,3
6	24	65,5	0,00	11,8	11,5	—0,3	11,6	—0,2
13	31	43,2	3,4	19,5	21,2	1,7	21,5	2,0
14	2	40,5	5,1	20,3	23,2	2,9	23,1	2,8
18	22	33,6	7,8	23,1	27,3	4,2	27,8	4,7
18	21	32,9	8,6	24,0	28,0	4,0		
19	14	32,1	9,1	25,2	28,7	3,5		
26	29	20,0	13,5	28,5	35,7	7,2		
29	25	17,5	16,2	28,2	38,2	10,0		
29	30	17,7	16,9	29,4	38,6	9,2		
36	28	11,2	18,9	28,5	42,2	13,7		
45	23	6,5	18,8	26,3	43,7	17,4		
33	15	14,0	14,4	21,2	38,3	17,1		

Tabelle 6. Nachprüfung der beiden Identitäten an Meßergebnissen von Schuch¹⁾ für dünne Platinschichten.

$$\lambda = 587,5 \text{ m}\mu; n_1 = 1; n_3 = 1,459.$$

d nach Schuch	d nach Wolter	Gemessene Intensitäten			I_r nach (24')	I_r nach (27)
		I_d	I'_r	I_r		
0,8 m μ	1,9 m μ	90,2%	3,8%	5,6%	5,7%	4,6%
2,2	2,8	80,8	2,4	7,3	7,7	6,6
4,1	4,3	69,1	1,3	10,2	10,6	9,7
6,9	6,5	53,7	1,9	15,2	15,9	15,5
11,1	9,2	34,5	9,4	26,0	27,1	26,6
13,8	12,4	24,5	19,3	35,8	37,0	35,0
15,1	14	20,0	25,6	41,1	42,7	39,7
17,7	17	14,5	32,7	46,5	49,4	47,0
24,6	25	6,6	44,4	56,3	59,8	62,0

Übereinstimmend mit den theoretischen Erwägungen des Abschnittes 8 findet man für die erste Identität (24') Gültigkeitsgrenzen, die durch folgende Faustregel für die Praxis erfaßt werden können: *Die erste Identität ist stets erfüllt unter der Schichtdicke d_1 , die durch*

$$\frac{d_1}{\lambda} = \frac{17}{600}$$

¹⁾ E. Schuch, Ann. d. Phys. **13**, 297, 1932.

festgelegt ist. Jedoch gilt sie darüber hinaus für alle Schichtdicken dann, wenn I_r bei d_1 bereits größer als 50 % ist und für dicke Schichten auf 90 % oder mehr steigt. In der ersten Bedingung drückt sich aus, daß die Schichtdicke immer nur in der Form d/λ in die Theorie eingeht; die zweite Bedingung soll den Bereich, in dem k klein ist, ausschließen.

Für die zweite Identität findet Goos an seiner inzwischen veröffentlichten zweiten Meßreihe¹⁾ folgende Gültigkeitsgrenzen:

Tabelle 7.

λ	265	302	313	365	435	578	1050 m μ
(27) gilt bis	3,5	9	9	3,5	4	8	15 m μ

Die Nachprüfung an Messungen von Schuch in Tabelle 6 gibt für Platin eine Gültigkeit bis mindestens 18 m μ im Sichtbaren. Nach den bisherigen Erfahrungen gilt die Identität stets unter einer Schichtdicke d_2 , die durch

$$\frac{d_2}{\lambda} = \frac{6}{600}$$

gegeben ist, aber sehr häufig weit darüber hinaus und anscheinend um so weiter, je weniger sich n und k unterscheiden. Das ist nach der Herleitung dieser Identität verständlich, führt aber nicht zu einer einfachen Regel für die Praxis, nach der man sofort aus den Intensitäten den Gültigkeitsbereich ablesen könnte; und eine komplizierte Regel ist zwecklos, da man dann die Gültigkeit mit den Intensitäten leichter unmittelbar nachprüft.

Die Minimumbedingung ist gleichfalls an allen erreichbaren Messungen untersucht worden. Die Messungen von Goos an Silber, von Goldschmidt und Dember²⁾ an Platin und von Schuch³⁾ ebenfalls an Platin zeigen, daß wirklich $I_d = \frac{1}{n_3}$ und $I_r = \left(1 - \frac{1}{n_3}\right)^2$ bei derselben Schichtdicke eintreten, an der das Minimum von I_r liegt (siehe Tabelle 8). Häufig konnten nur die Grenzen angegeben werden, zwischen denen die zur Rede stehende Schichtdicke liegt, da Schichten mit dazwischenliegenden Dicken fehlten. Die Minimumbedingung versagt nur dort, wo das Metall so durchlässig ist, daß I_d den Wert $1/n_3$ erst bei recht dicken Schichten erreicht, bei denen die zweite Identität, die zur Herleitung der Minimumbedingung benutzt wurde, nicht mehr gilt. Ein solcher Fall liegt z. B. bei Ag, $\lambda = 365$ m μ vor.

¹⁾ F. Goos, ZS. f. Phys. **100**, 95, 1936. — ²⁾ H. Goldschmidt u. H. Dember, ZS. f. techn. Phys. **7**, 137, 1926. — ³⁾ E. Schuch, Ann. d. Phys. **13**, 297, 1932.

Tabelle 8. Nachprüfung der Minimumbedingung an Messungen von Goos¹⁾ für Silber, von Goldschmidt und Dember²⁾ und Schuch³⁾ für Platin. Alle Angaben für die Schichtdicken sind in $m\mu$ zu verstehen.

	Ag Goos, 2. Meßreihe			Pt G. u. D.	Pt Schuch
	$\lambda = 578 m\mu$	$\lambda = 265 m\mu$	$\lambda = 365 m\mu$	$\lambda = 404 m\mu$	$\lambda = 587,5 m\mu$
$I_d = \frac{1}{n_3}$ bei . .	$1,53 < d < 2,51$	$3,6 < d < 5,2$	$d \approx 10$	$d \approx 4$	$d \approx 4,3$
$I_r = \left(1 - \frac{1}{n_3}\right)^2$ bei	$1,53 < d < 2,51$	$3,6 < d < 5,2$	bei keiner Schicht	$d \approx 4$	$d \approx 4,3$
I_r hat sein Minimum bei	$1,53 < d < 2,51$	$3,6 < d < 5,2$	$d \approx 2,5$	$d \approx 4$	$d \approx 4,3$

12. Über den Nutzen der Identitäten.

a) Sie zeigen die Unmöglichkeit der gesuchten Methode, nach der n, k, d sämtlich aus I_r, I_d, I_r' bestimmt werden sollten. In dem sehr großen Geltungsbereich der ersten Identität

$$I_r = \frac{1}{n_3} \cdot \{n_1 I_r' + (n_3 - n_1)(1 - I_d)\} \quad (24')$$

sind die Intensitäten keine drei unabhängigen Stücke. Kennt man zwei derselben, so kann man die dritte ohne weiteres daraus berechnen, und zwar ebenso genau, wie man sie messen kann. Könnte man nun, wie unsere gesuchte Methode das doch soll, aus I_d, I_r, I_r' die drei Unbekannten bestimmen, so ginge das auch schon, wenn man nur I_d und I_r' gemessen hat. Das wäre aber ein Widerspruch gegen die einfache Tatsache, daß zur Gewinnung dreier Größen drei Messungen mindestens erforderlich sind.

Der Einwand, daß ja auch n, k, d voneinander abhängig sein könnten, und also ihre Berechnung aus nur zwei Stücken möglich wäre, wird durch die physikalische Tatsache entkräftet, daß man n, k, d durch Wahl verschiedener Metalle unabhängig voneinander verändern kann. — Ein zweiter Einwand, der darauf hinweist, daß bei Veenemans zwei Unbekannte n, k aus nur einer Messung I_d bestimmt wurden, geht an dem Kern jener Methode vorbei, der in der Hinzunahme der Größe $\partial I_d / \partial d$, besteht. Das liefert bei Veenemans ein zweites Bestimmungsstück, weil aus der Messung der Schichtdicken „ ∂d “ bekannt ist. In unserem Falle kann das Hinzunehmen solcher Ausdrücke nichts ändern. Das zeigen u. a. auch die Gleichungen (21) einwandfrei, da die drei Intensitäten und ihre Änderung nur von zwei Kombinationen der Unbekannten abhängen.

¹⁾ F. Goos, ZS. f. Phys. **100**, 95, 1936. — ²⁾ H. Goldschmidt u. H. Dember, ebenda **7**, 137, 1926. — ³⁾ E. Schuch, Ann. d. Phys. **13**, 297, 1936.

Welchen Weg man zur Bestimmung von n, k, d aus I_r, I_d, I_r' auch versuchen mag, er kann aus diesen prinzipiellen Gründen nie zum Ziele führen. Bei weiteren Untersuchungen zeigte sich, daß auch das Hin zunehmen völlig anderer Intensitäten, z. B. bei fast streifendem Einfall, keine unabhängigen Bestimmungsstücke lieferte. Möglich ist die gesuchte Methode höchstens in Gebieten starker Durchlässigkeit bei dicken Schichten, wo die erste Identität nicht mehr gilt. Uns interessieren hier aber nur dünne Schichten.

b) *Die Identitäten erklären das Versagen der Methoden von Murmann und Véenemans.* Mindestens unterhalb der Grenze $d_2 = \lambda : 100$, meist aber noch darüber hinaus, gelten beide Identitäten (24') und (27) innerhalb der Meßfehlergrenzen. Daher stellen die drei Intensitäten dort nur ein unabhängiges Stück dar, liefern also auch höchstens eine Unbekannte. Welche das ist, zeigen die in diesem Bereich gültigen Näherungen (20), nach denen die Intensitäten für dünnste Schichten nur noch von γnk abhängen. Bei bekanntem d , d. h. bekanntem γ , können sie daher nur noch $n \cdot k$ bestimmen lassen, wie sich das bei den Methoden von Murmann und Véenemans herausgestellt hatte.

c) *Die Identitäten führen zu einer einfachen Bestätigung der Maxwell'schen Theorie.* Die außerordentlich gute Übereinstimmung der nach den Identitäten berechneten Intensitäten mit den gemessenen in dem aus der Theorie erwarteten Bereich (Tabellen 5 bis 8) zeigt, daß die Maxwell'sche Theorie die hier untersuchten Erscheinungen an dünnen Metallschichten ausgezeichnet erfaßt. Zu dieser Aussage ist man um so mehr berechtigt, als auch das Versagen der ersten Identität bei dicken Silberschichten im Ultraviolett vorhergesagt werden konnte. Wertvoll ist diese Bestätigung vor allem deshalb, weil die Übereinstimmung nicht erst durch besondere Festlegung verfügbarer Konstanten erzwungen werden mußte, wie das bei Bestätigungen von Theorien sonst häufig der Fall ist.

d) *Die Identitäten geben Auskunft über die Zuverlässigkeit der Intensitätsmessungen.* Auffällig in den Tabellen 5a, 5b, 5c ist das völlige Versagen der Identität (24') bei der Schicht Nr. 15 von Goos auch in Gegenden, in denen die anderen Schichten hervorragende Übereinstimmung zeigten. Nach Erkundigungen bei Herrn Goos war diese Schicht probeweise unter besonderen Verhältnissen hergestellt worden und zeigte sich in der Durchsicht völlig ungleichmäßig, rot mit blauen Flecken. Unsere Identitäten reagieren also auf solche Verstöße gegen die Voraussetzungen unserer Theorie (z. B. gleichmäßige Schicht) recht empfindlich.

Dies legte den Gedanken nahe, die problematischen Messungen von Goldschmidt und Dember an Platin¹⁾ mit den Identitäten auf ihre Zuverlässigkeit zu untersuchen. Goldschmidt und Dember fanden nämlich bei $\lambda = 250 \text{ m}\mu$ und bei $\lambda = 313 \text{ m}\mu$ Maxima der Absorption dünner Pt-Schichten, die besonders ausgeprägt bei dünnsten Schichten waren. Merkwürdigerweise hat kein anderer Forscher vorher oder nachher auch nur Andeutungen hiervon beobachten können. In der Fig. 3 zeigen

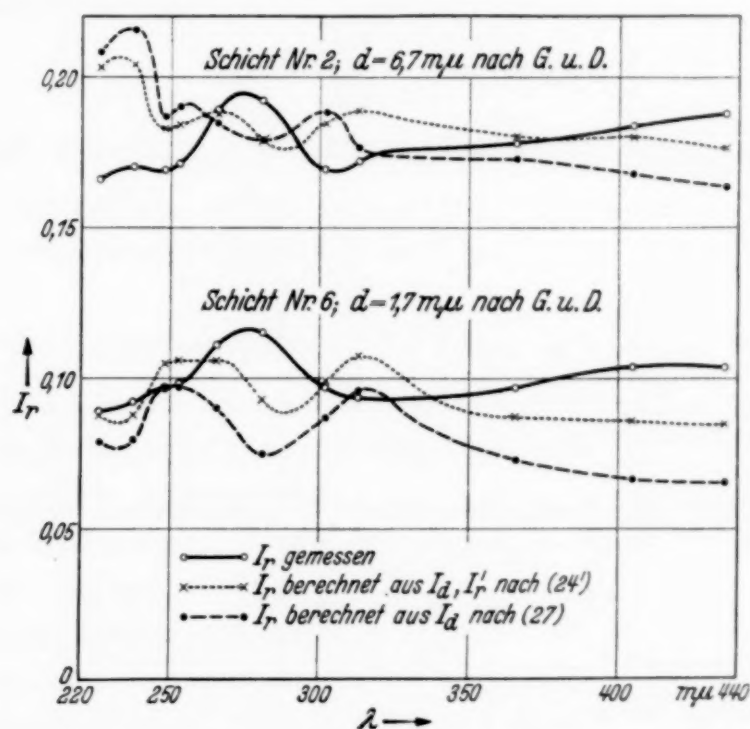


Fig. 3. Zu der Untersuchung über die Zuverlässigkeit der Intensitätsmessungen von Goldschmidt und Dember¹⁾ an dünnen Platinschichten. In der Figur sind die gemessenen Werte I_r mit den aus den beiden Identitäten berechneten verglichen.

die Kurven $I_r(24')$ und $I_r(27)$ die aus den Identitäten berechneten Werte der Reflexion. Der Durchschnitt dieser Werte liegt mit dem Durchschnitt der beobachteten Reflexion ganz gut zusammen; aber gerade den besonderen Verlauf machen sie nicht mit. Danach ist sehr wahrscheinlich geworden, daß die Goldschmidt-Demberschen Resonanzstellen von Ursachen herrühren, die in unserer Theorie nicht berücksichtigt werden konnten, vielleicht Einfluß der H_2 -Atmosphäre während der Kathodenzerstäubung. Noch wahrscheinlicher ist, daß der Fehler noch an anderer Stelle beim Meßvorgang gesucht werden muß. Alle drei Intensitäten zeigen nämlich dort denselben Verlauf, während sonst ein Maximum der Durchlässigkeit mit einem Minimum der Reflexion zusammenzufallen pflegt.

¹⁾ H. Goldschmidt u. H. Dember, ZS. f. techn. Phys. 7, 137, 1926.

Teil V. Die Formeln für $nk\gamma$.

13. Ableitung und Untersuchung des Gültigkeitsbereiches.

Bei der Ableitung der beiden Identitäten lösten wir die Näherungsgleichungen (20) und (21) nach der Kombination $nk\gamma$ auf, von der allein die Intensitäten bei dünnsten Schichten noch abhängen, und fanden:

$$nk\gamma = 2 \sqrt{\frac{n_1 n_3}{I_d}} - (n_3 + n_1), \quad (25)$$

$$nk\gamma = n_1 \frac{1 + \sqrt{I_r}}{1 - \sqrt{I_r}} - n_3 \quad (26)$$

im Gültigkeitsbereich der ersten Identität, also mindestens für $d \leq d_2 = \lambda : 100$;

$$nk\gamma = n_3 \frac{1 - I_d - I_r}{I_d}, \quad (22)$$

$$nk\gamma = n_1 \frac{1 - I_d - I'_r}{I_d}, \quad (23)$$

gültig mindestens für $d \leq d_1 = \lambda \frac{17}{600}$.

Dazu kommt nun noch eine manchmal praktische Kombination von (22) und (23):

$$nk\gamma = \frac{n_3 \cdot n_1}{n_3 - n_1} \frac{I_r - I'_r}{I_d}, \quad (29)$$

gültig mindestens für $d \leq d_1 = \lambda \frac{17}{600}$.

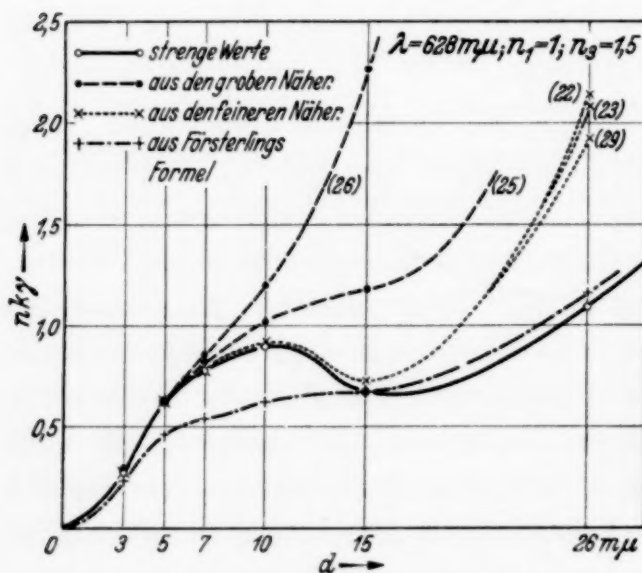


Fig. 4. Nachprüfung der Formeln für $nk\gamma$ an dem fiktiven Zahlenbeispiel.

Neue von (25), (26), (22) und (23) unabhängige Näherungen für $nk\gamma$ sind aus sämtlichen Gleichungen (20) und (21) nicht zu erhalten. (25) und (26) stehen auf einer Stufe der Näherung mit der aus ihnen hergeleiteten zweiten Identität. Die Nachprüfung an dem fiktiven Zahlenbeispiel (Fig. 4) zeigt Gültigkeit bis zu der Grenze $d_2 = \lambda \cdot 6 : 600$. (22), (23) und (29) stehen nicht ganz auf einer Stufe der

Näherung mit der aus ihnen hergeleiteten ersten Identität, weil diese außerdem noch näherungsweise für dicke Schichten gilt. Deshalb schreiben wir vorsichtigerweise zur Charakterisierung des Gültigkeitsbereiches: $d \leq \lambda \cdot 17 : 600$. Doch wird eine Anwendung auf Messungen einen noch größeren Gültigkeitsbereich erweisen, wenn man nicht gerade große Ansprüche an die Genauigkeit stellt. In der Fig. 4 ist noch die entsprechende Nachprüfung für eine von Försterling gegebene Näherung für dünnste Schichten

$$nk\gamma = \frac{n_1 + n_3}{2} \frac{I_d^0 - I_d}{I_d^0}; \quad I_d^0 = \frac{4 n_1 n_3}{(n_1 + n_3)^2}$$

dargestellt¹⁾. Die Formel ist nicht recht zuverlässig; theoretisch steht sie etwa auf einer Stufe mit den ersten hier durchgeführten Näherungen²⁾, die als unbrauchbar bezeichnet werden mußten.

14. Über die Brauchbarkeit der $nk\gamma$ -Formeln zur Schichtdickenbestimmung.

a) Sie liefern eine optische Schichtdickenbestimmung bei bekanntem $n \cdot k$. $n \cdot k$ ist ohne Kenntnis von d zur Zeit nur nach der Försterlingschen Methode mittels Polarisationsmessungen bestimmbar. Wendet man diese Methode bei einer Wellenlänge im Sichtbaren, z. B. im Gelben, an, so erhält man noch verhältnismäßig genaue Werte für $n \cdot k$. Eine ergänzende Messung der Intensitäten liefert dann mit unseren $nk\gamma$ -Formeln eine sichere optische Schichtdickenbestimmung für dünne Schichten.

Wie gut die $nk\gamma$ -Formeln dazu geeignet sind, zeigt die Nachprüfung in Fig. 5 an unserem Zahlenbeispiel. Unter 7 $m\mu$ konnten die beiden hier

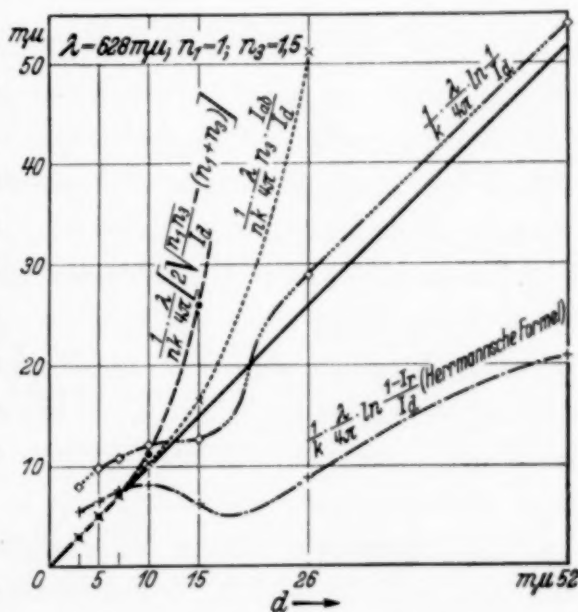


Fig. 5. Nachprüfung der Gleichungen zur Schichtdickenbestimmung an dem fiktiven Zahlenbeispiel. Es bedeutet $I_{ab} = 1 - I_d - I_r$.

herausgegriffenen Kurven nach Gleichung (22) und (25) von der die strengen Verhältnisse darstellenden Winkelhalbierenden nicht getrennt gezeichnet

¹⁾ N. Galli und K. Försterling, Göttinger Nachrichten S. 58, 1911. —

²⁾ H. Goldschmidt u. H. Dember, ZS. f. techn. Phys. 7, 137, 1926.

werden. Außerdem sieht man in der Fig. 5 die entsprechende Nachprüfung der Herrmannschen Formel, die hier offenbar ganz versagt. Diese Formel wird in der Literatur allgemein zu vertrauensvoll angewandt. Goldschmidt und Dember hegen gegen ihre Ableitung selbst die größten Bedenken. Die in ihrer Veröffentlichung¹⁾ mitgeteilte Nachprüfung ist in ihrer ganzen Anlage nicht scharf genug.

b) *Ergänzung für dicke Schichten.* In die Fig. 5 ist außerdem noch die Nachprüfung einer Formel aufgenommen, die unsere Schichtdickenformeln für dicke Schichten ergänzen soll. Aus den strengen Gleichungen für die Intensitäten (15) folgt für dicke Schichten näherungsweise:

$$k\gamma = \ln \frac{1}{I_d} + \ln \frac{16 n_1 n_3 (n^2 + k^2)}{\{(n + n_1)^2 + k^2\} \{(n + n_3)^2 + k^2\}}.$$

Für dicke Schichten ist I_d klein und daher der erste Logarithmus sehr groß gegenüber dem zweiten, wie eine Durchrechnung an Zahlenbeispielen zeigt; daher erhalten wir näherungsweise:

$$k\gamma = \ln \frac{1}{I_d}. \quad (30)$$

Diese Formel findet sich schon bei Schulze²⁾. Aus der Fig. 5 sieht man, daß die Formel gerade dort brauchbar ist, wohin die $nk\gamma$ -Formeln nicht mehr reichen. Freilich ist die Genauigkeit geringer, als die mit den anderen Formeln bei dünnsten Schichten erreichte. Doch lohnt es nicht, statt (30) sorgfältigere Näherungen zu verwenden, da diese sich für die Praxis als nicht brauchbarer, aber komplizierter erwiesen.

c) *Entwicklung einer Methode zur optischen Schichtdickenbestimmung unter der Annahme, daß $n \cdot k$ im Ultraviolett schichtdickenunabhängig ist.* Es bleibt trotz dieser Näherungen bisher der Übelstand, daß mit ihnen die Schichtdicke nur bei bekanntem $n \cdot k$ bestimmt werden kann. Und dieses seinerseits ohne Benutzung von d aus Intensitäten zu berechnen, ist noch nicht gelungen. Einen Ausweg aus diesem Dilemma weist die Erscheinung, daß die optischen Konstanten, sicher aber $n \cdot k$, im Ultraviolett schichtdickenunabhängig sind im Gegensatz zu dem Verhalten im Sichtbaren oder gar im ultraroten Gebiet. Die Poganyschen Messungen³⁾ an Gold zeigen, daß $n \cdot k$ bei $\lambda = 700 \text{ m}\mu$ noch zwischen 2 und 6,5 schwankt, sich aber schon bei $\lambda = 500 \text{ m}\mu$ kaum noch mit der Schichtdicke ändert.

¹⁾ H. Goldschmidt u. H. Dember, ZS. f. techn. Phys. 7, 137, 1926.

— ²⁾ R. Schulze, Phys. ZS. 34, 24, 1933. — ³⁾ B. Pogany, Ann. d. Phys. 49, 531, 1916.

Messungen von Suhrmann und Barth¹⁾ und ebenso von Smakula²⁾ beweisen übereinstimmend hiermit, daß Strukturänderungen auf das optische Verhalten der Schichten im Ultraviolett fast keinen Einfluß haben, während dieser Einfluß für längere Wellen sehr groß ist. Eine weitere Stütze für diese hier aufgestellte Behauptung sind die Messungen von Goos³⁾, die zeigen, daß bei $\lambda = 265 \text{ m}\mu$ und für $0,8 \text{ m}\mu \leq d \leq \infty$ das Produkt $n \cdot k$

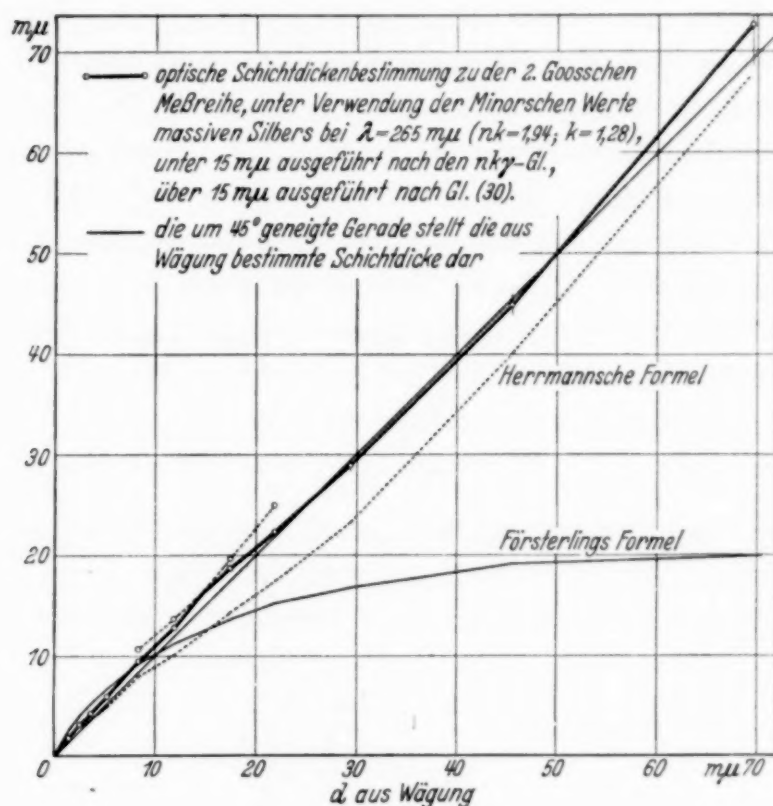


Fig. 6. Nachprüfung der vorgeschlagenen Methode zur optischen Schichtdickenbestimmung an Messungen von Goos³⁾. Die kurzen senkrechten Striche geben die Auswirkung der an den Intensitäten zu vermutenden Meßfehler an. Wo diese Striche fehlen, liegen die Fehler innerhalb der gezeichneten Kreise.

nur zwischen 1,95 und 2,5 schwankt, während es sich bei $\lambda = 1050 \text{ m}\mu$ zwischen 0,76 und 21,9, bei $\lambda = 435 \text{ m}\mu$ zwischen 0,36 und 10,7 bewegt. Gegen diese Behauptung sprechen nur die Messungen von Goldschmidt und Dember⁴⁾, deren Zuverlässigkeit wir schon in Abschnitt 12d verneinten.

¹⁾ R. Suhrmann u. C. Barth, Phys. ZS. **35**, 971, 1934. — ²⁾ A. Smakula, ebenda **34**, 788, 1933; ZS. f. Phys. **86**, 185, 1933; **88**, 114, 1934. — ³⁾ F. Goos, ebenda **100**, 95, 1936. — ⁴⁾ H. Goldschmidt u. H. Dember, ZS. f. techn. Phys. **7**, 137, 1926.

Kann man nun im Ultraviolett für $n \cdot k$ die Werte des massiven Metalls nehmen, so liefern die $nk \gamma$ -Formeln eine optische Schichtdickenbestimmung. Dieser Vorschlag konnte hier leider nur an wenigen Beispielen erprobt werden, da ausreichende Messungen im Ultraviolett sonst nicht vorliegen. Für die Goosschen Messungen¹⁾ rechnete ich für die Wellenlänge $\lambda = 265 \text{ m}\mu$ nach (22), (23), (29) γnk aus, nahm das Mittel aus den wenig voneinander abweichenden Werten und setzte dann zur Berechnung der Schichtdicke für $n \cdot k$ den Wert von Minor für massives Metall 1,95 ein. Ähnlich wurde die Schichtdicke nach der Näherung für dicke Schichten (30) berechnet unter Verwendung des Minorschen Wertes $k = 1,29$. Das Ergebnis dieser optischen Schichtdickenbestimmung zeigt Fig. 6. Unter $15 \text{ m}\mu$ sind die nach den Näherungen für dünne Schichten berechneten Punkte durch dicke Linien verbunden, oberhalb $15 \text{ m}\mu$ die nach der Näherung für dicke Schichten berechneten. Die so entstehende dick ausgezogene Kurve liegt ziemlich nahe an der Winkelhalbierenden, die die aus Wägung gewonnenen Schichtdicken darstellt. Hiermit ist der gekennzeichnete Weg als gangbar erwiesen. Wo die Grenzen seiner Anwendbarkeit liegen, wird sich erst feststellen lassen, wenn mehr Messungen im Ultraviolett vorliegen.

In Fig. 6 sind noch die Schichtdicken eingetragen, die entsprechend mit der Försterlingschen bzw. mit der Herrmannschen Formel berechnet wurden. Merkwürdig ist das gute Abschneiden der Herrmannschen Formel

$$\gamma \cdot k = \ln \frac{1 - I_r}{I_d}.$$

Das erklärt sich so: Für dünne Schichten ist $\frac{1 - I_r}{I_d} \ll 1$, wir können also die Potenzreihenentwicklung des Logarithmus ansetzen und nach dem zweiten Gliede abbrechen:

$$\gamma \cdot k = \frac{1 - I_r}{I_d} - 1 = \frac{1 - I_d - I_r}{I_d}.$$

Das ist unsere Näherungsformel für dünne Schichten (22) bis auf einen Faktor $n : n_3$. Nun ist aber nach Minor für Silber bei $\lambda = 265 \text{ m}\mu$ $n = 1,51$ und daher der Faktor, der bei der Herrmannschen Formel unberücksichtigt bleibt, hier zufällig äußerst nahe an 1. Die Herrmannsche Formel und unsere Näherung (22) sind für dünne Schichten hier also zufällig fast identisch. Schuch benutzt die Herrmannsche Formel zu einer Schichtdicken-

¹⁾ F. Goos, ZS. f. Phys. **100**, 95, 1936.

bestimmung bei Platin. Da bei den dort vorliegenden Verhältnissen $n:n_3 = 1,15$ war, so wird diese Schuchsche Schichtdickenbestimmung annähernd richtige Werte geliefert haben. Um das nachzuprüfen, machte ich zu den Schuchschen Messungen eine Schichtdickenbestimmung nach der in diesem Abschnitt vorgeschlagenen Methode. Die Werte sind in Tabelle 6 auf S. 291 eingetragen und weisen in der Tat keine großen Abweichungen von den von Schuch angegebenen auf. Hieraus erklärt sich auch die leidliche Übereinstimmung bei der Goldschmidt-Demblerschen Nachprüfung, die ebenfalls für Platin vorgenommen wurde. Im Falle $n:n_3 = 1$ stellt die Goldschmidt-Demblersche (Herrmannsche) Formel sogar eine glückliche Kombination der Näherungen für dünne und der für dicke Schichten dar. Doch ist diese Bedingung im allgemeinen nicht erfüllt und auch durchaus nicht immer im voraus zu untersuchen; daher ist zu einer Anwendung der Herrmannschen Formel nicht zu raten. Sie ist nun auch überflüssig, da in den neuen Formeln zuverlässigere Näherungen vorliegen.

15. Anwendung der $nk\gamma$ -Formeln zur Berechnung von $n \cdot k$ bei bekanntem d .

Wir kehren zur Diskussion der Formeln für $nk\gamma$ zurück. Außer der Schichtdickenbestimmung bei bekanntem $n \cdot k$ ermöglichen sie natürlich

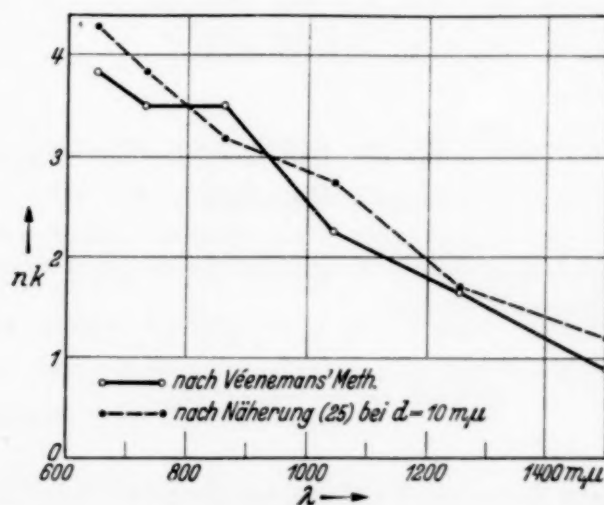


Fig. 7. nk für Antimon nach den Intensitätsmessungen von Véenemans, einerseits nach der Véenemansschen Methode unter Vernachlässigung der Schichtdickenabhängigkeit, andererseits nach der Näherung (25) bei $d = 10 \text{ m}\mu$ berechnet.

umgekehrt bei bekannter Schichtdicke eine Bestimmung von $n \cdot k$, und zwar auf viel einfachere Weise, als die Methoden von Murmann und Véene-

mans dies leisten. So gebe ich z. B. in der Fig. 7 den Vergleich der nk -Werte, die Véenemans für seine Antimonschichten nach seiner Methode erhielt, mit denen, die ich ganz schnell aus der Näherungsformel (25) berechnete. Dabei wurden ebenso wie bei Véenemans die aus dem Véenemansschen Verfahren bestimmten Schichtdicken benutzt. Leider konnten die besseren Näherungsgleichungen (22), (23), (29) nicht Anwendung finden, da Véenemans die reflektierten Intensitäten nicht gemessen hat. Immerhin stimmen die Ergebnisse innerhalb des Bereiches überein, der durch die Tatsache bedingt ist, daß auf die Schichtdickenabhängigkeit von n und k keine Rücksicht genommen wurde.

Diese hier angegebene Methode ist schon vor Veröffentlichung dieser Arbeit von Goos angewandt worden¹⁾. Vorwiegend zur Auswertung der Goosschen Messungen ist diese Methode seinerzeit vom Verfasser entwickelt worden. In diesem Falle konnten die besseren Näherungen (22), (23) und (29) benutzt werden, da alle drei Intensitäten gemessen worden waren.

Außer dieser veröffentlichten existiert noch eine ältere, von Goos ebenfalls an Silber durchgeführte Meßreihe. Diese ist nicht veröffentlicht worden, da nur Intensitäten und keine Schichtdicken gemessen worden waren. M. E. sind diese Messungen trotzdem wertvoll, selbst dann, wenn man auf jede Schichtdickenbestimmung verzichtet. Man kann auch aus reinen Intensitätsmessungen alles für den Dispersionsverlauf wichtige ablesen, wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird.

16. Nutzen der $nk\gamma$ -Formeln für die Untersuchung der Dispersion auch bei unbekannter Schichtdicke.

Hat man die drei Intensitäten bei verschiedenen Wellenlängen gemessen, so geben die $nk\gamma$ -Formeln sofort

$$n \cdot k(\lambda) = \frac{1}{4\pi d} \lambda \cdot F(\lambda),$$

worin $F(\lambda)$ die rechte Seite einer beliebigen unserer Gleichungen (22), (23), (25), (26) oder (29) ist. Selbst bei unbekanntem d hat man so immerhin den relativen Verlauf der Dispersion. Das ist fast immer ausreichend, da man sich doch nur für Anstieg oder Abfall, Maxima und Minima in dem Dispersionsverlauf interessiert.

¹⁾ F. Goos, ZS. f. Phys. **100**, 95, 1936.

Bisher gab man zur Kennzeichnung der Dispersion den Verlauf der Intensitäten selber, des Absorptionskoeffizienten oder einer ganz willkürlich definierten Größe an, wie es Smakulas molare Absorptionskonstante ist. Zu diesem Punkte weisen Sommerfeld und Bethe im Handbuch der Physik XXIV/2, S. 460 besonders darauf hin, daß vor allem notwendig ist, „aus dem Experiment eine Größe zu entnehmen, die möglichst direkt auf die atomaren Konstanten des Metalls schließen läßt. Das ist nicht der Absorptionskoeffizient selbst, sondern das Produkt $n \cdot k \cdot \nu^2$ (in unseren Bezeichnungen), welches im wesentlichen die Übergangswahrscheinlichkeit angibt“. Diese Forderung von Sommerfeld und Bethe gründet sich auf den Nachweis von Fröhlich, der zeigt, daß bei Metallen die Größe $\sigma \cdot \nu = n \cdot k \cdot \nu^2$ den Übergangswahrscheinlichkeiten der Elektronen proportional ist¹⁾.

Im Hinblick auf die besondere Wichtigkeit des Produktes $n \cdot k$ ist es auch nicht bedauerlich, daß wir nur Formeln zur Berechnung von $n \cdot k$ und nicht zur Bestimmung von n und k selber gewinnen konnten. Zwar tritt in unseren Näherungen (21) auch die andere Kombination $n^2 - k^2$ auf, doch spielt sie dort nur die Rolle einer Korrektionsgröße, kann also nicht einigermaßen genau daraus bestimmt werden. Für dünnste Schichten ist das auch nicht einmal aus den strengen Gleichungen möglich, wie oben gezeigt wurde. Es ist sicher kein Zufall, daß die Intensitäten bei dünnsten Schichten lediglich von diesem auch theoretisch wichtigen Produkt $n \cdot k$ abhängen.

Unsere Formeln für $nk\gamma$ setzen die Experimentatoren in die Lage, lediglich auf Grund der leicht zugänglichen und genauen Intensitätsmessungen einer jeden Schicht eine charakteristische Kurve beizugeben, die den relativen Verlauf der Größe $n \cdot k$ mit der Wellenlänge darstellt, wie ich das für einige Ag-Schichten der ersten, unveröffentlichten Meßreihe von Goos (ohne d -Bestimmung) in der Fig. 8 ausgeführt habe. Darin geben die Ordinaten die Größe

$$\sigma \cdot d = d \cdot n \cdot k \cdot \nu.$$

Die Ordinatenachse ist logarithmisch geteilt, damit die multiplikative Konstante d sich als additive darbietet und die Kurven für verschiedene Schichten noch leichter miteinander und mit der für massives Metall ver-

¹⁾ ZS. f. Phys. **81**, 297, 1933.

glichen werden können. Nach unserer in Abschnitt 14c vorgeschlagenen Schichtdickenbestimmung ist die Schichtdicke durch den Abstand des Punktes $\lambda = 265 \text{ m}\mu$ bei jeder Kurve von dem darunter liegenden Punkte der Kurve für massives Metall gegeben. Wünscht man σ selber statt $\sigma \cdot d$ darzustellen, so hat man die Kurven nur so parallel zu verschieben, daß sie bei $\lambda = 265 \text{ m}\mu$ durch den entsprechenden Punkt für massives Metall gehen. Der relative Verlauf der Kurven bleibt dabei unverändert, ist also

unter allen Umständen gesichert, wenn sich auch herausstellen würde, daß die Annahme der optischen Konstanten des massiven Metalls für alle Schichten im Ultraviolett nicht überall berechtigt ist.

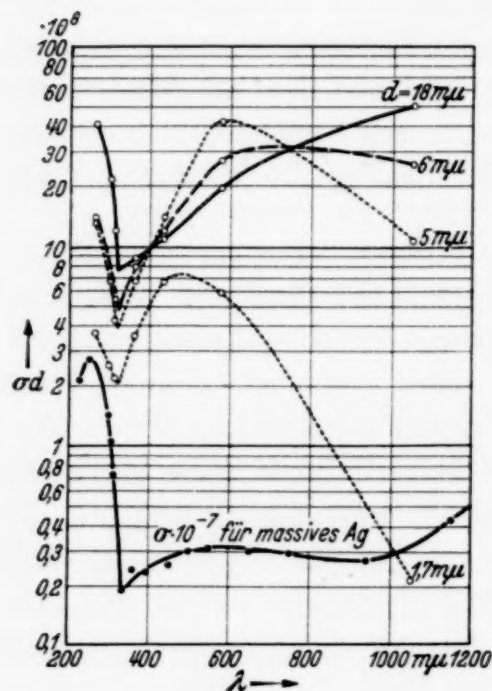


Fig. 8. Die Dispersion dünner Silber-schichten aus der ersten Goosschen Meßreihe mit den nky -Formeln berechnet. Die angegebenen Schichtdicken sind aus einem Vergleich mit der zweiten Goosschen Meßreihe geschätzt.

Fig. 8 zeigt für das Ultraviolett keinen großen Unterschied zwischen dicken und dünnen Schichten; im Sichtbaren und nahen Ultrarot dagegen verhalten sich dünne und dicke Schichten ganz verschieden. Bei dicken Schichten steigt σ mit wachsender Wellenlänge, bei dünnen fällt es. Das erklärt auch den Unterschied im Aussehen der Schichten. Die dickeren sehen in der Durchsicht blau aus, die dünneren rot bis gelb. Diese Erscheinung, daß die Leitfähigkeit bei dünner werdender Schicht zunächst für

längere Wellen beeinflusst wird, ist qualitativ leicht zu erklären schon durch die einfache Vorstellung, daß die freien Elektronen natürlich am ehesten durch eine Störung des kristallinen Aufbaues behindert werden, während die für das Ultraviolett fast ausschließlich maßgebenden gebundenen Elektronen davon unberührt bleiben.

Freilich läßt sich an den Kurven viel mehr ablesen, und es ist zu erwarten, daß eine größere Zahl von „Charakteristiken“ dieser Art einen tieferen Einblick in das Wesen der Vorgänge im Metall auf Grund quantentheoretischer Betrachtungen geben. Das gehört aber nicht mehr zum Gegenstande dieser Arbeit.

Teil VI. Freie Schichten.*17. Näherungen für die Intensitäten bei freien Schichten.*

Bei freien Schichten ist $n_1 = n_3$. Die strengen Ableitungen des Teiles I gelten auch für diesen Fall unverändert. Ebenfalls lassen sich die Näherungen (21) auch für $n_1 = n_3$ wie oben begründen und lauten dann:

$$\left. \begin{aligned} I_d &= \frac{4 n_1^2}{(2 n_1 + \gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2)^2}, \\ I_r &= \frac{(\gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2)^2}{(2 n_1 + \gamma n k)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (21 f)$$

Jedoch kann man hier den zweiten Summanden im Zähler der Gleichung (21 f) für I_r nicht fortlassen, da $\frac{\gamma^2}{4} (n^2 - k^2)^2$ hier vollständig gleichberechtigt neben $(\gamma n k)^2$ steht. Daher sind die Gleichungen (20) auf freie Schichten nicht anwendbar und müssen durch folgende ersetzt werden:

$$\left. \begin{aligned} I_d &= \frac{4 n_1^2}{(2 n_1 + \gamma n k)^2}, \\ I_r &= \frac{\frac{\gamma^2}{4} (n^2 + k^2)^2}{(2 n_1 + \gamma n k)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (20 f)$$

Die Nachprüfung ergab, daß diese Gleichungen (20 f) und (21 f) in demselben Bereich gelten wie die entsprechenden Näherungen (20) und (21) für Unterlagenschichten.

18. Die Identitäten.

Da bei freien Schichten $n_1 = n_3$ ist, wird die erste Identität (24') trivial, da sie nicht mehr als $I_r = I_r'$ bedeutet. Die zweite Identität kann hier nicht gelten, da in den Gleichungen (20 f) zwei Kombinationen der unbekannten Größen vorkommen, die sich daher nicht eliminieren lassen. Daher gelten hier auch all die Folgerungen nicht, die seinerzeit aus der zweiten Identität gezogen wurden. Die Murmannsche und die Véene-manssche Methode kann also bei dünnsten *freien* Schichten durchaus

zum Ziele führen. Das ist nicht erstaunlich, da ja auch anschaulich klar ist, daß die Intensitäten an freien Schichten gerade bei den dünnsten Schichten mehr schließen lassen als dieselben Intensitäten an Unterlageschichten, bei denen die hauchdünne Metallschicht nur geringe Veränderungen an der Reflexion der reinen Unterlage bewirkt.

Obwohl unsere Näherungen (20f) keine Begründung der zweiten Identität ergeben, die hier heißen würde

$$I_r = (1 - \sqrt{I_d})^2, \quad (27f)$$

so fand ich sie bei Durchrechnung einiger Zahlenbeispiele doch bestätigt, freilich immer nur dann, wenn $n = k$ war. Das ist erklärlich, da dann der Zähler der zweiten Gleichung (20f)

$$\frac{\gamma^2}{4} (n^2 + k^2)^2 = (\gamma n k)^2$$

wird, und somit in den Gleichungen (20f) wieder nur jene eine Kombination vorkommt und auch in derselben Weise wie früher eliminiert werden kann. Die Bedingung $n = k$, deren Erfüllung den Gültigkeitsbereich der zweiten Identität auch früher schon förderte, ist bei freien Schichten unbedingt nötig, wenn hier die Identität überhaupt gelten soll.

19. Die $nk\gamma$ -Formeln.

Aus den Gleichungen (21f) folgt wie für Unterlageschichten:

$$\gamma n k = n_1 \frac{1 - I_d - I_r}{I_d}, \quad (22f)$$

gültig für $d \leq d_1 = \lambda \cdot 17 : 600$. Ebenso wie früher gibt die Gleichung (20f) für I_d bei Auflösen nach $\gamma n k$:

$$\gamma n k = 2 n_1 \left(\frac{1}{\sqrt{I_d}} - 1 \right), \quad (25f)$$

gültig für $d \leq d_2 = \lambda : 100$. Über diese beiden Formeln hinaus, die ohne weiteres von den Unterlageschichten her übertragbar sind, kann man hier durch Division der beiden Gleichungen (20f) eine Formel für $n^2 + k^2$ erhalten:

$$\gamma^2 \frac{(n^2 + k^2)^2}{16 n_1^2} = \frac{I_r}{I_d},$$

die kein Analogon für Unterlageschichten hat, die freilich auch nicht mit befriedigender Genauigkeit gilt. Wegen der Wichtigkeit der γnk -Formeln sei eine Nachprüfung an streng gerechneten Werten in Tabelle 9 hier aufgenommen. Die Gleichung (22f) zeigt sich wieder als die brauchbarste. Für diese Nachprüfung sind die optischen Konstanten der an die Schicht grenzenden Medien gleich 1,5 gewählt worden, da die Werte zugleich für Nachprüfungen anderer Art dienen, die hier aber wegen ihrer geringeren Wichtigkeit nicht aufgenommen werden sollen.

Tabelle 9. Freie Schichten. Nachprüfung der γnk -Formeln an streng berechneten Werten. $\lambda = 628 \text{ m}\mu$; $n_1 = n_3 = 1,5$.

d	γnk streng	γnk aus (22f)	γnk aus (25f)	$\frac{I_r}{I_d}$	$\frac{\gamma^2}{4} \frac{(n^2 + k^2)^2}{4 \cdot n_1^2}$
5 m μ	0,625	0,625	0,63	0,0355	0,0437
7	0,784	0,784	0,725	0,089	0,076
15	0,672	0,737	1,17	0,441	0,29

Zusammenfassend stelle ich die Ergebnisse für freie Schichten fest:

1. Die Identitäten haben für freie Schichten keine Bedeutung.
2. All das, was über den Nutzen der $nk \gamma$ -Formeln gesagt wurde, gilt auch für freie Schichten, wenn sich auch die Zahl der verwendbaren voneinander unabhängigen Formeln von vier auf zwei verringert.

Zusammenstellung einiger wichtiger Ergebnisse.

1. Zwischen der Durchlässigkeit einer dünnen auf einer Unterlage sitzenden Metallschicht und ihren beiderseitigen Reflexionen gelten in guter Näherung für dünne Schichten zwei einfache Beziehungen, die nur meßbare Größen enthalten:

$$I_r = \frac{1}{n_3} \{n_1 I_r' + (n_3 - n_1) (1 - I_d)\}, \quad (24')$$

$$I_r = \left(1 - \sqrt{\frac{n_1}{n_3}} I_d\right)^2. \quad (27)$$

Diese geben leicht eine gute Bestätigung der Maxwellschen Theorie, entscheiden über Brauchbarkeit oder Unbrauchbarkeit mancher Methoden, deren Ziel die Bestimmung der optischen Konstanten und der Dicke der Metallschichten ist, und stellen ein Kriterium für die Zuverlässigkeit von solchen Intensitätsmessungen dar.

2. In guter Näherung für dünne Unterlageschichten gelten fünf Gleichungen (22), (23), (25), (26) und (29) (siehe S. 296), die aus reinen Intensitätsmessungen das Produkt $nk d$ berechnen lassen. Mit ihrer Hilfe läßt sich die Dispersion der Größe nk feststellen, die für die Untersuchung der inneren Vorgänge im Metall die größte Bedeutung hat. Sie ermöglichen aber auch eine optische Schichtdickenbestimmung, da nk im Ultraviolett schichtdickenunabhängig ist. Eine weitere Formel (30) auf S. 298 ergänzt diese Möglichkeit, die zunächst nur für dünne Schichten besteht, auch für dicke Schichten.

Das unter 1. hier Gesagte gilt nur für Unterlageschichten, während das unter 2. Aufgeführte auch bei freien Schichten zutrifft; nur sind dann die Gleichungen durch (22f) und (25f) zu ersetzen.

Herrn Prof. Dr. Unsöld danke ich für die Stellung des Themas und sein förderndes Interesse an der Arbeit. Für die Überlassung von unveröffentlichten Meßresultaten bin ich Herrn Prof. Dr. Goos in Hamburg zu großem Dank verpflichtet.

Kiel, Institut für theoretische Physik der Universität.

Über einige Beobachtungen der Änderung der äquivalenten Höhen der Ionosphäre.

Von S. S. Banerjee und B. N. Singh, Benares.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 9. Januar 1937.)

Mit elektrischen Wellen von 78 m Länge wird die Laufzeit des Echos von der *E*-Schicht gemessen. Die Höhe dieser Schicht nimmt in den Morgenstunden zu, was sich durch das Entstehen der niedrigeren *D*-Schicht erklären läßt. Diese *D*-Schicht muß aber ein ziemlich breites Ionisationsmaximum besitzen, denn nur so läßt sich die scheinbare Wegverlängerung und die wachsende Absorption erklären, die man bei Annäherung an die kritische Frequenz (140 m) dieser Schicht beobachtet.

Einleitung. Die Ionosphärenbeobachtungen wurden in der letzten Zeit von verschiedenen Beobachtern auf die unteren Schichten ausgedehnt. So untersuchten Mitra und Syam (1) das Echo aus einer Höhe von etwa 55 km (*D*-Region); Colwell und Friend (2) erhielten Reflexionen aus Höhen zwischen 2 und 30 km (*C*-Region). Vor langer Zeit jedoch war schon von Appleton und anderen (3), (4) das Vorhandensein absorbierender Regionen unterhalb der *E*-Schicht vorausgesagt. Bei unseren Untersuchungen der Ionosphäre haben wir ausführlich die Höhenvariationen der *E*-Schicht insbesondere tagsüber in den Sommermonaten studiert, um die Änderung der Gruppengeschwindigkeit zu entdecken, die die niedrigere *D*-Region bei den benutzten Wellen hervorruft. Auch die Absorption durch die untere Region wurde untersucht. Beobachtungen der Höhe der *E*-Schicht zeigen, daß die mittlere Höhe ungleich konstanter bleibt als die der *F*-Schicht, bei der verschiedene periodische und unregelmäßige Änderungen gefunden wurden. Dennoch besitzt die Höhe der *E*-Schicht die Tendenz, im Laufe des Tages zu wachsen. Etwa zur Mittagszeit beobachtet man, wenn man die Wellenlänge der benutzten Wellen allmählich von 75 m an wachsen läßt, beim Annähern an eine bestimmte Wellenlänge ein plötzliches Anwachsen der Höhe der *E*-Schicht und ein Nachlassen der Echointensität. Danach verschwindet das Echo von der *E*-Schicht vollständig. Diese Beobachtungen können erklärt werden durch die Annahme einer Änderung in der *D*-Schicht unterhalb der *E*-Schicht. Das plötzliche Anwachsen der Höhe der *E*-Schicht kann durch eine Gruppenverzögerung der Wellen in der *D*-Schicht hervorgerufen sein und die Intensitätsminderung des Echos durch Absorption nahe der kritischen Durchgangswellenlänge dieser Schicht. Theoretische Berechnungen haben gezeigt, daß der Betrag jener Gruppen-

verzögerung und das völlige Aufhören des Echos nur erklärt werden können, wenn die in der *D*-Schicht mit exponentiellem Anstieg erreichte maximale Ionisation dann für eine geringere Schichtdicke in der Größenordnung von Zehnteln eines Kilometers konstant bleibt und erst dann wieder abnimmt. Es ist interessant festzustellen, daß das Vorhandensein solch einer Zwischenregion („Ein schmales Konzentrationsmaximum reicht nicht aus, um Reflexion hervorzurufen.“) für die *E*-Schicht vorausgesagt wurde von Gouban (5).

Die experimentelle Methode der vorliegenden Untersuchungen war die von Breit und Tuve (6), die auch schon früher von uns benutzt wurde (7). Ein Hartley-Sender sandte in regelmäßigen Abständen Wellenzüge kurzer

Dauer. Ein transformatorgekoppelter 4 Röhren-Empfänger mit Kathodenstrahl-Oszillographen wurde zum Aufzeichnen des Echos benutzt. Sender und Empfänger standen etwa 30 m voneinander entfernt.

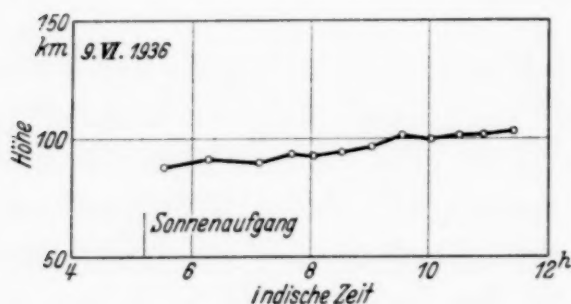


Fig. 1.

Beobachtungen und Ergebnisse. Wie bereits in der Einleitung erwähnt, wurde dem

Studium der *E*-Schicht während der Tagesstunden besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Es wurde bei Benutzung der Wellenlänge 78 m beobachtet, daß die Reflexion während der Sommermonate etwa $\frac{1}{2}$ Stunde nach Sonnenaufgang einsetzt. In den Morgenstunden von klaren und ungestörten Tagen zeigt die Höhe der *E*-Schicht etwa ab 2 Stunden nach Sonnenaufgang die Tendenz zu wachsen. Eine typische Kurve solcher morgendlicher Beobachtung gibt Fig. 1. Die Reflexionen von der *E*-Schicht fehlen während der Mittagsstunden oft. Die ersten Echos von der *E*-Schicht erscheinen dann etwa 3 Stunden nach Mittag wieder und bleiben bis spät in den Abend hinein und zuweilen auch für den größten Teil der Nacht erhalten. Mit der Annäherung an den Sonnenuntergang nimmt oft die äquivalente Höhe ab. Dies wurde aber nur an Tagen beobachtet, die frei waren von magnetischen Störungen, von Gewittern und Staubstürmen.

Es wird meist angenommen, daß die Höhe der *E*-Schicht abnähme, weil die Ionisation mit Tagesanbruch zunimmt. Im Gegensatz dazu zeigen die Beobachtungen, daß die Höhe der *E*-Schicht die Tendenz besitzt, von ihrem normalen Wert an zu wachsen. Dies kann erklärt werden durch die allmähliche Bildung einer niedrigeren *D*-Schicht während des Tages, die die

Gruppenverzögerung der Wellen hervorruft. In Verbindung hiermit sei daran erinnert, daß von uns des öfteren eine Abnahme der äquivalenten Höhe der *E*-Schicht in den Abendstunden beobachtet worden ist. Dasselbe wurde auch von anderen gefunden und ist dem Verschwinden der *D*-Schicht gegen Sonnenuntergang zugeschrieben worden. Die theoretische Herleitung dieser Höhenänderung der *E*-Schicht in den Morgenstunden wird von uns gegeben und im nächsten Abschnitt dargestellt. Es sei darauf hingewiesen, daß diese Änderung in der Höhe der *E*-Schicht abhängt vom Erscheinen und Verschwinden der *D*-Schicht

und ausgesprochener ist während der Bildung der Schicht am Morgen als während ihres Verschwindens am Abend. Dieser Unterschied kann den meist vorhandenen Störungen in der oberen Atmosphäre zugeschrieben werden, wie der Bildung von Gewittern usw. am Abend, insbesondere in diesen Breiten während dieser Jahreszeit. Das Aufhören des Echos von der

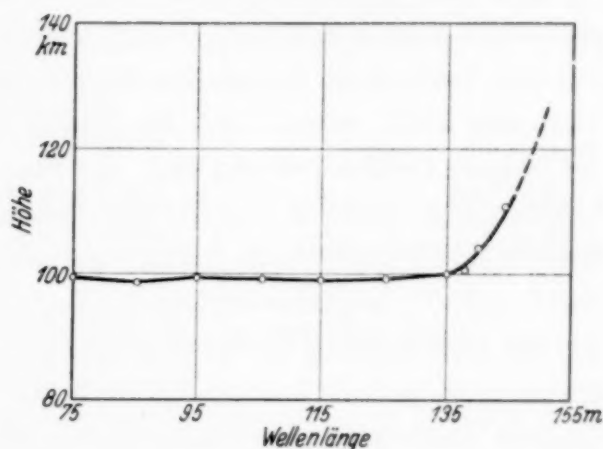


Fig. 2.

E-Schicht, das mittags sehr häufig beobachtet wurde, kann der wachsenden Absorption in der niedrigeren Schicht zugeschrieben werden.

Obschon die Reflexionen dieser unteren Schicht infolge des Mangels günstiger Bedingungen seltene Ereignisse sind, wurde die Verzögerung der Wellen während des Durchgangs durch diese Schicht von uns beobachtet. Wenn die Länge der sie durchdringenden Wellen allmählich zunimmt, wird die Intensität dieser von der *E*-Schicht reflektierten Wellen geringer. Dann beobachtet man ein plötzliches Anwachsen der virtuellen Höhe der *E*-Schicht bei einer bestimmten Wellenlänge, darüber hinaus verschwindet das Echo, wie in Fig. 2 gezeigt wird. Das Verschwinden des Echos mit wachsender Wellenlänge wird durch die Absorption in der *D*-Schicht hervorgerufen, die Zunahme der Höhe durch Änderung des Brechungsindex. Eine theoretische Herleitung dieser Beobachtungen wird im nächsten Abschnitt gegeben. Unter der Annahme, daß die Ionisation in der *D*-Schicht exponentiell zunimmt, ist das von uns beobachtete, plötzliche und beträchtliche Anwachsen der virtuellen Höhe der *E*-Schicht ein Zeichen dafür, daß die maximale Ionisation in der *D*-Schicht, obwohl sie nur für eine viel geringere Höhe bestehen bleibt als in den anderen, höheren Schichten, ihren Wert

für eine Schichtdicke von Zehnteln eines Kilometers beibehält, bevor sie wieder abnimmt.

Ist keine *D*-Schicht vorhanden, so scheint eine Längenzunahme der benutzten Wellen eine Abnahme der Höhe anzuzeigen, wenn überhaupt eine Änderung vorhanden ist. Es ist interessant festzustellen, daß eine ähnliche Erscheinung, die Höhenzunahme der *F*-Schicht, von Appleton und Green (8) nach Sonnenaufgang beobachtet worden ist und von ihnen einer Verringerung der Gruppengeschwindigkeit der benutzten Wellen in der *E*-Schicht zugeschrieben worden ist. Es mag auch erwähnt werden, daß die totale Absorption in der *D*-Schicht, wie sie experimentell von verschiedenen Autoren beobachtet worden ist, für die betreffenden Frequenzen nicht sehr hoch sein kann, wenn nicht die Schicht maximaler Ionisation eine Dicke der obigen Größenordnung hat. Es mag ferner hinzugefügt werden, daß bereits einige Autoren aus anderen Beobachtungen auf das Vorhandensein dieser Schicht geschlossen haben. So mögen Appleton und Ratcliffe (3) und Green (4) erwähnt werden, die das Vorhandensein einer solchen Schicht aus der Beobachtung des Reflexionskoeffizienten der *E*-Schicht entnahmen. Martyn (9) jedoch hat gezeigt, daß die Änderungen in der Höhe der *E*-Schicht nicht zufriedenstellend durch die Bildung der *D*-Schicht erklärt werden könnten, er ist der Meinung, daß die Intensitätsänderungen der herabkommenden Wellen durch den exponentiellen Anstieg der Ionisation an der Grenze der *E*-Schicht hervorgerufen sein könnten. Dann muß gesagt werden, daß der exponentielle Anstieg der Ionisation in der *E*-Schicht allein nicht vollständig den absoluten Betrag der Höhenänderung der *E*-Schicht erklären kann, wie er sowohl von uns als auch von anderen Beobachtern gefunden wurde. Über ähnliche Änderungen in der Höhe der *E*-Schicht an der kritischen durchdringenden Frequenz wird von Schafer und Goodall (10) berichtet. Halliday (11) hat kürzlich eine Zunahme der *E*-Schichthöhe in den Sommermonaten gefunden, die er der höheren Temperatur der Atmosphäre zuschreibt.

Diskussion der Ergebnisse. Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, daß die Höhe der *E*-Schicht die Tendenz besitzt, in den Morgenstunden zu wachsen, was durch die Bildung der *D*-Schicht verursacht ist. Nachstehend zeigen wir die Berechnung des Betrages der Höhenänderung der *E*-Schicht, insbesondere in der Nähe der kritischen, durchdringenden Frequenz der *D*-Schicht. Wenn das Medium in der *D*-Schicht einen Brechungsindex kleiner als Eins besitzt, wird die Gruppengeschwindigkeit der Wellen, die sie durchdringen und die *E*-Schicht erreichen, abnehmen. So wird die Gruppenverzögerung des Echos auf dem ganzen Wege beim zweimaligen Durch-

queren der *D*-Schicht vergrößert. Unsere Kenntnis dieser Schicht ist noch sehr gering und unsicher, aber aus der Tatsache, daß Syam (12) mit einer Wellenlänge von 140 m Reflexionen erhielt, berechnen sich die wahrscheinlichen Werte der Ionenkonzentration (N) zu 10^5 Elektronen pro cm^3 und die Zusammenstoß-Frequenz (ν) zu $1,17 \cdot 10^7$ pro sec. Dieselbe Größenordnung von ν ergibt sich ebenso aus kinetisch-theoretischen Betrachtungen. Die Temperatur dieser Region wurde vor kurzem von Martyn und Pulley auf etwa 350°K geschätzt.

Um die Gruppenverzögerung in der *D*-Schicht zu berechnen, muß die Konstante der Zunahme in der Schicht bekannt sein. Wenn wir die Zunahme der Ionisation exponentiell annehmen, haben wir

$$n = \text{Exp}(\beta h), \quad (\text{a})$$

worin β die Konstante der Schicht, n die Ionenkonzentration in der Höhe h über der unteren Grenze der Schicht ist, deren Wert später benutzt werden wird.

Der Wert von β kann nach Martyn (9) aus der Gleichung

$$\eta_0 = \frac{2 \nu \cdot K^{\frac{1}{\beta H}}}{c \beta} \quad (1)$$

erhalten werden, wo η_0 die ganze Absorption der durch die Schicht tretenden Wellen bedeutet,

H die Dicke der homogenen Schicht in der *D*-Region,

c die Lichtgeschwindigkeit.

$$K = \frac{4 \pi e^2 \gamma}{m (p^2 + \nu^2)},$$

worin wiederum m und e Masse und Ladung (ESE.) des Elektrons,

p Kreisfrequenz der benutzten Welle,

γ eine Konstante für die Grenzbedingung der Schicht, die dadurch gleich Eins wird, daß die Grenze der Schicht dort angenommen wird, wo die Ionenkonzentration ein Elektron pro cm^3 beträgt.

Die Höhe H der homogenen Schicht kann durch die Formel

$$H = \frac{k T}{M g}$$

berechnet werden, worin

k die Boltzmann-Konstante,

T die absolute Temperatur der *D*-Region,

g die Schwerebeschleunigung,

M die mittlere Molekülmasse ist.

Es muß hier bemerkt werden, daß bis vor kurzem angenommen wurde, daß die niedrigere absorbierende Schicht, die nun als *D*-Schicht bekannt ist, mit der Ozonschicht in Verbindung stünde. Diese Annahme ist aber aufgegeben worden nach Erscheinen von Arbeiten (14), die gezeigt haben, daß die Ozonschicht in weit größerer Höhe liegt, wo die Temperatur geringer ist als 0° C. Unter der Annahme, daß die Zusammensetzung der Atmosphäre in der *D*-Region dieselbe ist, wie die auf der Erdoberfläche, beträgt die Höhe *H* der homogenen Schicht 9,8 km.

In Gleichung (1) kann η_0 , die ganze Absorption der Welle in der Schicht, erhalten werden aus der Beziehung

$$R = \text{Exp} (-\eta_0),$$

worin *R* den Reflexionskoeffizienten bedeutet.

Da im allgemeinen die Bedingungen für das Erhalten der Reflexionen von der *D*-Schicht infolge ihres diffusen Zustandes ungünstig sind, wollen wir als wahrscheinlichen Wert des Reflexionskoeffizienten 0,001 annehmen, was ziemlich niedrig ist. Für diesen Wert von *R* und die Wellenlänge von 140 m erhalten wir für β den Wert 10. Die geringe Änderung $\Delta h'$ der Höhe der *E*-Schicht, die dadurch hervorgerufen wird, daß die Welle eine kleine Dicke *dh* der *D*-Region passiert, wird gegeben durch

$$\Delta h' = \frac{dh}{\mu} - dh,$$

worin μ , der Brechungsindex des Mediums an irgendeinem Punkte, gegeben ist durch

$$\begin{aligned} \mu^2 &= 1 - \frac{4\pi n e^2}{m(p^2 + v^2)} \\ &= 1 - K \varepsilon^{\beta h}. \end{aligned}$$

Wenn die maximale Ionisation in einer Höhe h_1 gemessen von der unteren Grenze der Schicht, erreicht wird, ist die ganze Höhenänderung

$$h' = \int_0^{h_1} \frac{dh}{\sqrt{1 - K \varepsilon^{\beta h}}} - \int_0^{h_1} dh.$$

Setzen wir darin

$$K \varepsilon^{\beta h} = \cos^2 \Theta,$$

so erhalten wir

$$h' = -\frac{2}{\beta} \int_{\cos^{-1} K^{1/2}}^{\cos^{-1} K^{1/2} e^{\beta h/2}} \frac{d\Theta}{\cos \Theta} - h_1$$

und für $K \ll 1$

$$h' = \frac{2}{\beta} \ln 2 - \frac{2}{\beta} \ln (1 + \sqrt{1 - K \varepsilon^{\beta} h_1}). \quad (2)$$

Der Wert von h_1 kann aus Gleichung (a) berechnet werden, indem man dort statt des n das N setzt.

Aus Gleichung (2) ersehen wir, daß die größte Höhenänderung erhalten wird, wenn $\mu = 0$ ist, dann ist $h' = \frac{2}{\beta} \ln 2$. Wenn $\mu = 1$ ist, so ist $h' = 0$, was ganz plausibel ist, da die Gruppenverzögerung in diesem Falle gleich Null sein sollte. Dieses Ergebnis verifiziert die in Gleichung (2) erhaltene Lösung.

Mit dem oben erhaltenen Wert von β wird nun die größte Höhenzunahme 0,138 km, was viel weniger ist, als wir experimentell gefunden haben. Es mag ferner hinzugefügt werden, daß unter günstigeren Reflexionsbedingungen der Wert von β zunimmt und die berechnete Höhenänderung noch kleiner wird, was im Gegensatz zu unseren Experimenten steht, bei denen wir eine Zunahme der Höhe der E -Schicht mit gleichzeitigem Erscheinen der Reflexionen von der D -Schicht erhielten. Daher kann angenommen werden, daß die größte Ionisation in der D -Region in einer Schichtdicke von Zehnteln eines Kilometers erhalten bleibt, bevor sie wieder abnimmt.

Tabelle 1 zeigt die ganze scheinbare Wegverlängerung der benutzten Wellen bei zunehmender Wellenlänge. Spalte 2 zeigt die Wegverlängerung in Abhängigkeit von der Wellenlänge für den Fall, daß die Ionisation in der D -Schicht sofort nach Erreichen des Maximums abfällt. Spalte 3 zeigt dasselbe, aber für den Fall, daß die größte Ionisation über eine Dicke von 2 km gleichbleibt.

Tabelle 1.

Wellenlänge in m	Scheinbare Wegverlängerung h' in km	
	nach Formel (2)	$h' = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - K \varepsilon^{\beta} h_1}} - 1 \right)$
75	0,025	0,062
100	0,045	0,136
120	0,062	0,283
139	0,120	1,86
139,50	0,129	3,98
139,90	0,132	6,46
139,95	0,136	19,80

In Tabelle 1 sieht man, daß im Falle der Spalte 2 die Wegverlängerung sehr klein bleibt, selbst beim Annähern an die für die Reflexion kritische Wellenlänge. Im zweiten Falle jedoch, wie in Spalte 3, nimmt die Wegverlängerung beträchtlich größere Werte an. Eine solche Form der Zunahme der Wegverlängerung zeigt sich in der experimentell erhaltenen Kurve in Fig. 2. Es ist interessant festzustellen, daß Mitra und Syam (1) das Echo von der *E*-Schicht aus einer virtuellen Höhe von 119 km erhalten haben, gleichzeitig mit Reflexionen von der *D*-Schicht. Die auftretende Vergrößerung der virtuellen Höhe der *E*-Schicht kann also verursacht sein durch die Verzögerung der benutzten Wellen in der *D*-Schicht. Diese Annahme über die Schichtdicke wird noch dadurch gestützt, daß die ganze Absorption der benutzten Wellen in der *D*-Schicht, wenn die Ionisation gleich nach Erreichen des Maximums abnimmt, nicht hoch genug ist, um eine Rückkehr des von der *E*-Schicht kommenden Echos zu verhindern. Da der Absorptionsindex von Punkt zu Punkt in der Schicht wechselt, wird die ganze Absorption der Welle in der *D*-Schicht beim ganzen Durchqueren einmal hinauf und dann hinab (unter Benutzung der bisherigen Bezeichnungen) gegeben durch

$$\sigma = \int_0^{h_1} \frac{\nu K \varepsilon^{\beta h} dh}{c \sqrt{1 - K \varepsilon^{\beta h}}}.$$

Und für $K \ll 1$

$$\sigma = -\frac{2\nu}{\beta c} (\sqrt{1 - K \varepsilon^{\beta h_1}} - 1). \quad (3)$$

Der Wert von σ , aus Gleichung (3) an der Durchdringungsgrenze berechnet, ergibt sich zu 7,8. Dieser Wert reicht nicht aus, die Abnahme und das völlige Verschwinden des Echos von der *E*-Schicht während der Tageszeit zu erklären. Im Hinblick darauf wird daher angenommen, daß die Ionisation nach Erreichen des Maximalwertes nicht sofort abnimmt, sondern für eine Höhe von Zehnteln eines Kilometers den gleichen Wert behält und dann erst abnimmt. Die Änderung der ganzen Absorption mit der Wellenlänge zeigt die nachstehende Tabelle 2. Spalte 2 gibt die Änderung der ganzen Absorption mit der Wellenlänge, wenn die Ionisation der *D*-Schicht sofort nach exponentiellem Erreichen des Maximums abfällt. Spalte 3 gibt die ganze Absorption, berechnet für eine Schicht maximaler Ionisation von 0,2 km Dicke, auch in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Man kann aus Spalte 3 ersehen, daß die Absorption schnell wächst beim Annähern an die kritische Wellenlänge.

Tabelle 2.

Wellenlänge in m	Totale Absorption a	
	nach Formel (3)	$a = \frac{r K \varepsilon^{\beta} h_1}{5 c \sqrt{1 - K \varepsilon^{\beta} h_1}}$
75	1,84	4,26
100	3,15	8,46
120	6,60	15,63
139	7,04	80,50
139,5	7,42	164,10
139,9	7,56	259,80

Es sei bemerkt, daß Gleichung (3) auch die ganze Absorption der Wellen von der *D*-Schicht gibt. So wird ihre Absorption, wenn die Reflexion gerade beginnt, nicht allzu hoch sein. Die Tatsache, daß ein Echo von der *D*-Schicht sehr selten erhalten wird, zeigt, daß im allgemeinen ein diffuser Zustand herrscht. Der obige Wert der totalen Absorption, für den Reflexion auftritt, stimmt auch ziemlich gut mit dem Wert überein, den man aus dem früher mitgeteilten Reflexionsindex erhält.

Zusammenfassung und Schluß.

Es wurde beobachtet, daß die Höhe der *E*-Schicht, gemessen mit Wellen von 78 m Länge, eine Tendenz zeigt, mit Tagesanfang zu wachsen und daß das Echo von der *E*-Schicht zeitweise während der Mittagszeit in den Sommermonaten aussetzt. Die auftretende Vergrößerung der Höhe und dem Aussetzen des Echos während des Tages können von der Ausbildung der *D*-Schicht in geringerer Höhe abhängen. Weiterhin wurde beobachtet, daß etwa um Mittag, wenn man die Wellenlänge der benutzten Welle langsam von 78 m an wachsen läßt, die Höhe anwächst und die Echoamplitude abnimmt. Bei einer gewissen Wellenlänge (etwa 140 m), nahe der kritischen Durchdringungsfrequenz der *D*-Schicht, wurde beobachtet, daß die Höhe der *E*-Schicht plötzlich anwächst und dann die Echos vollständig verschwinden. Diese Beobachtungen wurden mathematisch erklärt durch die Annahme, daß die maximale Ionisation in der *D*-Schicht exponentiell erreicht wird und dann diesen Wert für eine Schicht von Zehnteln eines Kilometers beibehält, anstatt sofort wieder abzunehmen. Dies erklärt weiterhin die hohe totale Absorption in der *D*-Schicht.

Zum Schluß möchten wir Herrn Prof. P. Dutt, M. A. (Cantab) für sein eifriges Interesse und seine dauernde Hilfe während des Fortganges der vorliegenden Untersuchungen danken.

Literatur.

- 1) K. S. Mitra u. P. Syam, *Nature* **135**, 953, 1935. — 2) R. C. Colwell u. A. W. Friend, ebenda **137**, 782, 1936; *Phys. Rev.* **50**, 632, 1936; siehe auch R. A. Watson-Watt, L. H. Bainbridge, A. F. Wilkins u. E. G. Bowen, *Nature* **137**, 866, 1936; H. Rakshit u. J. N. Bhar, ebenda **138**, 283, 1936. — 3) E. V. Appleton u. J. A. Ratcliffe, *Proc. Roy. Soc. London (A)* **128**, 133, 1930. — 4) A. L. Green, Report of Radio Res. Board, Australia, No. 2, S. 37, 1932. — 5) G. Goubau, *Hochfr.-techn. u. Elekt.-ak.* **44**, 17, 1934. — 6) G. Breit u. M. A. Tuve, *Phys. Rev.* **28**, 554, 1926. — 7) S. S. Banerjee u. B. N. Singh, *Nature* **137**, 583, 1936. — 8) E. V. Appleton u. A. L. Green, *Proc. Roy. Soc. London (A)* **128**, 159, 1930. — 9) D. F. Martyn, ebenda **47**, 323, 1935. — 10) J. P. Schafer u. W. M. Goodall, *Proc. Inst. Rad. Eng.* **20**, 1142, 1932. — 11) E. C. Halliday, *Proc. Phys. Soc.* **48**, 421, 1936. — 12) P. Syam, *Ind. Journ. of Phys.* **10**, 13, 1936. — 13) D. F. Martyn u. O. O. Pulley, *Proc. Roy. Soc. London (A)* **154**, 455, 1936. — 14) E. Regener u. V. H. Regener, *Phys. ZS.* **35**, 788, 1934. Siehe auch F. W. P. Götz, A. R. Meetham u. G. M. B. Dobson, *Proc. Roy. Soc. London (A)* **145**, 416, 1934.

Benares (India), Physics Laboratory, College of Science, Benares Hindu University.

Versuch zu einer Theorie über die Entstehung der kosmischen Strahlung.

Von Hannes Alfvén in Upsala.

Mit 9 Abbildungen. (Eingegangen am 14. Dezember 1936.)

I. Einleitung. Grundstellungen der Theorie. II. Einige Gesetze über die Bewegung eines geladenen Teilchens im Magnetfeld von zwei Dipolen. III. Parallele Dipole. IV. Antiparallele Dipole. V. Diskussion. VI. Zusammenfassung.

I.

Die Untersuchungen über die kosmische Strahlung haben gezeigt, daß diese — wenigstens zum großen Teil — aus sehr energiereichen geladenen Teilchen besteht. Man hat Energien von 10^{10} e-Volt direkt gemessen, und das Studium der Hoffmannschen Stöße macht wahrscheinlich, daß diese durch Teilchen mit einer Energie von etwa 10^{11} e-Volt hervorgerufen sind.

Eine befriedigende Erklärung der Entstehung von Teilchen mit so ungeheuren Energien ist noch nicht gegeben. Es scheint unmöglich, daß Kernreaktionen so viel Energie liefern können. Denn die vollständige Vernichtung eines Protons oder Neutrons gibt nur 10^9 e-Volt. Für 10^{11} e-Volt muß also ein Kern von dem Atomgewicht 100 auf einmal vernichtet werden. Da aber ein solcher Kern schon bei verhältnismäßig kleinen Störungen in Protonen, Neutronen und α -Teilchen zerbricht, ist es sehr unwahrscheinlich, daß er als Ganzes vernichtet werden kann. — Man hat auch versucht, die Entstehung der kosmischen Strahlung in Verbindung mit den Novae oder Supernovae zu stellen, doch ohne einen Prozeß anzugeben, der die hohen Energien geben kann.

Ehe man die Entstehung der kosmischen Strahlung ganz neuen Prozessen irgendwo im Weltall zuschreibt, muß man aber untersuchen, ob sie doch nicht durch schon bekannte Naturgesetze zu erklären ist. In dieser Arbeit soll gezeigt werden, daß geladene Teilchen in der Nähe eines Doppelsterns nach den klassischen Gesetzen der Elektrodynamik sehr große Energien erhalten können. Unter der Voraussetzung, daß die Komponenten eines Doppelsterns magnetische Dipole sind (genau so wie die Erde und die Sonne), können sich geladene Teilchen synchron mit der Rotation des Doppelsterns bewegen. Ein elektrisches Feld, das der Rotation folgt, kann dann eine lange Zeit die geladenen Teilchen beschleunigen, so daß wir ein kosmisches Analogon zu dem Zyklotron haben.

Da die Bewegung eines geladenen Teilchens in dem inhomogenen Magnetfeld der beiden Dipole des Doppelsterns sehr kompliziert ist (vgl. die Arbeiten von Störmer), wollen wir uns hier auf einen Spezialfall beschränken. Wir nehmen also an, daß ein Doppelstern von einem Magnetfeld umgeben ist, das von zwei Dipolen herrührt, die der Rotationsachse des Doppelsterns parallel sind. Die Komponente II des Doppelsterns umkreise mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_0 und in der konstanten Entfernung R_0 die Komponente I. Ein geladenes Teilchen befinde sich in der Äquatorialebene und habe eine Geschwindigkeit, die in dieser Ebene liegt.

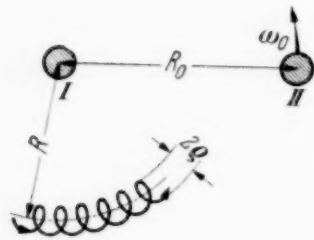


Fig. 1. Trochoidebewegung eines geladenen Teilchens um einen Dipol I.

Der Krümmungsradius der Bahn im Magnetfeld sei sehr klein gegen die Abstände der Dipole.

Wenn das Magnetfeld von II vernachlässigt wird, so beschreibt das Teilchen im Magnetfeld von I eine Trochoide, d. h. es bewegt sich in einem kleinen Kreis (Radius = ϱ), der in einem großen Kreis (Radius = R) um den Dipol I mit der Winkelgeschwindigkeit ω präzessiert¹⁾. Wenn ϱ/R klein ist, so wird ω

klein, auch wenn die Geschwindigkeit des Teilchens angenähert gleich der Lichtgeschwindigkeit ist. Es kann also $\omega = \omega_0$ sein, d. h. die Präzessionsgeschwindigkeit des Teilchens kann gleich der Umlaufgeschwindigkeit der Komponente II sein.

Wir führen nun das Magnetfeld von II als eine Störung ein. Nun ist ein mit der Geschwindigkeit $R_0 \omega_0$ sich bewegendes Magnetfeld H_2 mit einem ruhenden Magnetfeld H_1 und einem elektrischen Feld $F_2 = \frac{R_0 \omega_0}{c} H_2$ äquivalent (c = Lichtgeschwindigkeit; $R_0 \omega_0 \ll c$). Wenn $\omega = \omega_0$ ist, so bewegt sich also das Teilchen mit derselben Winkelgeschwindigkeit wie ein rotierendes elektrisches Feld, und kann also bei geeigneter Phase seine Energie vergrößern, genau so wie in einem Zyklotron.

Die Bewegung eines geladenen Teilchens in einem inhomogenen Magnetfeld und einem elektrischen Feld. Die Bewegung des Teilchens muß nun näher untersucht werden. Wir nehmen stets an, daß das Teilchen (mit der Ladung $+e$ oder $-e$) sich senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien bewegt. Die magnetische Feldstärke sein eine Funktion von y (Fig. 2). Ist $dH/dy = 0$, so bewegt sich das Teilchen in einem Kreis mit dem

¹⁾ Vgl. z. B. J. Thibaud, Phys. Rev. **45**, 781, 1934.

Radius ϱ . Die Energie eV des Teilchens sei so groß, daß die Ruhemasse vernachlässigt werden kann. Wir haben dann

$$\varrho = \frac{V}{H}. \quad (1)$$

Wenn $dH/dy \neq 0$ aber stets gegen H/ϱ klein ist, so bewegt sich der Kreis senkrecht zu y , so daß er sich stets in einem Magnetfeld von der anfänglichen Stärke H befindet. Bei jedem Umlauf ist die Verschiebung des Kreises

$$x = \pi \frac{\varrho^2}{H} \frac{dH}{dy}, \quad (2)$$

was man durch eine elementare Rechnung leicht zeigt.

Wenn $dH/dy = 0$ ist und man eine kleine elektrische Feldstärke F hat, die das Teilchen in Richtung der x -Achse zu bewegen sucht, so bewegt sich der Kreis in Richtung der y -Achse. Bei jedem Umlauf ist die Verschiebung

$$y = 2\pi \frac{\varrho F}{H}. \quad (3)$$

Ist nun $dH/dy \neq 0$, so hat man gleichzeitig die Verschiebungen (2) nach der x -Achse und (3) nach der y -Achse. Wenn dann das elektrische

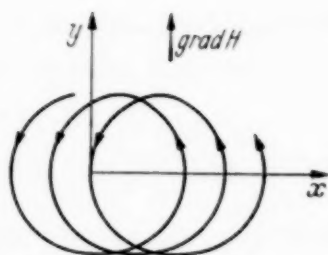


Fig. 2. Bewegung eines geladenen Teilchens senkrecht zu den Kraftlinien eines inhomogenen Magnetfeldes.

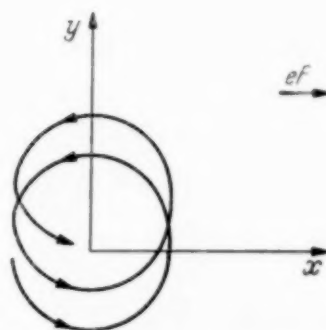


Fig. 3. Bewegung eines geladenen Teilchens senkrecht zu den Kraftlinien eines homogenen Magnetfeldes unter Beeinflussung einer elektrischen Feldstärke F .

Feld das Teilchen in ein stärkeres Magnetfeld bringt, so führt gleichzeitig der magnetische Gradient das Teilchen in die Richtung der elektrischen Kraft, so daß seine Energie sich vergrößert. Nach n Umläufen des Teilchens sei seine Energie von V bis V' vergrößert und gleichzeitig habe sich das Teilchen von der Feldstärke H zu der Feldstärke H' bewegt. Dann ist

$$\Delta V = V' - V = n x F,$$

$$\Delta H = H' - H = n y \frac{dH}{dy},$$

oder nach (2), (3) und (1)

$$\frac{\Delta H}{\Delta V} = \frac{2}{\varrho} = \frac{2H}{V}.$$

Da ΔH und ΔV sehr klein sind, können wir die Gleichung integrieren und bekommen

$$V = \lambda \sqrt{H}, \quad (4)$$

wo λ eine Konstante ist.

Wenn sich ein geladenes Teilchen senkrecht zu den Kraftlinien in einem inhomogenen Magnetfeld bewegt, so ist seine Energie stets der Quadratwurzel aus dem Magnetfeld proportional, unter der Voraussetzung, daß die relative Inhomogenität des Magnetfeldes über den Krümmungsradius klein ist.

Wenn sich das Teilchen in einem homogenen Magnetfeld befindet, so ist die Umlaufzeit in der Kreisbahn

$$\tau = \frac{2\pi\varrho}{c}, \quad (5)$$

da sich ja das Teilchen angenähert mit Lichtgeschwindigkeit bewegt. Wir verändern nun die Feldstärke so langsam, daß $dH/dt \ll H/\tau$ ist. Da die Kreisbahn die Fläche $S = \pi\varrho^2$ einschließt, so verändert sich die Energie des Teilchens bei jedem Umlauf um

$$\Delta V = \frac{1}{c} S \frac{dH}{dt}.$$

Wir haben dann

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta V}{\tau} = \frac{\pi\varrho^2}{\tau c} \frac{dH}{dt} = \frac{\varrho}{2} \frac{dH}{dt}, \quad (6)$$

oder nach (1)

$$\frac{dV}{V} = \frac{dH}{2H},$$

was uns wieder (4) gibt. Die Gleichung (4) ist also auch dann gültig, wenn sich das Magnetfeld zeitlich verändert¹⁾.

Die Trochoidbewegung des Teilchens um einen magnetischen Dipol. Das Feld des Dipols in der Äquatorialebene sei

$$H_1 = \frac{a_1}{R_1^3}, \quad (7)$$

¹⁾ Dies ist mit einer von Swann (Phys. Rev. **43**, 217, 1933) gegebenen Gleichung in Widerspruch. Für die aus den Magnetfeldern in der Sonne hinausgeschleuderten Teilchen findet er, daß V , proportional H ist. Er hat aber implizite vorausgesetzt, daß ϱ konstant ist was nicht zutrifft.

wo a_1 eine Konstante und R_1 die Entfernung von dem Dipol ist. Die Winkel-
frequenz der Präzessionsbewegung der kleinen Kreisbahn ist

$$\omega = \frac{x}{\tau \cdot R_1} = - \frac{c \varrho}{2 H_1 R_1} \frac{d H_1}{d R_1} \quad (8)$$

nach (2) und (5). Da

$$\frac{d H_1}{d R_1} = - \frac{3 H_1}{R_1}$$

ist, können wir schreiben

$$\omega = \frac{3}{2} \frac{c \varrho}{R_1^2} = \frac{3}{2} \frac{c}{R_1^2} \frac{V}{H_1}. \quad (8a)$$

Mit Hilfe dieser Gleichung können wir nun die größtmögliche Energie des Teilchens berechnen, bei der es noch synchron mit der Rotation des Doppelsterns laufen kann. Wir setzen dann z. B. $\omega = \omega_0 = 10^{-4}$ (was einer Umlaufzeit von ungefähr einem Tage entspricht), $H = 25$ Gauß (etwa zweimal so groß wie die Feldstärke an dem Sonnenäquator) und $R = 7 \cdot 10^{10}$ cm (gleich dem Sonnenradius). Obwohl die magnetische Feldstärke an den Doppelsternen wahrscheinlich viel größer sein kann, bekommen wir doch einen so großen Wert der Energie V wie

$$V \sim 10^{11} \text{ Volt.}$$

Der Krümmungsradius ϱ wird dann $\varrho = \frac{V}{H} = \frac{10^{11}}{300 \cdot 25} \sim 10^7$ cm, also sehr klein gegen R . Die Voraussetzung für die Rechnung ist also gültig.

Da ein synchron mit der Rotation des Doppelsterns laufendes Teilchen seine Energie vergrößern kann, zeigt also diese Rechnung qualitativ, daß *ein rotierender Doppelstern noch ein Teilchen mit der Energie 10^{11} e-Volt beschleunigen kann.*

Mit Hilfe von (7) und (4) ergibt sich aus (8a)

$$\omega = \frac{3c}{2} \left(\frac{\lambda}{a} \right)^{2/3} \cdot V^{1/3}. \quad (9)$$

Wenn die Energie des Teilchens (z. B. durch die von der elektrischen Feldstärke F geleistete Arbeit) wächst, so nähert sich das Teilchen nach (4) dem Dipol. Gleichzeitig wächst aber nach (9) die Winkelfrequenz, doch nur wie $V^{1/3}$. Man kann leicht zeigen, daß, wenn die Feldstärke $H = \text{const}$ R^{-4} ist, so ist ω von V unabhängig, so daß das Teilchen dauernd seine Energie vergrößern kann. Wenn in einem solchen „idealen Trochoidzyklotron“ ein Teilchen sehr weit vom Dipol mit einem geeigneten Wert von λ und in geeigneter Phase seine Bewegung beginnt, so nähert es sich

dem Dipol auf einer spiralförmigen Bahn und vergrößert stets seine Energie, bis es die Oberfläche des Sterns erreicht hat.

Da aber nun im Dipolfeld ω von der Energie V abhängt, so kann diese nicht unbegrenzt wachsen. Wenn die Energie des Teilchens anfänglich so groß ist, daß ω [nach (9)] ein wenig kleiner als ω_0 ist, so kann das Teilchen nur so lange in der richtigen Phase bleiben, bis die Energie sich so viel vergrößert hat, daß ω ein wenig größer als ω_0 wird. Wir müssen deshalb das Problem eingehender studieren.

II.

Da die Energieänderung eines geladenen Teilchens dann am größten wird, wenn die Dipolmomente der beiden Sterne von derselben Größenordnung sind, so können wir nicht mehr die zweite Komponente als eine

Störung betrachten. Die einzigen Approximationen bei der folgenden Rechnung sind also diejenigen, die den Gleichungen (1), (2) und (3) zugrunde liegen (die Ruhemasse des Teilchens klein gegen die Masse der kinetischen Energie, das magnetische und elektrische Feld verändert sich räumlich und zeitlich sehr wenig bei einem Umlauf des Teilchens). — Wir berechnen die Bewegung und Energieänderung des Teilchens unter der Voraussetzung, daß sein Geschwindigkeitsvektor in der Äquatorialebene der beiden Sterne liegt.

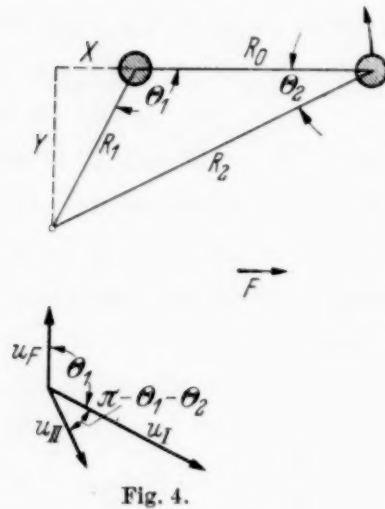


Fig. 4.

Die Präzessionsgeschwindigkeit des Teilchens. Das Teilchen befinde sich in dem Abstand R_1 bzw. R_2 von den beiden Dipolen I und II. Das Magnetfeld sei

$$H = H_1 + H_2 = \frac{a_1}{R_1^3} + \frac{a_2}{R_2^3}. \quad (10)$$

Die kleine Kreisbahn des Teilchens führt nun eine Präzessionsbewegung aus, die sich aus drei additiven Komponenten zusammensetzt:

1. Der Gradient dH_1/dR_1 des Dipols I gibt eine Geschwindigkeit \vec{u}_I .
2. Der Gradient dH_2/dR_2 des Dipols II gibt eine Geschwindigkeit \vec{u}_{II} .
3. Das elektrische Feld $F = \frac{R_0 \omega_0}{c} H_2$ (zufolge der Rotation vom Dipol II um Dipol I) ergibt die Geschwindigkeit u_F .

Nach (2) und (3) haben wir

$$u_I = \frac{x}{\tau} = - \frac{\pi}{\tau} \frac{\varrho^2}{H} \frac{dH_1}{dR_1}, \quad (11)$$

$$u_{II} = - \frac{\pi}{\tau} \frac{\varrho_2}{H} \frac{dH_2}{dR_2}, \quad (12)$$

$$u_F = \frac{2\pi}{\tau} \frac{\varrho}{H} \frac{R_0 \omega_0}{c} H_2. \quad (13)$$

Wenn wir diese Geschwindigkeiten auf die Richtung senkrecht zu R_1 projizieren, so können wir die Präzessionsgeschwindigkeit um I berechnen. Wir bezeichnen mit Θ_1 und Θ_2 die Winkel zwischen R_1 bzw. R_2 und R_0 (vgl. Fig. 4) und erhalten

$$R_1 \omega = u_I + u_{II} \cos(\pi - \Theta_1 - \Theta_2) + u_F \cos \Theta_1. \quad (14)$$

In diese Gleichung führen wir (11), (12), (13), (10) und (4) ein, und setzen $R_1 \cos \Theta_1 = -X$. Dabei wird

$$\cos(\pi - \Theta_1 - \Theta_2) = \frac{X R_0 + R_1^2}{R_1 R_2}$$

und wir bekommen

$$\omega = \frac{3c\lambda}{2\sqrt{a_1}} \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2}} \frac{R_2^5 + \alpha(R_1^5 + X R_0 R_1^3)}{(R_2^3 + \alpha R_1^3)^{3/2}} - \frac{\alpha \omega_0 R_0 R_1 X}{R_2^3 + \alpha R_1^3}, \quad (15)$$

wo $\alpha = a_2/a_1$ ist.

Die Energieänderung des Teilchens. Die Energie des Teilchens ändert sich aus zwei Gründen:

1. Die elektrische Feldstärke $F = \frac{R_0 \omega_0}{c} H_2$ leistet eine Arbeit $\vec{F} \cdot \vec{u}$, wo \vec{u} die gesamte Präzessionsgeschwindigkeit der Kreisbahn ist.

2. Infolge der Bewegung des Dipols II wird das Magnetfeld zeitlich veränderlich, was nach (6) eine Veränderung der Energie mit sich bringt.

Um 1. zu berechnen, müssen wir u_I , u_{II} und u_F auf die Richtung von \vec{F} projizieren. Nach Fig. 4 erhalten wir

$$\frac{dV'}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{u} = \frac{R_0 \omega_0}{c} H_2 (u_I \sin \Theta_1 + u_{II} \sin \Theta_2). \quad (16)$$

Die Energieänderung 2. ist nach (6)

$$\frac{dV''}{dt} = \frac{\varrho}{2} \frac{dH}{dt}.$$

Da aber

$$\frac{dH}{dt} = \frac{dH_2}{dR_2} R_0 \omega_0 \sin \Theta_2$$

ist, so wird

$$\frac{dV''}{dt} = -\frac{3\rho}{2} \frac{R_0 \omega_0}{R_2} H_2. \quad (17)$$

Die Gesamtveränderung der Energie beträgt also

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV'}{dt} + \frac{dV''}{dt} = R_0 \omega_0 H_2 \left[\frac{u_I \sin \Theta_1 + u_{II} \sin \Theta_2}{c} - \frac{3\rho \sin \Theta_2}{2 R_2} \right].$$

Wir führen (11) und (12) ein und setzen $R_1 \sin \Theta_1 = R_2 \sin \Theta_2 = Y$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{3}{2} R_0 \omega_0 \rho Y \frac{H_1 H_2}{H} \left[\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right], \quad (18)$$

oder

$$\frac{dV}{dt} = \frac{3}{2} R_0 \omega_0 a_1 a_2 \lambda \frac{R_2^2 - R_1^2}{\sqrt{R_1 R_2}} \frac{Y}{(a_1 R_2^3 + a_2 R_1^3)^{3/2}}. \quad (18a)$$

Trotzdem wir angenommen haben, daß der Stern II den Stern I umkreist, so wird diese Gleichung in bezug auf I und II ganz symmetrisch, was ja auch von einem Energieausdruck zu erwarten ist. — Wenn das Teilchen in dem Punkt $R_1 = R_{1b}$; $R_2 = R_{2b}$ die Energie V_b hat, so können wir $\lambda = V/\sqrt{H}$ berechnen. Da ferner $\alpha = a_2/a_1$ ist, so erhalten wir

$$\frac{dV}{dt} = \frac{3}{2} R_0 \omega_0 \alpha V_b g(b) f(R), \quad (19)$$

wo

$$g(b) = \left[\frac{R_{1b}^3 R_{2b}^3}{R_{2b}^3 + \alpha R_{1b}^3} \right]^{1/2}; \quad f(R) = \frac{(R_2^2 - R_1^2) Y}{(R_2^3 + \alpha R_1^3)^{3/2} \sqrt{R_1 R_2}}$$

ist.

Der Abstand R_1 vom Dipol I läßt sich aus (4) berechnen:

$$\lambda = \frac{V}{\sqrt{H}} = V \left[\frac{R_1^3 R_2^3}{a_1 R_2^3 + a_2 R_1^3} \right]^{1/2} = V_b \left[\frac{R_{1b}^3 R_{2b}^3}{a_1 R_{2b}^3 + a_2 R_{1b}^3} \right]^{1/2}.$$

Wir erhalten

$$V = V_b \sqrt{\frac{R_{1b}^3}{1 + \alpha \left(\frac{R_{1b}}{R_{2b}} \right)^3}} - \sqrt{\frac{1 + \alpha \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^3}{R_1^3}} \quad (20)$$

oder

$$R_1 \left[\frac{1}{1 + \alpha \frac{R_1^3}{R_2^3}} \right]^{1/3} = \left[\frac{V_b}{V} \right]^{2/3} R_{1b} \left[\frac{1}{1 + \alpha \frac{R_{1b}^3}{R_{2b}^3}} \right]^{1/3}. \quad (20a)$$

Aus den Gleichungen (15), (19) und (20a) können wir die Bahnkurve und die Energieänderung des Teilchens berechnen.

III. Parallele Dipole.

Wir haben bis jetzt nicht angegeben, ob die Dipole parallel oder antiparallel sind, d. h. ob $\alpha = a_2/a_1$ positiv oder negativ ist. Von den Magnetfeldern an den Doppelsternen wissen wir eigentlich gar nichts. Wir kennen nur die Magnetfelder der Erde und gewissermaßen auch das der Sonne. Da diese beiden einander parallel sind, liegt es nahe, anzunehmen, daß die beiden Komponenten eines Doppelsterns parallele Dipole sind. Wir können aber den antiparallelen Fall nicht ausschließen, und wollen deshalb beide behandeln. Beginnen wir also mit dem parallelen Fall!

Da $\alpha > 0$ ist, so zeigt (18a), daß $dV'/dt > 0$ wird, wenn $Y(R_2^2 - R_1^2) > 0$ ist. Dies bedeutet, daß das Teilchen in den beiden gestrichelten Quadranten (1 und 3) in Fig. 5 seine Energie vergrößert, aber in den beiden anderen Quadranten (2 und 4) Energie verliert. Dies gilt für alle positiven Werte von α (= Verhältnis zwischen den Dipolmomenten).

Wir wollen die Bahnkurve in einem Koordinatensystem berechnen, das der Rotation des Doppelsterns folgt. Als Koordinaten wählen wir R_1 und Θ_1 . Wir haben dann

$$\frac{d\Theta_1}{dt} = \omega_0 - \omega, \quad (21)$$

wo ω sich aus (15) ergibt. Wir können nun die Bahnkurve aus (15), (21) und (20) durch approximative Integrationsmethoden bestimmen..

Qualitative Überlegungen zeigen leicht, daß es Bahnkurven von vielen verschiedenen Arten gibt. In Fig. 6 sind sieben der wichtigsten Kurventypen für $\alpha = 1$ (die Dipolmomente sind einander gleich) qualitativ wieder-

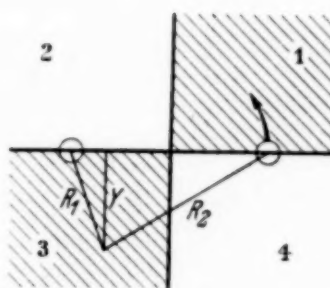


Fig. 5. Bei parallelen Dipolen vergrößert das Teilchen seine Energie in den gestrichelten Quadranten.

gegeben. Ist $\alpha \neq 1$, so haben wir außerdem Kombinationen zwischen diesen Arten (vgl. Fig. 9).

Da alle Kurven geschlossen sind (was sich ja unmittelbar aus der symmetrischen Form der Gleichungen ergibt), so verändert sich die Energie der Teilchen periodisch. In Fig. 6 bezeichnen A und B die

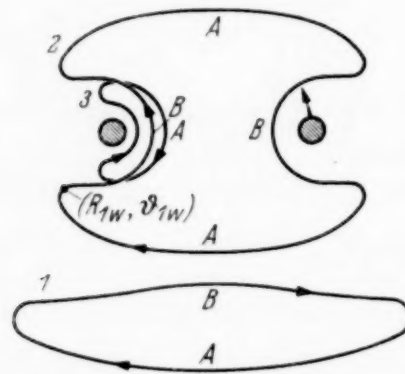


Fig. 6 a.

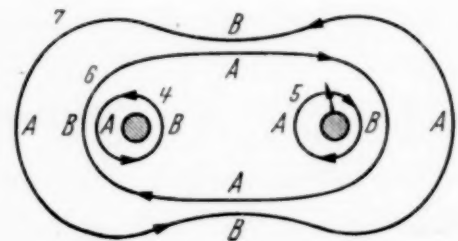
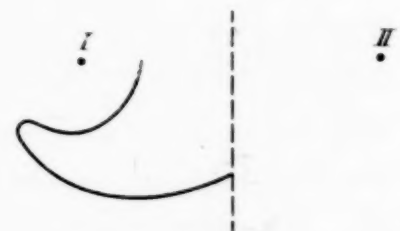


Fig. 6 b.

Fig. 6. Die möglichen Bahnkurven bei $\alpha = 1$.

Punkte, wo die Energie ein Minimum bzw. ein Maximum ist. Das Verhältnis zwischen den maximalen und minimalen Energien können wir den *Verstärkungsfaktor* nennen und mit μ bezeichnen. Die Kurvenformen 1, 2 und 3 haben im allgemeinen die größten Verstärkungsfaktoren und interessieren uns deshalb am meisten. Bei einem gegebenen Wert von α können wir diese Kurven durch die Koordinaten $(R_{1w}; \Theta_{1w})$

des Wendepunktes ($d\Theta_1/dt = 0$) kennzeichnen. Fig. 7 zeigt einige Kurven mit $\alpha = 2$ oder 0,5 und $\Theta_{1w} = 3\pi/4$.

Fig. 7 a. Einige Kurven bei $\alpha = 2$.Fig. 7 b. Eine Kurve bei $\alpha = 0,5$.

Der Verstärkungsfaktor μ wird zweckmäßig $\mu = \mu_1 \cdot \mu_2$ geschrieben, wo μ_1 die Verstärkung vom Punkte A bis zum Wendepunkt und μ_2 die Verstärkung vom Wendepunkt bis zu B ist.

Um μ_1 und μ_2 approximativ zu bestimmen, berechnen wir

$$\frac{d\Theta}{dV} = \frac{d\Theta}{dt} \frac{dt}{dV}$$

nach (18a), (21) und (15). Wir erhalten

$$\frac{d\Theta}{dV} = \frac{2}{3\alpha} \frac{\left[1 + \eta^3 \alpha \left(\eta^2 + \frac{x}{s^2}\right)\right] \frac{K}{\omega_0} - \sqrt{r} \sqrt{1 + \alpha \eta^3} \left[1 + \eta \alpha \left(\eta^2 + \frac{x}{s^2}\right)\right]}{V_w \sqrt{\frac{r_w^3}{1 + \alpha \eta \omega^3}} (1 - \eta^2) \frac{y}{s^3}}, \quad (22)$$

wo

$$r = \frac{R_1}{R_0}; \quad r_w = \frac{R_{1w}}{R_0}; \quad s = \frac{R_2}{R_0}; \quad \eta = \frac{r}{s}; \quad y = \frac{Y}{R_0}; \quad x = \frac{X}{R_0}$$

und

$$K = \frac{3}{2} \frac{c \lambda}{\sqrt{a_1 R_0}}$$

ist. V_w bezeichnet die Energie im Wendepunkt. Ist der Wendepunkt gegeben, so ist dadurch K (und also λ) bestimmt, da ja $\frac{d\Theta}{dV} = 0$ im Wendepunkt wird.

Die Verstärkungsfaktoren μ_1 und μ_2 werden nun in der folgenden Weise berechnet. Wir gehen von dem gegebenen Wendepunkt des Teilchens aus und wählen in der Nähe von diesem einen neuen Punkt R'_1 , Θ'_1 , der nach der allgemeinen Gestalt der Kurven wahrscheinlich in der Nähe der Kurven liegt. Wir finden dann R'_2 , X' und Y' nach einfachen geometrischen Formeln und können die Energie V' in dem neuen Punkt nach (20) berechnen. Ferner gibt (22) den Wert von $\frac{d\Theta}{dV}$. Wenn wir nun die Energiedifferenz ΔV (in diesem Fall $= V_w - V'$) zwischen den beiden Punkten mit dem Mittelwert von $\frac{d\Theta}{dV}$ in den beiden Punkten multiplizieren, so bekommen wir die Veränderung $\Delta\Theta_1$ des Koordinatenwinkels. Wenn diese tatsächlich dem Winkelunterschied der Punkte gleich ist, können wir weiter gehen, sonst müssen wir es mit einem anderen Punkt versuchen.

Einige in dieser approximativen Weise berechnete Werte von μ_1 und μ_2 sind in Fig. 8 als Funktion von $r_w = R_{1w}/R_0$ gegeben. Θ_{1w} ist $= 3\pi/4$. Der Verstärkungsfaktor wird dann am größten, wenn der entsprechende Zweig in die Nähe des Mittelpunktes zwischen die beiden Dipole kommt. — Eine Vergrößerung von Θ_{1w} bis zu π verändert die Verstärkung ziemlich wenig. Auch ist sie nicht sehr von α abhängig. Die maximale Verstärkung beträgt etwa das Achtfache (bei anderen Werten von Θ_{1w} vielleicht etwas mehr). Eine genaue Berechnung der Verstärkungsfaktoren der verschiedenen Bahnkurven ist natürlich sehr wünschenswert, aber auch sehr mühsam.

Wenn α nicht in der Nähe von 1 liegt, so ist der Verstärkungsfaktor der Kurvenzweige in der Nähe von I ganz verschieden von demjenigen der Zweige in der Nähe von II. Als Beispiel nehmen wir die in Fig. 9 dargestellte Kurve. Dort ist $\alpha = 2$ und $R_{1w} = R_0$, $\Theta_{1w} = 3\pi/2$. Dabei ist der Ver-

stärkungsfaktor μ von A bis B gleich 7, aber der Verstärkungsfaktor μ' von A' bis B' ist nur 1,3. Wenn also ein Teilchen in A mit der Energie V_A beginnt, so vergrößert sich seine Energie, bis sie in B zu $V_B = \mu V_A = 7 V_A$

ansteigt. Dann sinkt sie wieder zu $V'_A = V_A$, wächst dann aber bei der Bewegung von A' bis B' so, daß sie in B' gleich $V'_B = \mu' V_A = 1,3 V_A$ ist. Wenn endlich das Teilchen wieder nach A gekommen ist, so beträgt die Energie natürlich wieder V_A .

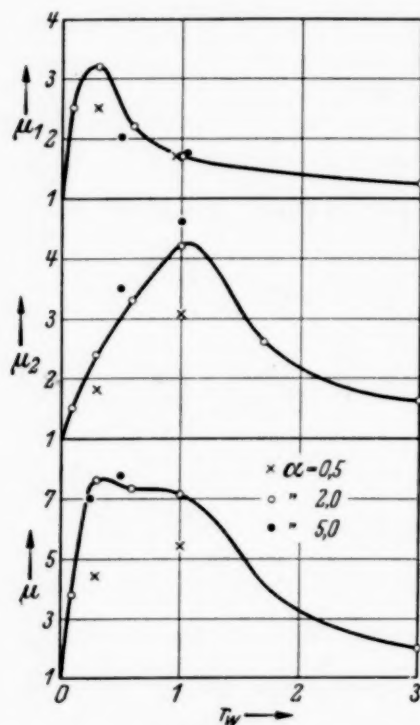


Fig. 8. Der Verstärkungsfaktor $\mu = \mu_1 \cdot \mu_2$ als Funktion von der Lage des Wendepunktes.

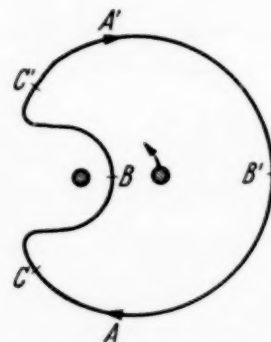


Fig. 9. Eine Bahnkurve bei $\alpha = 2$.

Da μ' klein ist, so ist das Verhältnis zwischen der Maximalenergie und der Energie, womit das Teilchen seine Bewegung beginnt, nicht sehr verschieden von der maximalen Verstärkung, selbst wenn das Teilchen in B' beginnt. Das Teilchen kann also irgendwo auf dem Bogen $C' A' B' A C$ beginnen und doch ist seine Energie in B mindestens fünfmal größer als seine Anfangsenergie. Wir können also sagen, daß eine fünf- bis siebenfache Energievergrößerung ziemlich normal ist. Dies gilt für alle Kurven, deren Wendepunkte in einem ziemlich großen Gebiet liegen und es gilt auch für größere Werte von α .

Nun gibt es in der Umgebung von unserer Sonne sehr viele geladene Teilchen mit großer Energie, was ja aus der Nordlichterscheinung ersichtlich ist. Da die Komponenten eines Doppelsterns mit kleiner Umlaufzeit (und nur diese sind in unserem Falle von Interesse) gewöhnlich viel heißer als unsere Sonne sind, so können wir erwarten, daß geladene Teilchen mit sehr großen Energien aus diesen Sternen herausgeschleudert werden. Diese geladenen Teilchen erhöhen nun bei der Rotation des Doppelsterns ihre Energie um beinahe eine Zehnerpotenz.

Wir müssen nun untersuchen, welche Werte von dem Dipolmoment a , Umlaufzeit T und Abstand R_0 zwischen den Komponenten nötig sind, um so große Energien zu ermöglichen. Wir beziehen die Rechnungen z. B. auf die Kurve $\alpha = 2$, $r_w = 0,3$, $\Theta_w = 3\pi/2$ in Fig. 7a und nehmen an, daß die Teilchen maximal die Energie V_{\max} haben. Dann ist die Energie im Wendepunkt $V_w = \frac{V_{\max}}{\mu_2} = \frac{V_{\max}}{2,4}$. Nun ist die Gleichung (22) $\frac{d\Theta}{dV} = 0$ im Wendepunkt, so daß wir angenähert $K = \omega_0 \sqrt{r_w}$ haben, da η klein ist. Da ferner

$$K = \frac{3}{2} \frac{c \lambda}{\sqrt{a_1 R_0}} \approx \frac{3}{2} \frac{c}{\sqrt{a_1 R_0}} \frac{V_w}{\sqrt{\frac{a_1}{R_w^3}}}$$

ist, so bekommen wir

$$\frac{\omega_0 a_1}{R_0} \approx 10^{10} V_{\max},$$

wo für $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec eingesetzt ist. Drücken wir die Energie in Elektronenvolt V_{volt} aus, so ist $V_{\max} = V_{\text{volt}}/300$. — Ferner schreiben wir

$$a_1 = m a_{\odot},$$

$$R_0 = D \cdot R_{\odot},$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \frac{1}{0,864 \cdot 10^5},$$

wo a_{\odot} das Dipolmoment und $R_{\odot} (= 7 \cdot 10^{10})$ cm der Radius der Sonne ist. T bedeutet die Rotationszeit des Doppelsterns in Tagen. Das Dipolmoment der Sonne beträgt $4 \cdot 10^{33}$ Gauß cm³, wenn wir die magnetische Feldstärke am Pol gleich 25 Gauß setzen. Wir bekommen dann

$$\frac{m}{D T} = 0,8 \cdot 10^{-11} V_{\text{volt}}. \quad (23)$$

Wenn in unserem Beispiel die ausgesandten Teilchen eine Energie von 10^{11} e-Volt haben, so muß $m = 0,8 D T$ sein. Ist nun z. B. $T = 2$ Tage und $D = 10$ Sonnenradien, so wird $m = 16$. Um eine Energie von 10^{11} e-Volt zu ermöglichen, muß also in diesem Falle der eine Stern ein Dipolmoment haben, das wenigstens sechzehnmal so groß ist wie dasjenige der Sonne. Dies dürfte ohne Zweifel möglich sein.

Es bleibt noch übrig zu erklären, wie die Teilchen aus dem Magnetfeld des Doppelsterns entweichen können. Wir müssen dann nicht nur die Bewegungen in der Äquatorialebene, sondern auch die Schwingungen, die die Teilchen um diese Ebene ausführen können, betrachten. Da die Über-

legungen ziemlich langwierig sind, müssen wir uns hier beschränken, auf die Tatsache hinzuweisen, daß trotz des Magnetfeldes der Sonne geladene Teilchen (Nordlichtteilchen) die Erde von der Sonne ausgehend erreichen können.

IV. Antiparallele Dipole.

Wenn die Dipole antiparallel sind, ist $\alpha < 0$. Nach (18) und (19) vergrößert dann das Teilchen seine Energie in den Quadranten 2 und 4 (vgl. Fig. 5) und verliert Energie in 1 und 3. Da die magnetische Feldstärke schneller als R^{-3} , und unter gewissen Bedingungen wie R^{-4} abnimmt, so nähert sich der antiparallele Fall dem „idealen Trochoidzyklon“, den wir am Anfang dieser Arbeit diskutiert haben. Ferner kann die magnetische Feldstärke in der Äquatorialebene Null sein, was für die Bewegung von entscheidender Bedeutung ist.

Am einfachsten ist der Fall, wo $\alpha = -1$ ist (die beiden Dipolmomente einander gleich). Ein Teilchen befinde sich in einem Punkt im Quadrant 2 (vgl. Fig. 5). Nach (15) können wir dann die Winkelgeschwindigkeit ω der Präzession berechnen. Ist nun $\omega < \omega_0$, so bewegt sich das Teilchen in Richtung nach dem Quadranten 1. Die magnetische Feldstärke an der Grenze zwischen 1 und 2 ist aber Null. Da nach (4) V/\sqrt{H} immer konstant ist, und da ja im zweiten Quadranten V sich nur vergrößern kann, so kann das Teilchen nie vom Quadranten 2 zu 1 übergehen. *Die Teilchen im Quadranten 2 (und natürlich auch in 4) befinden sich also in einer stabilen Lage im Verhältnis zum rotierenden System und können ihre Energie sehr erhöhen.* Man kann zeigen, daß Teilchen, die primär nur 10^4 bis 10^5 e-Volt haben, durch einen einzigen Prozeß ihre Energie bis zu der durch (23) gegebenen Grenze erhöhen können. Der mir zur Verfügung stehende Raum erlaubt eine eingehende Behandlung nicht.

V. Diskussion.

Die Intensität der kosmischen Strahlung. Nach der hier dargelegten Theorie muß also wenigstens ein Teil der kosmischen Strahlung aus den Doppelsternen stammen. Es bleibt natürlich doch die Frage offen, ob es noch andere und vielleicht stärkere Quellen der Strahlung gibt, oder ob die ganze Intensität durch die Rotation der Doppelsterne erzeugt ist.

Nun ist nach Regener¹⁾ die Gesamtenergie, die die Erde als kosmische Strahlung empfängt, ungefähr so groß wie die Energie des Sternlichtes. Wenn nun etwa jeder vierte Stern ein Doppelstern der hier betrachteten

¹⁾ ZS. f. Phys. 80, 666, 1933.

Art ist, so muß also jeder Doppelstern eine kosmische Strahlung erzeugen, deren Energie etwa viermal so groß ist wie die des ausgesandten Lichtes. Nun emittiert die Sonne $3,8 \cdot 10^{32}$ erg/sec. Wenn zwei Sterne wie die Sonne einen Doppelstern bilden, so muß also eine kosmische Strahlung von der Energie $4 \cdot 2 \cdot 3,8 \cdot 10^{33}$ erg/sec emittiert werden. Ist die mittlere Teilchenenergie 10^{10} e-Volt $= 1,6 \cdot 10^{-2}$ erg, so bedeutet dies $2 \cdot 10^{36}$ Teilchen/sec. Wenn der Energievermehrungsprozeß etwa 10^5 sec in Anspruch nimmt, so müssen sich $2 \cdot 10^{41}$ zukünftige kosmische Teilchen in der Umgebung des Doppelsterns bewegen. Auch wenn ihre Raumladung natürlich durch Teilchen entgegengesetzter Ladung neutralisiert ist, so ist dies doch sehr viel!

Schließlich sei darauf aufmerksam gemacht, daß die Bewegungen geladener Teilchen in zwei sich relativ zueinander bewegenden Magnetfeldern auch von anderen Gesichtspunkten aus von Interesse sind. So scheint es möglich, die Emission von energiereichen Teilchen („Nordlichtteilchen“) aus der Sonne durch das Zusammenwirken zweier Magnetfelder, des allgemeinen magnetischen Feldes und des Feldes eines Sonnenfleckes, zu erklären.

VI. Zusammenfassung.

Die in der kosmischen Strahlung gefundenen Energien von 10^{10} bis 10^{11} e-Volt, die ja zu groß sind, um durch Kernreaktionen erzeugt worden zu sein, können nach klassischen Gesetzen erklärt werden. Die einzige nötige Annahme ist, daß die beiden Komponenten eines Doppelsterns magnetische Dipole sind (genau so wie die Erde und die Sonne), und daß die Achsen der Dipole der Rotationsachse des Doppelsterns angenähert parallel (oder antiparallel) sind.

Wenn ein geladenes Teilchen sich in der Äquatorialebene eines Doppelsterns bewegt, so verändern die rotierenden Magnetfelder seine Energie. Wenn die Dipole parallel sind, kann die Energie des Teilchens um beinahe eine Zehnerpotenz wachsen; bei antiparallelen Dipolen ist der Energiezuwachs sehr viel größer. Da der Prozeß noch in einem Energiegebiet von 10^{10} bis 10^{11} e-Volt wirksam ist, können von den Sternen emittierte schon anfangs schnelle Teilchen („Nordlichtteilchen“) bis zu den Energien der kosmischen Strahlung beschleunigt werden.

Upsala, Physikal. Institut d. Univ., 9. Dez. 1936.

Zum Breiteneffekt der Ultrastrahlung.

Von **B. Gross** in Rio de Janeiro.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 25. Januar 1937.)

Es wird die Annahme diskutiert, daß der Breiteneffekt in Meereshöhe durch eine fast homogene Strahlungskomponente verursacht wird.

Einleitung. Der in Meereshöhe beobachtete Breiteneffekt wird im allgemeinen im Anschluß an Clay¹⁾ durch Annahme einer Komponente von Reichweitenteilchen (also Korpuskeln, für die zwischen Energie und Reichweite eine eindeutige Beziehung besteht) gedeutet, deren Energieverteilung in großer Entfernung von der Erde im wesentlichen durch eine Exponentialfunktion gegeben ist. Die Durchdringung der Atmosphäre erfordert eine bestimmte Mindestenergie (E_{\min}), die sich aus der spezifischen Ionisation der Teilchen und der zur Bildung eines Ionenpaares notwendigen Energie berechnen läßt. In Breiten, in denen die zur Überwindung des Magnetfeldes der Erde notwendige Mindestenergie E_λ kleiner ist als E_{\min} , kann in Meereshöhe keine Variation der Strahlung mit der Breite mehr beobachtet werden. Eine solche setzt erst ein bei einer Breite, in der $E_\lambda = E_{\min}$.

Nun ist es nicht möglich, die sämtlichen auf die Ultrastrahlung zurückgehenden Effekte durch eine einzige Primärkomponente zu deuten. Selbst wenn man die ganz durchdringenden Anteile der Strahlung ausnimmt, müssen zumindest zwei Primärkomponenten angenommen werden, wie dies insbesondere von Rossi²⁾ und Auger³⁾ betont worden ist, aus deren Messungen auch folgt, daß Strahlung, die verschiedenen Komponenten angehört, selbst bei gleichen Energiewerten sich durch eine ganz verschiedene Durchdringungsfähigkeit unterscheidet: Die Durchdringungsfähigkeit der einen Gruppe ist sehr viel größer als die der anderen. Eine Konsequenz dieser Annahme ist, daß es dann auch zwei verschiedene Breiteneffekte geben muß; da die Natur der beiden Komponenten verschieden ist, muß auch das Verhalten dieser beiden Effekte verschieden sein.

Die Analyse des Verlaufs der Absorptionskurve in der Atmosphäre, die in früheren Arbeiten ausgeführt worden ist⁴⁾, entspricht schon dieser

¹⁾ J. Clay, Proc. Roy. Acad. of Amsterdam **35**, 1282, 1932; P. M. S. Blackett, La radiation Cosmique in: Actualités Scientifiques, 230—233. —

²⁾ B. Rossi, Rayons Cosmiques in: Actualités Scientifiques 248. — ³⁾ P. Auger, Journ. d. Phys. **6**, 225, 1935. — ⁴⁾ B. Gross, Phys. ZS. **37**, 12, 1936; **37**, 409, 1936; G. Pfozter, ZS. f. Phys. **102**, 41, 1936.

Anschauung: Der Intensitätsverlauf kommt durch das Zusammenwirken zweier Komponenten zustande. Für die weniger durchdringende Komponente gilt eine eindeutige Beziehung zwischen Energie und Reichweite, durch sie wird der Knick in der Absorptionskurve, der bei etwa 300 mm Hg beobachtet wird, erzeugt. Um bis auf Meereshöhe zu gelangen, braucht sie aber wegen eines großen spezifischen Energieverlustes (sehr intensive Sekundärstrahlung) viel mehr Energie als zur Überwindung des magnetischen Erdfeldes selbst in niedrigen Breiten notwendig ist. Wenn somit in Meereshöhe ein Breiteneffekt beobachtet wird, so ist er ausschließlich durch die härtere Komponente verursacht, wie dies besonders auch Pfozter betont hat.

Für diese Komponente ergibt sich aber nach Pfozter *keine* eindeutige Energie-Reichweitebeziehung mehr, und dies steht in Widerspruch zu der üblichen Deutung des Breiteneffektes, wie sie eingangs erwähnt wurde. Es bestehen aber noch eine Reihe anderer Hinweise, die gegen sie sprechen. Sowohl das Verhalten der Absorptionskurve wie auch die Änderungen, die der Breiteneffekt mit der Höhe erfährt, scheinen uns ganz eindeutig für die Pfoztersche Auffassung zu sprechen.

1. *Ungültigkeit der eindeutigen Energie-Reichweitebeziehung bei der harten Komponente.* Wir wollen zunächst die verschiedenen Gründe, die gegen die Eindeutigkeit der E — R -Beziehung bei der durchdringenderen Komponente sprechen, zusammenfassen.

a) *Die Beziehung zwischen Breiteneffekt und Absorptionskurve.* Es gelte:

$$E = cR \quad (R = \text{Reichweite}). \quad (1)$$

Die in einer gegebenen Breite λ_0 und in einer Tiefe $x > E_{\lambda_0}/c$ gemessene Vertikalintensität $J_{\lambda_0}(x)$ enthält alle Teilchen mit Energien $E > cx$; die in einer gegebenen Tiefe x_0 und in einer Breite λ , für die $E_\lambda > cx_0$ ist, vorhandene Intensität $J_{x_0}(\lambda)$ enthält alle Teilchen mit Energien $E > E_\lambda$. Für gleiche Grenzenenergien müssen die gemessenen Intensitäten gleich sein, d. h. es muß sein

$$J_{x_0}(\lambda) = J_{\lambda_0}\left(\frac{E_\lambda}{c}\right). \quad (2)$$

Die Mindestenergie E_λ , die ein Teilchen haben muß, um in der Breite λ senkrecht auf die Erdoberfläche zu gelangen, ist nach der Theorie des Breiten-effektes¹⁾ gegeben als

$$E_\lambda = 1,9 \cdot 10^{10} \cos^4 \lambda. \quad (3)$$

Man erhält so die Beziehung zwischen Absorptionskurve und Kurve des Breiteneffektes.

¹⁾ Zusammenfassung bei P. M. S. Blackett, l. c., und B. Rossi, l. c.

Fig. 1 gibt die Absorptionskurve nach Kramer¹⁾ für Tiefen über 1 Atm. Setzt man den Widerstand der Atm., wie es meist geschieht, mit $4 \cdot 10^9$ e-Volt ein, so läßt sich J als Funktion der Energie angeben,

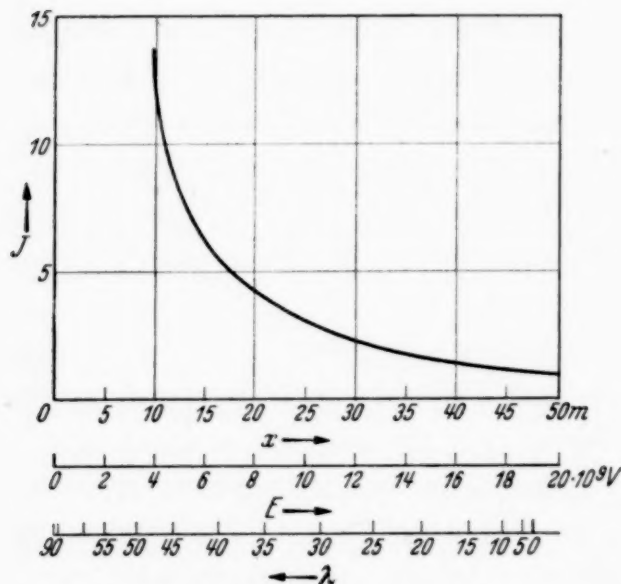


Fig. 1. Absorptionskurve nach Kramer.

besteht, die durch das Magnetfeld der Erde nicht mehr abgelenkt werden, daß also entweder noch die weniger durchdringende Komponente oder schon die ganz harten Bestandteile, die bis in 200 und mehr Meter Wasser eindringen, vorherrschend sind. Die erstere Möglichkeit scheint nach der Pfoetzerschen Analyse (und auch nach den Ergebnissen von Rossi und Auger, l. c.) ausgeschlossen, gegen letztere sprechen die Kramer-Lenzschen Analysen²⁾.

Eine andere Deutung könnte darin bestehen, nicht die spezielle Form (1), die den Energieverlust nur auf Primärionisation zurückführt, anzunehmen, sondern eine allgemeine Beziehung

$$R = R(E), \quad (4)$$

welche die Möglichkeit zusätzlichen Energieverlustes offen läßt. Man kann hierdurch größere Energiewerte und damit geringere magnetische Ablenkbarkeit erhalten. Jedoch entfällt damit die numerische Übereinstimmung bei der Berechnung der kritischen Reichweite, die sich mit Gleichung (1) unter Zugrundelegung eines plausiblen Wertes für c erzielen läßt und welche die wesentlichste Stütze für diese Auffassung bildet.

¹⁾ W. Kramer, ZS. f. Phys. **85**, 411, 1933. — ²⁾ W. Kramer, l. c.; E. Lenz, ZS. f. Phys. **83**, 194, 1933.

und hieraus schließlich, unter Benutzung von (2) als Funktion der Breite. Man sieht aus der Figur, daß sich so unmöglich große Werte für den Breiteneffekt ergeben. (Die eigentlich notwendige Umrechnung auf vertikalen Einfall würde die Diskrepanz noch erhöhen.) Um Übereinstimmung mit der Größenordnung des beobachteten Effektes zu erhalten, müßte man annehmen, daß die Strahlung in Meereshöhe fast ausschließlich aus Teilchen

b) *Fehlen einer Unstetigkeit in der Absorptionskurve.* Bei Gültigkeit der Beziehung (1) muß die Primärstrahlung in der Breite λ bis zu der Tiefe $x_\lambda = E_\lambda/c$, welche die Mindestreichweite darstellt, konstant bleiben. In der Breite, in der in Meereshöhe der Breiteneffekt einsetzt, ist $x_\lambda = 1$ Atm. Der Verlauf der Absorptionskurve sollte also in dieser Tiefe eine Unstetigkeit aufweisen. Hieran kann auch durch Überlagerung weiterer magnetisch nicht ablenkbarer Komponenten nichts geändert werden. In Wirklichkeit beobachtet man jedoch in dem in Frage kommenden Bereich keine solche Erscheinung, sondern einen ganz kontinuierlichen Abfall. Nur in wesentlich größeren Höhen, entsprechend einem Druck von etwa 300 mm Hg, zeigt sich ein Verhalten, wie es bei Existenz einer korpuskularen Komponente bestimmter Mindestreichweite zu erwarten ist (Buckel); somit läßt sich auch nur für die weichere Komponente, deren Mindestreichweite in dieser Tiefe erreicht ist, die Eindeutigkeit der Energie-Reichweitenbeziehung folgern.

c) *Verschiebung des Breiteneffektes mit der Höhe.* In der Tiefe x_1 beginnt der Breiteneffekt bei der Breite λ_1 , für die $E_{\lambda_1} = x_1 c$ ist; in x_2 bei der Breite λ_2 , für die $E_{\lambda_2} = x_2 c$ ist. Falls $x_2 < x_1$, so ist also auch $E_2 < E_1$, und somit $\lambda_2 > \lambda_1$. Bei Messung in Höhen über Meeresniveau sollte also die kritische Breite nach den Polen zu sich verschieben. Durch Messungen von Compton¹⁾ ist jedoch nachgewiesen, daß sie bis zu Drucken von etwa 60 cm Hg nicht von der Höhe abhängt.

Vergleicht man die bei zwei verschiedenen Breiten gemessenen Intensitäten, so sollte die Differenz, solange man nicht die kritische Breite überschreitet, unabhängig von der Höhe sein. In Wirklichkeit beobachtet man jedoch eine sehr starke Zunahme des Breiteneffektes mit der Höhe²⁾.

Es wurde diesen Betrachtungen die Beziehung (1) zugrunde gelegt. Qualitativ dieselben Folgerungen ergeben sich bei Annahme der allgemeinen Gleichung (4).

2. *Die Energieverteilung der durchdringenderen Komponente.* Aus den bisherigen Überlegungen scheint uns hervorzugehen, daß ein Strahlenbündel der Energie E nicht eine definierte Reichweite haben kann, sondern eine stetige Absorption erleidet. Dann kann aber das bei einer bestimmten, von der Höhe unabhängigen Breite beobachtete Einsetzen des Breiteneffektes kein Absorptionsphänomen sein, sondern muß dadurch bedingt sein, daß das Energiespektrum der in Frage kommenden Komponente

¹⁾ A. H. Compton, Phys. Rev. **43**, 387, 1933. — ²⁾ A. H. Compton, l. c.; I. S. Bowen, R. A. Millikan u. H. V. Neher, Phys. Rev. **44**, 246, 1933; H. Hoerlin, Phys. ZS. **35**, 54, 1934; Nature **132**, 61, 1933.

schon primär, außerhalb des Wirkungsbereiches des Erdfeldes, auch nach der Seite niedriger Energien hin begrenzt ist. Die Konstanz der Strahlung in den hohen Breiten ist dann so zu verstehen, daß eben schon primär keine Teilchen vorhanden sind, die dem entsprechenden Energieintervall angehören. Es liegt nun nahe, zu vermuten, daß sich die Energieverteilung überhaupt nur über einen ziemlich schmalen Bereich erstreckt, also fast

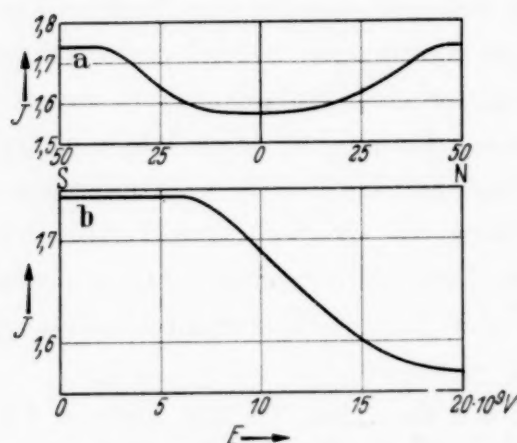


Fig. 2. a) Intensität auf Meereshöhe als Funktion der Breite, nach Millikan. b) Intensität als Funktion der für senkrechten Einfall erforderlichen Mindestenergie.

der einer scharfen Linie entspricht. In diesem Falle müßte man nach dem plötzlich einsetzenden Abfall auch in niedrigen Breiten wieder Konstanz erwarten. In der Tat findet sich auch zwischen 0 und 20° nur eine ganz schwache Intensitätsänderung. Fig. 2, A, die den Breiteneffekt nach Messungen von Millikan¹⁾ gibt, zeigt dies deutlich²⁾.

Man kann versuchen, die Energieverteilung zu berechnen, die sich auf Grund der von uns gegebenen Deutung ergibt. Eine solche Rechnung

kann einstweilen, solange weder die experimentellen noch die theoretischen Daten ausreichend vorliegen, nur rein orientierenden und qualitativen Charakter haben. Trotzdem erscheint es von Wichtigkeit, einmal das Schema dieser Rechnung zu zeigen und zu prüfen, ob sich wenigstens größenordnungsmäßig richtige Resultate hiermit gewinnen lassen.

3. *Berechnung der Energieverteilung aus dem Breiteneffekt.* Es sei $f(\epsilon) d\epsilon$ die Zahl der Primärteilchen, die in großer Entfernung von der Erde Energien zwischen ϵ und $\epsilon + d\epsilon$ besitzen; $g(\mu(\epsilon)x)$ sei die Absorptionsfunktion eines Strahlenbündels der Energie ϵ . In einer Breite λ stellt sich dann die in der Tiefe x vorhandene Vertikalintensität dar als

$$J_x(\lambda) = \int_{E_\lambda}^{\infty} g(\mu(\epsilon)x) f(\epsilon) d\epsilon. \quad (5)$$

Wir berechnen J als Funktion von E . Dies ist möglich mittels der Beziehung (3), welche ja die der Breite λ entsprechende Energie E_λ zu berechnen gestattet. Damit erhält man also

$$I_x(E_\lambda) = J_x(\lambda). \quad (6)$$

¹⁾ R. A. Millikan u. H. V. Neher, Phys. Rev. **50**, 15, 1936 (Fig. 9). —

²⁾ Vgl. auch H. Hoerlin, l. c.

Nunmehr folgt f aus (5) durch Differentiation:

$$f(E) = - \frac{1}{g(\mu(E_\lambda) \cdot x)} \frac{\partial I_x(E_\lambda)}{\partial E_\lambda}. \quad (7)$$

Die Funktion g ist zunächst nicht bekannt. Nach der Pfoetzerschen Analyse ergibt sich jedoch für die durchdringendere Komponente ein im wesentlichen exponentieller Abfall. Man kann also in einer ersten Näherung, wie sie die vorliegende Rechnung auch nur darstellt, ansetzen:

$$g(\mu x) = e^{-\mu x}. \quad (8)$$

Auch die Abhängigkeit des Absorptionskoeffizienten von der Energie ist unbekannt. Nun wird die Zunahme der Intensität mit der Höhe in niedrigen Breiten immer geringer; da hier nur noch die energiereicheren Teilchen übriggeblieben sind, bedeutet dies ein Kleinerwerden des Absorptionskoeffizienten mit zunehmender Energie. Wir setzen einfach

$$\mu(E) = \frac{\mu_0}{E}. \quad (9)$$

Somit wird also

$$f(E) = - e^{\frac{\mu_0 x}{E}} \frac{\partial I_x(E)}{\partial E}. \quad (10)$$

Um die Rechnung wirklich durchführen zu können, müßte die Abhängigkeit der Vertikalintensität von der Breite genau bekannt sein. Die Messungen von Auger und Leprince-Ringuet¹⁾ und Clay²⁾ erstrecken sich jedoch noch nicht über den ganzen in Frage kommenden Breitenbereich und die Meßpunkte zeigen auch noch eine zu große Streuung, um eine Differentiation der Kurve zu erlauben. Jedoch geht aus dieser hervor, daß jedenfalls die Kurve für die Vertikalintensität nicht sehr wesentlich verschieden ist von der mit der Ionisationskammer gemessenen. Wir benutzen daher die Millikansche Kurve Fig. 2, A, und tragen zunächst I in Funktion von E auf (Fig. 2, B). Durch Differentiation folgt hieraus die Kurve Fig. 3, I.

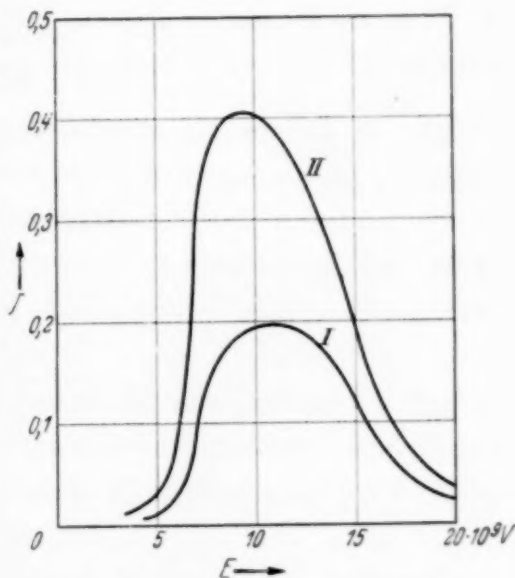


Fig. 3. Kurve I: $\partial I_x(E)/\partial E$. Kurve II: Energieverteilung der durchdringenden Komponente.

¹⁾ P. Auger u. M. Leprince-Ringuet, Conf. Phys. London 1934. —

²⁾ J. Clay, Physica 2, 299, 1935.

Erstreckt sich die Energieverteilung nur über einen schmalen Bereich, so erfolgt der Intensitätsabfall mit der Tiefe im wesentlichen nach einer Exponentialfunktion [wie wir dies bei Aufstellung der Gleichung (8) vorausgesetzt haben], als deren Absorptionskoeffizient sich nach Pfozter $\mu = 0,0095 \text{ cm}^{-1} \text{ Hg}$ ergibt. Setzt man für E in der Beziehung (9) die mittlere Energie der Strahlung ein, die sich aus dem Energiebereich ergibt, in dem das Maximum des Breiteneffektes liegt, so läßt sich hieraus eine Abschätzung für μ_0 gewinnen. Wir setzen $E = 10^{10} \text{ e-Volt}$ nach Fig. 2, B. Damit wird für $x = 76 \text{ cm Hg}$

$$x\mu_0 = 7,2 \cdot 10^9 \text{ e-Volt.}$$

Nunmehr kann man, nach Gleichung (10), die Energieverteilung berechnen. Fig. 3, Kurve II, gibt die erhaltene Verteilungskurve. Ihre Form entspricht durchaus derjenigen, die sich bei Einfall einer ziemlich homogenen Komponente erwarten läßt.

Die hier vorgeschlagene Deutung vermag somit in guter Annäherung die gesamten mit dem Breiteneffekt in Meereshöhe zusammenhängenden Erscheinungen darzulegen. Insbesondere findet die Verflachung der Absorptionskurve mit abnehmender Breite eine einfache Erklärung durch Abnahme des Absorptionskoeffizienten für energiereichere Strahlung.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Herrn Institutsdirektor Professor Dr. E. L. da Fonseca Costa für die Ermöglichung dieser Arbeit und wertvolle Diskussion bestens zu danken.

Rio de Janeiro, Instituto Nacional de Tecnologia do Ministerio do Trabalho, 15. Januar 1937.

(Mitteilung aus dem geophysikalischen Institut Bergen.)

Zur Struktur der kosmischen Ultrastrahlung. III.

Von B. Trumpy in Bergen.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 8. Februar 1937.)

In Verbindung mit früheren Arbeiten¹⁾ wird unter einer 1,2 cm dicken Bleiplatte mit Hilfe von zwei Koinzidenzzählern die Absorptionskurven der *C*-Elektronen, a) wenn nur ein Zählrohr, b) wenn beide Zählrohre mit Absorbern bedeckt sind, aufgenommen. Die Analyse dieser Absorptionskurven geben keine Anhaltspunkte für Schlüsse über die Existenz einer in der oberen Bleiplatte ausgelösten gebündelten *B*-Strahlung. Ein Vergleich der Absorptionskurven, die mit zwei bzw. drei Zählrohren gefunden werden, gibt jedoch Evidenz für die Existenz koinzidierenden *B*-Quanten geringer Häufigkeit unter der oberen Bleiplatte. Die Häufigkeit der von den koinzidierenden Lichtquanten in den Absorbern ausgelösten *C*-Elektronen hat bei einer Bleidicke von 0,5 bis 0,7 cm ihr Maximum.

1. *Einleitung.* In zwei früheren Arbeiten¹⁾ haben wir mit Hilfe von zwei Koinzidenzzählern die recht wichtige Frage untersucht, ob die von den primären kosmischen Partikeln in Absorbern ausgelöste *B*-Strahlung eine Bündelstruktur besitzt. Dasselbe Problem ist auch von Hilgert und Bothe²⁾ untersucht worden, sie haben aber eine etwas andere Versuchsanordnung angewandt. Ihre Anordnung, die in Fig. 1 wiedergegeben ist, besteht aus zwei Zählrohren, über denen zwei Bleiplatten I und II von 1 cm Dicke angebracht werden können. Die schauerauslösende Wirkung dieser Bleiplatten ist additiv, wenn die Versuche in freier Luft ausgeführt werden. So bekommen Hilgert und Bothe mit Blei I bzw. Blei I + II die stündlichen Koinzidenzzahlen 46 und 91.

Wenn aber, wie in der Fig. 1 angedeutet ist, ein Kohleklotz über den Zählrohren angebracht wird, ist die Wirkung der Bleiplatten I und II nicht mehr additiv. Der Zuwachs der stündlichen Koinzidenzzahl ist in diesem Falle mit Blei I: 4 und mit Blei I + II: 33.

Diese Tatsache wird von Hilgert und Bothe dahin gedeutet, daß in dem Kohleklotz Bündel von *B*-Quanten gebildet werden, die dann in den Bleiplatten I und II koinzidierende Schauer auslösen. Die Anzahl der

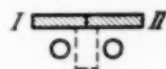
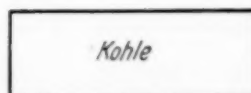


Fig. 1.

¹⁾ B. Trumpy, Kgl. N. V. S. forh. IX nr 21, 1936; ZS. f. Phys. **102**, 691, 1936. — ²⁾ R. Hilgert u. W. Bothe, ZS. f. Phys. **99**, 353, 1935.

unter diesen Versuchsbedingungen abgezählten *B*-Strahlbündel sollte nach dieser Deutung etwa 25 pro Stunde sein.

Unserer Meinung nach ist diese Deutung nicht einwandfrei, da die von der Kohle kommenden Schauer unberücksichtigt bleiben. Die Wirkung der Bleiplatten I und II ist eine doppelte und besteht in einer *Absorption* der von oben kommenden Schauer und einer *Neubildung* von Schauern. Die Wirkung des letzteren Prozesses ist bei den Versuchen mit den Bleiplatten I und I + II additiv anzunehmen, was aber bei dem Absorptionsprozeß nicht der Fall sein kann. Die Kombination der zwei Prozesse wird dann eben ein Versuchsbild geben, wie es von Hilgert und Bothe gefunden wurde. Um einen der obenerwähnten Prozesse, z. B. die Bildung von Schauern in I und II, zu eliminieren, ohne die Möglichkeit des Nachweises von eventuellen *B*-Strahlenbündeln störend zu beeinflussen, haben wir bei unseren Versuchen ein starkes Bleifilter zwischen die zwei Zähler eingeschaltet (punktiert in Fig. 1). Die Messungen wurden sowohl unter einem Kohle-, wie einem Aluminiumklotz durchgeführt und zeigten in beiden Fällen dasselbe Hauptresultat: Wenn ohne Bleiplatten I und II und ohne Kohle- oder Aluminiumklotz gezählt wird, geben die Versuche eine Koinzidenzzahl, die kleiner ist, als wenn der Kohle- oder Aluminiumklotz angebracht wird. Dies zeigt, daß in der Kohle bzw. dem Aluminium Schauer gebildet werden. Beim Hinzufügen der Bleiplatte I (1 cm dick) fällt die Koinzidenzzahl wegen Absorption dieser Schauerteilchen stark herunter. Wenn jetzt auch die zweite Bleiplatte, II, angebracht wird, fällt die Koinzidenzzahl nur unwesentlich weiter.

Eine Steigerung der Koinzidenzzahl im Falle I + II, die für die Bildung koinzidierender Schauer in den zwei Bleiplatten und dadurch für die Bündelstruktur der *B*-Strahlung sprechen würde, konnte in keinem Falle nachgewiesen werden. Wenn die Deutung von Hilgert und Bothe richtig wäre, wäre eine solche Steigerung unbedingt zu erwarten. Unsere ersten Untersuchungen wurden mit Bleiplatten I und II von rund 1 cm Dicke durchgeführt. Um zu untersuchen, ob bei anderen Dicken eine eventuelle Bündelstruktur der *B*-Strahlung sich bemerkbar macht, haben wir auch Messungen mit verschieden dicken Bleiplatten I und II durchgeführt und geben im folgenden die Resultate dieser Messungen wieder.

2. *Experimentelles.* Die Versuchsanordnung ist in Fig. 2 wiedergegeben. Die zwei Zählrohre hatten eine Länge von 37 cm und einen Durchmesser von 2 cm. Der Abstand zwischen den Zählern war 9 cm; sie waren durch ein starkes Bleifilter mit einer Dicke von 2,5 cm und einer Länge von 41 cm getrennt. Über den Zählrohren konnten die Bleiplatten I und II angebracht

werden. Ihre Länge war 41 cm, die Breite 9 cm und die Dicke konnte beliebig variiert werden. In einem Abstand von 18 cm über den Zählrohren war als *B*-Strahlerreger eine Bleiplatte $46 \times 20 \times 1,2 \text{ cm}^3$ angebracht. Es wurden die Zweifachkoinzidenzen sowohl mit der Bleiplatte I als mit I + II bei verschiedenen Dicken gezählt.

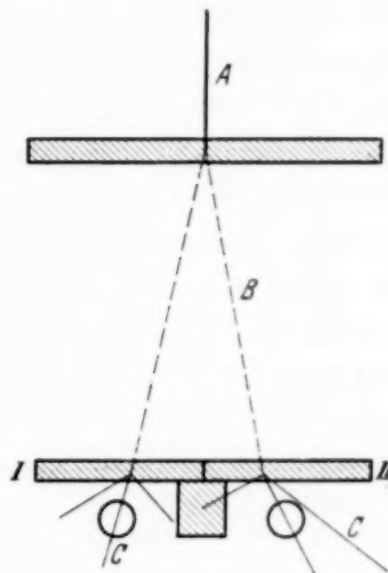


Fig. 2.

3. *Resultate.* In Tabelle 1 sind die Koinzidenzzahlen pro Minute mit Bleiplatten I und I + II verschiedener Dicke wiedergegeben. Der Nulleffekt, der von den Primärpartikeln, die die beiden naheliegenden Zählrohren durchsetzen und von den zufälligen Koinzidenzen herrührt, beträgt in diesem Falle 0,4 pro Minute und ist in Tabelle 1 in Abzug gebracht. Der Nulleffekt wurde in der Weise bestimmt, daß die obere Bleiplatte entfernt wurde, wonach die Zählungen mit 10 cm dicken Bleiplatten I und II durch-

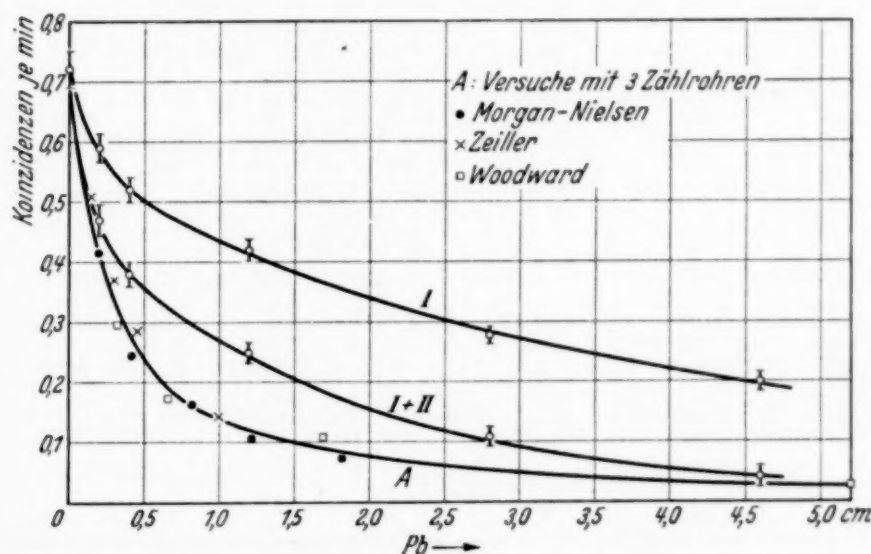


Fig. 3.

geführt wurde. In Fig. 3 sind die Resultate graphisch wiedergegeben. Die Absorption der *C*-Elektronen ist früher von Morgan-Nielsen¹⁾, Woodward²⁾ und Zeiller³⁾ untersucht worden. Die Versuchsanordnungen

¹⁾ J. E. Morgan u. W. Nielsen, Phys. Rev. **50**, 882, 1936. — ²⁾ R. W. Woodward, ebenda **49**, 711, 1936. — ³⁾ O. Zeiller, ZS. f. Phys. **96**, 121, 1935.

dieser Autoren waren dem vorliegenden I + II-Fall recht ähnlich, jedoch war ein drittes — und von Woodward auch ein viertes — Zählrohr über den zwei unteren Absorptionsplatten angebracht. Eine Erhöhung der Koinzidenzzahl durch von oben kommende *B*-Strahlbündel, die in den Platten I und II *C*-Elektronen auslösen, ist bei dieser Versuchsordnung im Gegensatz zu der unserigen nicht zu erwarten. Ein Vergleich unserer Kurve I + II mit den Werten von Morgan-Nielsen, Woodward und Zeiller ist deshalb für die Diskussion unserer Resultate recht interessant. In Fig. 3 sind die Versuchsergebnisse der obenerwähnten Autoren eingezeichnet, sie stimmen recht gut überein und geben die Absorptionskurve *A*.

Tabelle 1.

Dicke	Blei I	Blei I + II	Dicke	Blei I	Blei I + II
0	$0,72 \pm 0,027$	$0,72 \pm 0,027$	1,2	$0,42 \pm 0,021$	$0,25 \pm 0,019$
0,2	$0,59 \pm 0,021$	$0,47 \pm 0,023$	2,8	$0,28 \pm 0,016$	$0,11 \pm 0,017$
0,4	$0,52 \pm 0,020$	$0,38 \pm 0,021$	4,6	$0,20 \pm 0,017$	$0,04 \pm 0,015$

Bevor wir zur Diskussion der Fig. 3 übergehen, wollen wir die Resultate neuer Messungen mit einer dickeren Trennwand zwischen den Zählrohren angeben. Bei den ersten Versuchen war diese Trennwand 2,5 cm dick. Es ist zu befürchten, daß in diesem Falle ein Teil der in den Bleiplatten I und I + II gebildeten *C*-Elektronen die Trennwand durchdringt und eine merkbare Erhöhung der Koinzidenzzahl hervorbringt. Da die Differenz zwischen den Kurven I + II und *A* der Fig. 3 auf einen solchen Effekt hindeutet, haben wir bei den neuen Versuchen mit einer bleiernen Trennwand von 5 cm Dicke gearbeitet. Der Abstand zwischen den Zählrohrachsen war in diesem Falle 11,5 cm. Sonst blieben die experimentellen Bedingungen unverändert. Die Resultate der Zählungen sind in Tabelle 2

Tabelle 2.

Dicke	Blei I	Blei II	Dicke	Blei I	Blei II
0	$0,52 \pm 0,018$	$0,52 \pm 0,018$	1,2	$0,30 \pm 0,019$	$0,14 \pm 0,012$
0,4	$0,39 \pm 0,020$	$0,30 \pm 0,017$	2,4	$0,18 \pm 0,015$	$0,06 \pm 0,012$
0,7	$0,34 \pm 0,016$	$0,24 \pm 0,014$	4,0	$0,15 \pm 0,015$	$0,04 \pm 0,011$

wiedergegeben. In Fig. 4 sind die Resultate graphisch dargestellt; auch sind in diese Figur die Absorptionswerte von Morgan-Nielsen, Woodward und Zeiller als Kurve *A* eingezeichnet.

4. *Diskussion.* Wir bemerken, daß die Absorptionskurve I + II sowohl in Fig. 3 als Fig. 4 niedriger liegt als die Kurve I. In keinen Fällen liegen die Werte für I + II *höher* als die entsprechenden Werte für den Fall I, was bei großer Häufigkeit einer gebündelten B-Strahlung zu erwarten wäre. Aus den Kurven I und I + II ergibt sich also, daß B-Strahlenbündel recht selten vorkommen. Nur wenn die Ursache des abweichenden Verlaufs der beiden Kurven I und I + II ganz klargelegt ist, läßt sich feststellen, ob

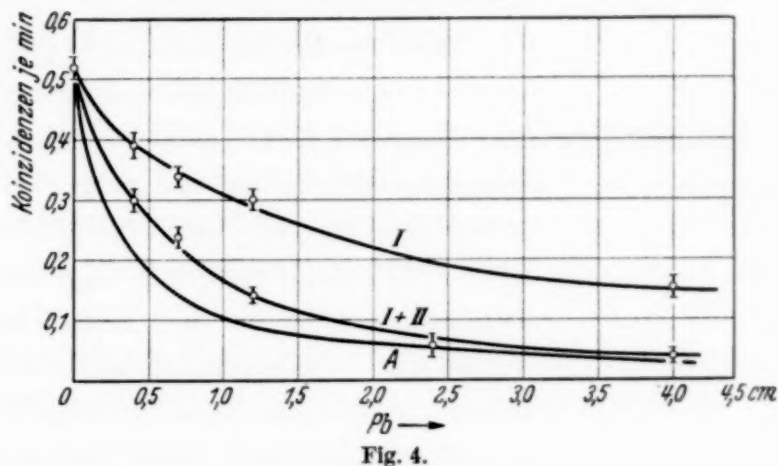


Fig. 4.

vielleicht auch eine Vergrößerung der I + II-Werte durch koinzidierende B-Quanten vorliegt. Eine Häufigkeit der B-Strahlenbündel, wie sie aus der von Hilgert und Bothe gegebenen Deutung ihrer Versuchsergebnisse hervorgeht, ist aber auch in diesem Falle ausgeschlossen.

Der abweichende Verlauf der beiden Kurven I und I + II hat mehrere Gründe. Erstens gilt im Falle I die Absorptionskurve nur für eine einzige Schauerpartikel, während im Falle I + II wenigstens zwei Partikel am Absorptionsprozeß teilnehmen. Wegen der verschiedenen Energien der Partikel eines Schauers muß man deshalb erwarten, daß die Kurve I + II, die im wesentlichen von den energieärmsten am Absorptionsprozeß teilnehmenden Partikeln herrührt, niedriger liegt als die Kurve I. Bei großen Dicken der Platten I und II wird aber diese Ursache nur einen recht geringen Unterschied der Koinzidenzzahlen in den Fällen I und I + II bewirken.

Zweitens muß man annehmen, daß ein Prozeß, wie in Fig. 5 angedeutet ist, die I-Kurve im Verhältnis zu der I + II-Kurve auch bei großen Bleidicken erhöht.

Energiereiche Primärpartikel können durch die obere Bleiplatte den mit dem Blei I bedeckten Zähler erreichen; die relativ energiearmen C-Elektronen, die von diesen Partikeln in der oberen Bleiplatte ausgelöst werden, können dann im Falle I das zweite Zählrohr ohne Absorption erreichen und

dadurch eine Koinzidenz bewirken. In speziellen Versuchen mit einer Reihe parallel geschalteter Zählrohre an der Stelle der oberen Bleiplatte und mit einem Zählrohr unter der 4 cm dicken Bleiplatte I wurden die Zweifachkoinzidenzen gezählt.

Die Anzahl Primärpartikel großer Energie, die in einer Minute die obere Bleiplatte passieren und das eine Zählrohr treffen, ergab sich zu 53. Der Unterschied zwischen den Kurven I und I + II der Fig. 4 bei 4 cm Bleidicke, der rund 0,1 beträgt, läßt sich nun durch die Annahme erklären, daß ungefähr jede fünfhundertste Primärpartikel in der oberen 1,2 cm dicken Bleiplatte einen Schauer auslöst, der im Falle I das zweite unbedeckte Zählrohr zum Ansprechen bringt. Diese Zahl scheint unter den angewandten Versuchsbedingungen bei dem nahe waagerechten Einfall der Primärpartikel und bei der recht hohen Ansprechwahrscheinlichkeit des unbedeckten Zählrohres nicht unwahrscheinlich zu sein. Ein Vergleich der zwei Kurven I und I + II der Fig. 3 und 4 gibt, wie man sieht, keinen Anhaltspunkt für die Existenz von koinzidierenden *B*-Quanten. Es scheint

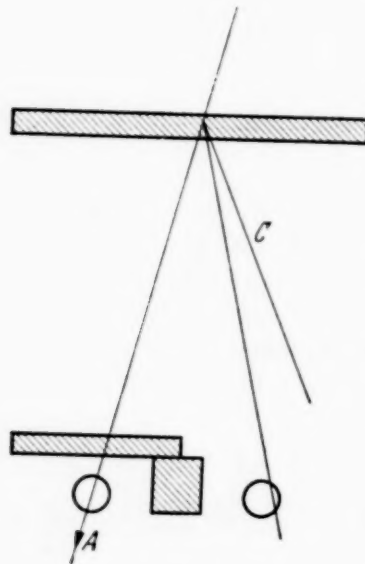


Fig. 5.

aber, als ob ein Vergleich der Kurven I + II und A gewisse Aussagen über die Existenz von *B*-Strahlenbündeln und ihre Häufigkeit erlaube. Wir möchten in dieser Verbindung nochmals betonen, daß die Kurve A mit Hilfe von drei Zählrohren und mit einem Zählrohr oberhalb der Bleiplatten I und II aufgenommen wurde. Die in I und II von einem eventuellen *B*-Strahlbündel ausgelösten *C*-Elektronen werden deshalb in diesem Falle keine Koinzidenzen geben, und es ist somit zu erwarten, daß die Existenz koinzidierender *B*-Quanten durch eine niedrigere Lage der Kurve A als der Kurve I + II gekennzeichnet wird. Wie aus den Fig. 3 und 4 klar hervorgeht, ist dies auch der Fall. Sowohl in Fig. 3 als in Fig. 4 liegt die Kurve A in dem ganzen untersuchten Bereich deutlich niedriger als I + II. Die Divergenz der zwei Kurven in Fig. 3 ist, wie man sieht, etwas größer als in Fig. 4, eine Tatsache, die durch die verschiedenen Versuchsbedingungen, den Abstand der Zählrohre und die Dicke der Trennwand zwischen ihnen, erklärt werden können. Die Resultate der Fig. 4 sind bei Benutzung einer 5 cm dicken Trennwand erhalten und wir dürfen annehmen, daß die Koinzidenzzahl in diesem Falle nicht durch *C*-Elektronen, die die Trennwand

durchquert haben, merkbar beeinflußt wird. Es darf aber nicht unerwähnt bleiben, daß der Prozeß der Fig. 5 in unserem Falle aktiv sein muß, während er für die Kurve *A* keine Bedeutung hat. Da für die in Fig. 5 angedeuteten Prozesse nur die Absorption von Einzelektronen in Frage kommt, muß man erwarten, daß die Kurve *I* + *II* einen von der Kurve *A* abweichenden Verlauf hat. Da aber — wie früher besprochen wurde — die erwähnten Prozesse im Falle *I* maximal 0,1 Koinzidenzen pro Minute geben können, werden sie im Falle *I* + *II* bei einer Dicke der Platte *II* von 0,5 bis 1 cm nicht für die gesamte Differenz der zwei Kurven *I* + *II* und *A* verantwortlich sein können.

Unter diesen Verhältnissen ist der Schluß naheliegend, daß die Differenz der zwei Kurven *I* + *II* und *A* in Fig. 4 zu einem wesentlichen Teile durch die von oben kommenden *B*-Strahlbündel oder koinzidierenden *B*-Quanten verursacht wird. Der größte Wert dieser Differenz beträgt etwa 0,1 bis 0,075 Koinzidenzen pro Minute. Dieser Wert kann deshalb als ein Maximalwert der Häufigkeit koinzidierender *C*-Schauer betrachtet werden, die unter den angewandten Versuchsbedingungen von *B*-Strahlbündeln in den Bleiplatten *I* und *II* ausgelöst werden. Die günstigste Bleidicke für die Auslösung von Elektronen durch Lichtquanten scheint um 0,5 bis 0,7 cm zu liegen.

Zum Schluß möchten wir dem Statens Videnskapelige Forskningsfond, der diese Arbeit mit Geldmitteln unterstützt hat, herzlich danken.

Bergen, Institut für Geophysik, Februar 1937.

Die Untersuchung der Glühelktronenemission an einzelnen Elektronen mit einem geheizten Zählrohr.

Von H. Haberland und W. Walcher in Berlin-Charlottenburg.

Mit 12 Abbildungen. (Eingegangen am 10. Februar 1937.)

Der Zylinder (Kathode) eines Zählrohres wird mit einer Heizwicklung versehen. Die Zählkurven werden in Abhängigkeit von der Temperatur aufgenommen und diskutiert. Bei Temperaturen von 400 bis 500° C tritt eine reproduzierbare Glühelktronenemission auf. Es gelingt so das Richardsonsche Gesetz im Gebiet der Emission einzelner Elektronen zu bestätigen. Das Zählrohr zeigt ein Anwachsen der Lichtempfindlichkeit mit der Temperatur des Zylinders.

In der normalen Zählrohrschaltung ist der Zylinder Kathode der Zählentladung. Erhöht man die Temperatur des Zylinders, so wird in einem

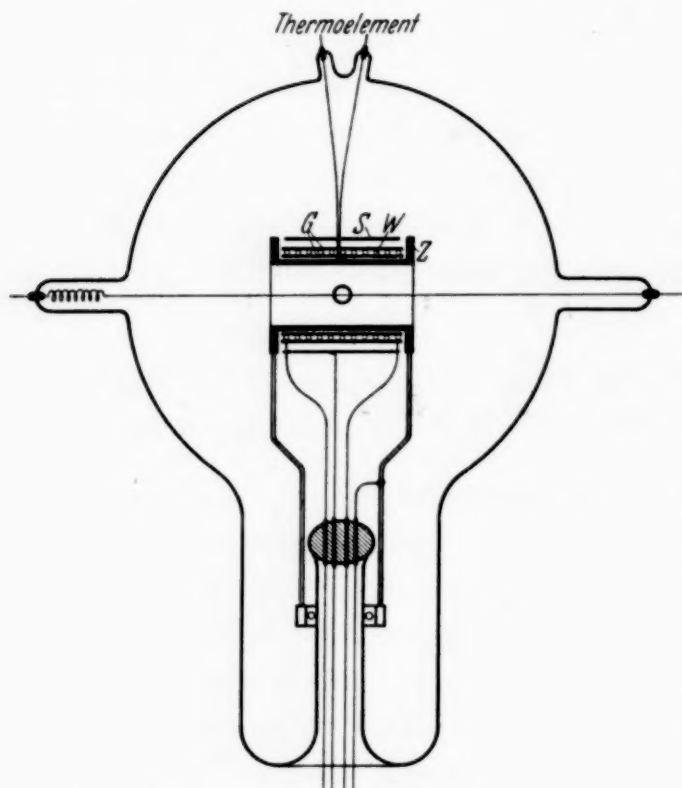


Fig. 1. Skizze des Zählrohrs.
Z = Zählzylinder, G = Glimmerisolation, W = Heizwicklung, S = Abschirmung.

bestimmten Temperaturbereich nach dem Richardson-Gesetz eine zählbare Menge Elektronen emittiert. Die thermischen Elektronen erzeugen bei konstantem Dunkeleffekt¹⁾ zusätzliche Zählimpulse. Auf diese Weise kann man die Glühelktronen-Emission an einzelnen Elektronen verfolgen und hat die Möglichkeit, die bisherigen Emissionsmessungen in einem um sieben Zehnerpotenzen kleineren Stromgebiet zu ergänzen.

Zur Durchführung solcher Untersuchungen wurde das in Fig. 1 dargestellte Zählrohr verwendet.

Es bestand aus einem Eisen- (bzw. Nickel-) Zylinder der gezeichneten Form, der über einer Glimmerisolation eine Heizwicklung aus Wolframdraht trug. Der Zylinder war auf einem Quetsch-

¹⁾ Mit „Dunkeleffekt“ wird im folgenden die Zahl der Stöße pro Minute bezeichnet, die bei völliger Verdunkelung allein von der Höhenstrahlung und der radioaktiven Umgebungsstrahlung herrührt.

fuß montiert und dieser in einen Kugelkolben von 12 cm Durchmesser eingeschmolzen. Außen um die Heizwicklung lag zur Halterung abermals eine Glimmerisolation. Um diese war in 2 mm Abstand freitragend ein Nickelzylinder angebracht. An diesen Zylinder wurde zur Verhinderung einer störenden Glühemission der Heizwicklung eine negative Spannung von 50 Volt gelegt. Der Zylinder hatte in der Mitte der Mantelseite eine Bohrung, durch die das Zählrohr auch mit Licht bestrahlt werden konnte.

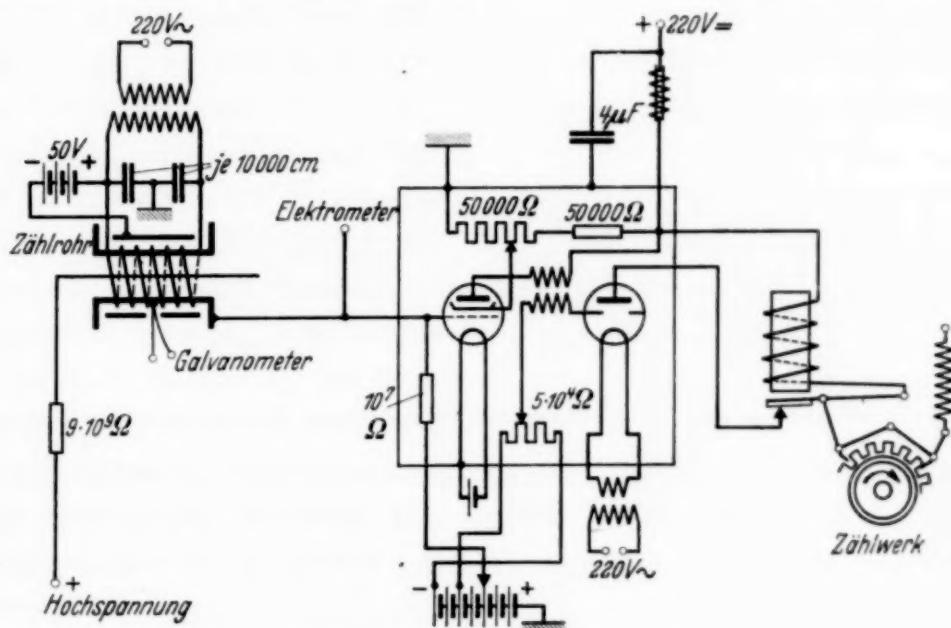


Fig. 2. Schaltung des Zählrohres und des Verstärkers.

Axial genau zentriert war ein Wolframdraht von 0,1 mm Durchmesser ausgespannt. Die Temperatur des Zylinders wurde mit einem Platin-Platinrhodium-Thermoelement gemessen. Als Füllgas diente Wasserstoff, der durch ein glühendes Palladiumröhrchen eingelassen wurde. Vor Inbetriebnahme des Zählrohres wurden die Glaswände und Metallteile durch Ausheizen an der Pumpe gründlichst gereinigt. Die Heizwicklung gestattete ein stundenlanges kräftiges Glühen des Zylinders und der Glimmerisolation. Das Zählrohr blieb nach dem Füllen über einen Hahn an der Hochvakuumpumpe. Trat nach Inbetriebnahme Eigenerregung¹⁾ auf, so wurde das Ausheizen und Ausglühen von Neuem vorgenommen. Dies wurde solange wiederholt, bis ein reproduzierbares, völlig eigenerregungsfreies Arbeiten erreicht war. Die Schaltung des Zählrohres zeigt Fig. 2. Als Zählwerk wurde eine umgebaute Weckeruhr verwendet.

¹⁾ Mit „Eigenerregung“ bezeichnen wir das durch die Entladungsstöße bedingte zeitliche Anwachsen der minutlichen Zählstoßzahlen bei konstanten Bedingungen und konstanter Einstrahlung.

Da jede Zählordnung bei höheren Impulszahlen einen im wesentlichen durch die Trägheit des mechanischen Zählwerkes bedingten Fehler mit sich bringt, wurden die gemessenen Zählstoßzahlen korrigiert. Volz¹⁾ gibt eine

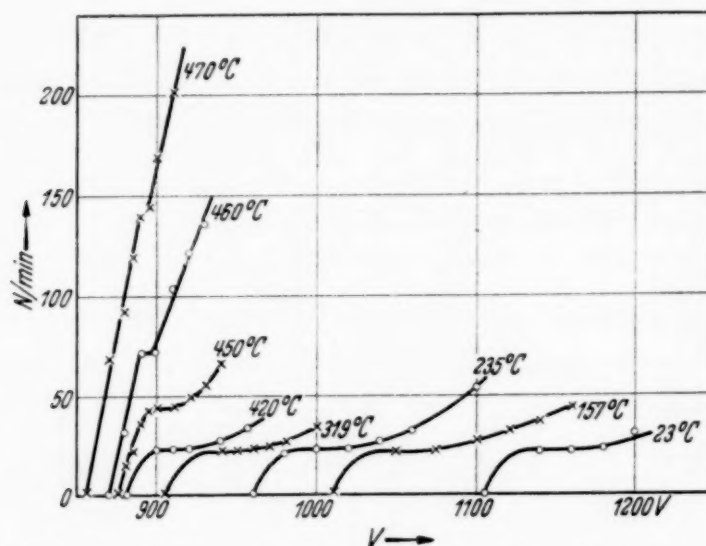


Fig. 3. Zählkurven des Dunkeleffektes bei verschiedenen Temperaturen für Eisen.

Beziehung, mit der es möglich ist, aus den gemessenen Zählstoßzahlen die wahren zu errechnen. Beim vorliegenden Zählwerk wurde nicht über 300 Impulse pro Minute gegangen. Hierfür betrug die Korrektur bereits

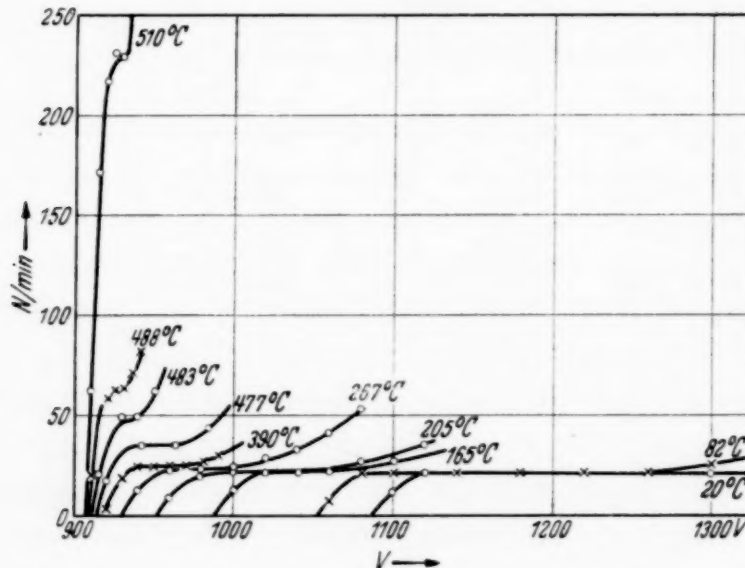


Fig. 4. Zählkurven des Dunkeleffektes bei verschiedenen Temperaturen für Nickel.

9%. Von den später mitgeteilten Kurven enthalten die Fig. 7. bis 12 die korrigierten [dort mit $(N/\text{min})_{\text{red}}$ bezeichnet], die Fig. 3 bis 5 die gemessenen Zählstoßzahlen (mit N/min bezeichnet).

¹⁾ H. Volz, ZS. f. Phys. **93**, 539, 1935.

Untersuchungen über den Temperatureinfluß auf den Zählmechanismus von Zählrohren liegen von verschiedener Seite vor¹⁾. Die bisherigen Ergebnisse widersprechen sich stark. Fig. 3 und 4 zeigen eine Reihe von Zählkurven, die bei verschiedenen Temperaturen des Zylinders aufgenommen wurden. Aufgetragen ist die minutliche Zahl der Zählstöße des Dunkel-effektes über der Spannung. Diese Zahlen sind als Mittelwert einer jeweils 10 Minuten dauernden Zählung der Entladungsstöße gewonnen. Die Kurven zeigen zwei wesentliche Merkmale: Eine *Verschiebung der Anfangsspannung* nach niedrigeren Werten mit wachsender Temperatur und gleichlaufend eine *Verkürzung des horizontalen Zählbereiches*. Die Verschiebung der Anfangsspannung wird ohne weiteres verständlich, wenn man beachtet, daß bei Erhitzung des Zylinders in seinem Innern die Gasdichte abnimmt. Der Mechanismus der Entladung ist aber abhängig von der Gasdichte, d. h. von der freien Elektronenweglänge. Versuche von Henning und Schade²⁾ haben gezeigt, daß bei Veränderung der Gasdichte³⁾ eine Verschiebung der Anfangsspannung im gleichen Sinne auftritt. Zum Vergleich mit den Zählkurven bei geheiztem Zylinder wurden eine Anzahl Kurven bei kaltem Zylinder, aber verschiedenen Gasdichten aufgenommen. Die Ergebnisse sind auf folgende Weise in Fig. 5 zusammengetragen: Auf der Abszisse ist zunächst die Temperatur des Zylinders, auf der Ordinate die Spannung aufgetragen. Die strichpunktierte Kurve stellt den Verlauf der Anfangsspannung in *Abhängigkeit von der Temperatur*, wie er sich

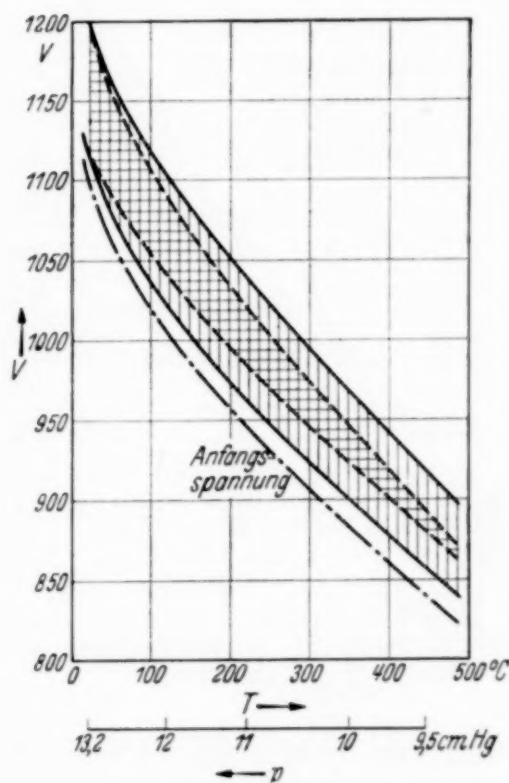


Fig. 5. Abhängigkeit der Breite des horizontalen Zählbereiches von Druck bzw. Temperatur. Eisenzählrohr.

¹⁾ Vgl. z. B. M. Ackemann, ZS. f. Phys. **94**, 303, 1935; K. H. Kreuchen, ebenda **94**, 549, 1935; A. Trost, Phys. ZS. **36**, 801, 1935; W. Christoph u. W. Hanle, ebenda **34**, 641, 1933; R. D. Evans u. R. A. Mugele, Phys. Rev. **47**, 427, 1935. — ²⁾ E. Henning u. R. Schade, ZS. f. Phys. **90**, 597, 1934. — ³⁾ Henning u. Schade haben den Druck aufgetragen.

aus Fig. 3 ergibt, dar. Weiterhin ist die Breite des horizontalen Zählbereiches (ebenfalls aus Fig. 3 entnommen) eingetragen (gekreuzt schraffiertes Gebiet). Die bei *Veränderung der Dichte* gewonnenen Zählkurven sind folgendermaßen in die Zeichnung eingeführt: Auf der Kurve der Anfangsspannung ist der Punkt aufgesucht, der der Anfangsspannung einer bestimmten Zählkurve entspricht. Der Abszissenwert dieses Punktes ist mit dem Dichtewert¹⁾ bezeichnet, zu dieser Abszisse ist wie vorher die Breite des horizontalen Bereiches der Zählkurve aufgetragen. Auf diese Weise erhält man das einfach schraffierte Gebiet. Man sieht, daß die beiden Gebiete des horizontalen Zählbereiches sich symmetrisch überdecken, daß also obige Deutung der Verschiebung der Anfangsspannung richtig ist. Aus der Fig. 5 geht

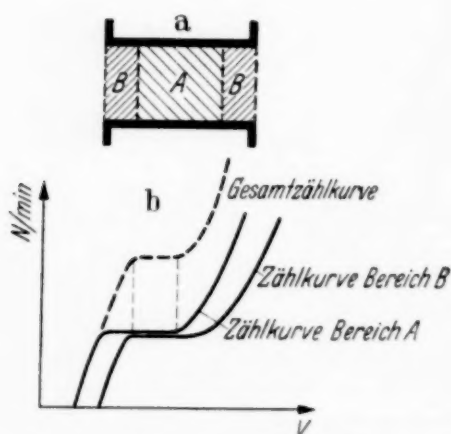


Fig. 6. a) Gasdichte im geheizten Zylinder: A höhere Temperatur, geringere Dichte, B niedrigere Temperatur, höhere Dichte.

b) Zusammensetzung der Gesamtzählkurve aus den Teilzählkurven der Gebiete A und B. a) und b) schematisch.

auch das *zweite wichtige Merkmal* der Zählkurven für höhere Temperatur hervor: Das *Schmälerwerden des horizontalen Zählbereiches* mit steigender Temperatur. Dies läßt sich aus einer *Dichteinhomogenität* im Innern des Zählzylinders erklären. Fig. 6 gibt ein schematisches Bild hierzu. Für die Randgebiete (B) mit höherer Dichte²⁾ ergibt sich eine andere Zählkurve als für den Innenraum (A) mit niedrigerer Dichte. Die Überlagerung beider Teilzählkurven führt zu einem verkürzten horizontalen Teil der Gesamtzählkurve, wie Fig. 6 b zeigt. Aus Fig. 3 und 4 sieht man ferner, daß die *Gesamtbreite* der Zählkurven mit steigender

Temperatur *kleiner* wird, was mit den Beobachtungen bei sinkender Dichte³⁾ und der von Werner hierzu gegebenen Theorie⁴⁾ übereinstimmt.

Die Verkürzung des horizontalen Meßbereiches mit steigender Temperatur brachte bei höheren Temperaturen gewisse meßtechnische Schwierigkeiten mit sich, so daß über eine Temperatur von 510°C bei Nickel bzw. 470°C bei Eisen (Breite der Zählgeraden nur noch 5 Volt) nicht gegangen werden konnte. Es soll jedoch betont werden, daß die Zählkurven auch in diesem Gebiet stets sauber reproduzierbar waren.

¹⁾ In Abb. 5 sind auf der Abszisse die Drucke in mm Hg angeschrieben, da diese gemessen wurden. — ²⁾ Die Dichte ist umgekehrt proportional der Temperatur im betreffenden Raumteil. — ³⁾ Henning u. Schade, l. c. —

⁴⁾ S. Werner, ZS. f. Phys. **90**, 384, 1934.

Nach Werner (l. c.) löst praktisch jedes aus der Kathode austretende Elektron einen Zählstoß aus. Die gemessene Zählstoßzahl setzt sich demnach bei Abwesenheit von radioaktiven Strahlenquellen und Lichtquellen aus zwei Anteilen zusammen: 1. dem konstanten Dunkeleffekt und 2. der temperaturabhängigen Zahl thermischer Elektronen¹⁾. In Fig. 7a und 8a

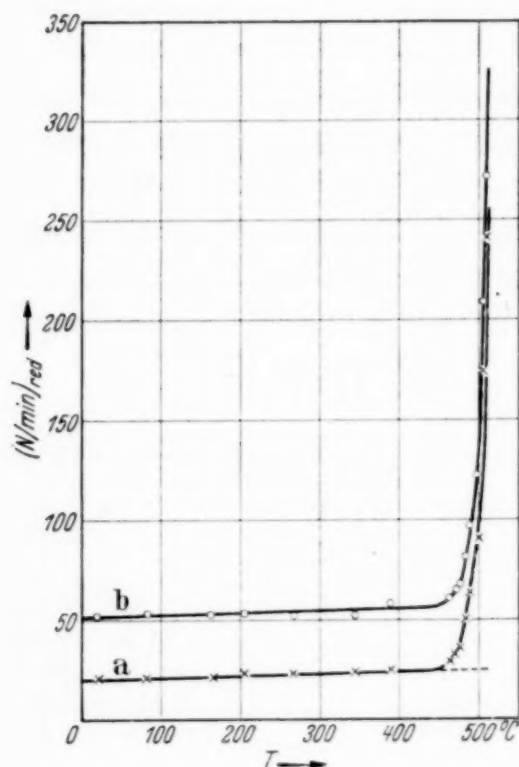


Fig. 7. Zählstoßzahl in Abhängigkeit von der Temperatur. a) Dunkeleffekt, b) Dunkeleffekt + γ -Strahler für das Nickelzählrohr.

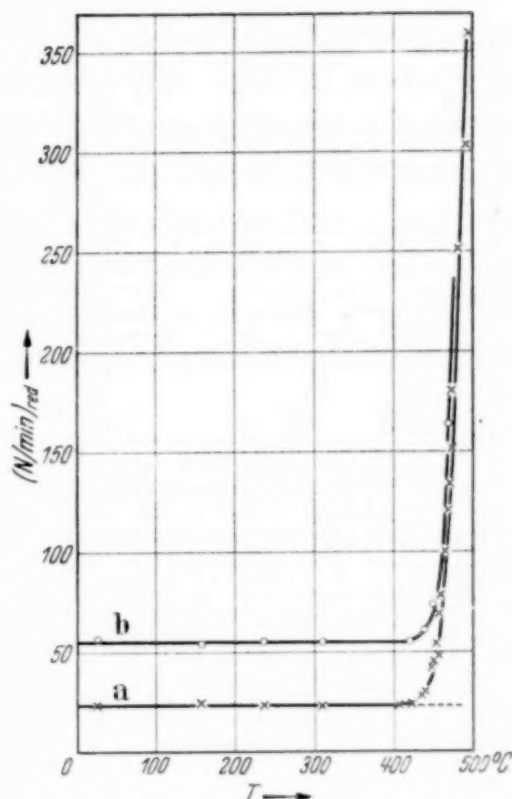


Fig. 8. Zählstoßzahl in Abhängigkeit von der Temperatur. a) Dunkeleffekt, b) Dunkeleffekt + γ -Strahler für das Eisenzählrohr.

sind für ein Nickel- und Eisenzählrohr die Mittelwerte der horizontalen Bereiche, wie sie sich aus den Kurven Fig. 3 und 4²⁾ ergeben, über der Temperatur aufgetragen. Die Kurve für Eisen verläuft zunächst horizontal, die für Nickel zeigt einen geringen, aber konstanten Anstieg. Beim Eisen beginnt bei etwa 420° C, beim Nickel bei etwa 450° C ein exponentieller

¹⁾ Es liegt die Vermutung nahe, daß bei den höchsten vorhandenen Versuchstemperaturen (etwa 700° abs.) die Strahlung der Zylinderwand, die aus der gegenüberliegenden Wand ungestört Photoelektronen auslösen kann, bereits einen beträchtlichen Anteil an der Zunahme der Zählstoßzahl mit der Temperatur haben könnte. Eine Abschätzung zeigt jedoch, daß dieser Anteil um viele Zehnerpotenzen kleiner ist als die beobachteten Effekte. — ²⁾ In Abb. 3 und 4 sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht alle gemessenen Kurven eingezeichnet.

Anstieg der Zählstoßzahl, herrührend von den thermischen Elektronen. Trägt man den Zuwachs¹⁾ gemäß der Richardsonschen Gleichung

$$i_s = A T^2 e^{-\frac{e\varphi}{kT}}$$

in logarithmischem Maßstab über $1/T$ auf, so erhält man die bekannte Richardson-Gerade. In Fig. 9 bzw. 10 ist dies für das Eisen bzw. Nickelzählrohr geschehen. Für i_s ist die pro cm^2 und sec emittierte Elektronenzahl, umgerechnet in Amp., eingesetzt. Man sieht, daß durch die Punkte eine mittlere Gerade gelegt werden kann. Die Fig. 9 (Eisen) ist aus zwei Meßreihen zusammengesetzt, zwischen denen eine Ruhepause von zwei Monaten liegt.

Die Punkte fallen mit der normalen Streuung aufeinander, ein Beweis für das saubere und reproduzierbare Arbeiten des Zählrohres.

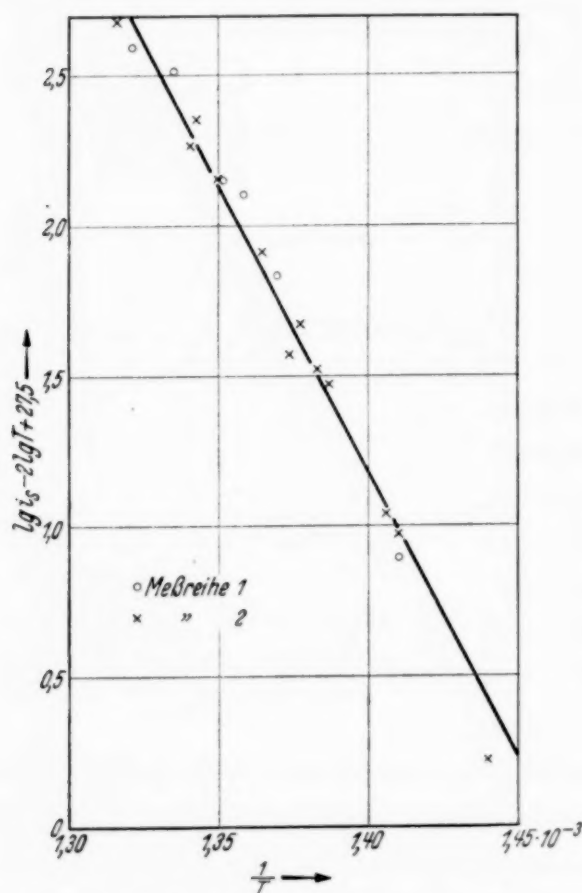


Fig. 9. Richardson-Gerade für Eisen.

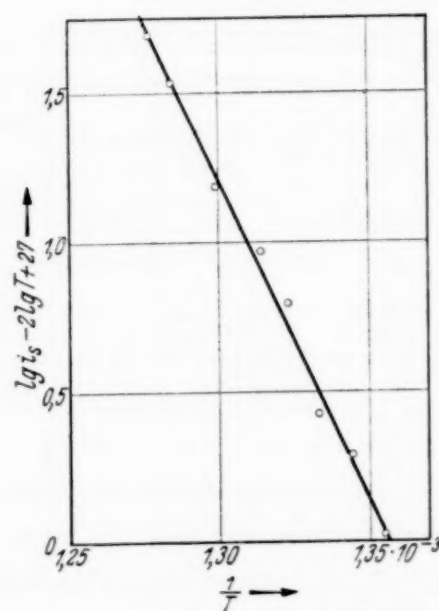


Fig. 10. Richardson-Gerade für Nickel.

Somit ist der *experimentelle Beweis* für die Gültigkeit des Richardson-Gesetzes im Gebiet der Emission einzelner Elektronen, im Falle einer Mittelung über längere Zeiten, erbracht.

Aus dem Anstieg der Geraden Fig. 9 bzw. 10 kann man die Austrittsarbeit von Eisen bzw. Nickel bestimmen. Ebenso kann die Konstante A

¹⁾ Bei der Nickelkurve ist der lineare Anstieg extrapolatorisch verlängert und die Differenz zwischen der Meßkurve und dieser Verlängerung genommen.

ermittelt werden. Tabelle 1 enthält eine Zusammenstellung der Werte. Sie gelten natürlich nur für das Metall in Wasserstoffatmosphäre und unter Einfluß der Entladung (Ionenbeschießung). Neben den gemessenen Austrittsarbeitswerten sind die Werte für reines Metall in Tabelle 1 eingetragen. Sie sind höher als die gemessenen Werte. Nach Suhrmann¹⁾ wird durch eine Entladung in Wasserstoff auf der Kathode eine Oberflächenbeladung mit atomarem H und Wasserstoffionen hervorgerufen, die die Austrittsarbeit ändert. Suhrmann und Csesch untersuchten die Einwirkung solcher Schichten auf die Austrittsarbeit an verschiedenen Stoffen und gaben eine Formel für die Änderung von φ an²⁾. Berechnet man hiernach die im vorliegenden Falle zu erwartenden Werte von φ , so ergeben sich die in Tabelle 1 ebenfalls eingetragenen Werte. Sie zeigen eine recht gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten. Die A -Werte liegen innerhalb der aus anderen Emissionsmessungen bekannten Grenzen.

Tabelle 1.

	Eisen		Nickel	
	φ Volt	A Amp/cm ² Grad ²	φ Volt	A Amp/cm ² Grad ²
Aus den Geraden Fig. 8 bzw. 9	3,8—3,9	1,6—20	4,2	110
Reines Metall	4,77		5,02	
Berechnet nach Suhrmann u. Csesch ²⁾	3,9		4,0	

In Fig. 7 und 8 sind noch weitere mit b bezeichnete Kurven eingetragen. Sie wurden erhalten durch *Aufstellung eines γ -Strahlers* in konstanter Entfernung vom Zählrohr. Bei jeder Meßtemperatur wurde unmittelbar nach Aufnahme der Zählkurve des Dunkeleffektes eine solche mit γ -Strahler aufgenommen. Die Differenz zwischen den Zählstoßzahlen entspricht der durch die γ -Quanten ausgelösten Elektronenzahl. Sie ist in Fig. 11 a für Eisen, in Fig. 11 b für Nickel dargestellt. Man sieht, daß diese Differenz über alle gemessenen Temperaturen (auch im exponentiell ansteigenden Teil) konstant ist, ein weiterer Beweis für das einwandfreie Arbeiten der Zählrohre.

¹⁾ R. Suhrmann u. H. Theissing, Phys. ZS. **30**, 939, 1929. —

²⁾ R. Suhrmann u. H. Csesch, ZS. f. phys. Chem. **28**, 215, 1935. Nach diesen Autoren gilt für die Änderung der Austrittsarbeit bei Wasserstoffbeladung die zu erwartende proportionale Beziehung $\Delta\varphi = -c(\varphi - \varphi_0)$; sie bestimmen die Konstanten $c = 0,86$; $\varphi_0 = 3,75$ Volt.

Weiterhin wurde das Verhalten der Zählrohre bei Lichtbestrahlung untersucht. Zu diesem Zwecke wurde eine Glühlampe für 4 Volt, die aus einem Akkumulator gespeist wurde, in 10 cm Entfernung vom Zählzylinder aufgestellt und die Zählkurven bei konstanter Einstrahlung in Abhängigkeit von der Temperatur des Zylinders aufgenommen. Das Licht mußte dabei die dicke Glaswand des Zählrohres durchqueren.

Das Nickelzählrohr (langwellige Grenze entsprechend einer Austrittsarbeit von 4,2 Volt bei 2940 Å) hatte bei keiner Temperatur eine Licht-

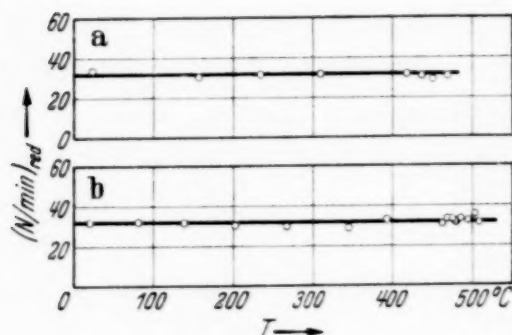


Fig. 11. Zählstöße vom γ -Strahler herührend. a) für Eisen, b) für Nickel.

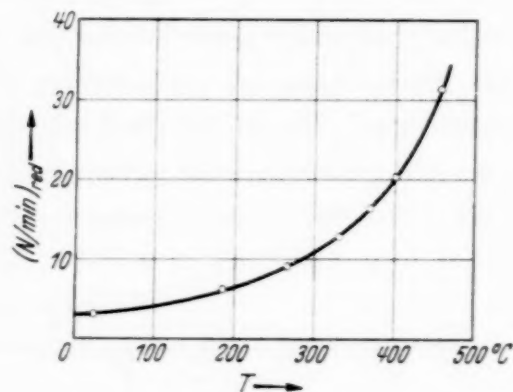


Fig. 12. Lichtempfindlichkeit des Eisenzählrohrs in Abhängigkeit von der Temperatur (Dunkleffekt abgezogen).

empfindlichkeit, d. h. die mit und ohne Lichtbestrahlung gefundenen Zählstoßzahlen waren über den ganzen Temperaturbereich gleich groß. Das Eisenzählrohr hingegen ($\varphi = 3,8$ Volt, $\lambda_g = 3240$ Å) zeigte das in Fig. 12 dargestellte Verhalten. Die Ordinate dieser Kurve ist die Differenz zwischen den Zählstoßzahlen mit Beleuchtung und ohne Beleuchtung. Schon bei Zimmertemperatur ist eine geringe Lichtempfindlichkeit festzustellen. Sie steigt im Bereich der Versuchstemperaturen ganz erheblich. Für die Auslösung dieser Zählstöße stehen die Quanten zwischen der langwelligen Grenze des Zylindermaterials und der durch die Durchlässigkeit des Glases gegebenen Grenze zur Verfügung. Zur Deutung der beobachteten Empfindlichkeitssteigerung stehen folgende Möglichkeiten offen¹⁾: 1. durch die zugeführte thermische Energie wird die Zahl der freien Metallelektronen, die durch Wechselwirkung mit einem Quant bestimmter Größe die nötige Austrittsenergie erreichen, erhöht; 2. die optischen Eigenschaften des Metalls sind temperaturabhängig; 3. mit der Größe der Gitterabstände ändert sich die Austrittsarbeit des Metalls; 4. die Adsorption der Fremd-

¹⁾ Vgl. auch R. Suhrmann, Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften 1936.

atome wird durch die Temperatur beeinflusst; 5. die Durchlässigkeit des Glases im UV ändert sich mit der Temperatur¹⁾. Hiervon spielen 2. und 3.²⁾ und wohl auch 5. eine untergeordnete Rolle. 4. kann nicht ausgeschlossen werden; doch wäre anzunehmen, daß bei Erhöhung der Temperatur eine Verminderung des Bedeckungsgrades und damit der Lichtempfindlichkeit auftreten würde. Somit bleibt im wesentlichen 1. zur Erklärung übrig.

Fowler entwickelte auf Grund der Fermi-Sommerfeldschen Elektronentheorie eine Theorie des äußeren Photoeffektes, wonach in der Nähe der „langwelligen Grenze“ die Lichtempfindlichkeit eine Funktion der Temperatur ist. Ein Vergleich dieser Theorie mit den vorliegenden Messungen ist jedoch deshalb nicht möglich, weil die spektrale Intensitätsverteilung des die Kathode treffenden Lichtes unbekannt war. Versuche zur Klärung dieser Frage mittels monochromatischen Lichtes sind im Gange.

Berlin-Charlottenburg, Physikal. Inst. d. Techn. Hochschule, Febr. 1937

¹⁾ Die Glaswand hatte bei den Versuchen Temperaturen bis zu 100° C. —

²⁾ Vgl. F. Krüger u. G. Stabenow, *Ann. d. Phys.* **22**, 713, 1935.

Lichtelektrische Messungen an metallischem Antimon *).

Von V. Middel.

Mit 11 Abbildungen. (Eingegangen am 11. Februar 1937.)

An dünnen, durch Kathodenzerstäubung hergestellten Schichten von metallischem Antimon wurde ein innerer lichtelektrischer Effekt mit einem Maximum bei einer Wellenlänge von etwa 3700 Å festgestellt. Außer dem so zunächst gemessenen Sekundäreffekt konnte auch der Primäreffekt mittels der Wechsellichtmethode von Schönwald bestimmt werden. Die Messung des äußeren lichtelektrischen Effektes ergab die langwellige Grenze zwischen 3000 und 3100 Å, ein Resonanzmaximum wurde in Übereinstimmung mit der Theorie bis herunter zu einer Wellenlänge von 2000 Å nicht gefunden, sondern ein kontinuierlicher Anstieg des Effektes mit abnehmender Wellenlänge.

Der innere lichtelektrische Effekt ist bisher überwiegend an Isolatoren und Halbleitern untersucht worden, bei letzteren vor allem an Selen, Tellur, Kupferoxydul und den Sulfiden der Metalle. An reinen Metallen liegen bisher nur wenig Messungen vor, so an Gold und Magnesium, bei denen der innere lichtelektrische Effekt von Schulze¹⁾ gefunden wurde, und an aufgedampften Schichten von Wismut, Palladium, Kupfer und Platin, die von Bartlett²⁾ untersucht wurden.

An dünnen Schichten von Antimon glaubte Kramer³⁾ einen inneren lichtelektrischen Effekt im Gebiete der Wellenlängen zwischen 4700 und 5500 Å gefunden zu haben. Nach dieser Arbeit erschien es allerdings zweifelhaft, ob es sich auch wirklich um einen lichtelektrischen Effekt handelte, oder ob ein solcher durch die Wärmewirkung der Strahlung vorgetäuscht wurde, was als möglich erscheint, da ja bei solchen dünnen Schichten meist der Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstandes negativ ist. Dies schien um so wahrscheinlicher zu sein, als in einer neueren Arbeit Suhrmann und Berndt⁴⁾ zeigen zu können glauben, daß an Antimon, sowohl an seiner metallischen wie der amorphen Modifikation, ein innerer lichtelektrischer Effekt nicht existiert.

Im Zusammenhang mit anderen lichtelektrischen Messungen im hiesigen Institut hatten sich jedoch Anhaltspunkte dafür ergeben, daß auch an metallischem Antimon ein innerer lichtelektrischer Effekt vorhanden ist, wenn auch wahrscheinlich erst am Anfang des ultravioletten Gebietes.

*) Dissertation der Philosophischen Fakultät der Universität Greifswald.

¹⁾ R. Schulze, Phys. ZS. **34**, 381, 1933. — ²⁾ S. Bartlett, Phys. Rev. **26**, 247, 1925. — ³⁾ J. Kramer, Ann. d. Phys. **19**, 37, 1934. — ⁴⁾ R. Suhrmann u. W. Berndt, Phys. ZS. **37**, 146, 1936.

Daher wurden systematische Untersuchungen hierüber angestellt, die in der vorliegenden Arbeit beschrieben sind. Zunächst wurde das Wellenlängengebiet des sogenannten „sekundären“ inneren Photoeffektes festgelegt und dann der Nachweis des „primären“ Effektes nach der Wechsellichtmethode von Schönwald¹⁾ erbracht. Außerdem wurde in dem betreffenden Gebiet die optische Absorption gemessen und im anschließenden Ultraviolett nach einem Resonanzmaximum des äußeren lichtelektrischen Effektes gesucht.

Herstellung und Eigenschaften der Antimonschichten.

Die Antimonschichten wurden durch Kathodenzerstäubung bei Spannungen von 2500 bis 3000 Volt und Stromstärken bis zu 50 mA in Wasserstoff von etwa $\frac{1}{100}$ mm Druck hergestellt. Je nach der Zeit der Bestäubung waren die Schichten mehr oder weniger durchsichtig, ihre Farbe war im reflektierten Lichte stets blaugrau. Da die dünnen Schichten bei längerer Aufbewahrung unter dem Einfluß der Luft leicht oxydiert wurden, konnten sie nicht länger als höchstens vier Tage nach ihrer Herstellung zur Messung verwandt werden. Es wurde Sorge dafür getragen, daß stets frisch aufgestäubte Schichten zur Messung kamen, ebenso eine größere Erwärmung als bei der Kathodenzerstäubung sorgfältig vermieden wurde.

Bei den Messungen der lichtelektrischen Leitfähigkeit muß immer eine Spannung an die Zelle angelegt werden, die bei allen Halbleitern einen Dunkelstrom und damit eine Erwärmung der Schicht durch die Stromwärme und eine Änderung des elektrischen Widerstandes zur Folge hat. Die Bestimmung dieser Widerstandsänderung zeigte bei allen Schichten eine Leitfähigkeitsvergrößerung bei Erwärmung an, woraus man schließen könnte, daß nicht die metallische, sondern die amorphe Modifikation des Antimons vorläge. Hierfür spricht auch, daß bei Erwärmung durch langwellige, besonders ultrarote Strahlung der Widerstand ebenfalls abnimmt. Andererseits weiß man, daß man die an kompaktem Material erhaltenen Erkenntnisse über den Temperaturkoeffizienten des elektrischen Widerstandes und die daraus zu folgernden Schlüsse nicht ohne weiteres auf dünne Schichten übertragen darf, sondern daß bei diesen vielfach anomale elektrische und magnetische Eigenschaften²⁾ auftreten, ohne daß immer eine Modifikationsänderung gegenüber massivem Material vorzuliegen braucht. Bekanntlich gibt es für jedes Metall eine Grenzdicke, unterhalb derer die für

¹⁾ B. Schönwald, Ann. d. Phys. **15**, 395, 1932. — ²⁾ J. Kramer u. H. Zahn, Naturwissensch. **20**, 792, 1932; J. Kramer, a. a. O., S. 43; L. R. Ingersoll, Phys. Rev. **25**, 114, 1925.

kompaktes Metall geltenden Gesetzmäßigkeiten keine Gültigkeit mehr haben. Nach Tammann¹⁾ ist der negative Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstandes bei dünnen Metallschichten durch eine Vergrößerung der ursprünglich sehr kleinen Kristallkörnchen bedingt. Aus seinen Messungen folgt, daß die dünnen Metallschichten durchweg kristallinisches Gefüge haben, daß es überhaupt nicht möglich erscheint, reine Metalle in den

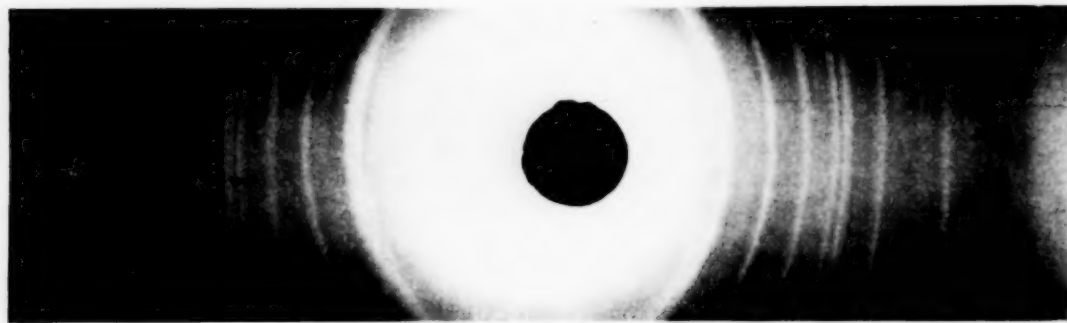


Fig. 1. Aufnahme von einer dünnen Antimonschicht.

amorphen Zustand zu überführen. Nur Antimon kann, wenn auch nicht in reinem Zustand, sondern nur bei einem Gehalt von 5 bis 20% SbCl_3 im amorphen Zustand beständig sein.

Zur Feststellung der bei meinen Messungen vorliegenden Form des Antimons wurden Debye-Scherrer-Aufnahmen an Schichten gemacht, die

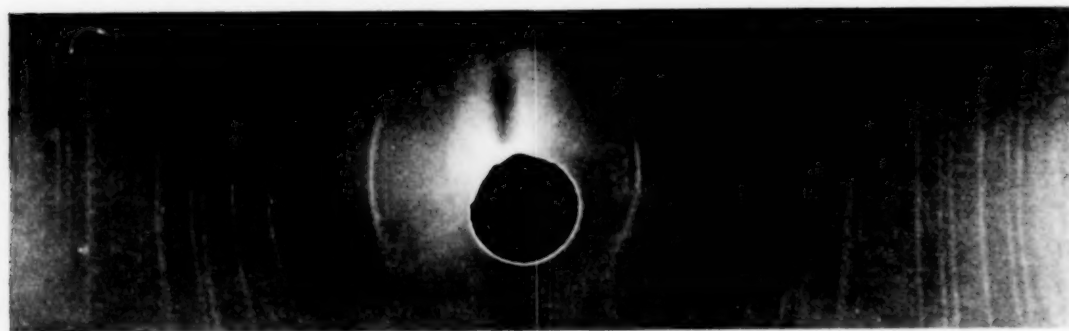


Fig. 2. Aufnahme von gepulvertem, metallischem Antimon.

unter genau den gleichen Bedingungen hergestellt waren wie die, an denen die beschriebenen lichtelektrischen Ergebnisse erhalten wurden. Da die zur Herstellung einer Pulveraufnahme nötige Menge des Stoffes nicht zur Verfügung stand, wurde ein dünnes Glasröhrchen außen mit Antimon bestäubt. Die Schichtdicken überschritten nicht wesentlich die bei der Messung des Primärstromes verwandten. Die Aufnahme 1 zeigt deutlich

¹⁾ G. Tammann, Ann. d. Phys. **22**, 73, 1935.

den kristallinen Aufbau der Antimonschicht, wie durch Vergleich mit der an gepulvertem metallischen Antimon gemachten Aufnahme 2 eindeutig bewiesen wird.

Die Debye-Scherrer-Aufnahmen wurden mit $\text{Cu K } \alpha$ -Strahlen ausgeführt. Die Unschärfe der Interferenzringe bei Aufnahme 1 hat mehrere Ursachen. Man erkennt, auf dem Original deutlicher als hier auf der Reproduktion, eine Aufspaltung der Linien in zwei dicht nebeneinander liegende Intensitätsmaxima, die durch Reflexion an der Vorder- bzw. Rückseite des bestäubten Stäbchens entstanden sind. Unter Aufspaltung der Linien soll nicht die strukturbedingte Linienvermehrung des Antimons verstanden werden, die auch auf der Vergleichsaufnahme sichtbar ist, sondern die nur bei genauer Betrachtung erkennbare Aufspaltung jeder einzelnen Linie in zwei Intensitätsmaxima. Diese Aufspaltung ist auf Aufnahme 1 zu erkennen; die beiden Pfeile weisen auf die Intensitätsmaxima einer Linie hin, die in der Vergleichsaufnahme 2 nur einfach erscheint. Ferner hängt die Breite der Linien mit der geringen Größe der Kristalle zusammen. Man erhält allgemein scharfe Interferenzen bei Teilchengrößen zwischen 10^{-3} und 10^{-6} cm. Aus der Verbreiterung der Linien kann man nach Debye und Scherrer¹⁾ oder nach v. Laue²⁾ die Teilchengröße berechnen. Natürlich beeinflußt auch die Breite des Präparates die der Ringe.

Meine Ergebnisse widersprechen dem Befund von Suhrmann und Berndt (l. c.), die weder vor noch nach einer Umwandlung des Antimons lichtelektrische Leitfähigkeit finden konnten, und auch der Auffassung von Kramer (l. c.), der glaubt, daß dieser Effekt nur an amorphen Antimonschichten vorliege. Gegen die mögliche Annahme, daß die bedeutend dünneren Schichten, die zur Messung des Sekundärstromes benutzt wurden, amorph waren, spricht die Übereinstimmung des lichtelektrischen Resonanzgebietes mit dem bei dickeren Schichten gefundenen.

Da ganz allgemein das Auftreten lichtelektrischer Leitfähigkeit aufs engste mit dem Vorhandensein einer Stelle größerer optischer Absorption zusammenhängt, wurde zur Nachprüfung der bei der Messung des inneren lichtelektrischen Effektes gefundenen Abhängigkeit von der Wellenlänge des Lichtes die Durchlässigkeit einer ebenfalls durch Kathodenzerstäubung hergestellten Antimonschicht auf Glimmer gemessen. Die Gestalt der

¹⁾ P. Scherrer, in Zsigmondy, Kolloidchemie, S. 404; R. Glocker, Materialprüfung mit Röntgenstrahlen, S. 296. — ²⁾ M. v. Laue, ZS. f. Krist. **64**, 115, 1926; R. Brill, Kolloid-ZS. **69**, 301, 1934.

Absorptionskurve liefert nur in großen Zügen die Abhängigkeit der Durchlässigkeit von der Wellenlänge, da immer ein ziemlich breites Gebiet, bei dieser Messung im Mittel 200 \AA , durch den Austrittsspalt trat. Eine weitere Verengung des Spaltes war wegen zu gering werdender Energie unmöglich.

Zur Energiemessung wurde eine Sperrschichtphotozelle benutzt, die auch im Ultraviolett noch gut ansprach. Die durchgelassene Energie wurde

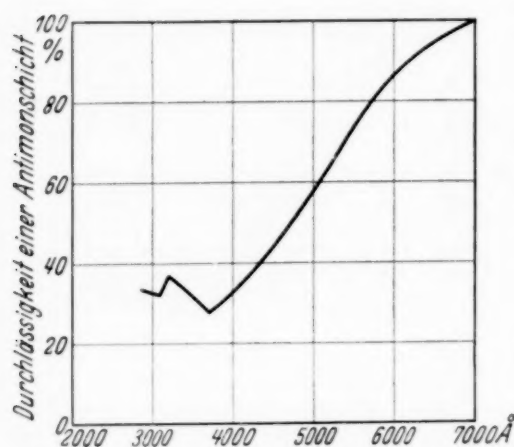


Fig. 3. Lichtdurchlässigkeit einer Antimonschicht.

hinter der auf einem Glimmerblatt von der Dicke $0,075 \text{ mm}$ aufgestäubten Antimonschicht und hinter einem unbestäubten Glimmerblatt derselben Dicke gemessen; die Differenz beider Messungen ergab dann die Durchlässigkeit des Antimons. Fig. 3 gibt die erhaltenen Werte der Durchlässigkeit wieder.

Wegen der ziemlich hohen Fehlergrenzen dieser Messungen hätte es keinen Zweck gehabt, die Änderung des Reflexionsvermögens mit der Wellenlänge zu berücksichtigen. Diese Vernachlässigung kann deshalb keine falsche Bestimmung der Lage des Absorptionsmaximums zur Folge haben, weil das Reflexionsvermögen dem Absorptionsvermögen parallel geht. Es kommt auch hier nicht auf die absolute Stärke der Absorption, sondern nur auf die Lage des Absorptionsmaximums an.

Lichtelektrische Messungen.

A. Die lichtelektrische Leitfähigkeit.

Gudden und Pohl¹⁾ bezeichnen die Fortbewegung primär abgespaltener Elektronen als Primärstrom, alle Folgeerscheinungen, wie elektrolytische Leitung, Änderung der Leitfähigkeit durch Gitterauflockerung usw. als Sekundärstrom. Nur die Gesetzmäßigkeiten des ersteren sind quantitativ faßbar. Die Stromstärke ist hier bei allen Spannungen der absorbierten und natürlich auch der auffallenden Lichtintensität einer bestimmten Wellenlänge proportional. Mit steigender Spannung erreicht der Strom einen Sättigungswert. Bei Sättigungsfeldstärke wird dabei durch jedes absorbierte $h\nu$ ein Elektron ausgelöst. Der so definierte Primärstrom

¹⁾ B. Gudden u. R. Pohl, ZS. f. Phys. **6**, 248, 1921.

setzt mit der Belichtung trägheitslos ein und verschwindet bei Aufhören der Belichtung auch trägheitslos.

Der Sekundärstrom dagegen erreicht bei Belichtung erst langsam seinen Höchstwert und klingt nach Ende der Belichtung langsam wieder ab. Oft bleibt sogar das Kristallgitter weitgehend gestört. Die Ströme wachsen stärker als proportional mit der Spannung, eventuell bis zum Durchschlag. Die Widerstandsänderung erreicht schließlich einen von Temperatur, Spannung, Lichtintensität usw. sehr abhängigen Grenzwert.

Zum Nachweis des lichtelektrischen Sekundärstromes genügt eine der üblichen Methoden zur Widerstandsbestimmung, wenn sie nur empfindlich genug ist; die Messung des Primärstromes gelingt auf demselben Wege ohne weiteres bei Isolatoren, d. h. bei Abwesenheit eines Dunkelstromes. Bei Halbleitern und Metallen muß man für kleine Belichtungszeiten und Lichtintensitäten sorgen. Man mißt dann entweder ballistisch nach Gudden und Pohl (l. c.) und mit Wechsellicht nach Schönwald (l. c.) oder, was für Halbleiter mit negativem Temperaturkoeffizienten des elektrischen Widerstandes in Frage kommt, indem man durch Temperaturerniedrigung die Dunkelleitfähigkeit genügend herabsetzt, wie es Voigt¹⁾ bei Messungen an Antimonglanz getan hat.

1. Der Sekundärstrom.

a) *Meßmethode und Apparatur.* Der Widerstand der Antimonschicht wurde mit einer Wheatstoneschen Brücke gemessen. Wegen der Größe der zu vergleichenden Widerstände, die in den Größenordnungen 10^5 bis 10^8 Ohm lagen, mußte als Brückeninstrument ein elektrostatisches benutzt werden; dazu diente ein Lindemann-Elektrometer. Die Widerstände in den drei übrigen Brückenzweigen wurden möglichst gleich dem der Antimonzelle gewählt. Vor den Widerstand in dem Brückenzweig, der dem der Zelle gegenüber lag, war ein meßbar veränderlicher Stöpselrheostat eingeschaltet. Die Messung geschah so, daß bei möglichst großer Spannung an der Brücke das Elektrometer durch Erdung des richtigen Punktes nahe der Mitte der Elektrometerbatterie auf Spannungsfreiheit eingestellt wurde. Die Antimonzelle befand sich bei den Messungen in einem lichtdicht schließenden Kasten, der den Monochromator mit umfaßte. Trotz gutem thermischen Schutz der Antimonschicht ergab sich eine große Nullpunktswanderung während der Messungen, die durch die Stromwärme und die dadurch erzeugte Leitfähigkeitsänderung der Schicht verursacht wurde.

¹⁾ K. H. Voigt, ZS. f. Phys. **57**, 154, 1929.

Sie konnte nicht vermieden werden, wurde aber beträchtlich vermindert, wenn die Zelle dauernd durch einen Ventilator gekühlt wurde. Die Größe der Spannung an der Brücke (150 bis 250 Volt), von deren Höhe die Empfindlichkeit der Brücke abhing, war begrenzt durch die Durchschlagsgefahr und die erwähnte Wärmeentwicklung des Stromes in der Antimonzelle. Die ganze Apparatur, besonders die Leitungseinführungen, war durch Paraffin und Bernstein isoliert.

Am besten würde man die Messungen so vorgenommen haben, daß man die Widerstandsänderung der Antimonzelle bei Belichtung durch entsprechendes Zuschalten eines Widerstandes in demselben Brückenweig kompensiert hätte. Dieses Meßverfahren war jedoch aus zwei Gründen nicht durchführbar. Einmal stand kein genügend großer Stöpselrheostat zur Kompensation der maximal nur $1\frac{0}{100}$ betragenden Widerstandsänderung zur Verfügung, zweitens war es nicht möglich, die starke Nullpunktswanderung, wohl eine Folge der Stromwärme, dauernd zu kompensieren.

Es wurde daher keine Kompensation der Widerstandsabnahme der Antimonzelle durch Belichtung vorgenommen, sondern der damit verbundene Ausschlag des Elektrometers gemessen. Dieser Ausschlag ist zwar der Widerstandsänderung nicht genau proportional, aber für den hier vorliegenden Zweck der Bestimmung der Lage der Wellenlängenabhängigkeit des inneren lichtelektrischen Effektes hinreichend genau. Die Empfindlichkeit des Lindemann-Elektrometers wurde bis an dessen labile Grenze gesteigert, sie betrug dann 150 Skt./Volt.

Als Lichtquelle diente eine von Klumb und Odenwald¹⁾ angegebene Lampe, bei der eine in strömendem Wasserstoff glühende Wolframspirale ein kontinuierliches, lichtstarkes Spektrum lieferte. Da zur Erzielung möglichst großer Intensität im Ultraviolett nahe an der Grenze ihrer Belastbarkeit gearbeitet werden mußte, wurde besonders sorgfältig während jeder Messung auf die Konstanz der Lichtintensität geachtet. Der Quarzmonochromator von der Firma Zeiß-Jena hatte ein Öffnungsverhältnis von 1 : 7; bei der hierdurch bedingten geringen Lichtstärke mußte die Spaltbreite leider sehr groß, etwa gleich 2 mm gemacht werden. Der Wellenbereich des Monochromators lag zwischen 2000 und 10000 Å. Die Dispersionskurve wurde zunächst mit Hilfe bekannter Linien, wie der Natriumlinien 5890 und 5896 Å, sowie einiger Helium- und Wasserstofflinien festgelegt. Die Erweiterung über das ganze Gebiet von Ultraviolett bis Ultrarot erfolgte dann mittels der Dispersionskurve des Quarzes, speziell mit den bei Kohl-

¹⁾ H. Klumb u. R. Odenwald, ZS. f. techn. Phys. **16**, 200, 1935.

rausch¹⁾ angegebenen Werten für das Brechungsverhältnis von Quarz als Funktion der Wellenlänge.

b) *Die Antimonschicht.* Auf hochisolierendem Material, Quarz oder Glimmer, wurden zuerst durch Kathodenzerstäubung zwei dicke, undurchsichtige Goldelektroden hergestellt, deren Abstand voneinander etwa 2 mm betrug. Unter den oben angegebenen Bedingungen wurden dann diese Elektroden mittels Kathodenzerstäubung durch eine Antimonschicht verbunden. Bei anderen Zellen wurde zuerst die Antimonschicht hergestellt und die Goldelektroden später aufgestäubt. Die Dicke der Antimonschichten lag je nach der Bestäubungszeit etwa zwischen 10 und 1000 m μ , ihr Widerstand zwischen 10^8 und 10^5 Ohm. Für die Stromzuführung wurden an den Goldelektroden unter Zwischenlegen von Platin- oder Goldblech Messingklemmen angeschraubt; um den Kontakt völlig einwandfrei zu gestalten, wurde die Goldschicht bzw. das Platin- oder Goldblech durch Wood-Metall mit der vorher verzinnnten Messingklemme verbunden. Die freie Antimonschicht hatte etwa die Breite des aus dem Monochromator austretenden Lichtstrahles, ihr Widerstand nahm erst nach etwa zweistündiger Strombelastung einen mäßig konstanten Wert an.

c) *Meßergebnisse.* Zu Beginn der Messungen wurde die Energie des monochromatischen Lichtes so weit wie möglich ins Ultraviolett hinein mit einer Thermosäule gemessen; die erhaltene Energiekurve wurde unter Anwendung des Planckschen Strahlungsgesetzes nach dem ultravioletten Teil des Spektrums zu erweitert. Diese Erweiterung war gestattet, da die benutzte Lichtquelle sich sehr angenähert wie ein schwarzer Körper verhält, und es hier nur auf relative Werte ankam. Später erfolgte im Ultraviolett eine Nachmessung mit einer von der Firma Pressler gebauten Cadmiumzelle, die mit Hilfe eines Nernst-Brenners und einer Thermosäule geeicht wurde. Die so für das Ultraviolett erhaltenen Werte stimmten mit den nach dem Strahlungsgesetz berechneten gut überein.

In den Tabellen 1a und 1b sind die Meßergebnisse wiedergegeben, in der ersteren die Mittelwerte an zwei Antimonschichten auf Glimmer, in der letzteren die Mittelwerte an vier Antimonschichten auf Quarz. Die erste Kolumne von 1a enthält die Wellenlängen in Å, die zweite die Strahlungsenergie in willkürlichen Einheiten, die Kolumnen 3 und 4 die Intensität des inneren lichtelektrischen Effektes in Skaleneinheiten des Lindemann-Elektrometers an zwei verschiedenen Zellen, die Kolumnen 4 und 5 den auf die Strahlungseinheit bezogenen lichtelektrischen Effekt,

¹⁾ F. Kohlrausch, Praktische Physik 1930, Tabelle 25.

Tabelle 1a. Antimonschichten auf Glimmer.

Wellenlänge in Å	Energie der Strahlung <i>a</i>	Lichtelektrischer Effekt				Mittelwert von Zelle 1 und 2
		in Skalenteilen		pro Strahlungseinheit in Prozenten		
		Zelle 1	Zelle 2	Zelle 1	Zelle 2	
7000	980,0	70,7	64,3	1,15.	1,11	1,13
6000	450,0	44,0	40,3	1,57	1,51	1,54
5300	225,0	42,0	32,5	3,05	2,35	2,70
4950	135,0	52,0	40,0	6,26	5,04	5,65
4600	80,0	73,3	57,7	14,7	12,1	13,4
4470	58,0	78,5	69,7	21,8	20,2	21,0
4220	27,0	72,0	65,7	42,9	41,0	42,0
3930	14,0	59,9	56,1	68,7	67,4	68,0
3770	8,5	41,6	32,8	78,6	64,9	71,8
3680	7,0	36,8	30,7	84,2	73,6	78,9
3600	5,0	31,2	27,8	100	93,5	96,8
3550	4,0	24,5	23,8	98,3	100	99,1
3400	3,0	11,0	8,2	58,9	46,1	52,5
3300	2,3	1,7	3,0	11,9	21,9	16,9
3180	1,7	3,4	3,0	32,1	29,8	31,0
3080	1,3	8,0	0,3	98,8	3,7	51,3
3000	1,0	—	—	—	—	—

Tabelle 1b. Antimonschichten auf Quarz.

Wellenlänge in Å	Lichtelektrischer Effekt pro Strahlungseinheit in Prozenten				Mittelwert der Zellen 1 bis 4
	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	
7000	—	0,56	0,30	—	0,43
6200	0,15	0,83	0,35	—	0,45
5570	0,14	1,52	0,64	1,28	0,90
4950	—	12,1	3,86	6,51	5,60
4600	—	23,6	9,26	—	16,7
4470	4,77	37,8	14,6	21,7	19,8
4350	13,4	47,6	26,1	35,4	30,6
4220	23,7	59,1	43,2	50,8	44,2
4000	44,3	100	75,5	66,1	71,4
3850	72,7	91,4	90,0	73,7	81,8
3770	95,2	64,0	100	100	89,5
3600	94,7	42,9	81,2	75,5	73,2
3450	62,4	31,6	55,2	57,8	51,8
3350	11,5	—	18,0	26,0	13,9
3220	3,2	—	13,5	19,5	9,1

wobei gleichzeitig sein Maximalwert gleich 100 gesetzt ist, die letzte Kolumne enthält den Mittelwert aus 4 und 5. In Tabelle 1b sind in den Kolumnen 2 bis 5 die an vier verschiedenen Zellen die gleich auf die Strahlungseinheit und auf den Maximalwert 100 bezogenen Werte des lichtelektrischen Effektes wiedergegeben, in Kolumne 5 das Mittel aus diesen vier Reihen.

Die Fig. 4a und 4b geben die Messungen der Tabelle 1a bzw. 1b graphisch wieder. Wir erkennen deutlich ein großes Gebiet der inneren lichtelektrischen Wirkung zwischen 6000 und 3300 Å. Die Messungen an den beiden Antimonschichten auf Glimmer brachten bei gesteigerter Empfindlichkeit der Brücke, die durch Vergrößerung der angelegten Spannung erreicht werden konnte, eine Erweiterung des Meßbereiches bis etwa 3000 Å. Hierbei zeigen die Messungen an Zelle 1 noch ein kleineres Maximum zwischen 3000 und 3300 Å, das auch in den Mittelwerten aus Zelle 1 und 2

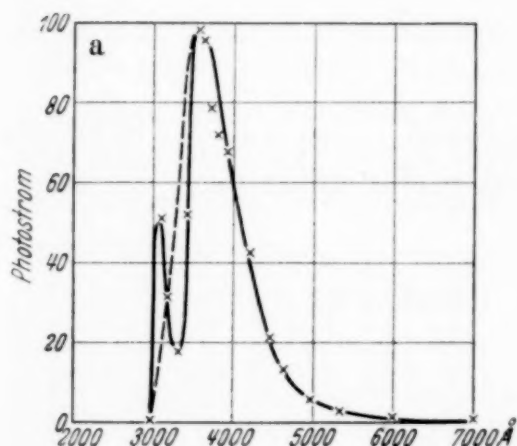


Fig. 4a. Antimonschichten auf Glimmer.

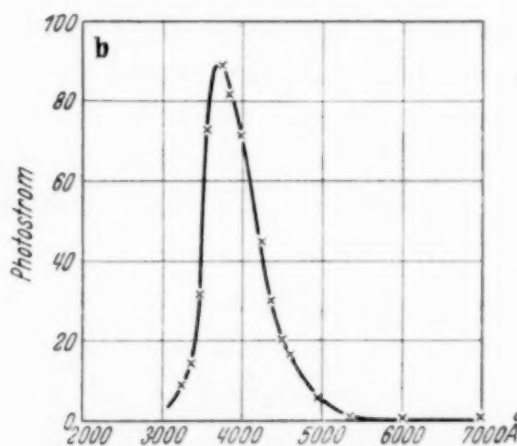


Fig. 4b. Antimonschichten auf Quarz.

noch zum Ausdruck kommt und daher in Fig. 4a mitgezeichnet ist (ausgezogene Linie). Da aber die Messungen an Zelle 2 dieses Maximum nicht enthalten, ist die Existenz dieses Nebenmaximums immerhin unsicher; vielleicht gibt daher die punktiert gezogene Linie den Kurvenverlauf richtiger wieder. Das Hauptmaximum liegt jedenfalls nach den Kurven sowohl von Fig. 4a wie 4b bei etwa 3700 Å.

Als Belichtungszeit wurde meist eine Minute genommen, eine Zeit, die nur einen Bruchteil des ganzen Effektes sichtbar werden ließ. Ein Abwarten bis zur Auswirkung des vollen Stromes ließ sich nicht durchführen, da dies zu einer so großen Ausdehnung einer Meßreihe geführt hätte, daß die stark belastete Wolframglühlampe durchgebrannt wäre. Die Sekundärerscheinungen sind hier bedeutend größer als beim Selen, wie man durch einen Vergleich der Fig. 5 mit der aus Gudden¹⁾ entnommenen Fig. 6 leicht feststellen kann. Es wurde auch versucht, durch Belichtung mit langwelligem Licht eine Verringerung der stark hemmenden Nachwirkung

¹⁾ B. Gudden, Lichtelektrische Erscheinungen, S. 206, Abb. 103.

zu erreichen. Gudden und andere beschreiben die Wirkung dieser Maßnahme auf Kristalle, bei Antimon konnte ich keinen merklichen Erfolg feststellen.

Da weder bei Sättigung noch nach Erreichen eines für die betreffende Wellenlänge bei gegebener Spannung charakteristischen Endausschlages aus den angegebenen Gründen gemessen werden konnte, wurde, da es sich nur um eine Bestimmung der relativen lichtelektrischen Erregbarkeit handelte, stets nach einer Belichtungszeit von einer Minute abgelesen. Die Messungen wurden immer auf gleiche auffallende Strahlungsenergie bezogen, sie brechen wegen zu geringer Lichtstärke der Lampe im weiteren Ultraviolett bei etwa 3000 \AA ab.

In dem von Kramer (l. c.) angegebenen Gebiet zwischen 4700 und 5500 \AA ist jedenfalls ein innerer lichtelektrischer Effekt nicht vorhanden.

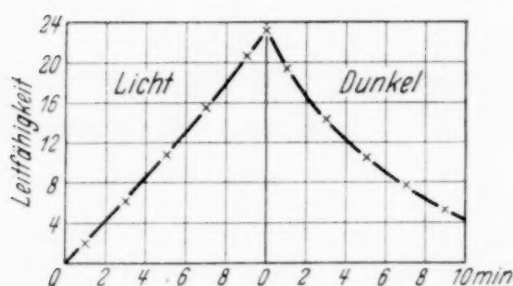
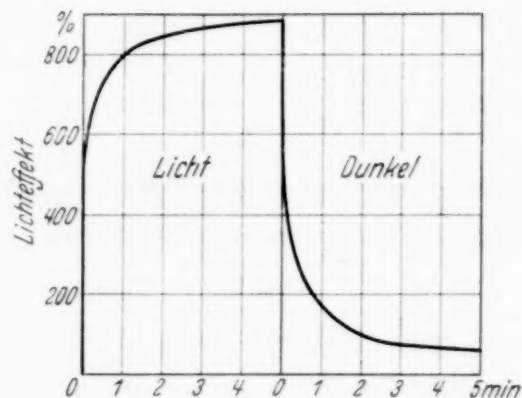


Fig. 5.



2. Nachweis des lichtelektrischen Primärstromes.

a) *Meßmethode und Apparatur.* Zur Ermittlung des lichtelektrischen Primärstromes mit Wechsellicht nach der Methode von Schönwald¹⁾ wurde durch eine Lochscheibe die Gesamtstrahlung einer starken Lichtquelle etwa 715mal in der Sekunde unterbrochen. Die Lochscheibe mit 66,5 cm Durchmesser aus Sperrholz saß direkt auf der Achse eines möglichst erschütterungsfrei auf einer eigenen Konsole aufgestellten Synchronmotors vor einer 10 mm dicken Aluminiumscheibe mit 34,5 cm Durchmesser, die zur Konstanthaltung der Frequenz dienen sollte. Der Synchronmotor lief mit einer konstanten Tourenzahl von 1430 pro Minute. Die Sperrholzscheibe wies am Rande 30 runde Löcher vom Durchmesser 30 mm auf. Um ein in erster Näherung sinusförmiges Wechsellicht zu erhalten, wurde darauf geachtet, daß der Abstand der Löcher voneinander gleich ihrem Durchmesser war, wodurch die Intensität von Oberschwingungen nach Möglichkeit beschnitten wurde.

Als Lichtquelle wurde wieder die erwähnte Wolframglühlampe benutzt. Durch eine Quarzlinse wurde das so erzeugte Wechsellicht auf die zu untersuchende Antimonzelle konzentriert, vor der ein Blechschirm mit rechteckigem Ausschnitt stand. Da der im vorigen Teil der Arbeit benutzte Quarzmonochromator wegen seiner geringen Lichtstärke nicht ausreichte, wurden zur Messung der spektralen Empfindlichkeitsverteilung Filter benutzt, die in den genannten Blechschirm eingesetzt wurden. Diese Filter wurden von der Firma Schott-Jena bezogen; sie wurden einzeln oder in Kombination benutzt, so daß ein möglichst scharfes und eindeutiges Gebiet der Durchlässigkeit erzielt wurde. Da fast alle Filter Durchlässigkeitsstellen im Ultrarot aufwiesen, wurde bei allen Messungen zur Absorption des Ultrarots von etwa 10000 Å an ein in einem weiten Glasrohr befindliches und mit Endplatten aus Quarz versehenes Wasserfilter von 6 cm Dicke eingeschaltet.

Eine Spannungsquelle von 10 bis 20 Volt erzeugte einen Gleichstrom in der Antimonschicht, die Wahl der Spannung war durch die Erwärmung der Schicht begrenzt. In den Stromkreis wurde als Drossel die Primärwicklung eines streuungsarmen Ringtransformators mit einem Kern aus Mu-Metall, mit 440 Ohm Gleichstromwiderstand und einer Selbstinduktion von 5 Henry eingeschaltet, an deren Enden die durch die Belichtung entstehende, dem konstanten Gleichstrom überlagerte Wechselspannung bestimmter Frequenz abgenommen und an einen vierstufigen Widerstands-

¹⁾ B. Schönwald, a. a. O.

verstärker mit dem Verstärkungsfaktor von etwa 5000 gelegt wurde. Keine der Stufen des Verstärkers wurde abstimbar gemacht, vielmehr zur Messung des Effektes ein Vibrationsgalvanometer nach R. Schmidt (von der Firma O. Selinger-Berlin) als Resonanzinstrument benutzt, das bei der angegebenen Frequenz und einem Skalenabstand von 28 cm noch eine sichere Bestimmung einer Wechselspannung von 0,1 mV gestattete. So war noch eine Wechselspannung von etwa $2 \cdot 10^{-8}$ Volt nachweisbar; bei dieser Empfindlichkeit pflegt sich bereits der Schroteffekt der ersten Röhre unangenehm bemerkbar zu machen. Hierfür wurde daher eine Spezialtype Telefunken RV 322 gewählt, die wegen ihres dicken Heizfadens zwar eine verhältnismäßig große Heizstromstärke benötigte, dafür aber infolge der großen Kathodenoberfläche den Vorteil gleichmäßigeren Elektronenaustritts bot. Der Schroteffekt konnte dadurch auf 1 bis 2 mm Bildverbreiterung heruntergedrückt werden. Eine weitere Steigerung der Verstärkung, die an sich durchaus im Bereich der Möglichkeit lag, hätte daher nur eine Vergrößerung der Bildverbreiterung durch den Schroteffekt zur Folge gehabt.

Die Antimonzelle mit Batterie, Filter und Quarzlinse standen zusammen in einem allseitig lichtdicht geschlossenen, außen mit Blech verkleideten Kasten, vor dessen Eintrittsloch für das Licht die Lochscheibe rotierte.

Der Verstärker, den mir Herr Dipl.-Ing. F. Brasack gütigst zur Verfügung stellte, mußte wegen akustischer Rückkopplungen vom Synchronmotor bzw. der Lochscheibe her im Nebenzimmer aufgestellt und außerdem durch einen mit Blech verkleideten Kasten abgeschirmt werden. Der Verstärker und sein gesondert gebauter Eingang mit Drossel, Kapazität und Gitterbatterie wurden durch eine doppeladrige, abgeschirmte Litze mit der Zelle verbunden. Wegen der bei der Länge dieser Verbindungsleitung trotzdem unvermeidlichen elektromagnetischen Störungen war ein Messen nur in den Abend- und Nachtstunden möglich. Der Verstärkereingang wurde gesondert in einen zusammenge Nieteten Panzer aus 1 mm starkem Kupfer- und 1,5 mm starkem Eisenblech montiert, was nach meinen Erfahrungen ausreichte, die Hauptstörungen fernzuhalten.

b) Die Form der Antimonzelle. Nachdem Vorversuche mit einigen der oben beschriebenen Antimonschichten gezeigt hatten, daß oberhalb eines Widerstandes von 1000 Ohm im Verstärkereingang die Störungsanfälligkeit ein Messen unmöglich machte, wurde die von der technischen Selenzelle her bekannte kammförmige Elektrodenform benutzt, durch die man den Zellenwiderstand stark herabsetzen kann. Durch Kathodenzerstäubung wurde auf Glas eine dicke Goldschicht aufgebracht, in die

mit einer Stahlspitze ein kammförmiges Raster gekratzt wurde. Nach sorgfältiger Prüfung der Isolation wurden die Raster durch Kathodenzerstäubung mit einer Schicht Antimon überdeckt. Die so erhaltenen Zellen hatten einen Widerstand von maximal 1000 Ohm. Die Größe der Antimonflächen wechselte bei den verschiedenen Zellen und erwies sich als unwesentlich, da es gleichgültig war, ob das Licht konzentriert oder über die ganze Fläche verteilt wurde.

Es wurden auch fertige Raster von Gold auf Glas bzw. mit Porzellan überzogenem Glas zur Zellenherstellung mit verwandt.

c) *Eichung der Apparatur.* Benutzt wurden die Filter UG 2, BG 1, BG 3, BG 7, BG 12, BG 14, BG 17, BG 18, BG 19, GG 11, OG 3, RG 5, RG 7, RG 8 und RG 9 von Schott-Jena einzeln und in verschiedenen Kombinationen. Die Durchlässigkeitsgebiete der Filter für energiegeliches Spektrum sind nach den Angaben der Firma Schott berechnet.

Mit einem optischen Pyrometer wurde die schwarze Temperatur des Glühdrahtes der Lampe gemessen und die Energieverteilungskurve aus dem Planckschen Strahlungsgesetz errechnet. Die schwarze Temperatur des Wolframdrahtes betrug bei der konstant gehaltenen Stromstärke 3020° K, seine wahre Temperatur bei Annahme eines Emissionsvermögens von 0,42 etwa 3370° K.

Der primäre innere lichtelektrische Effekt war der an die Zelle gelegten Spannung streng proportional. Der Primärstrom ergab sich größenordnungsmäßig zu etwa $1/1000$ des Sekundärstromes, für den ich eine Widerstandsänderung von etwa 1 : 1000 gefunden hatte. Die Ergebnis steht im Einklang mit der Angabe bei Schönwald, der bei Messungen an Kupferoxydul für jenes Verhältnis ebenfalls etwa 1 : 1000 angibt. Es muß allerdings berücksichtigt werden, daß bei meinen Messungen des Sekundärstromes aus den angegebenen Gründen nicht bei Sättigung gemessen werden konnte, weshalb sich das Verhältnis von Primärstrom zu Sekundärstrom noch etwas verschiebt.

d) *Meßergebnis.* Die Messungen wurden so ausgeführt, daß bei konstanter Gleichstromstärke, Frequenz und Lichtintensität der Ausschlag im Vibrationsgalvanometer für die verschiedenen Filter gemessen wurde, und daß dann bei derselben Lichtintensität mit einer Thermosäule die durchgelassene Gesamtenergie bestimmt wurde. Eine Division dieser Ergebnisse durcheinander ergab dann die auf die auffallende Energieeinheit bezogene Lichtempfindlichkeit für das betreffende Spektralgebiet. Tabelle 2 gibt die entsprechenden Werte an, und zwar stehen in der zweiten Kolonne die

Tabelle 2.

Filter	Grenzen der Durchlässigkeit \AA	Optische Schwerelinien \AA	Energie der Strahlung a	Lichtelektrischer Effekt		Schwerelinie	
				l	l/a	2. Näherung \AA	3. Näherung \AA
BG 7	3200 — 7000	5200	102,5	7,7	0,08	3700	5000
BG 12	3200 — 5100	4350	35,5	5,3	0,15	3500	4300
BG 14	3200 — 8400	5500	233,0	12,3	0,05	3600	5200
BG 17	3500 — 9000	6500	533,5	22,0	0,04	6500	6500
BG 18	3200 — 6700	5200	192,0	10,7	0,06	3600	5200
BG 19	3000 — 9000	6200	458,0	19,0	0,04	6200	6200
GG 11	4500 — 9200	7000	1005	34,0	0,03	7000	7000
OG 3	5500 — 9300	7100	985,0	29,3	0,03	7100	7100
RG 5	6500 — 9400	7500	740,0	23,3	0,03	7500	7500
RG 7	7500 — 9500	8400	192,0	6,7	0,04	8400	8400
RG 8	6400 — 9300	7600	780,0	20,6	0,03	7600	7600
RG 9	6000 — 9200	7900	575,0	14,7	0,03	7900	7900
BG 1 + BG 12	3000 — 5000	4400	24,0	4,7	0,20	3400	4100
BG 3 + BG 14	3000 — 5000	4300	62,0	5,7	0,09	3600	4200
BG 17 + RG 5	6500 — 9000	7250	206,5	9,3	0,05	7250	7250
BG 18 + GG 11	4600 — 6400	5400	130,0	8,0	0,06	5300	5300
BG 19 + OG 3	5600 — 8300	6700	260,0	11,7	0,05	6700	6700
BG 1 — RG 9	3200 — 5100	4200	—	—	0,14	3500	4100

Durchlässigkeitsgebiete der benutzten Filter, in der dritten Kolonne die optischen Schwerelinien für diese Gebiete. Diese Schwerelinie wurde in der Weise bestimmt, daß der Inhalt der von der Durchlässigkeitskurve umschlossenen Fläche bestimmt und durch eine Linie, die die optische Schwerelinie darstellt, halbiert wurde.

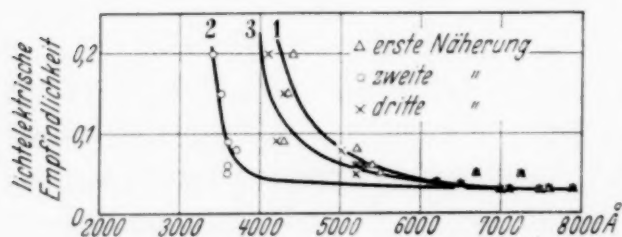


Fig. 7.

Die vierte Kolonne enthält die mit der Thermosäule hinter den jeweiligen Filtern gemessenen Energiewerte der durchgelassenen Strahlung; die fünfte Kolonne gibt die dem lichtelektrischen Effekt l entsprechenden Ausschläge a des Vibrationsgalvanometers wieder. Die sechste Kolonne enthält die Quotienten l/a der Werte der beiden Kolonnen 5 und 4, d. h. den lichtelektrischen Effekt pro Strahlungseinheit.

Diese Werte des lichtelektrischen Effektes pro Strahlungseinheit sind als Funktion der Wellenlänge der optischen Schwerelinien in Fig. 7 in der Kurve 1 dargestellt, die ein starkes Ansteigen der lichtelektrischen Empfindlichkeit mit abnehmender Wellenlänge zeigt. Daraus folgt aber, daß

die den kürzeren Wellenlängen entsprechenden Ordinaten der Durchlässigkeitskurven bei der Berechnung der Schwerelinien einen höheren Anteil erhalten müssen, als die den längeren Wellen entsprechenden. Um diesem Umstande Rechnung zu tragen, wurde so verfahren, daß die aus dieser ersten Kurve entnommenen Werte der lichtelektrischen Empfindlichkeit mit den jeweils denselben Wellenlängen zugehörigen Werten der Durchlässigkeiten der Filter multipliziert wurden. So ergaben sich für jedes Filter neue Schwerelinien, die nach der Seite der kürzeren Wellenlängen hin verschoben sind. Die Wellenlängen dieser neuen Schwerelinien sind in Kolonne 7 der Tabelle 2 wiedergegeben. Für diese Wellenlängen als Abszissen sind nun die gemessenen I/a -Werte (Kolonne 6) als Ordinaten in Kurve 2 der Fig. 6 aufgetragen. Aber auch diese Kurve ergibt noch nicht den richtigen Verlauf der Empfindlichkeit als Funktion der Wellenlänge, da ja die Kurve 1, aus deren Ordinaten die Werte der lichtelektrischen Empfindlichkeit bei der Berechnung der Kurve 2 entnommen sind, zu weit nach der Seite größerer Wellenlängen liegt, ihre Ordinaten also immer zu groß sind. Um diesen Fehler durch eine weitere Annäherung zu kompensieren, wurde dasselbe Verfahren noch einmal wiederholt, d. h. es wurden jetzt die den jeweiligen Wellenlängen zugehörigen Ordinaten der Kurve 2 entnommen, mit ihnen die zugehörigen Werte der Durchlässigkeit multipliziert und daraus neue Schwerelinien berechnet, die in Kolonne 8 der Tabelle 2 wiedergegeben sind. Die mit ihnen als Abszissen und wiederum den I/a -Werten aus Kolonne 6 erhaltene Kurve 3 kommt nun dem tatsächlichen Verlauf genügend nahe.

Die Lage der so erhaltenen Kurve des Primäreffektes, welche der langwelligen Grenze der lichtelektrischen Empfindlichkeit des Antimons entspricht, stimmt mit der in Abschnitt 1 für den sekundären Effekt mit Hilfe spektraler Zerlegung der Strahlung erhaltenen hinreichend überein. Die kurzwellige Grenze des Primäreffektes konnte leider nicht bestimmt werden, da für dieses Gebiet keine entsprechenden Filter vorhanden waren.

Während die anderen Filterkombinationen wirklich einen gemessenen Wert der lichtelektrischen Empfindlichkeit ergaben, entstand der I/a -Wert der Kombination BG 1—RG 9 durch Berechnung. Das Filter BG 1 besitzt zwei Durchlässigkeitsgebiete, das eine im Rot bzw. im Ultrarot, das andere im Blau; das Filter RG 9 dagegen hat nur ein Durchlässigkeitsgebiet an derselben Stelle wie das langwellige Gebiet von BG 1. Der lichtelektrische Effekt bei Benutzung des Filters RG 9 wurde gemessen; daraus konnte der Effekt des langwelligen Durchlässigkeitsgebietes von BG 1 berechnet werden. Andererseits wurde der Gesamteffekt des Filters BG 1 gemessen.

Durch Subtraktion des für das langwellige Gebiet von BG 1 berechneten Wertes des lichtelektrischen Effektes von dem Gesamteffekt desselben Filters ergibt sich somit der Effekt des kurzwelligen Durchlässigkeitsgebietes von BG 1.

Der Primärstrom folgt bei etwa 10^{-3} sec Belichtungszeit trägheitslos der Belichtungsfrequenz, ein Beweis für die lichtelektrische Natur des gefundenen Effektes, da eine thermische Widerstandsänderung dieser Belichtungsfrequenz nicht mehr trägheitslos hätte folgen können.

B. Der äußere lichtelektrische Effekt.

a) *Meßmethode und Apparatur.* Der äußere lichtelektrische Effekt an Antimon wurde nach der Methode des Potentialabfalles an einem vor-

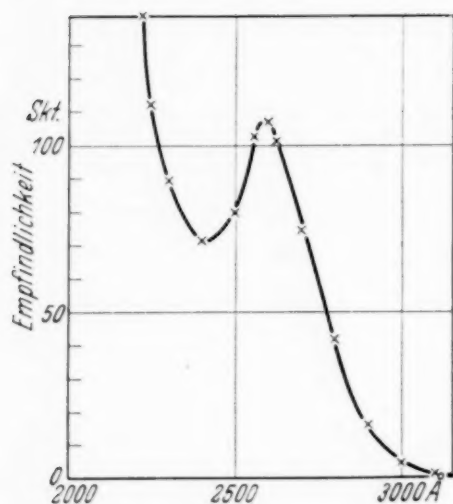


Fig. 8.

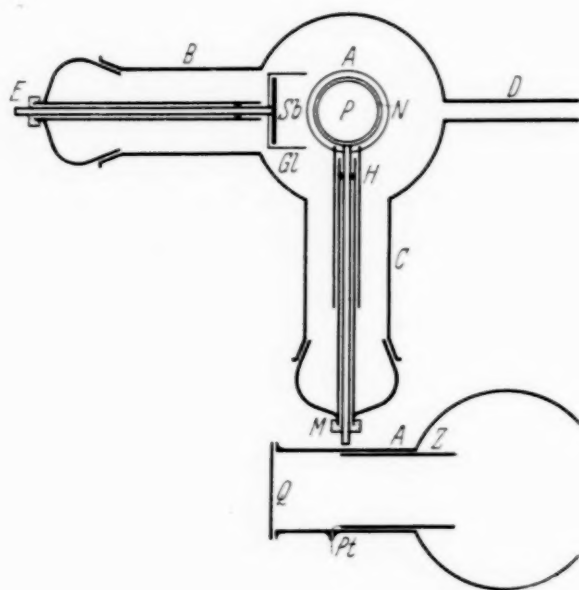


Fig. 9.

geschalteten großen Widerstände gemessen. Zur Ableitung wurden Widerstände bis zur Größe $1 \cdot 10^{11}$ Ohm verwandt; das benutzte Quadrantenelektrometer hatte bei 1 m Skalenabstand eine Empfindlichkeit von etwa 4500 mm/Volt. Als Lichtquelle für die im Ultraviolett liegenden Messungen diente eine Wasserstoff-Glimmlampe H 15 von Kipp und Zonen, die mit hochgespanntem Wechselstrom mit einer Stromstärke von 100 mA betrieben wurde und ein kontinuierliches Spektrum zwischen 2000 und 3000 Å lieferte. Zur Ausmessung des Spektrums dieser Lampe wurde eine Cadmiumzelle, hergestellt von der Firma Pressler, verwandt, deren Eichkurve Fig. 8 zeigt. Antimonzelle, Widerstand und Spannungsquelle standen eng zusammen in einem geerdeten Weißblechkasten dicht hinter dem Mono-

chromator; die Leitung zum Elektrometer wurde durch Bernstein isoliert und durch ein geerdetes Stahlrohr elektrostatisch abgeschirmt.

Vor allem mußte vermieden werden, daß die durch Kathodenzerstäubung hergestellte Antimonschicht der Luft und der Feuchtigkeit ausgesetzt wurde. Diesem Zwecke diente eine Glasapparatur, die gestattete, die Schicht im Vakuum herzustellen und nach Drehung um 90° zu belichten und auszumessen. Die Zellenkonstruktion zeigen die Fig. 9 und 10. Eine Glaskugel von 10 cm Durchmesser trägt vier

Ansätze. Auf Ansatz *A* ist vorn mit weißem Siegelack eine plane Quarzplatte *Q* vakuumdicht aufgekittet, durch die bei den Messungen das Licht einfiel. An der Wandung des Ansatzes sitzt innen ein 4 cm langer Messingzylinder *Z* als Anode, von dem ein Platindraht durch einen kleinen Ansatz nach außen führt. Senkrecht zu Ansatz *A* befindet sich Ansatz *B* mit einem Schliff. Dieser trägt in einem Glasrohr eine mit Bernstein isolierte und mit weißem Siegelack vakuumdicht eingekittete Eisenstange *E*, die bis in die Kugel hineinreicht. Vorn an dieser Eisenstange ist eine runde Platte

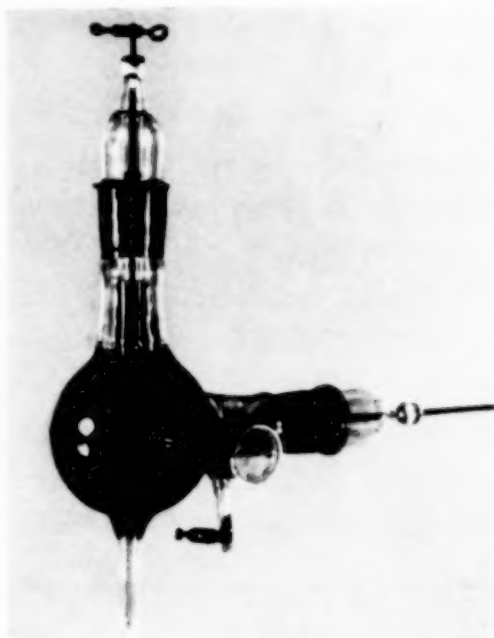


Fig. 10.

aus metallischem Antimon Sb angeschmolzen, die seitlich und rückwärts mit Glimmer abgedeckt ist. Von dieser Antimonplatte wurde das Metall zerstäubt, und die Glimmerabschirmung sollte eine Bestäubung der Glaswandung mit Antimon nach Möglichkeit erschweren. Senkrecht zu den beiden Ansätzen *A* und *B* befindet sich ein dritter Ansatz *C*, der ebenfalls mit einem Schliff versehen ist. In einem Glasrohr führt ein mit Bernstein isolierter und ebenfalls dicht eingekitteter Messingstab *M* zu einem flachen Messingnapfchen *N*, das als Unterlage für eine Quarzplatte *P* dient, auf welche eine Antimonschicht durch Kathodenzerstäubung niedergeschlagen wurde, die dann bestrahlt wurde. Die Oberfläche der Quarzplatte schneidet genau mit dem Rand des Messingnapfchens ab; die Ritze wurde mit einer plastischen, fettfreien Masse ausgefüllt. Zur sicheren Kontaktgebung wurde der Messingrand und ein anschließender Ring der Quarzplatte dick mit Gold bestäubt, so daß nur eine Kreisfläche von 20 mm Durchmesser für das Antimon frei blieb. Um eine metallische Verbindung der Quarzplatte mit

der Glasapparatur bei der Bestäubung zu vermeiden, wurde dicht bei dem Messingnäpfchen eine Messinghülse *H* an den Führungsstab angelötet. Diese Hülse reichte weit über das eingestülpte Glasrohr und machte eine Bestäubung der Bernsteinisolation unmöglich. An einem weiteren Ansatz *D* wurde diese Glaskugel an die Pumpapparatur angeschlossen. Ein Ausheizen der gesamten Glasapparatur mit Zelle zur Erzielung eines guten Vakuums und zur Entfernung der Wasserhaut war wegen der Kittstellen und Schliffe nicht möglich, doch konnte ein recht gutes, konstantes Vakuum durch wochenlanges Auspumpen der Apparatur bei dauerndem Ersatz der flüssigen Luft bei der Quecksilberfalle erreicht werden. Nach etwa achttägigem Auspumpen gab die massive Antimonscheibe bei der Kathodenzerstäubung kein okkludiertes Gas mehr ab, so daß ein merkbarer Einfluß einer Gasbeladung auf den lichtelektrischen Effekt nicht zu befürchten war. Bei den dann folgenden lichtelektrischen Messungen betrug der Druck dauernd etwa $1 \cdot 10^{-5}$ mm Hg.

Die Spaltbreite des Monochromators betrug bei der Messung des äußeren lichtelektrischen Effektes etwa 0,8 mm, was einem mittleren Wellenlängenband von ungefähr 200 Å entsprach.

b) *Meßergebnis.* Wie Fig. 11 zeigt, ist ein Resonanzmaximum des äußeren lichtelektrischen Effektes in dem untersuchten Gebiet nicht vor-

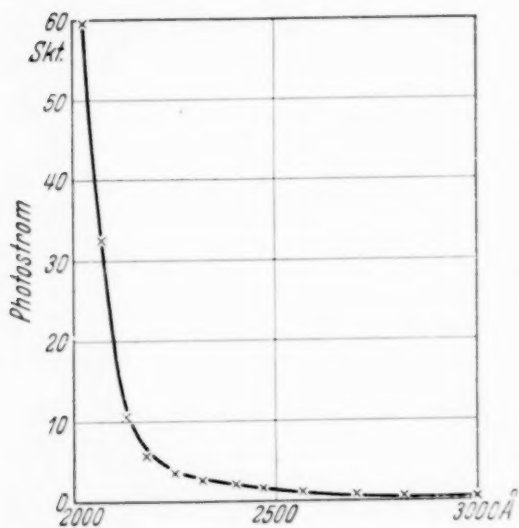


Fig. 11.

handen, vielmehr steigt die lichtelektrische Ausbeute mit der Frequenz des auffallenden Lichtes an, wie es dem normalen Photoeffekt entspricht. Die langwellige Grenze kann man bei Verlängerung der Kurve bis zur Berührung mit der Wellenlängenchse zu 3000 bis 3100 Å angeben, was gut mit den Messungen von Hughes¹⁾ übereinstimmt, der die langwellige Grenze für Antimon zu 3075 Å bestimmt hat.

Eine Berechnung der Resonanzwellenlänge des äußeren Photoeffektes für Antimon nach Lindemann ergibt eine Wellenlänge unterhalb von 2000 Å, also außerhalb des von mir untersuchten Gebietes; die Messungen wurden nur bis 2000 Å ausgeführt, der Meßgrenze des verwandten Monochromators.

¹⁾ A. L. Hughes, Phil. Trans. Roy. Soc. (A) **212**, 205, 1912.

Zusammenfassung.

1. Durch Kathodenzerstäubung wurden dünne Schichten metallischen Antimons hergestellt, deren kristalline Struktur durch Debye-Scherrer-Aufnahmen bewiesen wurde.

2. An diesen Schichten wurde ein innerer lichtelektrischer Effekt gefunden, das Resonanzmaximum lag bei etwa 3700 Å. Die maximale Widerstandsänderung bei Belichtung betrug etwa 1 : 1000.

3. Die gefundene Abhängigkeit der lichtelektrischen Leitfähigkeit konnte durch eine überschlagsmäßige Bestimmung des Absorptionsvermögens bestätigt werden.

4. Nach der von Schönwald beschriebenen Wechsellichtmethode gelang der Nachweis des lichtelektrischen Primärstromes und damit des lichtelektrischen Ursprungs des gefundenen Effektes. Der Anstieg des Photostromes von langen Wellen aus stimmt mit den nach der zuerst benutzten Methode gefundenen Werten gut überein. Die Größe des lichtelektrischen Primärstromes ergab sich zu etwa $\frac{1}{1000}$ des Sekundärstromes.

5. Eine Messung des äußeren Photoeffektes bestätigte die Bestimmung der langwelligen Grenze für Antimon von Hughes zu etwa 3075 Å. Bis 2000 Å wurde in Übereinstimmung mit der Theorie kein Resonanzmaximum des äußeren lichtelektrischen Effektes gefunden.

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. Krüger, bin ich für die Stellung des Themas und für die stete Hilfsbereitschaft und das Interesse am Fortgang meiner Arbeit zu großem Danke verpflichtet. Ich danke auch den Herren Prof. Dr. Reinkober und Dr. Maske für viele Ratschläge sowie Herrn Dr. G. Schulze für seine Hilfe bei den Röntgenaufnahmen.

Greifswald, Physikalisches Institut der Universität.

(Aus dem Forschungslaboratorium Oppau der I. G. Farbenindustrie A.-G.)

Über die quantitative Bestimmung von Gitterstörungen aus Debye-Scherrer-Aufnahmen.

Von R. Brill.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 12. Februar 1937.)

Sind in einem Gitter die Atomschwerpunkte regellos aus ihrer normalen Ruhelage verschoben, so macht sich dieser Zustand im Röntgenogramm in der gleichen Weise bemerkbar wie die Wärmebewegung. Es findet also eine mit zunehmendem Beugungswinkel ansteigende Schwächung der Interferenzintensitäten statt, die um so größer ist, je größer die mittlere Verschiebung der Atome ist. Nachstehend wird ein Verfahren beschrieben, das die quantitative Bestimmung der Größe derartiger Gitterstörungen aus der Winkelabhängigkeit des Intensitätsabfalles bei gewöhnlichen Debye-Scherrer-Aufnahmen auf Grund relativer Intensitätsmessungen gestattet.

Brindley und Spiers¹⁾ haben über die Bestimmung der absoluten Größe von Gitterstörungen an Kupfer- und Nickelpulvern, die durch Feilen erzeugt waren, sowie an einer Kupfer-Berylliumlegierung berichtet. Das von diesen Autoren verwendete Verfahren beruht darauf, daß die absoluten Intensitäten von Pulverreflexen durch Benutzung einer Vergleichssubstanz gemessen und daraus die zugehörigen F -Werte ermittelt wurden. Bei den durch Feilen hergestellten Pulvern und bei der Cu-Be-Legierung werden kleinere F -Werte beobachtet als bei Pulvern, die auf chemischem Wege erzeugt sind. Dies wird gedeutet unter der Annahme von Gitterstörungen, die durch regellos verteilte Verschiebungen der Atomschwerpunkte aus ihrer normalen Ruhelage gekennzeichnet sind. Derartige Verschiebungen wirken auf die Röntgenreflexe ebenso wie die Temperaturbewegung. Es wird also das auf Zimmertemperatur bezogene Streuvermögen F der Atome so verändert, als ob eine Temperatur vorhanden wäre, die höher ist als Zimmertemperatur, so daß statt der Größen F im gestörten Gitter Größen $F_{T'} = F_T \cdot e^{-M}$ das Streuvermögen darstellen. Durch Bestimmung des

¹⁾ G. W. Brindley u. F. W. Spiers, Phil. Mag. (7) **20**, 882 u. 893, 1935; vgl. auch J. Hengstenberg u. H. Mark, ZS. f. Phys. **61**, 435, 1930.

Exponenten M erhält man die mittlere Amplitude \bar{a}_x der Atomverschiebung in der x -Richtung aus der Beziehung:

$$M = 8 \pi^2 \bar{a}_x^2 \left(\frac{\sin \vartheta}{\lambda} \right)^2, \quad (1)$$

worin λ die Röntgenwellenlänge und ϑ der Glanzwinkel ist.

Im nachstehenden soll über ähnliche Messungen berichtet werden, nur mit dem Unterschied, daß versucht wurde, die Größe der Gitterstörungen ohne Benutzung der absoluten Reflexionsintensitäten lediglich aus dem Intensitätsabfall normaler Debye-Scherrer-Diagramme zu bestimmen¹⁾. Das Verfahren beruht auf folgender Überlegung:

Die Intensität einer Debye-Scherrer-Interferenz ist in einem aus nur einer Atomsorte gebildeten Gitter gegeben durch:

$$J_{hkl} = K \cdot F_{T'}^2 \left| \sum_n e^{-2\pi i(\alpha_n h + \beta_n k + \gamma_n l)} \right|^2 \cdot p \cdot A \cdot \frac{1 + \cos^2 2\vartheta}{\sin^2 \vartheta \cdot \cos \vartheta}. \quad (2)$$

Hierin bedeuten: K eine Konstante, die für alle Interferenzen gleich ist; $F_{T'}$ den Atomfaktor der betrachteten Atomsorte bei der Temperatur T' ; $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ die Parameter der Atome im Elementarkörper; p den Häufigkeitsfaktor; ϑ den Glanzwinkel; h, k, l die Indizes der Interferenz; A einen Faktor, der die Absorption der Röntgenstrahlen im Präparat berücksichtigt, sowie den Umstand, daß die Größe der beim Photometrieren von Debyogrammen längs des Äquators ausgeschnittenen Teile der Interferenzkegel winkelabhängig ist. A ist also abhängig vom Absorptionskoeffizienten μ des Präparates, von seinem Radius r und vom Glanzwinkel ϑ .

Die Gleichung gilt natürlich nur, wenn Extinktionseffekte nicht berücksichtigt zu werden brauchen, was immer dann der Fall ist, wenn die Primärteilchen des Pulvers kleiner als 10^{-4} cm sind. Man erkennt das bei normalen Debye-Scherrer-Diagrammen daran, daß die Interferenzlinien ganz ausgezogen sind und keine Kornstruktur erkennen lassen, wenn das Präparat während der Aufnahme nicht gedreht wurde.

In Gleichung (2) sind unbekannt lediglich die Größen K und $F_{T'}$. Es sei:

$$J_{hkl} / \left(\left| \sum_n e^{-2\pi i(\alpha_n h + \beta_n k + \gamma_n l)} \right|^2 \cdot p \cdot A \cdot \frac{1 + \cos^2 2\vartheta}{\sin^2 \vartheta \cdot \cos \vartheta} \right) = K F_{T'}^2 = \varphi. \quad (3)$$

¹⁾ Über die Veränderung des Intensitätsverhältnisses der niederen zur höheren Ordnung eines Reflexes infolge Gitterstörungen vgl. auch die Arbeiten von R. Fricke u. Mitarbeitern, insbesondere Koll.-ZS. **69**, 321, 1934; ZS. f. Elektrochemie **41**, 617, 1935.

Es ist:

$$\varphi = K F \frac{2}{T} = K F \frac{2}{T} e^{-2M},$$

wobei T die Zimmertemperatur bedeuten soll.

Wir bezeichnen mit den Indizes n und m die zu einer n -ten bzw. m -ten Interferenz gehörigen Meßwerte und erhalten:

$$\frac{\varphi_n}{\varphi_m} = \frac{F_{T,n}^2 e^{-2M_n}}{F_{T,m}^2 e^{-2M_m}};$$

d. h.

$$e^{M_m - M_n} = \frac{F_{T,m}}{F_{T,n}} \cdot \sqrt{\frac{\varphi_n}{\varphi_m}} = \alpha$$

und

$$M_m - M_n = \ln \alpha. \quad (4)$$

Aus (1) und (4) ergibt sich dann

$$\bar{a}_x = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{\ln \alpha}{2(\sin^2 \vartheta_m - \sin^2 \vartheta_n)}}. \quad (5)$$

Die hier zu besprechenden Messungen wurden an Eisen gemacht. Für die Röntgenaufnahmen wurde Fe- K_α -Strahlung verwendet, so daß für die Messungen die vier Reflexe 110, 200, 211 und 220 zur Verfügung stehen. Von diesen Reflexen unterscheiden sich bei den üblichen Aufnahmebedingungen drei, nämlich 110, 211, und 220 in ihrer Intensität nur wenig voneinander, so daß Fehler, die durch nichtlineare Filmschwärzung und nichtlineare Photometrierung entstehen, bei diesen drei Reflexen an sich nicht sehr stark ins Gewicht fallen. Trotzdem wurde natürlich darauf geachtet, diese Fehler nach Möglichkeit völlig auszuschalten. Zu diesem Zwecke wurde die Expositionszeit so gewählt, daß die größte Schwärzung noch in dem Bereich lag, innerhalb dessen das benutzte Photometer schwärzungsproportionale Ausschläge gibt. Dann ist gleichzeitig die Bedingung erfüllt, daß bei dem gewählten Entwicklungsverfahren auch die größte Schwärzung noch intensitätsproportional ist. Die größten Schwärzungen betrugen nicht über 0,6 bis 0,7.

Die Intensitäten wurden durch Ausmessen der zu den einzelnen Interferenzen gehörigen Flächen der Photometerkurve erhalten. Da die zu vermessenden Kurvenstücke mit hinreichender Näherung Dreiecksgestalt besaßen, geschah die Ermittlung der Flächen durch Multiplikation der für maximale Höhe und Halbwertsbreite gefundenen Zahlen. Höhe und Breite wurden mit einem Meßmikroskop ausgemessen. Die so erhaltenen Werte waren leidlich genau, wie die Vergleiche der auf beiden Filmhälften ge-

messenen Größen ergeben (vgl. z. B. Tabelle 1). Die Intensität von 110 wurde, da es sich ja stets nur um relative Messungen handelt, immer gleich 1,00 gesetzt.

Da es nicht möglich war, von allen zu untersuchenden Eisenpräparaten Zylinderstäbchen vom gleichen spezifischen Gewicht herzustellen, andererseits aber die Absorption der Röntgenstrahlen im Präparat von dessen Dichte abhängt, wurden auch noch die spezifischen Gewichte der Präparate bestimmt. Es wurde unter dem Meßmikroskop Länge und Durchmesser der Stäbchen gemessen und diese dann gewogen. Der Faktor A [Gleichung (2)] ist eine Funktion von μr und in den „Internationalen Tabellen zur Bestimmung von Kristallstrukturen“, Bd. II, tabuliert. Die Angaben dieser Tabelle wurden zunächst an einem aus Eisencarbonyldampf durch Zersetzung bei 200 bis 250° hergestellten metallischen Eisen kontrolliert. Dabei wurden die in Tabelle 1 angegebenen Intensitäten gemessen.

Tabelle 1. Intensitäten bei Carbonyleisen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Indizes	Intensität gemessen		Mittel	Relative Intensitäten		F_0	F_T	A ($\mu r = 14,5$)
	linke Filmhälfte	rechte Filmhälfte		exp.	theor.			
1 1 0	12,01	12,55	12,28	1,00	1,00	15,3	15,0	18,2
2 0 0	3,52	3,43	3,48	0,28	0,30	12,5	12,0	36,6
2 1 1	12,93	13,33	13,13	1,07	1,28	10,5	9,83	58,4
2 2 0	13,04	13,77	13,41	1,09	1,44	9,1	8,34	84,1

Die Berechnung der theoretischen Intensitäten erfolgte dabei mittels Gleichung (2). Die A -Werte wurden aus den Internationalen Tabellen für den sich aus der Dichte (3,98) und dem Präparatradius (0,050 cm) ergebenden Wert $\mu r = 14,5$ entnommen (Spalte 9 der Tabelle). Die zur Rechnung benutzten F -Werte sind Mittel aus den Messungen von Schäfer¹⁾ einerseits und Breadley und Hope²⁾ andererseits und berücksichtigen die anomale Dispersion. Der F -Wert für 220 wurde aus den Messungen der genannten Autoren extrapoliert.

Die beträchtliche Abweichung der experimentell gefundenen Intensitäten von den berechneten läßt sich erklären unter der Annahme, daß entweder die benutzten A -Faktoren nicht richtig sind, oder daß das benutzte Eisenpulver nicht frei von Gitterstörungen ist. Die letztere Möglichkeit

¹⁾ ZS. f. Phys. **86**, 738, 1933. — ²⁾ Proc. Roy. Soc. London (A) **136**, 272, 1932.

ist vorhanden, weil es noch etwa 1.2% Kohlenstoff und fast ebensoviel Sauerstoff enthält. Zur Beseitigung dieser etwa vorhandenen Gitterstörungen wurden daher neue Präparate auf folgende Weise hergestellt:

Carbonyleisen wurde mit Alkohol angeteigt und durch eine Kapillare von etwa 1 mm Durchmesser gepreßt. Die so erhaltenen zylindrischen Stäbchen wurden dann einer Wärmebehandlung in Gegenwart von Wasserstoff ausgesetzt. Ein Stäbchen wurde in H_2 auf 800° erhitzt und dann noch $1\frac{1}{2}$ Stunden auf dieser Temperatur im Hochvakuum belassen (Präp. 1). Ein zweites Stäbchen wurde auf 540° im Wasserstoffstrom

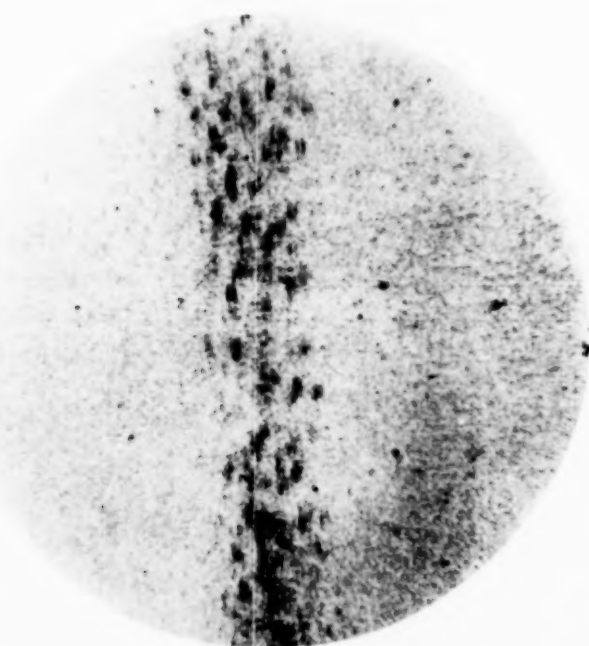


Fig. 1. Mikrophotographie eines Teils der Interferenz 110 von Präp. 1.
Man bemerkt deutlich die Auflösung des $K\alpha$ -Doublets bei jedem Einzelreflex.

hochgeheizt, $\frac{1}{4}$ Stunde bei 500° im Vakuum erhitzt und dann rasch abgekühlt (Präp. 2). Ein drittes Stäbchen wurde im Wasserstoffstrom auf 400° erhitzt und nach Erreichen dieser Temperatur sofort im Vakuum abgekühlt (Präp. 3). Nach der Wärmebehandlung hatten alle Präparate noch ihre Stäbchenform und konnten ohne jede nochmalige mechanische Behandlung in die Röntgenkammer eingesetzt werden. Die Röntgenaufnahme von Präp. 1 zeigte deutlich, daß eine Rekristallisation stattgefunden hatte. Die Debye-Scherrer-Linien waren in Einzelreflexe aufgelöst (vgl. Fig. 1). Die Kristallitgröße betrug demnach etwa 10^{-4} cm. Fig. 2 zeigt ein Mikrophotogramm des gleichen Stückes der gleichen Interferenz bei Präp. 2. Der Vergleich mit Fig. 3 läßt deutlich erkennen, daß auch bei Präp. 2

bereits eine Rekristallisation stattgefunden hat, jedoch ist sie weit weniger fortgeschritten als bei Präp. 1. Das entsprechende Mikrophotogramm

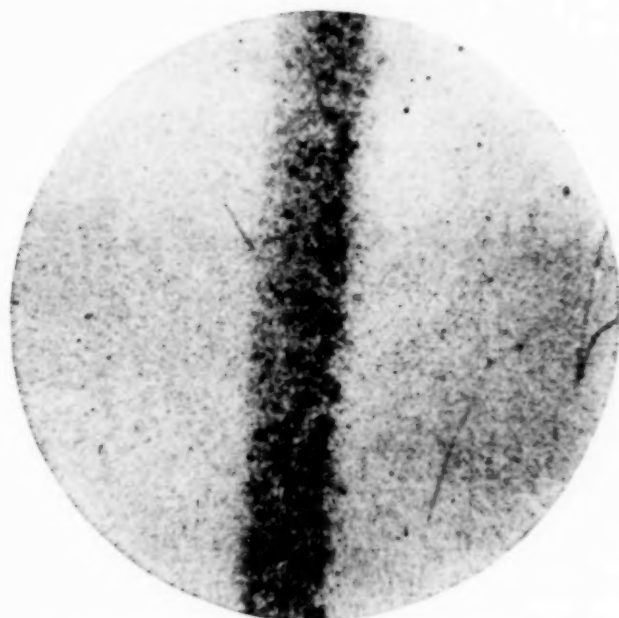


Fig. 2. Mikrophotographie eines Teils der Interferenz 110 von Präp. 2.

der Röntgenaufnahme von Präp. 3 schließlich läßt überhaupt noch keine Beeinflussung der Struktur der Interferenz durch die thermische Behandlung

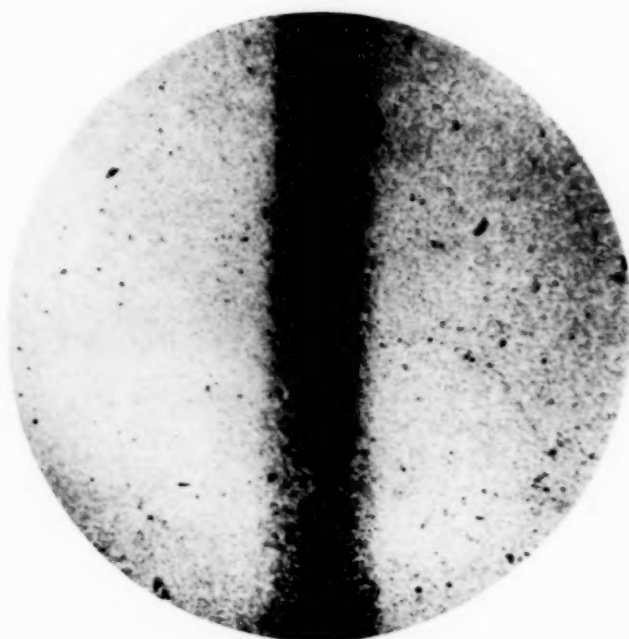


Fig. 3. Mikrophotographie eines Teils der Interferenz 110 von Präp. 3.

erkennen. Die bei den drei Präparaten gemessenen Röntgenintensitäten finden sich in Tabelle 2.

Tabelle 2. Intensitäten thermisch behandelter Carbonyleisenpulver.

1	2	3	4	5	6	7
Indizes	Intensität experimentell			Intensität theoretisch		Intensität theoretisch (dynamisch) Präp. 1
	Präp. 1	Präp. 2	Präp. 3	Präp. 1 $ur = 22,1$	Präp. 2 u. Präp. 3 $ur = 19,1$ bzw. 19,35	
1 1 0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2 0 0	0,35	0,32	0,33	0,31	0,30	0,38
2 1 1	1,70	1,28	1,23	1,33	1,31	2,03
2 2 0	2,14	1,43	1,29	1,52	1,48	2,72

Man sieht zunächst, daß die bei Präp. 1 gemessenen Werte im Vergleich zu den berechneten (Spalte 5) viel zu hoch liegen. Vergleicht man sie jedoch mit den nach der Ewaldschen dynamischen Theorie berechneten Werten (Spalte 7), so sieht man, daß hier die Kristalle offenbar schon so groß geworden sind, daß man sich bereits in einem Gebiet zwischen dem wellenkinematischen Laue-Fall und dem dynamischen Ewald-Fall befindet. Das auf 800° erhitzte Präparat, dessen Interferenzen eine Auflösung in Einzelreflexe erkennen lassen, besitzt also bereits eine merkliche Primärexstinktion. Die bei Präp. 2 gemessenen Werte stimmen aber mit den theoretischen Zahlen befriedigend überein, so daß man hieraus im Verein mit der Tatsache, daß die Feinstruktur der Interferenzlinien bereits Rekristallisationseffekte erkennen läßt, schließen kann, daß hier zweifellos

ein von Gitterstörungen nahezu freies Präparat vorliegt, dessen Kriställchen so klein sind, daß sich keine Extinktionseffekte bemerkbar machen. Bei Präp. 3 schließlich hat, wie ein Vergleich der Intensitäten mit denen von Tabelle 1 ergibt, auch bereits eine Entstörung des Gitters eingesetzt, jedoch ist sie noch nicht vollständig.

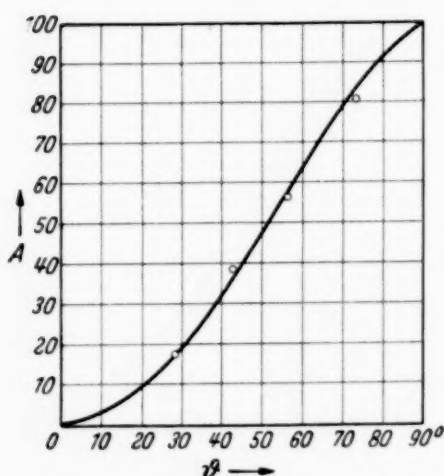


Fig. 4. Graphische Darstellung von A (Gl. 2) als Funktion von ϑ . Die eingetragenen Meßpunkte sind die an dem fast ungestörten Eisengitter gefundenen Werte.

Berechnet man nun aus den bei Präp. 2 gefundenen Intensitäten die A -Faktoren unter der Annahme, daß das Gitter störungsfrei ist, so erhält man die in Fig. 4 eingezeichneten Werte. Daraus ergibt sich, daß die tabulierten

A -Faktoren die wirklich vorliegenden Verhältnisse richtig wiedergeben, so daß sie den weiteren Rechnungen zugrunde gelegt werden.

Es wurden nun nach den oben berechneten Formeln die absoluten Beträge der Gitterstörungen an folgenden Präparaten bestimmt:

- Carbonyleisen, unbehandelt (vgl. Tabelle 1),
- Carbonyleisen, erhitzt auf 400° (Präp. 3 der Tabelle 2),
- Carbonyleisen, erhitzt auf 540° (Präp. 2 der Tabelle 2),
- gefeiltes Eisen.

Das Präparat d wurde folgendermaßen hergestellt: Carbonyleisenpulver wurde im Wasserstoffstrom einige Stunden lang bei 800° erhitzt und darauf noch 24 Stunden im Vakuum bei dieser Temperatur belassen. Das Pulver sinterte dabei zu einer kompakten festen Masse zusammen, von der durch Abfeilen ein feines Pulver erhalten wurde. Dieses Pulver gab ein Röntgenogramm mit völlig ausgezogenen Interferenzlinien.

Die Durchführung der Rechnung sei nur an Präparat a beispielsweise etwas ausführlicher angegeben (Tabelle 3):

Tabelle 3. Bestimmung der Gitterstörungen an Carbonyleisen (unbehandelt).

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nr. des Reflexes	Indizes	Intensität gemessen			Relative Intensität	A ($u r = 14,5$)	$p \cdot \frac{1 + \cos^2 2\vartheta}{\sin^2 \vartheta \cdot \cos \vartheta}$	$q \cdot 10^3$
		linke Filmhälfte	rechte Filmhälfte	Mittel				
1	1 1 0	12,01	12,55	12,28	1,00	18,2	39	1,412
2	2 0 0	3,52	3,43	3,48	0,284	36,6	9	0,850
3	2 1 1	12,93	13,33	13,13	1,07	58,4	36	0,509
4	2 2 0	13,04	13,77	13,41	1,092	84,1	39	0,333

Tabelle 3a.

1		2	4	
n	m	a	$\sin^2 \vartheta_m - \sin^2 \vartheta_n$	\bar{a}_x [Gleichung (5)] in Å
1	2	1,029	0,229	0,076
1	3	1,093	0,458	0,096
1	4	1,147	0,686	0,098
2	3	1,062	0,229	0,111
2	4	1,118	0,458	0,107
3	4	1,050	0,229	0,100

Mittel: 0,098

Man sieht zunächst, daß die \bar{a}_x -Werte, die zu Kombinationen gehören, bei denen der Reflex 2 nicht beteiligt ist, sehr gut untereinander überein-

stimmen. Die größeren Schwankungen sind also nur durch die ungenaue Messung des Reflexes 2 (200) bedingt. Wie man leicht einsieht, machen sich Meßfehler bei 200 viel stärker bemerkbar, als bei den anderen Reflexen, da M mit $\frac{\sin \vartheta}{\lambda}$ anwächst und die Intensität von 110 stets gleich 1,00 gesetzt wurde. Aus den Interferenzen 110 und 220 ist also beispielsweise bei gleicher Genauigkeit der Intensitätsmessung die Gitterstörung viel genauer bestimmbar als aus 110 und 200. Da aber das Mittel aus allen Werten mit dem Mittel der drei besten Werte zufällig fast genau zusammenfällt, braucht dieser Umstand hier nicht besonders berücksichtigt zu werden.

In ähnlicher Weise errechnet sich aus den bei dem auf 400° erhitzten Carbonyleisen gefundenen Intensitäten¹⁾ (Tabelle 2, Präp. 3) eine mittlere Amplitude von $\bar{a}_x = 0,073 \text{ \AA}$ und bei dem auf 540° erhitzten Produkt¹⁾ (Präp. 2) 0,036 Å.

Bei gefeiltem Eisen schließlich wurden die Zahlen der Tabelle 4 gefunden.

Tabelle 4. Bestimmung der Gitterstörungen an gefeiltem Eisen.

Nr. des Reflexes	Indizes	Intensität gemessen		Mittel	Relative Intensität	n	m	\bar{a}_x in Å
		links	rechts					
1	1 1 0	16,8	16,9	16,85	1,00	1	2	0,095
2	2 0 0	4,51	4,52	4,52	0,27	1	3	0,122
3	2 1 1	16,5	15,5	16,0	0,95	1	4	0,123
4	2 2 0	16,3	14,4	15,4	0,91	2	3	0,142
						2	4	0,135
						3	4	0,126

Mittel: 0,124

Eine zweite Bestimmung ergab etwas mehr schwankende Werte der den Reflex 2 nicht enthaltenden Kombinationen:

Tabelle 5. Bestimmung von Gitterstörungen an gefeiltem Eisen.

Nr. des Reflexes	Indizes	Intensität gemessen		Mittel	Relative Intensität	n	m	\bar{a}_x in Å
		links	rechts					
1	1 1 0	10,67	11,52	11,10	1,00	1	3	0,096
3	2 1 1	11,86	11,69	11,78	1,06	1	4	0,107
4	2 2 0	11,22	11,35	11,29	1,015	3	4	0,126

Mittel: 0,110

¹⁾ Bei der Berechnung wurde die Intensität von 200 außer Betracht gelassen, da sie zweifellos zu hoch liegt.

Aus Tabelle 4 ergibt sich $\bar{a}_x = 0,124 \text{ \AA}$ und aus Tabelle 5 $\bar{a}_x = 0,110 \text{ \AA}$, im Mittel also etwa $a_x = 0,12 \text{ \AA}$. In der folgenden Tabelle 6 sind alle Störamplituden zusammengestellt:

Tabelle 6. Zusammenstellung der Ergebnisse.

Präparat	Mittlere Störamplitude
Carbonyleisen	0,10 Å
Carbonyleisen erhitzt auf 400° . . .	0,07 Å
Carbonyleisen erhitzt auf 540° . . .	0,036 Å
Eisen gefeilt	0,12 Å

Von Brindley und Spiers (l. c.) wurden bei gefeiltem Cu bzw. Ni ganz ähnliche Störsamplituden, nämlich 0,106 bzw. 0,086 gefunden.

Zusammenfassung.

Es wird eine Methode zur Bestimmung von Gitterstörungen an Gittern aus einer Atomart angegeben. Die Methode benutzt relative Intensitätsmessungen an normalen Debye-Scherrer-Aufnahmen. Die Ergebnisse von Gitterstörungsmessungen sind in Tabelle 6 zusammengefaßt.

Nachtrag.

Ein dem obigen ganz ähnliches Verfahren ist auch auf Gitter mit zwei Atomsorten vom Steinsalztyp anwendbar. Hier ist die Intensität der Interferenzen gegeben durch:

$$J_{hkl} = K (F_A e^{-M_A} \pm F_B e^{-M_B})^2 \cdot p \cdot A \frac{1 + \cos^2 2\vartheta}{\sin^2 \vartheta \cdot \cos \vartheta}.$$

Die Bedeutung der Bezeichnungen ist dieselbe wie bei Gleichung (2). F_A und F_B sind die Atomformfaktoren für die beiden Atomsorten A und B bei ruhendem Atomschwerpunkt. Das positive Vorzeichen in der Klammer gilt bei gerader Indizessumme, das negative bei ungerader.

Es ist wieder wie oben

$$\varphi = \frac{J_{hkl} \cdot \sin^2 \vartheta \cdot \cos \vartheta}{p \cdot A (1 + \cos^2 2\vartheta)}.$$

Dann gilt für zwei Interferenzen n und m

$$\sqrt{\frac{\varphi_n}{\varphi_m}} = \frac{F_{A_n} e^{-M_{A_n}} \pm F_{B_n} e^{-M_{B_n}}}{F_{A_m} e^{-M_{A_m}} \pm F_{B_m} e^{-M_{B_m}}}. \quad (1)$$

Kommt nun zu der normalen Temperaturbewegung noch eine Gitterstörung hinzu, so ist statt \bar{a}_{kx}^2 (k entsprechend A oder B) ein Wert $(\bar{a}_{kx}^2 + \delta_x^2)$ zu setzen. Unter der plausiblen Annahme, daß δ für die A - und B -Atome den gleichen Mittelwert besitzt, ergibt sich, daß statt e^{-MA} zu setzen ist: $e^{-8\pi^2(\sin \vartheta/\lambda)^2 (\bar{a}_{kx}^2 + \delta_x^2)}$. Dafür schreiben wir zur Abkürzung $e^{-\varrho \cdot a_k^2} \cdot e^{-\varrho \delta^2}$ und erhalten aus (1) für das gestörte Gitter:

$$\sqrt{\frac{\varphi_n}{\varphi_m}} = C = \frac{F_{A_n} e^{-\varrho_n a_A^2} \pm F_{B_n} e^{-\varrho_n a_B^2}}{F_{A_m} e^{-\varrho_m a_A^2} \pm F_{B_m} e^{-\varrho_m a_B^2}} \cdot \frac{e^{\varrho_m \delta^2}}{e^{\varrho_n \delta^2}} = \psi \cdot \frac{e^{\varrho_m \delta^2}}{e^{\varrho_n \delta^2}}.$$

Hieraus folgt:

$$\bar{\delta}_x = \sqrt{\frac{\ln \frac{C}{\psi}}{\varrho_m - \varrho_n}}.$$

Die Größen a_k ermittelt man z. B. nach den Angaben von Ewald, Handb. d. Physik XXIII, 2, S. 312.

Über die Anreicherung des Argonisotops Ar^{36} und den Isotopieverschiebungseffekt im Spektrum des ArI .

Von **Hans Kopfermann** und **Hubert Krüger** in Berlin-Charlottenburg.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 13. Februar 1937.)

Es wurde mit der Hertzschen Isotopentrennungsapparatur eine Anreicherung der Argonisotope auf $\text{Ar}^{36} : \text{Ar}^{40} = 1 : 1$ vorgenommen. An den Spektrallinien dieses Gemisches konnte eine Isotopieverschiebung beobachtet werden. Die Verschiebungen der untersuchten Terme lassen sich mit Ausnahme des $1s_2$ -Terms, der eine wesentlich größere Verschiebung hat, durch die Bohrsche Mitbewegung des Kernes deuten.

Die Spektrallinien eines normalen Argongemisches sind stets einfach, selbst bei Betrachtung mit hochauflösenden Spektralapparaten. Bei dem gegebenen Isotopenvorkommen ($\text{Ar}^{36} : \text{Ar}^{38} : \text{Ar}^{40} = 0,3 : 0,06 : 99,6$)¹⁾ macht sich nämlich praktisch nur das Ar^{40} bemerkbar, das — im Einklang mit den bisher gemachten Erfahrungen — als Isotop mit gerader Massenzahl keine magnetische Hyperfeinstrukturaufspaltung zeigt. Das Ar^{36} (und erst recht das Ar^{38}) sollte selbst bei intensivster Belichtung nicht zu beobachten sein, da die zufolge der Kernmitbewegung zu erwartende Isotopieverschiebung zwischen Ar^{36} und Ar^{40} so klein ist²⁾, daß die Isotopenkomponenten nur bei einem Intensitätsverhältnis in der Nähe von 1 : 1 aufzulösen sein dürften.

Mit der uns im hiesigen Institut zur Verfügung stehenden Isotopentrennungsapparatur³⁾ wurde daher der Versuch unternommen, das Argonisotop Ar^{36} auf diesen Anreicherungsgrad zu bringen. Frühere Versuche von Barwich⁴⁾ hatten nach sechzigstündigem Betrieb der achtundvierziggliedrigen Apparatur eine Anreicherung des Ar^{36} auf etwa 10% ergeben. Es mußte also eine wesentlich längere Versuchszeit gewählt werden, um das gewünschte Gemisch $\text{Ar}^{36} : \text{Ar}^{40} = 1 : 1$ zu erhalten. Der Verlauf der Anreicherung wurde spektroskopisch verfolgt. Schon nach 25 Stunden zeigten die ultraroten Argonlinien, die auf dem $1s_2$ -Term endigen, eine

¹⁾ A. Nier, Phys. Rev. **50**, 1042, 1936. — ²⁾ Bei dem benachbarten Chlor konnte Tolansky (ZS. f. Phys. **74**, 336, 1932) eine eben wahrnehmbare Isotopieverschiebung von Cl^{35} gegen Cl^{37} sicherstellen. Wegen des relativ großen Massenunterschieds zwischen Ar^{36} und Ar^{40} sollte man daher auch am Argon eine Schwerpunktsverschiebung in beobachtbarer Größe erwarten. — ³⁾ G. Hertz, ZS. f. Phys. **91**, 810, 1934; H. Barwich, ebenda **100**, 166, 1936. — ⁴⁾ H. Barwich u. W. Schütze, Naturwissensch. **24**, 667, 1936; Herrn Barwich danken wir auch an dieser Stelle für wertvolle Ratschläge bezüglich der Apparatur.

deutliche Unsymmetrie nach kleineren Frequenzen hin, die nur vom Ar^{36} herrühren konnte.

Fig. 2 zeigt einige ultrarote Argonlinien nach einer Anreicherungszeit von 170 Stunden¹⁾. Die vom Ar^{36} herrührende Komponente ist bereits

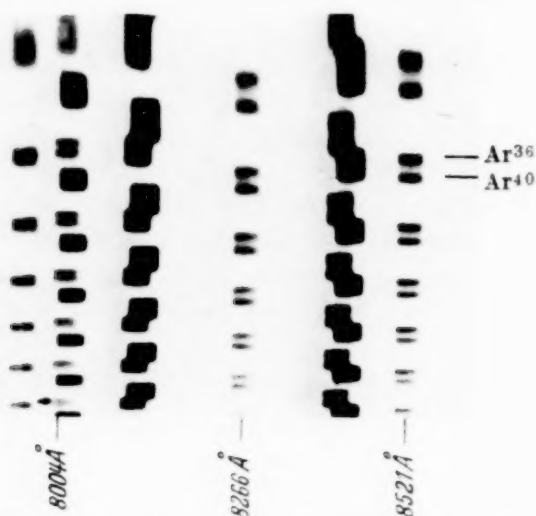


Fig. 1. Ultrarote Argonlinien mit 40 mm Etalon ($\text{Ar}^{36} : \text{Ar}^{40} = 1 : 1$).

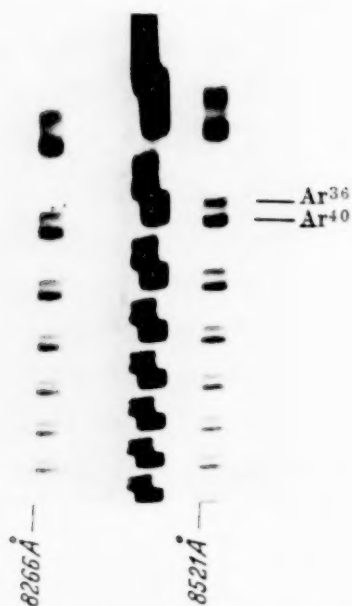


Fig. 2. Ultrarote Argonlinien mit 40 mm Etalon ($\text{Ar}^{36} : \text{Ar}^{40} = 1 : 2$).

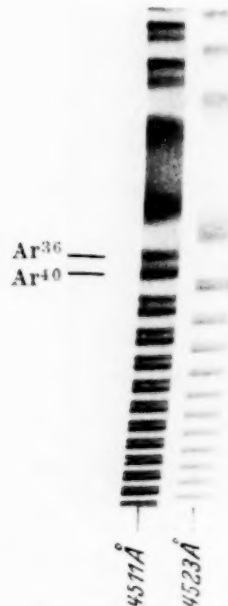


Fig. 3. Blaue Argonlinien mit 40 mm Etalon ($\text{Ar}^{36} : \text{Ar}^{40} = 1 : 1,5$).

von der Komponente des Ar^{40} gut getrennt. Das Konzentrationsverhältnis liegt bei $\text{Ar}^{36} : \text{Ar}^{40} = 1 : 2$.

¹⁾ Die Aufnahmen sind in der üblichen Anordnung mit einem Steinheil'schen Dreiprismenglasspektrographen und Pérot-Fabry Etalon gemacht. Als Lichtquelle diente ein mit flüssiger Luft gekühltes Geissler-Rohr.

Nach einem ununterbrochenen Betrieb der Apparatur von 300 Stunden war die Anreicherung von $\text{Ar}^{36} : \text{Ar}^{40}$ auf 1 : 1 erreicht. Während des ganzen Versuches wurde das Endvolumen am „schweren Ende“ der Apparatur alle sechs Stunden mit normalem Argon frisch gefüllt. Der Druck in der Apparatur betrug etwa 2 mm Hg. Dabei wurde in diesen 300 Stunden insgesamt 1 Liter Argon von 700 mm Hg verbraucht¹⁾, um schätzungsweise 500 cm^3 1 : 1-Gemisch von 1 mm Hg zu gewinnen (d. h. ungefähr $\frac{1}{8}$ der maximal möglichen Ausbeute)²⁾. Am leichten Ende der Apparatur war eine Schröter-Gehlhoff-Kaliumzelle angebracht, die zur Reinigung des Argons während der ganzen Dauer des Versuches betrieben wurde.

In Fig. 1 sind einige ultrarote Linien des 1 : 1-Gemisches zu sehen. Es haben fast alle Linien eine deutliche Isotopieverschiebung, wobei auffällt, daß die Aufspaltung an den zum $1 s_2$ -Term gehenden Übergängen besonders groß ist [siehe z. B. $\lambda = 8521 \text{ \AA}$ ($1 s_2 - 2 p_4$) und $\lambda = 8266 \text{ \AA}$ ($1 s_2 - 2 p_2$) im Vergleich mit $\lambda = 8004 \text{ \AA}$ ($1 s_4 - 2 p_7$)].

Tabelle 1.

λ	Kombination	Isotopieverschiebung der Linien		
		$\Delta \nu$ gemessen	$\Delta \nu$ korrigiert	$\Delta \nu$ berechnet *)
8521 Å	$1 s_2 - 2 p_4$	0,032 cm^{-1}	0,032 cm^{-1}	0,018 cm^{-1}
8425	$1 s_4 - 2 p_8$	0,019	0,022	0,018
8408	$1 s_2 - 2 p_3$	0,032	0,032	0,018
8266	$1 s_2 - 2 p_2$	0,032	0,032	0,019
8004	$1 s_4 - 2 p_7$	0,016	0,020	0,019
7515	$1 s_4 - 2 p_5$	0,020	0,022	0,020
7504	$1 s_2 - 2 p_1$	0,031	0,031	0,020
7384	$1 s_4 - 2 p_3$	0,018	0,021	0,020
7273	$1 s_4 - 2 p_2$	0,018	0,021	0,021
4702	$1 s_2 - 3 p_{10}$	0,045	0,045	0,032
4628	$1 s_2 - 3 p_8$	0,046	0,046	0,033
4596	$1 s_2 - 3 p_7$	0,046	0,046	0,033
4523	$1 s_3 - 3 p_{10}$	0,025	0,032	0,033
4511	$1 s_2 - 3 p_5$	0,048	0,048	0,033

*) Berechnet nach Formel (2).

In Tabelle 1 sind die Isotopieverschiebungen der untersuchten Linien zusammengestellt. In allen Fällen ist die Komponente des Ar^{36} gegen die des Ar^{40} nach kleineren Frequenzen hin verschoben. Eine Reihe von ge-

¹⁾ Der Firma Linde danken wir bestens für die freundliche Überlassung des benutzten Argons. — ²⁾ Das restliche Ar^{36} verblieb im Volumen der Pumpanordnung bzw. ging jeweils beim Abpumpen am schweren Ende gelegentlich des Nachfüllens verloren.

messenen Abständen mußte korrigiert werden, weil ihre allzu eng benachbarten Komponenten sich durch gegenseitige Intensitätsüberlagerungen so stark „anziehen“, daß die Abstände zu klein gemessen werden. Für diese Korrektur wurde bezüglich der ultraroten Linien Doppler-Verteilung in den Komponenten bei einer Temperatur $T = 200^\circ$ abs. angesetzt, was nach unseren Erfahrungen den Bedingungen in unserem mit flüssiger Luft gekühlten Geißler-Rohr während der Entladung entspricht. Die Korrektur an den analogen blauen Linien muß wegen des geringeren Auflösungsvermögens unseres Pérot-Fabry für dieses Spektralgebiet entsprechend größer gewählt werden. Die so korrigierten $\Delta \nu$ sind in Spalte 4 der Tabelle 1 eingetragen. Die Werte dieser Spalte dürften je nach Spektralgebiet auf 0,002 bis 0,003 cm^{-1} sicher sein.

Die Aufspaltungen der auf den beiden metastabilen Zuständen $1s_3$ und $1s_5$ endigenden Übergänge ($1s - 2p$) konnten wegen der an ihnen auftretenden mehr oder weniger starken Selbstumkehr nur geschätzt werden. Ihre Isotopieverschiebungen sind von derselben Größe wie die der entsprechenden s_4 -Linien.

Um von den Isotopieverschiebungen in den Linien zu den Verschiebungen der Terme zu gelangen, muß man bedenken, daß für die Größe der Isotopieaufspaltungen der Argonterme die Bohrsche Mitbewegung des Kernes verantwortlich zu machen ist, die eine Termdifferenz ΔT liefert:

$$\Delta T = \frac{m}{M_1 \cdot M_2} (M_2 - M_1) T, \quad (1)$$

wobei m die Elektronenmasse und M_1 und M_2 die Massen der Isotope bedeuten. Hinzu kommt als „spezifischer Effekt“ eine Termverschiebung, die durch Phasenbeziehungen zwischen den umlaufenden Elektronen auf Grund quantenmechanischer Austauschentartung verursacht wird und die sowohl positiv als negativ sein kann¹⁾.

Aus den Messungen läßt sich folgendes ablesen:

1. Berechnet man die Bohrsche Isotopieverschiebung

$$\Delta \nu = \frac{m}{M_1 \cdot M_2} (M_2 - M_1) \nu \quad (2)$$

für die einzelnen Linien, so sieht man (Tabelle 1, Spalte 5), daß sie zur Erklärung des beobachteten Effektes für alle untersuchten Übergänge, mit Ausnahme der zum $1s_2$ -Term führenden, innerhalb der angegebenen Fehlergrenzen bereits ausreicht.

¹⁾ D. Hughes u. C. Eckart, *Phys. Rev.* **36**, 694, 1930; siehe auch H. Bethe, *Handbuch der Physik* XXIV/1, 371, 1933.

Tabelle 2.

Term	Termwert cm^{-1}	Isotopieverschiebung der Terme		Spezifische Isotopieverschiebung δT
		$\Delta T^1)$	$\Delta T^2)$	
1 s_2	31 712	0,048 cm^{-1}	0,061 cm^{-1}	$\div 0,013 \text{ cm}^{-1}$
1 s_3	32 558	0,049	$\sim 0,050$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \sim 0$
1 s_4	33 361	0,050	0,050	
1 s_5	33 968	0,051	$\sim 0,050$	
2 p_1	18 389	0,028	0,030	
2 p_2	19 615	0,030	0,029	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \sim 0$
2 p_3	19 822	0,030	0,029	
2 p_4	19 980	0,030	0,029	
2 p_5	20 057	0,030	0,028	
2 p_7	21 024	0,032	0,030	
2 p_8	21 494	0,032	0,028	
3 p_5	9 548	0,014	0,014	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} = 0$ [festgesetzt]
3 p_7	9 960	0,015	0,015	
3 p_8	10 112	0,015	0,015	
3 p_{10}	10 451	0,016	0,016	

¹⁾ Berechnet nach Formel (1). — ²⁾ Berechnet aus den Messungen auf Grund der Normierung.

2. Berechnet man aus der Größe der in Frage kommenden Termwerte nach Formel (1) die Termverschiebungen ΔT von Ar^{36} gegen Ar^{40} (Tabelle 2, Spalte 3) und nimmt man an, daß für die 3 p -Terme (das sind die höchsten Terme, von denen Übergänge zu den 1 s -Zuständen beobachtet werden konnten) die Bohrsche Mitbewegung zur Erklärung der Isotopieverschiebung genügt — daß also der spezifische Effekt hier keinen meßbaren Beitrag liefert —, so sind damit die Verschiebungen in den übrigen Termen durch die Messungen festgelegt (Spalte 4, Tabelle 2). Es haben bei dieser Normierung, wie man durch Vergleich von Spalte 3 und 4 in Tabelle 2 feststellt, auch die 2 p -Terme einen unmeßbar kleinen spezifischen Effekt. Besäßen die 3 p -Zustände einen endlichen Beitrag des spezifischen Effektes, so müßten die in Tabelle 2, Spalte 4 angegebenen ΔT alle um diesen Betrag je nach seinem Vorzeichen vergrößert oder verkleinert werden. Die Wirkung des spezifischen Effektes wäre daher für die 2 p - und die 3 p -Terme innerhalb unserer Fehlergrenzen dieselbe, während der Natur dieses Effektes nach eine rasche Abnahme mit der Hauptquantenzahl zu erwarten ist. Es scheint uns daher unwahrscheinlich, daß die Größe der Beiträge des spezifischen Effektes für die genannten Terme außerhalb unserer Meßgenauigkeit liegt.

Dasselbe gilt auch für den 1 s_5 -, 1 s_4 - und 1 s_3 -Term. Dem 1 s_2 -Zustand dagegen muß ein Wert des spezifischen Effektes von $\delta T = 0,013 \text{ cm}^{-1}$ zugeschrieben werden.

Die am Argon gefundene sehr geringe Wirkung des spezifischen Effektes steht im Einklang mit Beobachtungen von Ritschl und Schober am Neon¹⁾. Normiert man die von diesen Verfassern angegebenen Termverschiebungen so, daß im höchsten von ihnen analysierten Term ($8s_5$) für die Termverschiebung nur die Bohrsche Mitbewegung verantwortlich gemacht wird, so erhält man für alle Terme außer für den $1s_2$ -Term nur geringe zusätzliche (teils positive, teils negative) Beiträge des spezifischen Effektes. Da die Termverschiebungen beim Neon ziemlich genau doppelt so groß sind wie beim Argon, so wird es verständlich, daß bei letzterem die Wirkungen des spezifischen Effektes im allgemeinen, d. h. abgesehen vom $1s_2$ -Term, innerhalb der Meßgenauigkeit unserer Beobachtungen liegen.

Ob der Untergrund zwischen den Ar^{36} - und Ar^{40} -Komponenten, der auch bei den am besten getrennten Komponenten zu sehen ist, auf das Ar^{38} zurückzuführen ist, konnten wir nicht entscheiden.

Wir danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Bereitstellung der benutzten Spektralapparate.

¹⁾ R. Ritschl u. H. Schober, Phys. ZS. **38**, 6, 1937.

Anreicherung der leichten Argonisotope durch Diffusion.

Von **H. Barwich** und **W. Schütze** aus Berlin.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 16. Februar 1937.)

Mit der Isotopentrennungsapparatur von Hertz konnten die Argonisotope ^{36}Ar und ^{38}Ar nach 60 stündiger Versuchsdauer auf 9 % bzw. 0,5 % der Konzentration des ^{40}Ar angereichert werden, was durch massenspektroskopische Untersuchung festgestellt wurde.

Das Verfahren von Hertz¹⁾ zur Trennung von Isotopen durch Diffusion in strömendem Quecksilberdampf wurde neuerdings zur Anreicherung der Argonisotope ^{36}Ar und ^{38}Ar angewandt. Die früher beschriebene Apparatur²⁾ wurde für diesen Versuch in folgender Weise verändert: Die Heizung der Pumpen wurde auf elektrischen Betrieb umgestellt. Frühere Versuche hatten ergeben, daß der Trennfaktor einer Pumpe stets einen Höchstwert bei einem bestimmten Wert der aufgewandten Heizleistung hat, dessen Größe mit dem Druck des zu trennenden Gasgemisches anwächst. Durch Messung der elektrischen Energie konnte dieses günstigste Heizmaß stets kontrolliert und ein bestmöglicher Trennungsgrad der Apparatur erwartet werden.

Außerdem wurde in den Weg der Gasströmung einer jeden Pumpe ein Widerstand eingesetzt, der die individuellen Verschiedenheiten der Pumpen hinsichtlich des günstigsten Heizmaßes weitgehend ausgleichen sollte, ohne dabei den Trennfaktor merklich herabzusetzen. Die Abmessungen des Strömungswiderstandes, der diesen Anforderungen genügt, konnten aus den Ergebnissen der früheren Versuche entnommen werden. Er bestand aus einer Rohrverengung von 3 cm Länge und 1 mm lichter Weite.

Durch die für die massenspektroskopische Analyse der Isotopengemische benötigte Gasmenge war die Mindestgröße des Endvolumens für die leichte Fraktion gegeben. Es hatte einen Inhalt von 1,1 Liter. Am anderen Ende der Apparatur, an welchem sich das schwerere Isotopengemisch ansammelte, war ein Volumen von 10 Liter Inhalt angebracht. Da sich nach mehrstündigem Betrieb bei spektroskopischer Beobachtung der leichten Fraktion stets Verunreinigungen zeigten, wurde für deren Beseitigung Sorge getragen. Es wurde das Gefäß, durch welches die leichte Fraktion zirkulierte, als Entladungsrohr ausgebildet. Es enthielt zwei Elektroden aus Magnesiumstäben von 1 cm Durchmesser und 2 cm Länge, die sich in einem Abstand

¹⁾ G. Hertz, ZS. f. Phys. **91**, 810, 1934. — ²⁾ H. Barwich, ebenda **100**, 166, 1936.

von 2 cm gegenüberstanden. Bei einem Argondruck von 2 mm Hg genügte das Betreiben einer Glimmentladung mit Wechselstrom mit etwa 35 mA Stromstärke, um das Gas dauernd durch Kathodenzerstäubung zu reinigen.

Die Apparatur wurde mit Argon, das von der Firma Linde¹⁾ in einer Stahlflasche geliefert worden war, auf einen Druck von 2 mm Hg gefüllt

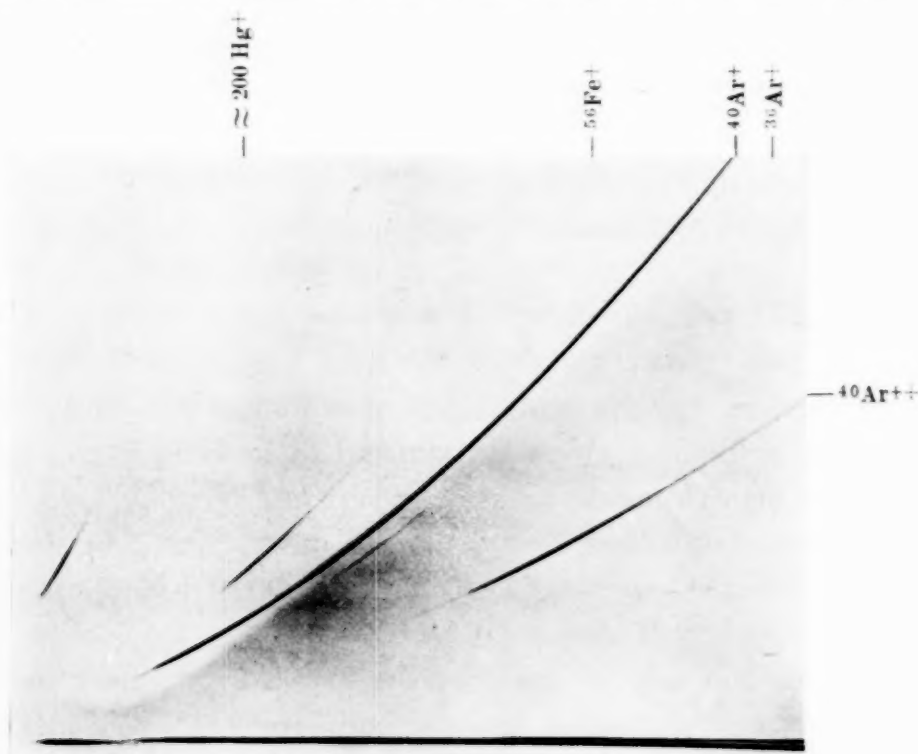


Fig. 1. Normales Argon. Belichtungszeit 10 Min (nat. Größe).

und 60 Stunden lang ununterbrochen betrieben. Das Endvolumen von 10 Liter Inhalt wurde in Abständen von 3 bis 4 Stunden entleert und frisch mit normalem Argon gefüllt. Während der letzten 20 Stunden wurde die nachgefüllte Gasmenge allmählich verringert, so daß der Druck in der Apparatur schließlich auf 1,2 mm Hg sank. Die Heizung wurde der Druckerniedrigung entsprechend verringert. Dieses Vorgehen bewirkte eine weitere Verschiebung des Konzentrationsverhältnisses der Isotope zugunsten der leichteren am anderen Ende der Apparatur.

Das Konzentrationsverhältnis der Isotope im leichten und schweren Endprodukt des Trennungsversuches wurde durch massenspektroskopische Aufnahmen bestimmt. Der benutzte Apparat, ein Massenspektrograph nach der Parabelmethode, ist in seiner Konstruktion einem früher be-

¹⁾ Für die kostenlose Überlassung des Argons sei der Firma Linde bestens gedankt.

schriebenen¹⁾ ähnlich. Vor jeder Aufnahme wurde das Kanalstrahlrohr zur gründlichen Reinigung mit einer Entladung in Helium, das über Kohle in flüssiger Luft zirkulierte, betrieben. Fig. 1 zeigt eine Aufnahme von normalem Argon, Fig. 2 eine vom Inhalt der leichten Fraktion. Wegen der sauberen Entladungsbedingungen schwankten Spannung und Stromstärke während der Expositionszeit um weniger als 5%, so daß die Intensitäts-

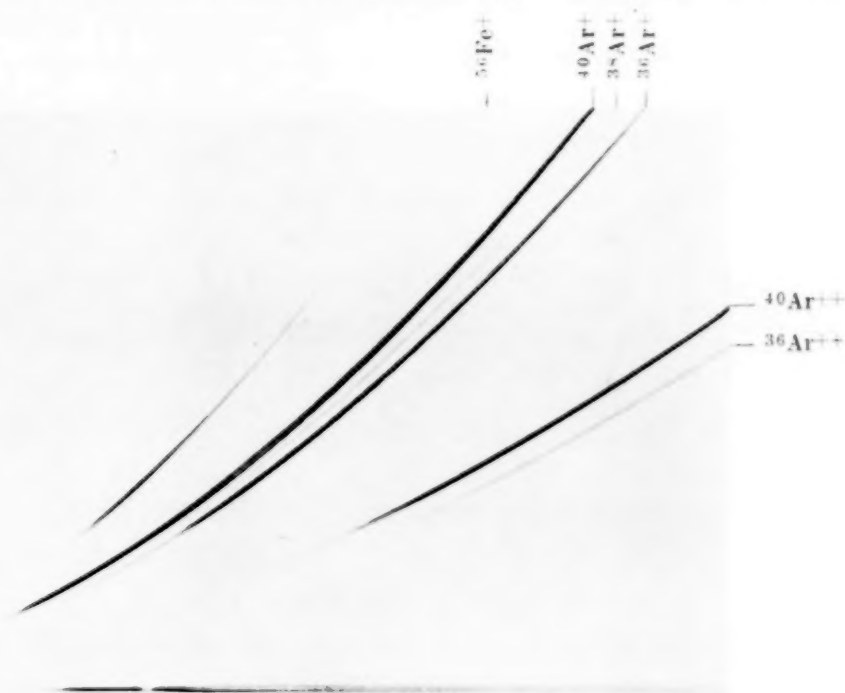


Fig. 2. Leichte Fraktion. Belichtungszeit 10 Min. (nat. Größe).

verhältnisse der Linien durch Drucken von Vergleichsmarken photometrisch gemessen werden konnten.

Die Ergebnisse zeigt folgende Tabelle:

Relative Häufigkeiten der Argonisotope.

	Normales Argon	Leichte Fraktion	Schwere Fraktion
^{40}Ar	99,64	90,89	99,74
^{38}Ar	$0,06 \pm 0,005$	$0,51 \pm 0,06$	$0,046 \pm 0,09$
^{36}Ar	$0,30 \pm 0,02$	$8,6 \pm 0,9$	$0,23 \pm 0,03$

Die Messungen am normalen Argon stimmen mit denen von Nier²⁾ angegebenen Werten überein. Aus den Zusammensetzungen der beiden Fraktionen ergeben sich die Trennfaktoren der Apparatur für ^{36}Ar gegen ^{40}Ar zu 41 und für ^{36}Ar gegen ^{40}Ar zu 11.

¹⁾ H. Lukanow u. W. Schütze, ZS. f. Phys. **82**, 610, 1933. — ²⁾ A. O. Nier, Phys. Rev. **49**, 272, 1936; **50**, 1041, 1936.

Nach den in der früheren Arbeit beschriebenen Versuchen können die Trennfaktoren einer Pumpe für ^{36}Ar gegen ^{40}Ar zu 1,5 und für ^{38}Ar gegen ^{40}Ar zu 1,22 ermittelt werden. In stationären Endzustand wäre demnach eine praktisch vollständige Abtrennung der Isotope ^{36}Ar , ^{38}Ar und ^{40}Ar gegeneinander möglich. Wegen der relativ kleinen Diffusionskonstanten des Argons, das etwa zehnmal so langsam gepumpt wird wie Neon, ist die zum Erreichen des Gleichgewichtszustandes notwendige Zeit jedoch so groß, daß die Versuchsdauer von 60 Stunden als klein dagegen zu betrachten ist. Unter dieser Voraussetzung wächst die Konzentration der seltenen Isotope linear mit der Zeit und es ist nach dem Versuchsergebnis zu erwarten, daß z. B. nach etwa 640 Stunden das ^{36}Ar auf 50% der Gesamtkonzentration in der leichten Fraktion angereichert werden würde. Wählt man statt des Endvolumens von 1,1 Liter ein solches von 150 cm^3 , so ergibt sich aus der Rechnung hierfür eine Zeit von 220 Stunden. Das Isotop ^{38}Ar würde nach dieser Zeit auf 3% angereichert werden. Diese Angaben haben nur orientierenden Wert, da die Verminderung des Druckes im Laufe des Versuches nicht berücksichtigt worden ist.

Die Isotopentrennung wurde im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Berlin ausgeführt, die massenspektroskopischen Untersuchungen im Forschungslaboratorium II der Siemens-Werke. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die die Arbeiten an der Technischen Hochschule durch Bereitstellung von Mitteln und die Gewährung eines Forschungstipendiums an einen von uns ermöglichte, sind wir zu großem Dank verpflichtet.

Über Zählrohre mit Dampfzusatz *).

Von Adolf Trost, Stuttgart.

Mit 33 Abbildungen. (Eingegangen am 19. Februar 1937.)

Es wird durch Aufnahmen mit dem Kathodenstrahloszillographen gezeigt, wie die Entladung bei den bisher üblichen Zählrohren (bei Luft- oder Argonfüllung) zeitlich verläuft, und welcher entscheidenden Einfluß kleine Beimengungen von Dämpfen auf die Zählrohrentladung haben. — Es werden die allgemeinen Eigenschaften der (Argon-) Zählrohre mit Dampfzusatz behandelt, insbesondere die Unabhängigkeit des Konstanzbereichs vom Ableitwiderstand, weiterhin die entscheidende Verbesserung des Zählrohrauflösungsvermögens, des Auflösungsvermögens für zufällige Koinzidenzen und der Ansprechwahrscheinlichkeit. Die Abhängigkeit der Impulsgröße und der Einsatzspannung von Zählrohrdimension, Füllung usw. wird eingehend experimentell und theoretisch untersucht. — Bei Argonfüllung mit Alkoholzusatz wird die Abhängigkeit der Impulsform und damit das Auftreten von Nachentladungen von Gesamtdruck und Zusatz untersucht und ein Erklärungsversuch für die Nachentladungen gemacht. — Die Abhängigkeit der Größe und Güte des Konstanzbereichs von dem Material und der Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden und von der Füllung wird untersucht. — Die verschiedensten Dämpfe werden auf ihre Brauchbarkeit für Zählrohrfüllungen untersucht. — Es werden Hinweise für den Bau von Zählrohren gegeben; der Temperatureffekt bei Zählrohren und seine Ursache werden kurz behandelt.

I. Die Eigenschaften der seither üblichen Zählrohre.

Das Geiger-Müllersche Zählrohr ist in den letzten Jahren zu einem der wichtigsten Meßinstrumente auf dem Gebiete der Strahlungsforschung geworden. Aber trotz der vielseitigen Anwendung und trotz einer sehr großen Zahl von Arbeiten¹⁾ über das Zählrohr herrscht in vielen Punkten über die inneren Vorgänge im Zählrohr noch große Unklarheit. Deshalb ist es auch möglich, daß so viele, teilweise sich widersprechende Ansichten über die beste Methode zur Herstellung einwandfrei arbeitender Zählrohre bestehen.

Aus der großen Zahl von Arbeiten über die bisher üblichen Zählrohre sind die von Werner hervorzuheben, der die Eigenschaften dieser Zählrohre sehr eingehend experimentell und teilweise auch theoretisch untersucht hat. Diese Eigenschaften seien zunächst kurz beschrieben (Fig. 1), da sie für das Verständnis unserer Zählrohre sehr wichtig sind.

*) Gekürzte Dissertation an der Technischen Hochschule Stuttgart.

¹⁾ Z. B.: G. Medicus, ZS. f. Phys. **74**, 350, 1932; **103**, 76, 1936; S. Werner, ebenda **90**, 384, 1934; **92**, 705, 1934; C. Bosch, Annalen **19**, 65, 1934.

Von einer bestimmten Anfangsspannung V_A ab fängt das Zählrohr an, Impulse zu geben, deren Zahl pro Zeiteinheit zunächst sehr stark mit der Spannung ansteigt, dann aber von einer Spannung V_{\min} ab über einen gewissen Spannungsbereich, den sogenannten „Konstanzbereich“, fast konstant bleibt. Von einer Spannung V_{\max} ab nimmt die Zahl der Impulse wieder sehr rasch zu und schließlich tritt bei der Spannung V_D Dauerentladung ein. Der Spannungsbereich zwischen V_A und V_D ist das Gebiet

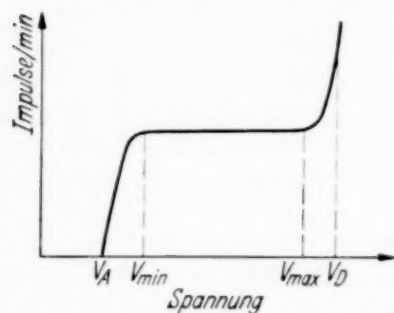


Fig. 1. Charakteristik eines Zählrohrs.

der unselbständigen Entladung, d. h. die Entladung wird durch irgendeinen Vorgang eingeleitet, kann sich aber nicht durch Elektronenreueubildung aufrechterhalten, sondern erlischt nach kurzer Zeit. Dieses Erlöschen, also die *Unselbständigkeit der Entladung*, wird hier jedoch durch äußere Schaltmittel, nämlich *durch den hohen Ableitwiderstand* erzwungen. Ohne diesen Widerstand wäre

kein oder nur ein sehr kleines Gebiet (etwa zwischen V_A und V_{\min}) der unselbständigen Entladung vorhanden. Wird die Spannung direkt an die Elektroden gelegt, so sieht die Charakteristik völlig anders aus. Etwa bei der Spannung V_{\min} setzt bereits Dauerentladung ein.

Von ausschlaggebender Bedeutung ist, daß die Stromstärke bei Dauerentladung nicht von dem Wert 0 an steigt, sondern daß eine gewisse Mindeststromstärke i_{\min} erforderlich ist, damit überhaupt eine Dauerentladung stattfinden kann. Wird nun ein Widerstand R_z eingeschaltet, so kann nur eine Dauerentladung stattfinden, wenn die Gesamtspannung (Batteriespannung) mindestens um den Betrag $i_{\min} \cdot R_z$ größer ist als die zwischen den Elektroden notwendige Spannung V_{\min} , da die Spannung $i_{\min} \cdot R_z$ vom Ableitwiderstand R_z aufgenommen wird, wenn der Dauerstrom i_{\min} fließt. Es ist also die Grenzspannung für die unselbständige Entladung

$$V_D = V_{\min} + i_{\min} \cdot R_z$$

und die Größe des Zählbereiches beträgt etwa

$$V_D - V_{\min} = i_{\min} \cdot R_z.$$

Bei einer Gesamtspannung zwischen V_{\min} und V_{\max} sinkt also bei jeder Entladung die Spannung am Zählrohr wegen der Spannungsaufnahme durch den Ableitwiderstand rasch ab und die Entladung reißt bei der Spannung V_{\min} ab, genauer gesagt statistisch zwischen V_{\min} und V_A .

Aus obiger Gleichung folgt, daß die Größe des *Zählbereiches proportional dem Ableitwiderstand* ist. Der eigentliche Konstanzbereich ($V_{\max} - V_{\min}$)

ist dabei nur ein Teil des Zählbereiches ($V_D - V_{\min}$). Um genügend große Konstanzbereiche zu erhalten, sind Widerstände von 10^8 bis 10^9 Ohm erforderlich, je nach der Größe von i_{\min} . Nach Werner hängt der Konstanzbereich nur von der Gasfüllung und den Zählrohrdimensionen, dagegen nicht vom Kathodenmaterial ab. Nach Medicus u. a. spielt jedoch auch das Kathodenmaterial für die Größe des Konstanzbereichs eine wesentliche Rolle.

Aus diesen Eigenschaften der bisherigen Zählrohre, aus der Notwendigkeit, so hohe Widerstände zu verwenden, ergeben sich große Nachteile. Zunächst ist die Herstellung solcher Widerstände umständlich und zeitraubend, da wegen der notwendigen Größe Flüssigkeitswiderstände verwendet werden müssen. Außerdem läßt die Konstanz solcher Widerstände zu wünschen übrig. Ein weit schwerwiegenderer Nachteilergibt sich jedoch aus dem zeitlichen Verlauf des Entladungsvorganges. Fig. 2 zeigt schematisch den Verlauf der Spannung am Zählrohr. Während der Ent-

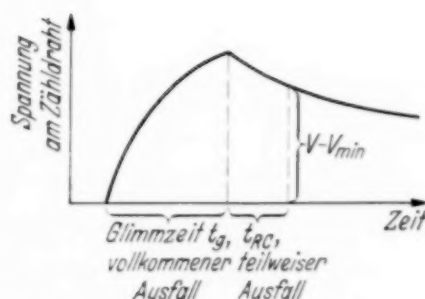


Fig. 2. Der Spannungsverlauf am Zählrohr.

ladung steigt diese Spannung (absolut genommen). Entsprechend sinkt die Spannung zwischen den Elektroden um denselben Betrag — da ja die Gesamtspannung (Batteriespannung) konstant bleibt — bis zu einem Betrag zwischen V_{\min} und V_A . Dann reißt die Entladung ab. Während der Glimmzeit t_g kann das Zählrohr auf kein neu einfallendes Strahlungsteilchen ansprechen. Nach dem Abreißen der Entladung sinkt die Spannung am Zählrohr bzw. steigt die Spannung zwischen den Elektroden mit der Zeitkonstanten der Zählrohrableitung, also mit $R_z \cdot C$, wobei C die Kapazität des Zählrohrsystems gegen Erde bedeutet. Auch nach der Entladung hat das Zählrohr zunächst stark verminderte Ansprechwahrscheinlichkeit, da ja die wirksame Zählrohrspannung kleiner als V_{\min} ist. Erst wenn die Spannung am Zählrohr über den Betrag V_{\min} angestiegen ist, ist wieder volle Ansprechwahrscheinlichkeit vorhanden. Die dazu notwendige Zeit ist proportional dem Ableitwiderstand R_z und ist bei $R_z = 10^9$ Ohm in der Größenordnung von 10^{-2} sec. Weiterhin ist zu berücksichtigen, daß zur Registrierung der Impulse eine gewisse Mindestgröße erforderlich ist, die von der Empfindlichkeit der Registrieranordnung abhängt, was einen weiteren zeitlichen Ausfall des Zählrohres bedingen kann, dessen Dauer ebenfalls proportional R_z ist. Im folgenden sei jedoch nur der vom Zählrohr an sich herrührende Ausfall betrachtet.

Der Ausfall des Zählrohres in der Zeit ($t_g + t_{RC}$) bewirkt bei großen zeitlichen Impulsdichten wesentliche Fälschungen der Meßresultate. Die Zeit t_{RC} läßt sich durch Verkleinern von R_z herunterdrücken, aber nur beschränkt, da eine gewisse Mindestgröße des Konstanzbereichs und damit nach obigem auch von R_z zu sicherer Registrierung notwendig ist. Außerdem bewirkt eine Verkleinerung von R_z eine Vergrößerung der Glimmzeit t_g , weil bei kleinem R_z während der Aufladung bereits wesentlich Ladung abgeführt wird. Über die Größe der Glimmzeit t_g herrschte vor meiner vorläufigen Veröffentlichung¹⁾ große Unklarheit. Medicus (l. c.) schloß aus visuellen Beobachtungen mit Drehspegel und Braunscher Röhre auf Glimm-

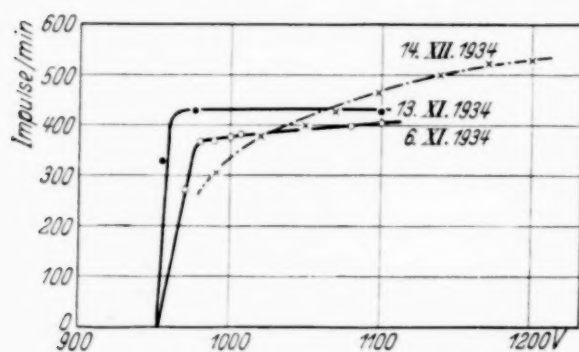


Fig. 3. Zeitliche Änderung der Charakteristik eines Zählrohrs.

zeiten von 10^{-5} bis 10^{-4} sec. Dies stand mit meinen Überlegungen über den Einfluß der Kopplungskapazität bei der üblichen Ankopplung an einen Verstärker und den daraufhin angestellten Messungen des Zählrohrauflösungsvermögens in Abhängigkeit von der Kopplungskapazität durch Pfofzer²⁾ und mich in Widerspruch. Die Glimmzeit mußte nach diesen Messungen bei Zählrohren, die mit technischem Argon oder mit Luft gefüllt waren (Argon gibt wesentlich höhere Ansprechwahrscheinlichkeit als etwa Luft oder Wasserstoff und ist daher bei quantitativen Messungen, vor allem bei Koinzidenzmessungen, vorzuziehen) und mit 25 cm angekoppelt waren, zwischen 10^{-3} und 10^{-2} sec liegen. Während also das Auflösungsvermögen der Zählrohre an sich bei etwa 10^{-2} sec lag, konnte auch das Auflösungsvermögen für zufällige Koinzidenzen nur mit größerem Aufwand bis auf etwa 10^{-4} sec herabgedrückt werden. Dieses Auflösungsvermögen war für viele Koinzidenzmessungen noch recht unzureichend.

Neben dem schlechten Auflösungsvermögen der bisherigen Zählrohre war der Hauptübelstand die Unsicherheit, bei der Herstellung einwandfrei arbeitende Zählrohre zu erhalten. Unsere Zählrohre wurden gewöhnlich aus gut poliertem Messingrohr hergestellt, in Glas eingeschmolzen, mit Alkohol ausgewaschen, gut ausgepumpt und dann mit technischem Argon gefüllt. Die einen arbeiteten einwandfrei, die anderen, scheinbar genau gleich hergestellten, versagten vollkommen. Weder Einsatzspannung noch

¹⁾ A. Trost, ZS. f. techn. Phys. **16**, 407, 1935; Physikal. ZS. **36**, 801, 1935.
²⁾ G. Pfofzer, ZS. f. Phys. **102**, 41, 1936.

Konstanzbereich war reproduzierbar. Oft kam es vor, daß Zählrohre direkt nach dem Füllen nicht funktionierten, nach einigen Tagen jedoch einwandfrei arbeiteten. Andere Zählrohre wieder, die wochenlang gute Konstanzbereiche gehabt hatten, wurden allmählich schlechter, der Konstanzbereich verschwand. Fig. 3 zeigt als Beispiel die Veränderung der Zählkurve bei einem bestimmten Zählrohr im Laufe eines Monats¹⁾.

Das Ziel dieser Arbeit war, den Entladungsvorgang beim Zählrohr zu untersuchen, die Ursachen für die beobachteten Unregelmäßigkeiten zu finden und damit die Möglichkeit zu schaffen, Zählrohre mit besserem Auflösungsvermögen und reproduzierbaren Eigenschaften herzustellen.

II. Der Einfluß von Dampfzusätzen zu Argon und Luft auf die Zählrohr-entladung²⁾.

Die Tatsache, daß viele Zählrohre, vor allem die am sorgfältigsten vor dem Füllen gereinigten und ausgepumpten, direkt nach dem Füllen keinen brauchbaren Konstanzbereich ergaben, nach einigen Tagen jedoch zufriedenstellend arbeiteten, wobei sich die Zählspannung verändert hatte, legte die Vermutung nahe, daß gewisse *Fremdgase*, die zunächst an den Wänden adsorbiert waren, allmählich frei wurden und für das gute Arbeiten der Zählrohre verantwortlich zu machen waren. In erster Linie richtete sich der Verdacht auf den beim Reinigen verwendeten Alkohol, weiterhin konnte Wasserdampf aus der stets vorhandenen Wasserhaut des Glases eine Rolle spielen. Ich setzte daher solchen Zählrohren, die zunächst nicht funktionierten, etwas Alkoholdampf zu, worauf diese ausnahmslos gute Zähleigenschaften zeigten.

Um diese Verhältnisse besser übersehen zu können, wurde eine Untersuchung mit einer *Braunschen Röhre* vorgenommen, die eine leichte Aufzeichnung der Impulse gestattete. Verwendet wurde zunächst eine gasgefüllte Röhre von Loewe, Type KSE 18 mit zwei zueinander senkrechten Paaren von Ablenkplatten, später eine Hochvakuumröhre fast derselben Bauart. An das eine Plattenpaar wurde diejenige Spannung gelegt, deren zeitlicher Verlauf untersucht werden sollte, an das andre Plattenpaar wurde zur zeitlichen Auseinanderziehung des Impulses eine Kippspannung gelegt, die in einem größeren Bereich hinreichend linear mit der Spannung anstieg und deren Frequenz je nach Bedarf in weiten Grenzen reguliert werden

¹⁾ Diese Kurven wurden mir in freundlicher Weise von Herrn Dr. A. Ehmert zur Verfügung gestellt. — ²⁾ Der Inhalt meiner vorläufigen Mitteilung (l. c.) wird hier so weit gebracht, wie es für den Zusammenhang notwendig ist.

konnte¹⁾. Während bei der gasgefüllten Röhre bei stärkerer Heizung der effektive Widerstand zwischen den Ablenkplatten wesentlich kleiner als 10^8 Ohm und außerdem stark von der momentanen Spannung abhängig war, war er bei der Hochvakuumröhre noch bei einer Heizung, die zum Photographieren der Impulse noch ausreichte, in der Größenordnung von 10^9 Ohm. Die Oszillogramme in dieser Arbeit sind so aufgenommen, daß der Elektronenstrahl zum einmaligen Durchlaufen der auf den Aufnahmen zu sehenden Strecke etwa $1,0 \cdot 10^{-2}$ sec benötigte. Ein kleiner Nachteil dieser Braunschen Röhren liegt in der hohen Eigenkapazität der Ablenkplatten mit den Durchführungen. Bei Anschaltung eines Zählrohres ergab sich die Gesamtkapazität des Zähl drahtsystems zu etwa 46 cm. Da jedoch seither bei Ankopplung an einen Verstärker Kapazitäten von etwa 25 cm verwendet wurden, die auf den Spannungsverlauf am Zähl draht genau wie Kapazitäten gegen Erde wirkten (der Gitterableitwiderstand war klein gegenüber dem Zählrohrableitwiderstand), so daß die wirksame Kapazität ebenfalls etwa 35 cm betrug, waren die Verhältnisse bei Anschaltung der Braunschen Röhre nicht wesentlich verschieden von den normalen Betriebsbedingungen des Zählrohres.

Zur Füllung der Zählrohre wurde technisches Argon verwendet, das uns in freundlicher Weise von der Firma Lindes Eismaschinen, Höllriegelskreuth bei München, zur Verfügung gestellt wurde. Laut Fabrikanalyse enthielt es 1,3% Beimengungen, vor allem Stickstoff. Der Sauerstoffgehalt betrug $1 \frac{0}{100}$. Der verwendete Alkohol wurde durch Zusatz von gebranntem Kalk und Abdestillieren wasserfrei gemacht.

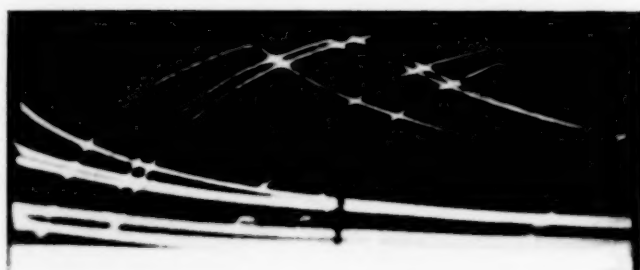
Bei der *Untersuchung der verschiedenen Zählrohre* mit der Braunschen Röhre ergaben sich nun die unterschiedlichsten Impulsformen und Glimmzeiten. Bei sorgfältig ausgepumpten und gefüllten Zählrohren zeigten sich im üblichen Druckbereich zwischen 50 und 100 mm Hg bei Füllung mit Luft oder Argon bei Ableitwiderständen zwischen 10^8 und 10^9 Ohm nur Impulse innerhalb eines kleinen Spannungsbereiches, dessen Größe je nach den Elektrodendurchmessern und dem Druck etwa zwischen 0 und 50 Volt schwankte (Fig. 4a). Es ist kein brauchbarer Konstanzbereich vorhanden. Der Spannungsanstieg erfolgt sehr langsam, es dauert 10^{-3} bis 10^{-2} sec, bis die Entladung wieder abreißt. Diese Glimmzeit ist um so größer, je höher man die Spannung wählt. Das Ende des Zählbereiches ist dadurch gegeben, daß die Glimmzeit schließlich so groß wird, daß die Entladung nur noch selten abreißt. Der Elektronenstrahl der Braunschen Röhre rückt dann

¹⁾ Das Kippgerät und das zum Betrieb der Röhre notwendige Hochspannungsgerät wurde ebenfalls von der Firma Loewe betriebsfertig bezogen.

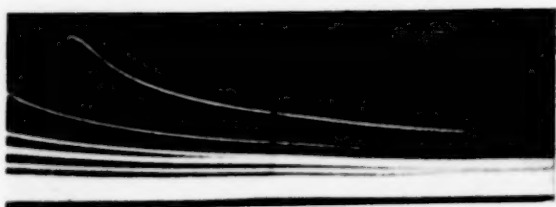
einfach ein Stück aus der Nullage heraus. Die Verhältnisse sind bei Luft und bei dem untersuchten technischen Argon nicht wesentlich verschieden. Der Spannungsanstieg erscheint auf den ersten Blick kontinuierlich; bei stärkerer zeitlicher Auflösung zeigt er sich jedoch vor allem bei Argon als diskontinuierlich, er besteht offenbar aus sehr vielen kleinen Stufen.



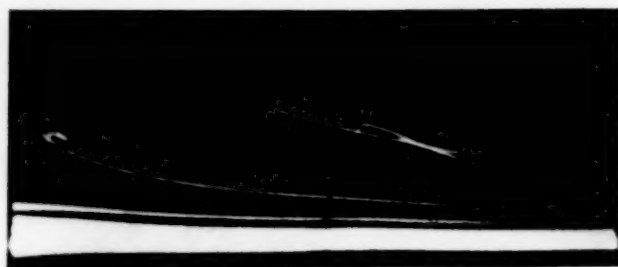
a) Sauber ausgepumpt
(50 mm Luft).



b) Unsauber ausgepumpt
(50 mm Luft + 2 mm Alkohol)
Oft aus a) nach einiger Zeit.



c) Größerer Dampfzusatz zu Argon
(50 mm Argon + 10 mm Alkohol).



d) Größerer Dampfzusatz zu Luft
(50 mm Luft + 10 mm Alkohol).

Fig. 4. Spannungsverlauf am Zählrohr bei einem Zählrohr von 50 mm Durchmesser und 0,2 mm starkem Zählrohr bei verschiedenen starken Dampfbeimengungen zu Luft bzw. Argon.

Diese Stufenbildung tritt wesentlich deutlicher hervor, wenn nicht sauber ausgepumpt wurde, wenn also noch Reste von Alkoholdampf (oder auch Wasserdampf) im Füllgas vorhanden sind (Fig. 4 b). Es sind weniger, aber größere Stufen, die Entladung reißt sehr oft deutlich ab und zündet wieder neu, bis schließlich infolge der Zählrohraufladung die Spannung am Zählrohr bis zur Mindestspannung sinkt. Die Glimmzeit ist wesentlich kleiner, der Zählbereich wesentlich größer geworden. Eine Impulsform

dieser Art zeigten die meisten *bisher üblichen gut arbeitenden Zählrohre*. Bei denjenigen Zählrohren, die zunächst nach dem Füllen nicht funktioniert hatten, nach einigen Tagen jedoch gut arbeiteten, war die Impulsform im Laufe dieser Zeit aus der Form 4a in die Form 4b übergegangen. Die charakteristischen Eigenschaften dieser Zählrohre, vor allem die Abhängigkeit vom Ableitwiderstand, wurden im Abschnitt I bereits besprochen.

Fügt man mehr *Alkoholdampf* hinzu, so tritt die diskontinuierliche Struktur immer deutlicher hervor. Vor allem die Größe der ersten Stufe wächst stark an, es treten schließlich häufig Impulse auf, bei denen nur noch die erste Stufe vorhanden ist, wo also der ersten Entladung keine Nachentladungen mehr folgen. Bei Argon treten von etwa 3 mm Zusatz ab in einem großen Spannungsbereich (mindestens 100 Volt) nur noch solche Einzelstöße auf (Fig. 4c), bei Luft dagegen erhält man sehr viel leichter Nachentladungen (Fig. 4d).

Bei 10 mm Alkoholzusatz zu Argon erhält man erst einige hundert Volt über der Einsatzspannung solche Nachentladungen. Diese Zählrohre zeigen sehr günstige Zähleigenschaften und sind daher seit meiner vorläufigen Veröffentlichung in vielen Instituten eingeführt worden. Diese Zähleigenschaften beruhen wesentlich auf den Eigenschaften des Einzelimpulses, die im nächsten Abschnitt eingehend behandelt werden sollen.

III. Die Einzelentladung.

1. *Experimentelle Ergebnisse.* Mit der Änderung der Impulsform durch den Alkoholzusatz, mit dem Übergang von dem aus vielen Einzelentladungen zusammengesetzten Impuls zum einfachen Entladungsstoß haben sich sämtliche Zähleigenschaften grundlegend geändert.

Während nämlich bei den früher üblichen Zählrohren die Entladung an sich selbständig war und nur durch den hohen Ableitwiderstand unselbständig gemacht wurde, ist sie bei Dampfzusatz unselbständig geworden und es können *beliebig kleine Ableitwiderstände* verwendet werden. Die Entladung reißt durch innere Vorgänge im Zählrohr ab auch ohne äußere Schaltelemente, wenn der Zählendraht direkt geerdet ist. Die Spannung am Zählrohr braucht also nicht durch die Zählendrahtaufladung auf den Betrag V_{\min} (in Fig. 1) abzusinken, die Zählrohrentladungen reißen ab, solange am Zählrohr noch eine Spannung liegt, die höher als die Einsatzspannung ist. Dies ist nur möglich, wenn die Feldverhältnisse im Zählrohr sich durch die Entladung geändert haben: Die Ursache dafür kann nur

Bildung von Raumladung sein¹⁾. Sie entsteht beim Entladungsvorgang durch Ionisation, und zwar dadurch, daß die entstehenden Elektronen sehr rasch zum Zähldraht wandern, die positiven Ionen dagegen nur relativ langsam durch das Feld weggeführt werden. Diese Ionen bilden einen Mantel um den Zählrohr herum und setzen die Feldstärke innerhalb dieses Mantels in dem für die Entladung maßgebenden Bereich am Zählrohr herab. Bei jeder Entladung wird soviel Raumladung gebildet, bis durch diese Raumladung die Feldstärke auf eine gewisse Minimalfeldstärke gesunken ist, dann reißt die Entladung ab. Es muß somit bei jeder Entladung derselbe Raumladungsmantel gebildet werden, es muß *pro cm Zählrohrlänge bei jeder Entladung dieselbe Ladungsmenge auf*

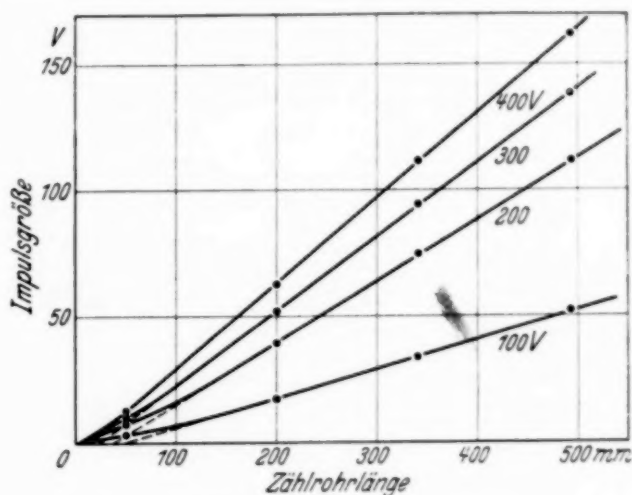


Fig. 5. Abhängigkeit der Impulsgröße von der Zählrohrlänge.
Zählrohr 50; 0,2.
Füllung: 90 mm Ar + 10 mm C_2H_5OH .

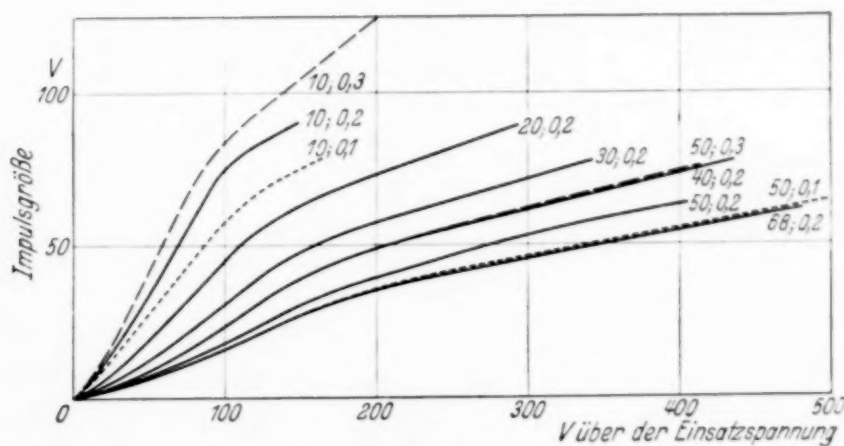


Fig. 6. Abhängigkeit der Impulsgröße von der Zählspannung bei verschiedenen Elektrodendurchmessern. 90 mm Ar + 10 mm C_2H_5OH . $R_z = 10^9 \Omega$.

den Zählrohr fließen. Daß dies recht genau erfüllt ist, zeigten eingehende Versuche: Die Impulsgröße ist proportional der Zählrohrlänge (Fig. 5) und umgekehrt proportional der aufzuladenden Kapazität.

¹⁾ Daß die Raumladung auch bei den bisher üblichen Zählrohren das Abreißen der Entladung bedingt, solange die Zählspannung nur wenige Volt über der Einsatzspannung liegt, wurde bereits von Werner erkannt und später von Hippel im allgemeineren Rahmen der Gasentladungen behandelt (ZS. f. Phys. **97**, 455, 1935).

Die Abhängigkeit der Impulsgröße von der Zählspannung, von den Elektrodendurchmessern, von der Füllung und vom Ableitwiderstand zeigen die Fig. 6, 7 und 8. (Ein Zählrohr von z. B. 50 mm Kathodendurchmesser und 0,2 mm starkem Zählendraht werde abgekürzt als Zählrohr „50; 0,2“ bezeichnet.) Die Länge aller dieser Zählrohre war 200 mm. Den Bau dieser Zählrohre zeigt Fig. 9. Die aufzuladende Kapazität betrug 45,5 (bei 68; 0,1)

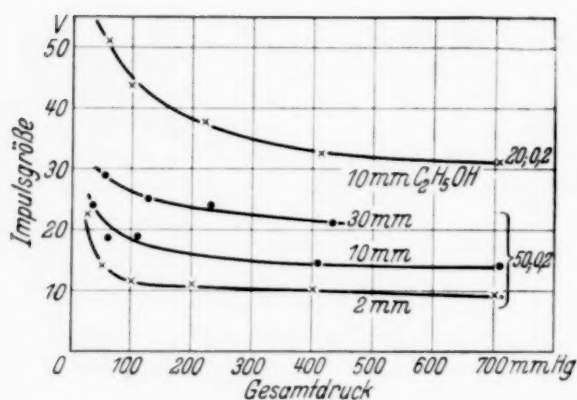


Fig. 7. Druckabhängigkeit der Impulsgröße bei verschiedenen Alkoholzusätzen. Zählspannung 100 Volt über der Einsatzspannung.

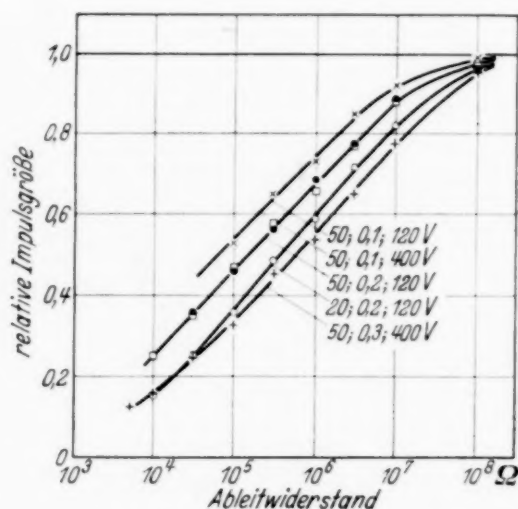


Fig. 8. Abhängigkeit der relativen Impulsgröße vom Ableitwiderstand.
Füllung: 90 mm Ar + 10 mm C₂H₅OH.

bis 47 cm (bei 10; 0,3). Mit wachsender Einsatzspannung steigt die Impulsgröße zunächst fast linear an, von einem bestimmten Punkt ab wird aber die Steigung plötzlich kleiner und bleibt dann ziemlich konstant. Die Impulsgröße ist größer bei kleinem Zählrohrdurchmesser und bei großem Zählendrahtdurchmesser. Die relative Abnahme der Impulsgröße mit kleiner

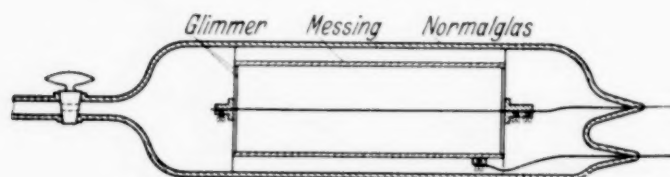


Fig. 9. Der Bau der Zählrohre.

allerdings eindeutig vorhanden. Die Impulsgröße nimmt ferner ab mit wachsendem Druck und nimmt zu mit wachsendem Alkoholzusatz. Qualitativ lassen sich die Kurven recht gut erklären, wie unter b) gezeigt werden wird.

Von grundlegender Bedeutung ist die Möglichkeit, kleine Ableitwiderstände verwenden zu können: Dadurch kommen nämlich die wesentlichen Nachteile der bisher üblichen Zählrohre, wie sie im Abschnitt I beschrieben

werdendem Ableitwiderstand ist nur wenig abhängig von der Zählspannung und den Elektrodendurchmessern, eine gewisse Abhängigkeit ist

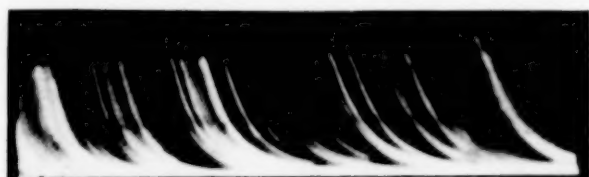
wurden, in Wegfall. Man braucht keine Flüssigkeitswiderstände herzustellen, sondern kann die käuflichen Widerstände von der in der Radiotechnik üblichen Größe verwenden. Wesentlicher und von prinzipieller Bedeutung ist aber die größenordnungsmäßige Verbesserung sowohl des Zählrohrauflösungsvermögens¹⁾ als auch des Auflösungsvermögens für zufällige Koinzidenzen bei Koinzidenzmessungen.

Fig. 10a, b und c zeigt den Einfluß der Größe des Ableitwiderstandes auf den Spannungsverlauf am Zähldraht, aufgenommen bei sehr großer zeitlicher Impulsdichte, weil dabei am deutlichsten die Vorteile kleiner Ableitwiderstände zur Geltung kommen.

Das zeitliche *Auflösungsvermögen eines Zählrohres*, also der Zeitabstand, den zwei nacheinander einfallende Teilchen haben müssen, damit beide vom Zählrohr registriert werden können, war etwa 10^{-2} sec. Diese Zeit setzte sich, wie oben ausgeführt wurde, zusammen aus der Glimmzeit t_g und einer Zeit t_{RC} , in der die Spannung am Zählrohr nach jeder Entladung um einen gewissen Betrag absinken mußte. Bei den dampfgefüllten Zählrohren kommt man mit einem einzigen Entladungsstoß mit der Spannung am Zählrohr überhaupt nicht unter V_{\min} , erst bei mehreren rasch hintereinanderfolgenden Entladungen wäre dies bei hohem Ableitwiderstand möglich. Die Zeit t_{RC} kann jedoch durch Verwendung kleiner Ableitwiderstände vernachlässigbar klein gemacht werden. Bei einem Ableitwiderstand von 10^5 Ohm und einer Kapazität von 10 cm beträgt die Gesamt-



a) Ableitwiderstand $0,3 \cdot 10^9$ Ohm.



b) Ableitwiderstand 10^7 Ohm.



c) Ableitwiderstand 10^6 Ohm.

Fig. 10. Abhängigkeit der Impulsform vom Ableitwiderstand.

¹⁾ Über die bei Zählrohrmessungen zu berücksichtigenden Korrekturen siehe A. Ehmert u. A. Trost, ZS. f. Phys. **100**, 553, 1936. Ein Teil der dort vorläufig gemachten Ausführungen über Zählrohreigenschaften soll in diesem Abschnitt ausführlicher behandelt werden.

dauer des (meßbaren) Spannungsstoßes am Zählrohr weniger als 10^{-5} sec (Zeitkonstante der Ableitung $\frac{RC}{9 \cdot 10^{11}} = 10^{-6}$ sec). Jeder Impuls erfolgt

dann von derselben Zählrohrspannung aus. Aus Fig. 10 sind diese Verhältnisse ersichtlich. Während bei hohem Ableitwiderstand eine starke zeitliche Überlagerung der Spannungsstöße stattfindet, treten bei 10^6 Ohm keine Spannungsstöße mehr auf, die über den Normalwert hinausgehen.

Es sind aber einige Impulse zu erkennen, die kleiner als die normalen sind. Dies kommt daher, daß die Aufnahme bei hoher zeitlicher Impulsdichte gemacht wurde. Fällt nämlich ein Strahlungsteilchen ein, bevor der vom vorhergehenden Impuls gebildete Raumladungsmantel durch das Feld vollständig weggeführt wurde, so braucht zum Abreißen der neuen Entladung nur der teilweise noch vorhandene Raumladungsmantel zur vollen Stärke ergänzt zu werden, der Impuls wird kleiner als normal. Der Zeitabstand zwischen dem Beginn einer Entladung und dem Zeitpunkt, wo eine folgende Entladung bereits wieder so stark werden kann, daß der Verstärker darauf anspricht, ist das Auflösungsvermögen des Zählrohres. Dieses muß sich also bei bekannter Verstärkerempfindlichkeit aus der Kurve ergeben, welche die Impulsgröße als Funktion des Zeitabstandes der beiden Entladungen darstellt. Die Extrapolation auf den Wert 0 der Impulsgröße liefert außerdem die Entladungszeit des Zählrohres, die damit sehr exakt und einfach erhalten werden kann.

Gewisse Schwierigkeit macht dabei zunächst die Bestimmung des Zeitabstandes. Nimmt man kleine Ableitwiderstände ($< \text{als } 3 \cdot 10^6 \text{ Ohm}$), so treten wegen der schnellen Zählrohrableitung die kleinen Impulse völlig getrennt von den vorhergehenden auf. Die Zeiten müssen daher direkt aus den kleinen „horizontalen“ Entfernungen auf der Platte bestimmt werden. Da die Zeitablenkung durch das Kippgerät nicht vollkommen zeitlinear ist, muß dazu erst eine Zeiteichung der Platte vorgenommen werden (durch Ausmessung des Spannungsabfalls bei Impulsen an verschiedenen Stellen der Platte oder durch Aufnahmen von Wechselstrom bekannter Frequenz). Da ferner bei diesen Versuchen hohe Impulszahlen anzuwenden sind (Ra-Präparat), um kleine Zeitabstände relativ häufig zu erhalten, macht es vor allem bei größeren Zeitabständen oft Schwierigkeiten, zu den Impulsen eindeutig die vorhergehenden zuzuordnen. Wesentlich einfacher wird die Messung, wenn ein etwas höherer Ableitwiderstand verwendet wird. Fig. 11 zeigt eine solche Aufnahme bei $9 \cdot 10^6$ Ohm, die mit zur Bestimmung der Kurve *e* in Fig. 12 verwendet wurde. Der Zeitabstand kann viel genauer und schneller aus der „vertikalen“ Größe des Spannungsabfalls des voran-

relative Impulsgröße
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0

gegangenen Impulses bestimmt werden, wenn man einmal den zeitlichen Verlauf eines solchen Abfalls bei höherer Kippfrequenz aufnimmt und sorgfältig ausmißt.

Die Meßergebnisse zeigt Fig. 12. Die Kurven *e* und *f* stellen Untersuchungen an den später zu besprechenden Spontanentladungen und an Nachentladungen dar. Bei den mit 50; 0,2 erhaltenen Kurven fällt auf, daß die Meßpunkte desto weniger streuen, je höher die Spannung war. Der Entladungsverlauf bei höheren Spannungen ist also viel definierter und weniger statistisch. Beim kleineren Zählrohr ist die Streuung nicht sehr groß. Auffallend ist, daß bei allen Kurven bei größerem Zeitabstand kein Meßpunkt mehr streut, als der Meßgenauigkeit entspricht: Bei großen Zeitabständen sind die Impulse sehr exakt gleich groß!

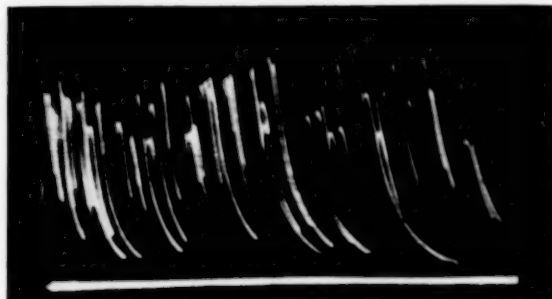


Fig. 11. Aufnahme zur Bestimmung des Zählrohrauflösungsvermögens.

Die Entladungszeiten liegen zwischen $0,4$ und $1,8 \cdot 10^{-4}$ sec. Sie sind beim Zählrohr mit großem Durchmesser größer als beim Zählrohr mit kleinerem Durchmesser, außerdem scheinen sie bei hohen Zählspannungen kleiner zu sein als bei niederen Zählspannungen (die Kurve *a* ist zur Be-

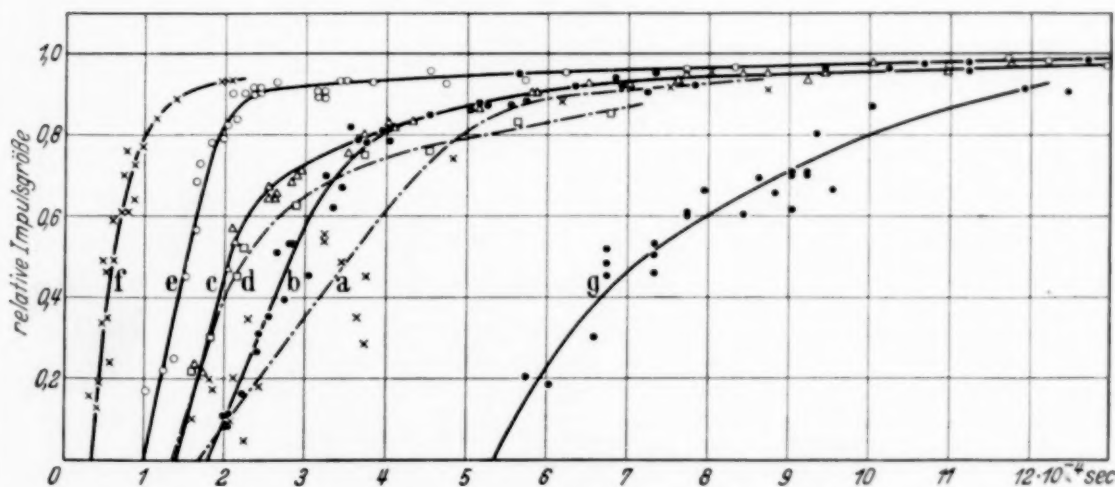


Fig. 12. Zum inneren Auflösungsvermögen des Zählrohrs.

- | | | |
|------------------|--|--|
| Zählrohr 50; 0,2 | a) $-\times-\times-\times-$ 130 Volt über der Einsatzspannung | $R = 9 \cdot 10^6 \Omega,$
$R = 10^6 \Omega,$
$R = 9 \cdot 10^6 \Omega,$
$R = 3 \cdot 10^6 \Omega,$
$R = 5 \cdot 10^6 \Omega,$ |
| | b) $-\bullet-\bullet-\bullet-$ 250 Volt " " | |
| | c) $-\Delta-\Delta-\Delta-$ 340 Volt (Spontanentladungen) | |
| | d) $-\square-\square-\square-$ 370 Volt " " | |
| Zählrohr 20; 0,2 | e) $-\circ-\circ-\circ-$ 140 Volt über der Einsatzspannung | |
| | f) $-\times-\times-\times-$ 220 Volt (Nachentladungen) | |
| | g) $-\bullet-\bullet-\bullet-$ frühere Messung an älterem Zählrohr (45; 0,2) | |

urteilung nicht genügend definiert). Auffallend ist, daß die bei 10^6 Ohm aufgenommene Kurve etwas flacher verläuft als die bei $9 \cdot 10^6$ Ohm aufgenommene. Bei der mit $3 \cdot 10^6$ Ohm aufgenommenen Kurve ist dieser Einfluß nicht zu erkennen. Die Kurve *c* fügt sich gut in die übrigen Kurven ein, die Spontanentladungen verlaufen also genau wie die normalen Entladungen. Ob die Nachentladungen zeitlich anders verlaufen, läßt sich nicht mit Sicherheit entscheiden. Die Entladungsdauer ist allerdings nur halb so groß wie bei den normalen Entladungen bei 140 Volt, doch mußten die Nachentladungen bei 220 Volt aufgenommen werden. Die starke Verschiedenheit der Entladungszeit bei der mäßigen Verschiedenheit der Spannungen scheint für eine kleine Verschiedenheit des Entladungsverlaufs bei normalen Entladungen und Nachentladungen zu sprechen.

Das innere Auflösungsvermögen hängt also außer von der Verstärkereinstellung ab vom Zählrohrdurchmesser und der angelegten Spannung. Es liegt bei den untersuchten Zählrohren je nach der Verstärkerempfindlichkeit zwischen $0,5 \cdot 10^{-4}$ und $5 \cdot 10^{-4}$ sec.

Auffallend war, daß diese Messungen mit einer früheren vorläufigen Messung¹⁾ nur schlecht übereinstimmten: Es ergab sich damals eine Entladungszeit von $7 \cdot 10^{-4}$ sec. Da die Zeitmessung nicht nach der beschriebenen genaueren Methode, sondern durch einfache Ausmessung des horizontalen Abstandes der Impulse längs der Zeitachse erfolgt war, konnte ein Fehler in der Zeitmessung bei nicht genügender Beachtung der Nichtlinearität des Kippvorganges mit der Zeit vorliegen. Ich habe daher diese Platte nochmals möglichst sorgfältig ausgemessen. Es ergab sich dabei (Fig. 12, *g*) nur eine kleine Verschiebung nach kürzeren Zeiten (zu $5,4 \cdot 10^{-4}$ sec), der große Unterschied gegenüber den jetzigen Messungen (und die Richtigkeit der damaligen Messungen) bleibt bestehen. Nun war das damals untersuchte Zählrohr das Zählrohr 4 der Fig. 9 auf S. 563 (l. c.). Dieses Zählrohr war im Gegensatz zu den Koinzidenzrohren 1, 2 und 3 nicht in Glas eingeschmolzen, sondern hatte mit Pizein eingekittete Hartgummiisolatoren. Außerdem war dieses Zählrohr schon einige Monate vor der Messung gefüllt worden. Der Gasinhalt scheint sich im Laufe dieser Zeit geändert zu haben, offenbar durch Austritt von Gasen oder Dämpfen aus dem Hartgummi oder Pizein. Diese interessante Messung scheint ein Hinweis dafür zu sein, wie empfindlich die Entladung auf kleine Zusätze reagiert und wie wenig geeignet daher solche gasabgebenden Stoffe wie Hartgummi oder auch Bernstein für Zählrohre sind.

¹⁾ A. Ehmert u. A. Trost, l. c.

Die kurze Zeitdauer des Spannungsstoßes am Zählendraht bei kleinen Ableitwiderständen ergibt gegenüber den bisherigen Zählrohren den für Koinzidenzmessungen äußerst wichtigen Vorteil eines sehr hohen *Auflösungsvermögens für zufällige Koinzidenzen*: Bei den bisher üblichen Koinzidenzanordnungen¹⁾ wurden die Impulse der einzelnen Zählrohre zunächst verstärkt und dann die verstärkten gleichzeitigen Impulse über ein gemeinsames Schaltelement geeignet summiert. Wird nun durch ein Zählrohr zufällig ein Spannungsstoß auf das Schaltelement übertragen, bevor ein vorangegangener Spannungsstoß eines anderen Zählrohres genügend abgeklungen ist, so entsteht eine zufällige Koinzidenz. Die Zeit, die zwischen den Entladungen zweier Zählrohre liegen muß, damit keine solche zufällige Koinzidenz registriert wird, heißt das Auflösungsvermögen der Koinzidenzanordnung. Da die Entladungszeit der Zählrohre bei 10^{-2} sec lag, durfte nur der erste rasche Anstieg (die erste Stufe) zur Koinzidenz ausgenutzt werden, die langsamen Spannungsänderungen wurden bei der Verstärkung vor dem Koinzidenzelement möglichst unterdrückt. Das erreichte Auflösungsvermögen lag zwischen 10^{-3} und 10^{-4} sec, doch waren zur Erreichung eines Auflösungsvermögens von 10^{-4} sec bereits mehrere Verstärkerstufen für jedes einzelne der Zählrohre erforderlich. Wo das so erreichte Auflösungsvermögen nicht ausreichte, mußte zu Dreifach-, Vierfach- oder Fünffachkoinzidenzen übergegangen werden.

Da bei unseren Zählrohren die Zeit für den gesamten Spannungsstoß ohne weiteres unter 10^{-5} sec gehalten werden kann, kann leicht direkt, ohne Impulsumformung, durch einen genügend kleinen Ableitwiderstand ein Auflösungsvermögen von 10^{-5} sec erreicht werden. Eine prinzipielle untere Grenze dürfte nach meinen Untersuchungen erst durch die endliche Laufzeit der Elektronen im Zählrohr gegeben sein, also bei Zeitabständen, wo überhaupt die Koinzidenzfähigkeit von Zählrohrimpulsen aufhören muß (etwa 10^{-7} sec). Eine praktische untere Grenze ergibt sich jeweils aus der Empfindlichkeit der Registrieranordnung, denn erstens nimmt die Impulsgröße mit kleiner werdendem Ableitwiderstand ab, zweitens ist zum Betrieb eines Zählwerks eine gewisse Mindestenergie erforderlich, das Zeitintegral des Spannungsstoßes darf nicht zu klein werden. Man muß aus diesem Grunde bei Auflösungsvermögen unter 10^{-4} sec nach der Aussiebung der Koinzidenzen den Impuls wieder künstlich verlängern, was aber keine besonderen Schwierigkeiten macht [z. B. Verwendung von Rückimpulsen²⁾ oder Schaltung nach Ehmert³⁾].

¹⁾ W. Bothe, ZS. f. Phys. **59**, 1, 1930; B. Rossi, Nature **125**, 636, 1930.

— ²⁾ A. Ehmert u. A. Trost, l. c. — ³⁾ A. Ehmert, erscheint demnächst.

Die Konstanz der Ladungsmengen ermöglichte es Ehmert und mir (l. c.), eine äußerst *einfache Koinzidenzschaltung* zu entwickeln. Man braucht nur die Zählrohre, deren Koinzidenzen gemessen werden sollen, auf einen gemeinsamen Ableitwiderstand, also gewissermaßen parallel zu schalten. Bei Einfachimpulsen, Zweifachkoinzidenzen, Dreifachkoinzidenzen usw. erhält man dann Spannungstöße einfacher, doppelter, dreifacher usw.

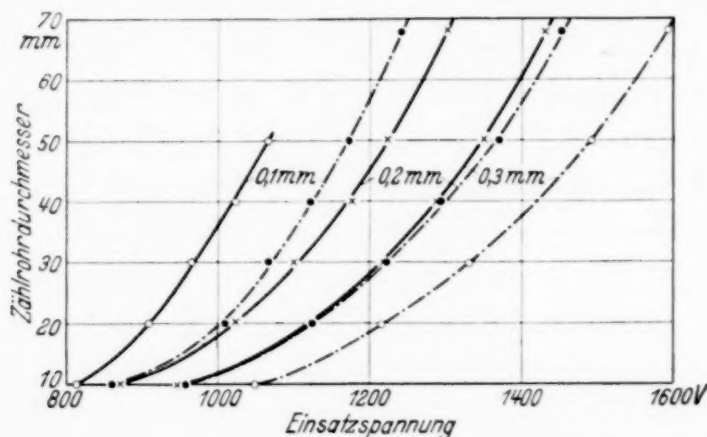


Fig. 13. Die Einsatzspannung in Abhängigkeit vom Zählrohrdurchmesser bei verschiedenen Zähldrahtstärken (0,1, 0,2 und 0,3 mm). Füllung: 90 mm Ar + 10 mm C₂H₅OH (—); 90 mm Ar + 10 mm CH₃·COOCH₃ (---).

Größe. Die Einzelheiten des zur Registrierung geeigneten Verstärkers wurden in unserer gemeinsamen Veröffentlichung genügend ausführlich beschrieben.

Ein weiterer, vor allem bei Koinzidenzmessungen äußerst wichtiger Vorteil dieser Zählrohre liegt in der praktisch 100%igen *Ansprechwahrscheinlichkeit*. Die Messung der Ansprechwahrscheinlichkeit, die ich zusammen mit Ehmert ausführte, ist in unserer gemeinsamen Veröffentlichung ebenfalls sehr ausführlich beschrieben.

Die *Einsatzspannung* wurde an Zählrohren von 10 bis 68 mm Durchmesser bei Zähldrähten von 0,1, 0,2 und 0,3 mm Stärke bei verschiedenen Zusätzen und Gesamtdrucken untersucht. Es ergab sich, daß ebenso wie die Impulsgröße und die Impulsform auch die Zählspannung praktisch nicht vom Material und der Beschaffenheit der Kathodenoberfläche abhängt: Die *Eigenschaften des Einzelimpulses sind nur eine Funktion von Füllung und Zählrohrdimensionen*.

Die Abhängigkeit von den Zählrohrdimensionen bei konstanter Füllung (90 mm Argon + 10 mm Alkohol) zeigt Fig. 13, die Abhängigkeit von der Füllung bei Zählrohr 50; 0,2 zeigt Fig. 14. Die verwickelt aussehenden Zusammenhänge lassen sich sehr gut quantitativ erfassen, wie anschließend gezeigt werden soll.

2. Die Vorgänge im Zählrohr beim Einzelimpuls. a) Das Zünden der Entladung. Die Möglichkeit, bei einem Auflösungsvermögen von 10^{-5} sec noch 100% Koinzidenzen zu erhalten, zeigt, daß die Entladungen von Elektronen ausgelöst werden müssen, denn die Laufzeiten der Ionen sind größenordnungsmäßig höher als 10^{-5} sec.

Ein Elektron werde durch irgendeinen Vorgang (lichtelektrischer Effekt, radioaktive Strahlung, Ultrastrahlung) aus der Zählrohrwand aus-

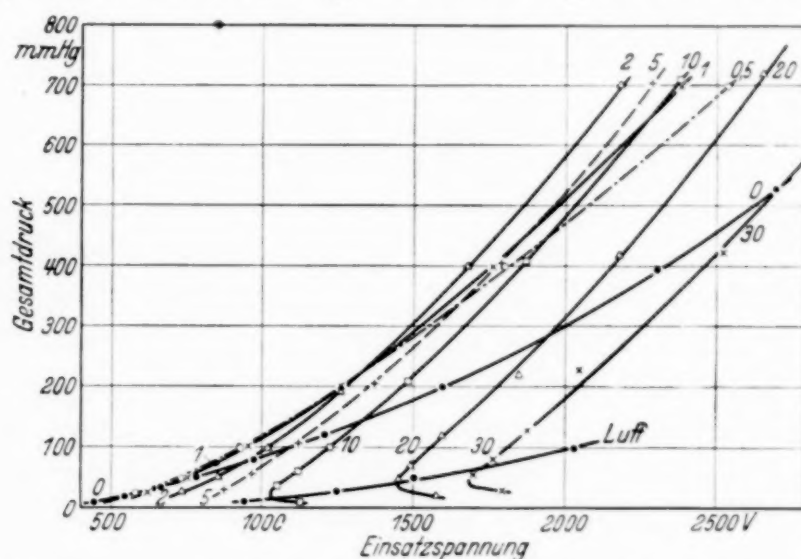


Fig. 14. Abhängigkeit der Einsatzspannung vom Gesamtdruck bei verschiedenen Zusätzen (... mm C_2H_5OH zu Argon). Zählrohr 50; 0,2.

gelöst. Durch das elektrische Feld wird das Elektron gegen den Zählrohrdraht getrieben, wobei es viele elastische und unelastische Zusammenstöße mit den Gasmolekülen erleidet. Bei den elastischen Zusammenstößen verliert das Elektron wegen seiner kleinen Masse nur einen verschwindend kleinen Bruchteil seiner Energie, der in unserem Falle keine Rolle spielt. Die unelastischen Stöße dagegen sind mit Energieverlust verbunden, der durch Anregung, Ionisation oder Anlagerung der Elektronen an Moleküle entsteht. Hätten wir nur Anregung der Energiestufen von Atomen (und nicht von Molekülen), so wären sämtliche dabei entstehenden Quanten so energiereich (Anregungsenergie größer als 5 Volt), daß sie in der Lage wären, aus der Metallwand neue Elektronen auszulösen¹⁾ (Austrittsarbeit für Elektronen

¹⁾ Daß photoelektrische Auslösung von Elektronen an der Wand eine entscheidende Rolle spielt, ergibt sich eindeutig aus der Tatsache, daß die Impulsgröße proportional der Rohrlänge ist, überhaupt aus der Konstanz der Impulsgröße, denn das bedeutet, daß sich jede Entladung über das ganze Rohr ausbreitet. Würden neue Elektronen nur durch Ionisation entstehen, so könnte sich die Entladung nur längs des Weges des ursprünglichen Elektrons ausbilden, die Entladung wäre vorüber, wenn diese Lawine, die sich im wesentlichen nur in Richtung zum Draht bewegen kann, den Zählrohrdraht erreicht hat (siehe auch E. Greiner, ZS. f. Phys. **81**, 543, 1933).

etwa 4 Volt). Wäre außerdem die Anlagerung zu vernachlässigen, so müßte das von der Wand ausgehende Elektron nach einer kurzen Wegstrecke, wenn es nämlich eine Potentialdifferenz durchlaufen hat, welche der Anregungsspannung entspricht, durch Anregung ein Quant auslösen, nach einer weiteren kurzen Wegstrecke ein zweites Quant usw. In den feldarmen Gebieten des Zählrohres würde fast nur Anregung und sehr wenig Ionisation stattfinden, da die Anregungsspannungen wesentlich niedriger sind als die Ionisationsspannungen und das Elektron sehr viele Zusammenstöße erleidet, bevor es die zwischen Anregung und Ionisation liegende Potentialdifferenz durchlaufen hat. Erst in Drahtnähe ist die Zahl der Zusammenstöße bis zum Durchlaufen dieser Potentialdifferenz so gering, daß das Elektron auch Energieen erreichen kann, die zur Ionisation ausreichen. Die vom Elektron auf seinem Wege durch das Zählrohr gebildeten Photonen lösen an der Kathode neue Elektronen aus, welche wieder Photonen auslösen usw.: Es müßte eine Entladung eintreten, wenn die Spannung am Zählrohr nur ein geringes Vielfaches der Anregungsspannung beträgt. Bei sehr reinen Edelgasen (z. B. Argon) wäre diese Bedingung erfüllt. Bei den gewöhnlichen Füllungen, auch bei technischem Argon, sind aber die Zählspannungen größenordnungsmäßig höher (bei technischen Edelgasen aber immer noch sehr viel niedriger als bei Molekulgasen, z. B. Luft). Daraus folgt, daß die Anregung der hohen atomaren Energiestufen stark unterdrückt wird. Wäre dabei nur die Anlagerung maßgebend, so könnte keine Entladung eintreten, solange in den feldarmen Gebieten die Wahrscheinlichkeit für die Anlagerung größer wäre als für die Anregung. Die Einsatzspannung wäre dadurch gegeben, daß an der Zählrohrwand (Stelle kleinsten Feldes) diese Wahrscheinlichkeiten gleich würden. Damit wäre aber die Feldstärke an der Zählrohrwand für die Einsatzspannung maßgebend, bei stärkerem Zählendraht müßte also die Einsatzspannung kleiner sein. Außerdem würden auch bei Spannungen über der Einsatzspannung noch eine beträchtliche Anzahl von Elektronen dem Zählvorgang durch Anlagerung entzogen, die Ansprechwahrscheinlichkeit des Zählrohres müßte merklich kleiner als 1 sein. Diese Folgerungen sind bei Alkoholzählrohren nicht erfüllt, die Anlagerung muß also für die Einzelentladung eine untergeordnete Rolle spielen. Andere Untersuchungen (Abschnitt VI) haben allerdings gezeigt, daß sehr viele Dämpfe, vor allem die schweren Dämpfe, eine kleine Ansprechwahrscheinlichkeit besitzen. Bei diesen Dämpfen wird die Anlagerung auch für die Einzelentladung eine wesentliche Rolle spielen.

Die Verminderung der Anregung atomarer Energiestufen muß noch andere Ursachen als die Anlagerung haben. Im Gas sind stets (auch ohne

Zusatz) so viele Moleküle vorhanden, daß Anregung von *Rotations- und Oszillationsschwingungen* geringer Energie möglich ist. Die unelastischen Stöße und die Energieverluste des Elektrons sind im wesentlichen auf Anregung dieser Schwingungen zurückzuführen, deren Quanten aber zu energiearm sind, um aus der Metallwand Elektronen auszulösen. Auf seinem Weg von der Wand zum Draht wird also zunächst die Energie des Elektrons so stark durch die häufigen unelastischen Stöße mit Molekülen begrenzt, daß nur selten Anregung höherer Energie erfolgen kann, die zur Auslösung eines neuen Elektrons führt. Dies ist in stärkerem Maße erst in Drahtnähe möglich, wenn die Feldstärke einen gewissen Mindestbetrag erreicht hat, der dadurch gegeben ist, daß das Elektron zwischen zwei unelastischen Zusammenstößen einen Energiezuwachs erfährt, der im Mittel größer als die Molekülschwingungsenergie ist. Soll eine Entladung entstehen, so darf diese Feldstärke jedoch nicht erst unmittelbar am Zählendraht vorhanden sein, sondern muß schon eine genügende Zahl von Elektronenweglängen vorher erreicht sein.

Die *Bedingung für die Einsatzspannung* ist also, daß in einem Abstand von einer ganz bestimmten Anzahl n von freien Weglängen der Elektronen für unelastische Zusammenstöße vom Zählendraht eine bestimmte, dem Druck proportionale (da ja die freie Weglänge umgekehrt proportional zum Druck ist) Mindestfeldstärke $E_{\min} = p \cdot \epsilon_{\min}$ vorhanden ist. Für die Feldstärke im Zählrohr gilt die Beziehung

$$E(r) = \frac{V}{r \ln \frac{r_a}{r_i}}$$

(V Zählspannung, V_0 Einsatzspannung, r_a und r_i Elektrodenradien). Die freie Elektronenweglänge sei k/p , wo k eine Konstante ist; damit erhält man

$$E_{\min} = p \cdot \epsilon_{\min} = \frac{V_0}{\left(r_i + \frac{nk}{p}\right) \ln \frac{r_a}{r_i}}$$

oder

$$V_0 = (p r_i + n k) \ln \frac{r_a}{r_i} \epsilon_{\min}. \quad (1)$$

Man erhält also lineare Abhängigkeit der Einsatzspannung vom Druck.

Werner (l. c.) hatte eine andere Beziehung aufgestellt, die für gewöhnliche Gase ohne Dampfzusatz sehr gut erfüllt war, indem er nicht eine gewisse Mindestfeldstärke einführte, sondern indem er annahm, daß in

einem Abstand von n freien Elektronenweglängen ein Spannungsabfall von U Volt (vom Draht aus gerechnet) vorhanden sei. Damit erhielt er die Formel

$$V_0 = \frac{U \ln \frac{r_a}{r_i}}{\ln \left(\frac{k n}{p r_i} + 1 \right)}. \quad (2)$$

In der Verschiedenheit der beiden Annahmen, die den Formeln (1) und (2) zugrunde liegen, drückt sich ein typischer Unterschied zwischen Gasen und Dämpfen aus. Bei den komplizierten Molekülen der Dämpfe ist die Möglichkeit zur Anregung von Molekülschwingungen wesentlich größer als bei den einfachen Molekülen von der Art H_2 , N_2 oder O_2 . Bei starken Dampfbzusätzen müssen die Elektronen auf einer sehr kurzen Wegstrecke die zur Anregung der Atomterme nötige Energie erreichen, wenn die Energie nicht durch Molekülschwingungsanregung wieder verlorengehen soll. Bei normalen Gasen kann das Elektron auf viel größerem Wege diese Energie allmählich bekommen. Für die Dämpfe kommt daher die örtliche Feldstärke in Betracht (Einführung von E_{\min}), für Gase dagegen das Integral der Feldstärke über einen längeren Weg (Einführung von Spannungsdifferenz U). Aus demselben Grunde wird die Feldstärke im Entladungsbereich bei reiner Dampffüllung viel höher sein müssen als bei Gasen. Im Sinne einer Verminderung der notwendigen Feldstärke wirkt allerdings die Tatsache, daß bei Dämpfen im allgemeinen die Anregungsspannungen niedriger sind als bei den gewöhnlichen Gasen, doch überwiegt der erste Faktor in Hinsicht auf E_{\min} stark, dagegen wird durch die größeren Anregungsmöglichkeiten bei Dämpfen¹⁾ der Wert von k stark verkleinert. Dampfbzusatz bewirkt also Vergrößerung von ε_{\min} und Verkleinerung von k .

Ohne eine genaue Kenntnis der Anregungsfunktionen ist es, wie Formel (1) zeigt, von vornherein nicht möglich, zu entscheiden, ob V_0 mit dem Zusatz größer oder kleiner wird, dies muß vor allem auch vom Drahtradius abhängen. Die Überlegungen zeigen, daß beim technischen Argon die Einsatzspannung vollkommen von den kleinen Beimengungen (N_2 und O_2) abhängt. Bei unserem technischen Argon ergab sich bei prozentual kleinen Zusätzen von Alkohol (bei $r_i = 0,02$ cm) eine Verminderung der Einsatz-

¹⁾ Bei Alkohol liegen leider keine Werte vor. Aus den Betrachtungen über die Impulsgröße wird sich aber eindeutig zeigen, daß tatsächlich die Anregung sehr viel stärker auftritt als bei Luft oder Argon.

spannung; die Verstärkung der Anregung (Verkleinerung von k) überwog die Erhöhung von ε_{\min} , bei hohen prozentualen Zusätzen waren die Verhältnisse umgekehrt.

Die Prüfung der Formeln an den Meßergebnissen fällt überraschend gut aus. Zur Bestimmung der Konstanten ε_{\min} und $k \cdot n$ in Formel (1) wurden aus Fig. 13 die Meßpunkte von 30; 0,1 und 30; 0,3 herausgegriffen. Es ergab sich

$$\varepsilon_{\min} = 95,4 \frac{\text{Volt/cm}}{\text{mm Hg}}; \quad k \cdot n = 1,32 \text{ cm} \cdot \text{mm Hg}.$$

Bei dem Füllungsdruck von 100 mm Hg ist also die maßgebende Zone 0,13 mm vom Draht entfernt und die Minimalfeldstärke beträgt 9540 Volt/cm.

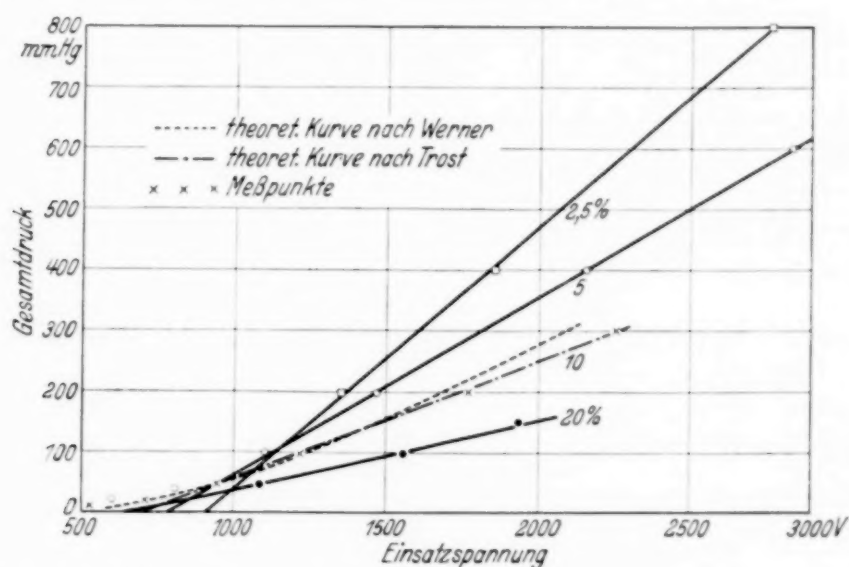


Fig. 15. Die Abhängigkeit der Einsatzspannung vom Gesamtdruck bei verschiedenen prozentualen Zusätzen von Alkohol zu Argon.

Mit diesen Werten wurden die Kurven in Fig. 13 berechnet. Die Abweichungen von den experimentellen Werten liegen innerhalb der Meßgenauigkeit. Eine Entscheidung zwischen den Formeln (1) und (2) läßt sich damit aber noch nicht treffen, denn die Formel (2) gibt nach Bestimmung der Konstanten ebenfalls innerhalb der Meßgenauigkeit dieselbe Kurvenschar (die Kurvenform ist bedingt durch das Glied $\ln \frac{r_a}{r_i}$, das in beiden Formeln enthalten ist). Eine Entscheidung läßt sich erst bei Untersuchung der Druckabhängigkeit fällen. Man kann natürlich nicht die Kurven von Fig. 14 direkt verwenden, sondern man muß erst Kurven von konstanter Füllgaszusammensetzung zeichnen. Die Meßpunkte aus Fig. 14 für 2,5, 5, 10 und 20% Alkoholzusatz zu Argon wurden in Fig. 15 eingetragen.

Man sieht, wie entsprechend Formel (1) die Meßpunkte (abgesehen von den kleinen Drucken) recht genau auf Geraden liegen. Die Gerade bei 10% ist dabei nicht nach den Meßpunkten gezeichnet, sondern aus den oben bestimmten Konstanten berechnet! Die Abweichungen liegen noch innerhalb der Meßgenauigkeit. Zum Vergleich ist die nach Werner aus Formel (2) berechnete Kurve eingezeichnet. Man sieht, wie bei höheren Drucken diese Kurve erhebliche Abweichungen von den Meßpunkten zeigt; sie schließt sich aber bei niederen Drucken den Meßpunkten etwas besser an als die Gerade. Ferner zeigen in Fig. 14 die für Argon und Luft ohne Zusatz gemessenen Kurven keine Linearität mit dem Druck, sondern haben eine Form, wie sie der Wernerschen Beziehung entspricht. Man sieht, daß bei sehr kleinen Zusätzen und niederen Drucken die Wernersche Beziehung gilt, bei den üblichen größeren Zusätzen und höheren Drucken aber Formel (1). Dies war nach den obigen Ausführungen zu erwarten.

Aus den eingezeichneten Geraden konnten die Werte für ϵ_{\min} und kn für die verschiedenen Zusätze bestimmt werden (Tabelle 1).

Tabelle 1. Minimalfeldstärke und freie Weglänge der Elektronen für unelastische Zusammenstöße in Abhängigkeit vom Alkoholzusatz zu Argon.

Zusatz in %	2,5	5	10	20
$\epsilon_{\min} \left[\frac{\text{Volt/cm}}{\text{mm Hg}} \right] \quad . \quad . \quad .$	42,7	62,6	95,4	164
$kn \text{ [cm} \cdot \text{mm Hg]} \quad . \quad . \quad .$	3,85	2,55	1,32	0,74

Man sieht, wie entsprechend den angestellten Überlegungen die notwendige Mindestfeldstärke mit dem Zusatz wächst und wie andererseits die Entladungszone sich immer enger um den Zähl draht herum zusammenzieht.

b) Das Erlöschen der Entladung (Impulsgröße, zeitlicher Entladungsverlauf). Es wurde ausgeführt, daß die Entladung erlischt, wenn durch Bildung von positiver Raumladung um den Zähl draht herum die Feldstärke im Entladungsbereich auf den Minimalbetrag E_{\min} abgesunken ist. Die Wirkung der Raumladung auf die Feldstärke zeigt schematisch Fig. 16. Die Raumladungsbildung erfolgt zunächst in Drahtnähe. Die dadurch bedingte Herabsetzung des Feldes am Draht bewirkt eine Zunahme der Feldstärke in den Außengebieten (das Integral der Feldstärke, also die von den Kurven überdachte Fläche, gibt die Spannung zwischen den Elektroden und ist daher konstant, solange die Zähl drahtaufladung zu vernachlässigen

ist, z. B. bei großer Kapazität des Zähldrahtsystems gegen Erde). Dadurch wird sich die Entladungszone nach außen ausbreiten, und zwar so lange, bis die Feldstärke im ganzen Entladungsgebiet für $r > \left(r_i + \frac{kn}{p}\right)$ mindestens auf den Wert E_{\min} abgesunken ist. Der Radius r_0 läßt sich leicht unter den in Fig. 16 b gemachten vereinfachten Annahmen berechnen durch Gleichsetzen der Feldstärkenintegrale. Für kleine Spannungen ($V - V_0 \ll V_0$) ergibt sich

$$\frac{r_0}{r_i + \frac{kn}{p}} = \frac{V}{V_0},$$

wenn V die Zählspannung und V_0 die Einsatzspannung bedeutet. Daraus erhält man leicht für die Menge der gebildeten Raumladung pro cm

$$q_R = \frac{V - V_0}{2 \ln \frac{r_a}{r_i}}. \quad (3)$$

Es ist dieselbe Ladung, die man auf den Zähldraht hätte bringen müssen

(aber nicht verteilt über das ganze Zähldrahtsystem), um die Spannung V am Zählrohr bis zur Einsatzspannung zu erniedrigen.

Die auf den Draht fließende Elektrizitätsmenge setzt sich zusammen aus dem bei Ionisation und dem bei Anregung gebildeten Anteil. Die Raumladung muß eine konstante, in erster Annäherung durch Formel (3) gegebene Größe erreichen, der durch Ionisation gebildete Anteil ist dadurch fest gegeben. Es wird also der Impuls desto größer werden, je stärker die Anregung im Verhältnis zur Ionisation in Erscheinung tritt. Bei Argon und Luft sind die Einzelentladungen (Höhe der ersten Stufe) sehr viel kleiner als bei Alkohol, die Impulsgröße wächst, wenn Alkohol zugegeben wird. Wie bei Dämpfen zu erwarten ist, zeigt sich also, daß bei Alkohol die Anregung viel stärker in Erscheinung tritt als bei Luft oder Argon allein; dies stimmt mit der gefundenen starken Abnahme der freien Elektronenweglänge für unelastische Zusammenstöße überein. Das Verhältnis von Ionisation zu Anregung wird außerdem von den Zählrohrdimensionen und von der Zählspannung abhängen: Je höher die mittlere Feldstärke im Entladungs-

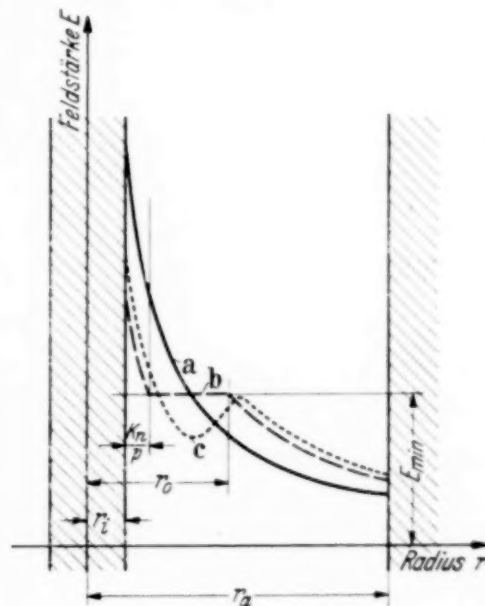


Fig. 16.
Der Feldverlauf im Zählrohr (schematisch).
a) Vor der Entladung.
b) Beim Abreißen der Entladung.
c) Kurz nach dem Abreißen.

bereich ist, desto mehr wird die Ionisation begünstigt, desto kleiner wird daher der Impuls. Noch ein anderer Einfluß besteht: Je rascher die Raumladung abgeleitet wird, desto mehr wird schon während der Entladung abgeleitet, desto mehr Raumladung muß insgesamt gebildet werden, desto größer wird der Impuls. Formel (3) selbst besagt, daß die zu bildende Raumladung und damit bei gleichem Verhältnis von Ionisation zu Anregung auch die Impulsgröße proportional der Zählrohrkapazität wird.

Mit diesen Überlegungen lassen sich die experimentell erhaltenen Kurven leicht erklären. Die Abhängigkeit von der Zählspannung war aus Fig. 6 ersichtlich. Die Impulsgröße steigt zunächst etwa proportional mit $(V - V_0)$ an, wie nach Formel (3) zu erwarten ist. Bei weiterer Spannungssteigerung wird die mittlere Feldstärke im Entladungsbereich höher, die Anregung tritt gegenüber der Ionisation zurück, die Impulsgröße wird kleiner als der ursprünglichen Steigung der Kurven entsprechen würde, die Kurven biegen zur Spannungsachse um. Die Impulsgröße wird größer bei kleinerem Zählrohrdurchmesser (Fig. 6), weil die Zählrohrkapazität größer wird und weil außerdem während der Entladung die Raumladung stärker weggeführt wird als bei Zählrohren mit großem Durchmesser, da die wirksame Feldstärke in den Außengebieten der Entladung größer ist (bei, wegen der Einsatzbedingung, gleicher Feldstärke in den inneren Gebieten, wo die Ionisation stattfindet). Aus denselben Gründen ist die Impulsgröße bei stärkerem Zählendraht größer als bei schwächerem Zählendraht.

Aus den Kurven von Fig. 8 (Abhängigkeit der Impulsgröße vom Ableitwiderstand) läßt sich in sehr einfacher Weise *der zeitliche Verlauf der Entladung* mit guter Annäherung finden. Das Maximum der Zählendrahtaufladung ist dann erreicht, wenn die auf den Draht pro Zeiteinheit gelieferte Ladungsmenge (die momentane Entladungsstromstärke) gleich derjenigen ist, welche pro Zeiteinheit über den Ableitwiderstand zur Erde abfließt. Diese Größe läßt sich leicht aus der momentanen Zählendrahtaufladung V und dem Ableitwiderstand R_z berechnen als $i = \frac{V}{R_z}$. Man erhält damit

Kurven zwischen momentaner Zählendrahtaufladung, also zwischen der bereits gelieferten Ladungsmenge und der Stromstärke. Da man die Kapazität des Systems kennt (46 cm), kann man aus diesen Aufladungskurven die Stromzeitkurven für die Zählrohrentladung schrittweise berechnen $\left(\Delta t = \frac{C \cdot \Delta V}{i}\right)$. Die Ergebnisse zeigt Fig. 17. Die Kurven sind von 10^{-3} Amp. bis $0,5 \cdot 10^{-6}$ Amp. sehr zuverlässig. Die Steigung beträgt etwa 45° , d. h. die Stromstärke nimmt mit $1/t$ ab. Bei kleineren Stromstärken

sind die Kurven ungenau, da hier kleine Meßfehler eine große Rolle spielen. Außerdem ist bei diesen kleinen Stromstärken zu berücksichtigen, daß nicht allein die auf den Zählendraht kommenden Elektronen gemessen werden, sondern außerdem ein „Kapazitätsstrom“, der durch die Abwanderung der positiven Ionen vom Draht weg entsteht. Man erhält daher auch beim Abreißen der Entladung keinen scharfen Stromabfall, und man kann daher aus diesen Kurven nur schlecht die Entladungsdauer entnehmen. Die Größenordnung von 10^{-4} sec stimmt mit den auf andere Weise (siehe oben) genauer erhaltenen Werten überein.

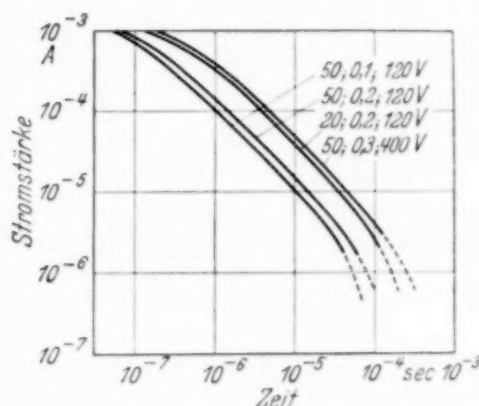


Fig. 17. Der zeitliche Verlauf der Entladung im Zählrohr.

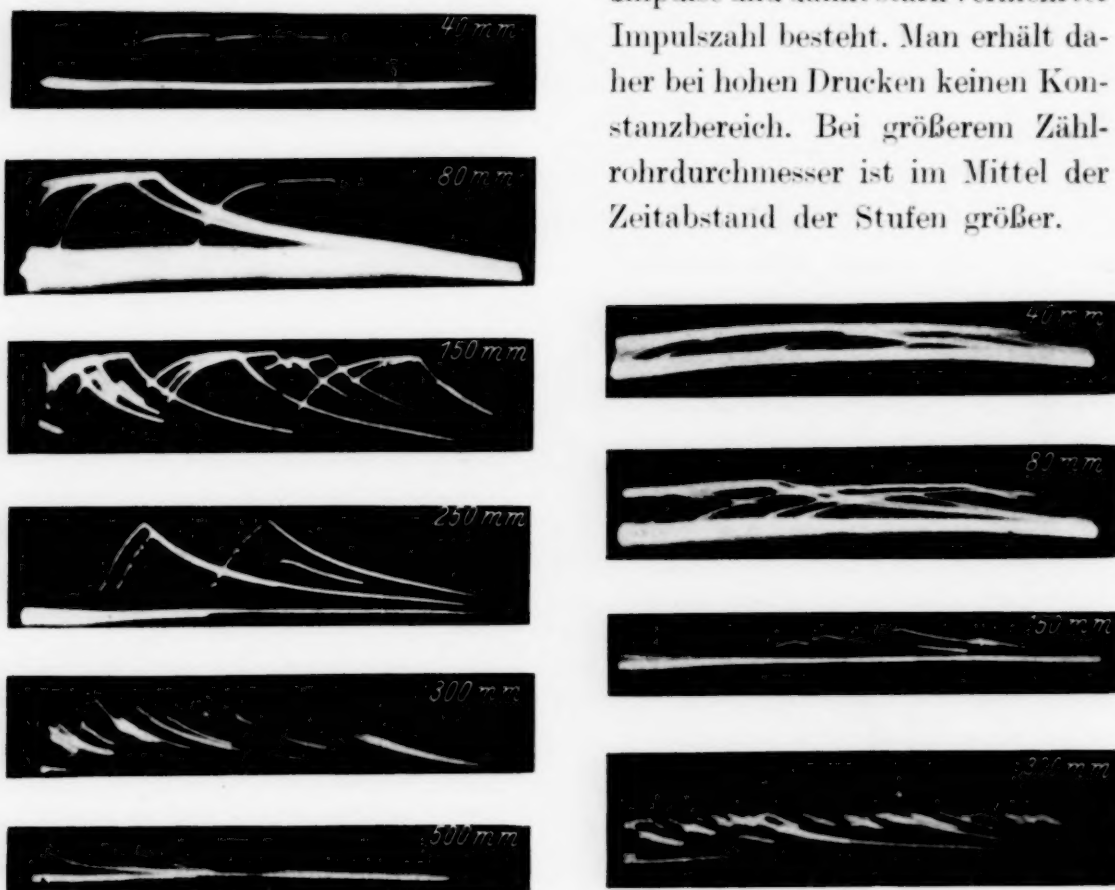
IV. Die Nachentladungen.

Es wurde gezeigt, daß bei nur geringem Dampfzusatz die Entladung „stufenweise“ erfolgt. Die Impulsform ist damit stark abhängig vom Ableitwiderstand: Bei hohem Ableitwiderstand erscheinen die Einzelentladungen als „Stufen“ eines einzigen Impulses, bei kleinem Ableitwiderstand dagegen als rasch aufeinanderfolgende getrennte Impulse, weil die Spannung am Zählendraht bis zur neuen Entladung bereits wieder auf den Ausgangswert abgesunken ist (bei sehr kleinem Dampfzusatz reißt die Entladungskette nicht ab, das Zählrohr „glimmt“ bei kleinem Ableitwiderstand). Aus diesem Grunde wurde nicht der Ausdruck „Stufenentladungen“, sondern der Ausdruck „Nachentladungen“ gewählt. Das Auftreten dieser Nachentladungen, also die Form des Einzelimpulses (in Abhängigkeit von Zusatz und Druck) soll in diesem Abschnitt beschrieben werden. Die Untersuchungen wurden bei einem Ableitwiderstand von 10^8 Ohm ausgeführt.

Die Verhältnisse bei *Luft* waren aus Fig. 4 a, b und c ersichtlich. Je weniger Dampf vorhanden ist, desto rascher folgen die Nachentladungen aufeinander; ohne Dampfzusatz erfolgen sie bei Luft so rasch aufeinander, daß von einem eigentlichen Abreißen kaum noch gesprochen werden kann, die einzelnen „Nachentladungen“ überlagern und verwischen sich. Die Impulsform ist nicht stark druckabhängig. Alkoholzusatz bewirkt vor allem Größerwerden der Stufen, außerdem Vergrößerung des Zeitabstandes der Stufen, doch so, daß die Gesamtglimmzeit trotz der Vergrößerung der Zeitabstände kleiner wird, die Zahl der Stufen nimmt also stark ab.

Bei *Argon* sind die Verhältnisse komplizierter. Die Impulsform ohne Zusatz (Fig. 18a und b) ist stark druckabhängig. Auf den ersten Blick wirkt Druckerhöhung wie Dampfzusatz. Es tritt jedoch in gleichem Maße wie Vergrößerung der Stufen auch Vergrößerung des zeitlichen Abstandes der Stufen auf, so daß die Gesamtglimmzeit nicht wesentlich abnimmt. Je höher der Druck wird, desto mehr erscheinen die Nachentladungen zeitlich getrennt, so daß schließlich der Eindruck selbständiger, kurzer

Impulse und damit stark vermehrter Impulszahl besteht. Man erhält daher bei hohen Drucken keinen Konstanzbereich. Bei größerem Zählrohrdurchmesser ist im Mittel der Zeitabstand der Stufen größer.



a) beim Zählrohr „20; 0,2“.

b) beim Zählrohr „50; 0,2“.

Fig. 18. Druckabhängigkeit der Impulsform. Füllung mit . . . mm Argon.

Alkoholzusatz (Fig. 19a, b und c) bewirkt ähnlich wie bei Luft Vergrößerung der Stufen, insbesondere der ersten Stufe und damit Verkürzung der Impulszeit, weiterhin vor allem bei größerem Zusatz starke bzw. gänzliche Unterdrückung der Nachentladungen überhaupt. Bei niederen Drucken treten auch bei Alkoholzusatz im allgemeinen Nachentladungen mit *kleinem* Zeitabstand, bei hohen Drucken solche mit *großem* Zeitabstand auf (Fig. 20). Im Zwischengebiet, bei mittleren Drucken und mittlerem Zusatz (Fig. 21a und b) tritt eine starke Mischung von Entladungen mit kleinem und solchen mit großem Zeitabstand der Nachentladungen auf, so daß man den Eindruck



a) 50 mm Ar + ... mm C₂H₅OH bei 20; 0,2. b) 200 mm Ar + ... mm C₂H₅OH bei 20; 0,2. c) 50 mm Ar + ... mm C₂H₅OH bei 50; 0,2.

Fig. 19. Der Einfluß von Alkoholzusatz zu Argon auf die Impulsform (siehe dazu Fig. 18).

zweier verschiedener Arten von Nachentladungen hat. Doch scheint mir die Art, wie die beiden Formen aus derselben Entladungsform bei kleinem

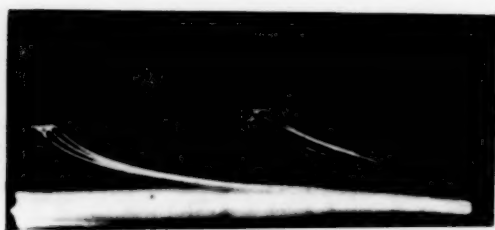


Fig. 20. Nachentladungen mit großem Zeitabstand. Zählrohr „20; 0,2“. Füllung 400 mm Ar + 0,5 mm C_2H_5OH .

Druck und geringem Zusatz hervorgehen — die Nachentladungen mit kleinem Zeitabstand durch Vergrößerung des Zusatzes, diejenigen mit großem Zeitabstand durch Vergrößerung des Druckes —, dafür zu sprechen, daß beide Nachentladungsarten dieselbe Ursache haben, aber unter verschiedenen Bedingungen entstehen.

Im Übergangsgebiet zwischen der langen und der kurzen Impulsform (0 bis 3 mm Zusatz) ist die Entladungsform stark abhängig von der Sauberkeit der Gasfüllung. Bei den Aufnahmen fällt auf, daß (vor allem bei höheren Gasdrucken) sehr häufig kurze und lange Impulse gemischt erscheinen.



a) 100 mm Ar + 1 mm C_2H_5OH .



b) 200 mm Ar + 0,5 mm C_2H_5OH .

Fig. 21. Mischung von Nachentladungen mit kleinen und solchen mit großen Zeitabständen. Zählrohr „50; 0,2“.

Diese Erscheinung tritt zurück, wenn noch Luftreste oder Wasserdampfreste vorhanden sind, der Übergang aus der flachen zur spitzen Impulsform erfolgt dann wie bei Luft gleichmäßiger, die Impulse sind untereinander nicht so stark verschieden, sie nehmen dann einheitlich etwa die Form von 3b an, wie dies bei den früher gefüllten gut arbeitenden Zählrohren gewöhnlich der Fall war.

Es hat sich gezeigt, daß die *Impulsform in erster Annäherung nur vom Füllgas* (und den Elektroden dimensionen), dagegen nicht von der Kathodenoberfläche abhängt¹⁾. Christoph²⁾ glaubte neuerdings entgegen der von mir vertretenen Ansicht feststellen zu können, daß der gesamte Einfluß der Dämpfe auf die Verhinderung der Nachentladungen durch Anlagerung der Dämpfe an die Elektroden zu erklären sei, und daß „Nachentladungen“ nur durch die Oberfläche, aber nicht durch das Gas bedingt seien. Dies schloß er aus folgendem Versuch: Er kühlte ausgeheizte Zählrohre, die mit Wasserstoff gefüllt waren

und zu viel Impulse gaben, bis zur Temperatur der flüssigen Luft ab, wobei die Entladungszahl stark zurückging. Nach

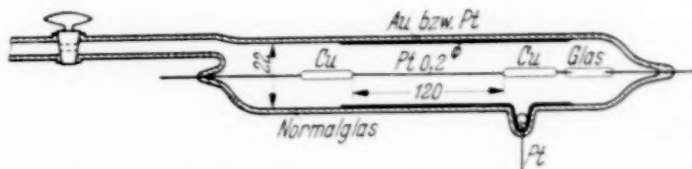


Fig. 22. Der Bau eines ausheizbaren Gold- bzw. Platinzählrohres.

meinen Untersuchungen ist diese Abnahme jedoch nicht auf die von mir beschriebene Art von Nachentladungen, sondern auf die im nächsten Abschnitt zu behandelnden „Spontanentladungen“ zurückzuführen. Folgender Gegenversuch zeigt eindeutig, daß die Nachentladungen von der Gasfüllung abhängen: Ein ausgeheiztes Zählrohr 20; 0,2, dessen Kathode aus einer direkt in das Glas eingebrannten Goldschicht bestand (Fig. 22), wurde bei einer Füllung mit 90 mm Ar + 10 mm C₂H₅OH in ein Alkoholbad getaucht, das durch Einwerfen von fester Kohlensäure allmählich kälter gemacht wurde. Die Versuchsergebnisse zeigt Fig. 23. Von einer bestimmten Temperatur ab traten Nachentladungen auf, wodurch die Impulsform allmählich von der „Dampfform“ in die „Gasform“ überging. Wie ein Vergleich mit der Dampfdruckkurve des Alkohols zeigte, entsprach die jeweilige Impulsform genau dem jeweiligen Dampfdruck des Alkohols bei der betreffenden Temperatur. Die Nachentladungen nehmen also zu, wenn die Alkoholkonzentration im Gas abnimmt, obwohl sich Alkohol auf der Kathode niederschlägt. Dagegen ging die Gesamtimpulszahl des Zählrohres, die wegen starkem Auftreten von Spontanentladungen bei +120°C sehr hoch war (siehe nächster Abschnitt), wie bei Christoph mit der Abkühlung stark zurück.

¹⁾ Prinzipiell wird selbstverständlich auch die Kathodenoberfläche einen gewissen Einfluß auf den Entladungsverlauf haben, und zwar durch die verschiedene photoelektrische Empfindlichkeit, da ja die Auslösung von Elektronen aus der Kathode eine wesentliche Rolle spielt. Es hat sich jedoch gezeigt, daß die Unterschiede bei den verschiedensten untersuchten Oberflächen praktisch vernachlässigt werden konnten. — ²⁾ W. Christoph, Annalen **26**, 145, 1936.

Auch bei hohen Alkoholzusätzen und den üblichen Fülldrücken (10 mm Zusatz, 100 mm Gesamtdruck) treten bei genügender Spannungserhöhung wieder Nachentladungen auf, und zwar bei Zählrohren mit kleinerem Durchmesser vor allem Nachentladungen mit kleinem Zeitabstand (solche bei

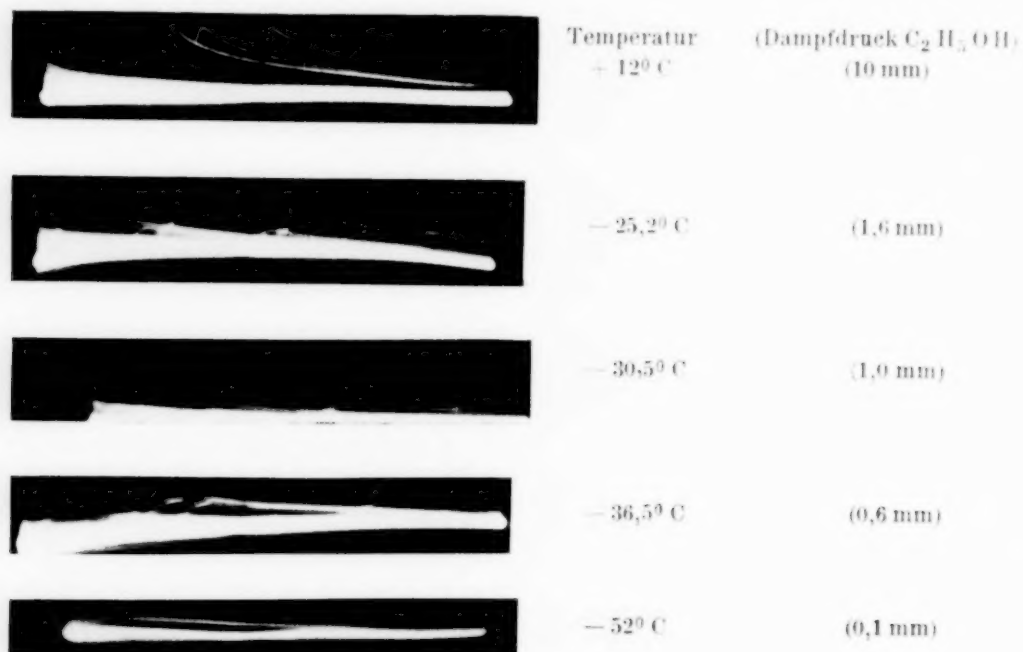


Fig. 23. Abkühlungsversuch bei einer Füllung von 90 mm Ar + 10 mm C₂H₅OH (Zählrohr Au „20; 0,2“).

kleinem Ableitwiderstand aufgenommenen Nachentladungen zeigt Fig. 24), bei Zählrohren mit größerem Durchmesser vor allem Nachentladungen mit

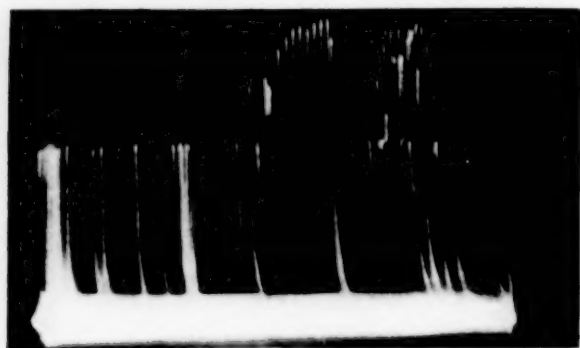


Fig. 24. Nachentladungen mit kurzen Zeitabständen bei kleinen Ableitwiderständen ($3 \cdot 10^6$ Ohm).

großem Zeitabstand (bei sehr hohen Zählspannungen treten stets auch Nachentladungen mit kleinem Zeitabstand auf). Bei Zählrohren mit großem Konstanzbereich (300 bis 500 Volt) wird das Ende des Konstanzbereiches durch die Nachentladungen bedingt. Das Auftreten der Nachentladungen scheint stark von der Reinheit

des Gases abzuhängen; kleine Beimengungen von Luft begünstigen die Nachentladungen sehr stark. Es ist zu erwarten, daß bei Verwendung von sehr reinem Argon diese Nachentladungen stark zurücktreten. Eingehendere Versuche sind in Aussicht genommen.

Eine sichere *Erklärung* für alle die verwickelten Erscheinungen der Nachentladungen läßt sich noch nicht geben, weil das vorliegende Material noch nicht vollständig genug ist. Weitere Untersuchungen sind im Gange. Metastabile Zustände können für die Erklärung nicht in Frage kommen, da bei den hohen Drucken und der großen Anzahl von Molekülen, wie O_2 , N_2 oder C_2H_5OH im Füllgas die Lebensdauer solcher Zustände nicht die Größenordnung von 10^{-4} oder gar 10^{-3} sec erreichen kann. Doch auch die positiven wie die negativen Ionen für sich können nicht die Ursache der Nachentladungen sein: Bei den positiven Ionen sind die Laufzeiten im starken Felde zu klein zur Erklärung der beobachteten Zeitabstände der Nachentladungen; bei den negativen Ionen (Moleküle mit angelagertem Elektron) läßt sich der Einfluß des Alkoholzusatzes nicht erklären¹⁾. Sehr einleuchtend ist jedoch die Annahme, daß beim Zusammenstoß eines negativen mit einem positiven Ion ein Quant frei werden kann, das genügend Energie besitzt, um aus der Rohrwand ein Elektron auslösen zu können (maximal freiwerdende Energie = Ionisationsenergie + Summe der Bewegungsenergien — Elektronenaffinität). Damit läßt sich sowohl die Druckabhängigkeit (Zunahme der Zeitabstände der Nachentladungen) als auch der Einfluß des Dampfzusatzes (Unterdrückung der Nachentladungen) erklären: Man muß annehmen, daß die Bildung von negativen Ionen, also die Anlagerung von Elektronen an Gasmoleküle, stark mit wachsender Feldstärke abnimmt. Das Gebiet, in dem eine wesentliche Bildung stattfinden kann, rückt also mit höherem Druck (höhere Einsatzspannung) immer mehr vom Draht weg, entsprechend dauert es länger, bis diese Ionen mit den in unmittelbarer Nähe des Drahtes entstehenden positiven Ionen rekombinieren können. Der mittlere Zeitabstand der Nachentladungen nimmt also mit wachsendem Druck zu. Die beobachteten Zeitabstände stimmen größenordnungsmäßig mit den möglichen Laufzeiten der Ionen überein. Bei Alkoholzusatz wird die Bildung der positiven Ionen vom Dampfzusatz übernommen, da die Ionisierungsenergie wesentlich geringer ist als bei Argon. Bei der Rekombination eines positiven Dampfions mit einem

¹⁾ In meiner vorläufigen Mitteilung (l. c.) wurde die Möglichkeit angedeutet, daß die negativen Ionen im starken Feld in Drahtnähe ihre Elektronen wieder verlieren und daß diese Elektronen den neuen Entladungsvorgang einleiten. Nachdem sich aber bei den späteren Untersuchungen gezeigt hatte, daß Anlagerung von Elektronen auch bei Alkoholzusätzen nur selten stattfindet, kann die Anlagerung von Elektronen an die im Argon vorhandenen Gasmoleküle durch Dampfzusatz nicht verhindert werden, wie ursprünglich angenommen wurde. Es wäre daher nicht einzusehen, warum bei Alkoholzusatz die Zahl der Nachentladungen so stark abnimmt.

negativen Ion (Gas- oder Dampfion) ist aber die Maximalenergie des entstehenden Quants wesentlich kleiner als bei positivem Gasion (kleinere Ionisierungsenergie), das entstehende Quant hat (vor allem bei negativem Dampfion wegen der großen Elektronenaffinität) nicht genügend Energie, um aus der Rohrwand ein Elektron auslösen zu können. Die Zahl der Nachentladung nimmt also bei Alkoholzusatz stark ab. Da außerdem reines Argon keine negativen Ionen bildet, sondern nur die Beimengungen (z. B. Luft) zum Argon, und da ferner die Ionisationsenergie der Beimengungen im allgemeinen wesentlich kleiner ist als bei Argon, ist auch einzusehen, daß etwa geringe Luftbeimengungen einen starken Einfluß auf das Auftreten der Nachentladungen haben.

Schwierigkeiten macht die Tatsache, daß bei mittleren Drucken deutlich nebeneinander Nachentladungen mit kleinen und solche mit großen Zeitabständen auftreten. Vielleicht spielt dabei Feldverzerrung durch Raumladung eine Rolle: Es läßt sich leicht einsehen, daß kurz nach einer Entladung und auch schon gegen Ende einer Entladung eine Feldstärkenmulde in Drahtnähe auftreten muß, wie sie schematisch in Fig. 16c gezeichnet ist. Die Nachentladungen mit kleinen Zeitabständen könnten bei mittleren Drucken von negativen Ionen herrühren, die innerhalb der Mulde im Gebiet $r < r_0$ gebildet wurden, die mit großen Zeitabständen von solchen, die im Gebiet $r > r_0$ gebildet wurden. Die Mulde kann desto tiefer werden, je größer r_0 , je stärker also die gebildete positive Raumladung ist. Nach Formel (3) läßt sich damit erklären, daß Nachentladungen mit kleinen Zeitabständen vor allem bei kleinem Zählrohrdurchmesser und bei hoher Zählspannung (bei großem $V - V_0$) auftreten.

V. Der Konstanzbereich.

Nachdem sich gezeigt hatte, daß der Einzelimpuls recht gut reproduzierbar ist (Einsatzspannung, Impulsgröße, Nachentladungen) und wesentlich nur von Füllung und Zählrohrdimensionen, nicht aber von dem Material und der Beschaffenheit der Elektroden abhängt, ergaben weitere Versuche das überraschende Resultat, daß die *Größe des Konstanzbereiches* (im folgenden als KB. abgekürzt) *und seine Güte*¹⁾ *sehr wesentlich von dem Material und der Beschaffenheit der Kathode* (nur der Kathode, nicht der Anode) *bzw. ihrer Oberfläche abhängt* und daher sehr schwer zu reproduzieren ist.

¹⁾ Auch im „Konstanzbereich“ ist die Impulszahl nicht streng von der Spannung unabhängig, es ergibt sich stets eine kleine Zunahme der Impulszahl mit der Spannung. Bei einem „guten“ KB. ist diese Steigung der Zählkurve nur gering, z. B. nur 1% pro 100 Volt.

Zwischen dem Ausschmiegeln unserer aus Messing hergestellten Zählrohre und dem Füllen vergingen gewöhnlich ein bis zwei Tage. Nach dem Einschmelzen und Füllen (gewöhnlich 90 mm Ar + 10 mm C_2H_5OH) zeigten diese Zählrohre stets brauchbare Zähleigenschaften, der KB. an sich war somit reproduzierbar, seine Größe jedoch schwankte etwa zwischen 100 und 300 Volt und seine Steigung¹⁾ zwischen 0 und 10% pro 100 Volt. Dagegen änderten sich die Verhältnisse an ein und demselben Zählrohr auch bei mehrmaliger Wiederholung der Füllung nicht wesentlich.

Noch deutlicher zeigte sich der Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit bei Messingzählrohren, bei denen statt Alkohol ein Zusatz von Essigsäuremethylester CH_3COOCH_3 ²⁾ verwendet worden war. Die KB. waren zunächst sehr gut, wurden aber, etwa im Laufe eines Monats, dadurch völlig unbrauchbar, daß die Steigung der Impulskurve immer größer wurde (Fig. 25a). Ein solches schlecht gewordenen Zählrohr behielt nun diese Eigenschaft bei Neufüllung bei, sie blieb sogar erhalten, wenn jetzt wie normal mit Alkohol gefüllt wurde (Fig. 25b). Auch Ausspülen mit destilliertem Wasser oder Alkohol und Auswechseln des Zähl drahtes änderte nichts an der Gestalt solcher Zählkurven. Bemerkenswert war, daß einige Zählrohre, die nur einige Tage mit Esterzusatz gefüllt gewesen waren, nach der Umfüllung mit Alkoholzusatz viel größere Konstanzbereiche hatten (500 Volt), als man normalerweise mit Alkohol erhielt.

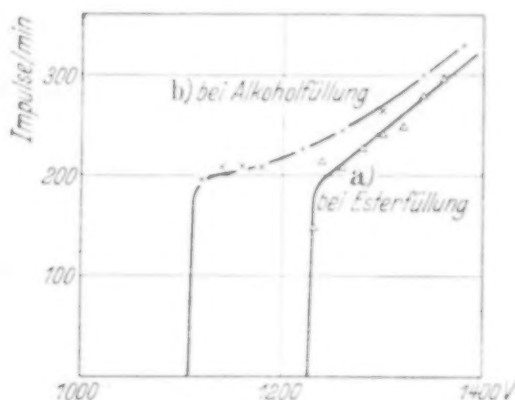


Fig. 25. Zählkurven des unbrauchbar gewordenen Zählrohres „Messing 30; 0,2“.

Es lag nach diesen Versuchen nahe, Zählrohre mit Kathoden aus *anderen Metallen* auf ihre Zähleigenschaften zu untersuchen. Der Bau aller dieser Zählrohre war der von Fig. 9. Der Zusammenbau der Zählrohre erfolgte dabei möglichst rasch, damit sich die Oberfläche nach dem Ausschmiegeln an der Luft möglichst wenig verändern sollte (zwischen Ausschmiegeln und Füllen vergingen 1 bis 2 Stunden). Die Meßergebnisse zeigt Fig. 26. Die Zähleigenschaften waren bei den einzelnen Metallen sehr verschieden. Mit Alkohol erhielt man brauchbare KB. (Steigung unter 10% pro 100 Volt) außer bei Messing nur bei Gold und Chrom. Eisen, Silber und Kupfer

¹⁾ Siehe Fußnote S. 430. — ²⁾ Bei der Untersuchung verschiedener Dämpfe (siehe nächster Abschnitt) hatte sich gezeigt, daß CH_3COOCH_3 zunächst bessere KB. ergibt als Alkohol.

waren schon wesentlich schlechter, noch schlechter war Aluminium, vollkommen unbrauchbar war zunächst Nickel (a) und Cadmium (a). Bei Nickel und vor allem bei Cadmium konnte der schon bei Messing beobachtete Einfluß

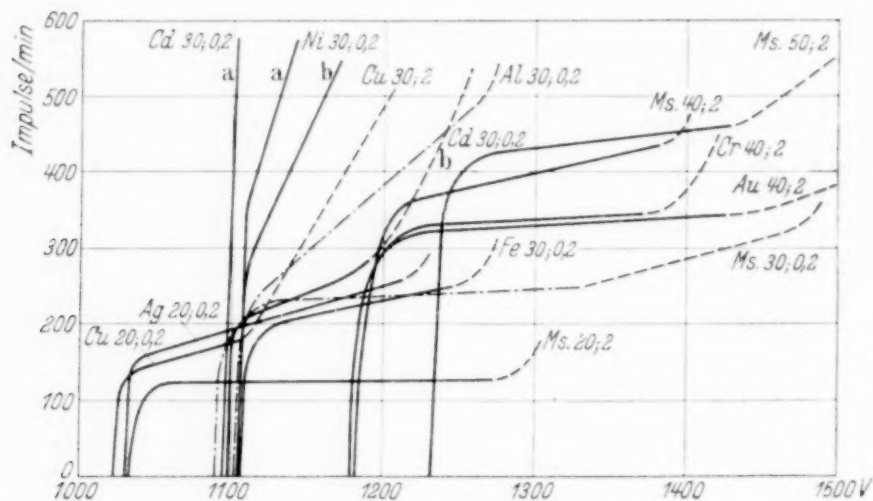


Fig. 26. Zählkurven bei verschiedenen Metallen (90 mm Ar + 10 mm C_2H_5OH).

der Zwischenfüllung mit Ester sehr deutlich beobachtet werden: Nachdem der Ester 43 Stunden im Zählrohr gewesen war, ergaben sich bei Wieder-

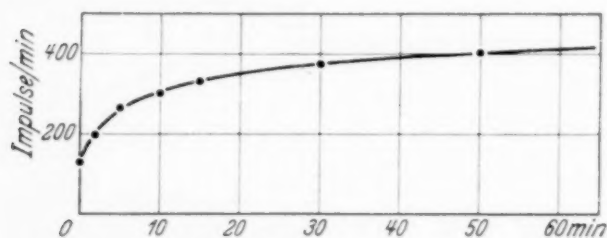


Fig. 27. Änderung der Impulszahl nach dem Glimmen bei einem Zählrohr mit Kupferkathode.
Füllung: 90 mm Ar + 10 mm C_2H_5OH .

füllung mit Alkohol wesentlich bessere Zähleigenschaften wie vorher (Cd b) und (Ni b).

Bemerkenswert war das Verhalten des Cu-Röhres, das im allgemeinen eine starke Steigung der Zählkurve aufwies. Wurde jedoch die Spannung

erhöht bis zum Glimmen, so war nach einiger Zeit ein „horizontaler“ Zählbereich mit normaler Impulszahl vorhanden! Hier scheint sich also beim Glimmen eine günstige Oberflächenschicht zu bilden (etwa durch Festsetzen positiver Ionen an der Oberfläche?). Nach Verringerung der Spannung stellte sich der ursprüngliche Zustand allmählich wieder ein (Fig. 27).

Bei Goldzählrohren scheinen bei Esterfüllung keine zeitlichen Veränderungen aufzutreten, doch war auch bei Goldzählrohren die Größe des KB. nicht reproduzierbar.

Um eindeutig den Einfluß der Oberflächenschicht zu zeigen, wurden Versuche mit einem ausheizbaren Gold- und einem Platinzählrohr von der in Fig. 22 angegebenen Form vorgenommen. Nach dem Einschmelzen wurde das Au-Rohr zunächst probeweise mit 90 mm Ar + 10 mm C_2H_5OH gefüllt; es ergab sich ein KB. von 150 Volt. Nach dem Ausheizen und sorg-

fältigen Füllen an der Hochvakuumapparatur ergab sich bei beiden Zählrohren keinerlei Konstanzbereich. Man erhielt schon wenige Volt über der Einsatzspannung viel zu viel Impulse¹⁾.

Es zeigte sich also eindeutig, daß eine geeignete Oberflächenschicht auf dem Metall zum guten Arbeiten eines Zählrohres unbedingt erforderlich ist. Diese Oberflächenschicht wird bei normaler Herstellung der Messingzählrohre an der Luft in der Zeit zwischen Ausschmiegeln und Füllen des Zählrohres gebildet. Alkoholdampf allein genügt nicht zur Bildung der Oberflächenschicht. Wo sie fehlt bzw. entfernt wird (Ausheizen der Zählrohre) oder nur mangelhaft vorhanden ist, erhält man zu viel Impulse. Diese werden offenbar durch Elektronen verursacht, die aus der Wand austreten. Die Impulszahl steigt dann mit der Spannung an. Die Oberflächenschicht hat die Wirkung, das Austreten der Elektronen aus der Wand zu erschweren oder gar zu verhindern (Vergrößerung der Austrittsarbeit). Man könnte vermuten, daß dieser Austritt von Elektronen mit den normalen Entladungen in Zusammenhang steht. Dann müßte aber die Zahl dieser zusätzlichen Entladungen etwa proportional der Gesamtimpulszahl des Zählrohrs sein. Bei Erhöhung der Impulszahl mit einem Ra-Präparat müßte die Zählkurve affin zur Spannungsachse verändert werden. Das Ergebnis eines derartigen Versuchs an dem Cd-Zählrohr zeigt Fig. 28. (Die Impulszahlen sind mit dem Auflösungsvermögen des Zählwerks korrigiert.) Die Vermutung wurde nicht bestätigt, die Kurve mit Präparat ist fast parallel zu der Kurve ohne Präparat. Die Differenzkurve gibt eine fast konstante Impulszahl. Demnach stehen die Wandentladungen mit den normalen Entladungen nicht in Zusammenhang, sondern sind *spontaner Natur*²⁾. Es ist aber sehr merkwürdig, daß trotzdem im allgemeinen die Zahl der Spontanentladungen bei der Einsatzspannung 0 ist und von einer bestimmten Spannung ab, die gewöhnlich mit der Einsatzspannung zusammenfällt (Fig. 25 und 26) oder (seltener) nur wenig darüber liegt (Fig. 25 und 28), etwa linear mit der Spannung ansteigt, und daß außerdem mit höherem Druck und bei sehr großem Alkoholzusatz (z. B. 30 mm) diese

¹⁾ Dieses Ergebnis steht mit den Untersuchungen, die Herr Egelhaaf in unserem Institut an ausgeheizten Wasserstoffzählrohren ausführte, vollkommen in Einklang (erscheint demnächst). Er erhielt bei einem mit peinlichster Sorgfalt ausgeheizten und gefüllten Cu-Rohr mit H_2 -Füllung keinerlei Zählbereich, im Gegensatz zu den Untersuchungen von Werner (l. c.) und Cosyns, aber in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Bosch (Annalen **19**, 65, 1934), der feststellt, daß bei extrem reinen Elektroden kein Zählen auftritt, daß aber Wasserdampf das Auftreten von Zählungen stark begünstigt. — ²⁾ Bei den bisher üblichen Zählrohren hat Werner (l. c.) gezeigt, daß oberhalb des KB. spontane Entladungen auftreten.

Spontanentladungen viel stärker auftreten (siehe unten). Vielleicht bildet sich im Zählrohr eine Schicht positiver Ionen an der Kathodenoberfläche, welche durch Kräfte auf die Elektronen die Austrittsarbeit beeinflußt (siehe das Verhalten des Cu-Rohrs, Fig. 27); eine solche Schicht wäre abhängig

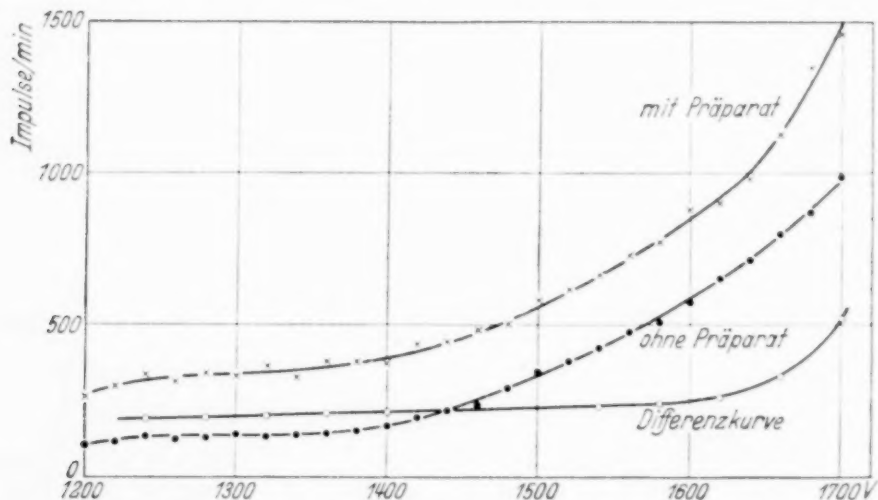


Fig. 28. Zum Nachweis der Spontanentladungen (Zählrohr 30; 0,2; Esterfüllung).

von der Feldstärke an der Wand, von Gasfüllung und Gasdruck (Molekülstöße) und von der Temperatur, sie könnte dagegen weitgehend unabhängig von der Impulsdichte des Zählrohrs sein.

Es ist zu beachten, daß die Differenzkurve nicht genau parallel zur Spannungsachse verläuft, sondern einen leichten Anstieg hat. Dieser Anstieg ist reell, wie sich aus einigen vergleichsweise aufgenommenen Kurven ergab, bei denen er teilweise etwas stärker ist. Er weist eindeutig darauf hin, daß es auch falsche Entladungen gibt, deren Zahl mit wachsender Impulszahl des Zählrohrs steigt, die also durch vorausgegangene Entladungen verursacht sind: Der Anstieg rührt von *Nachentladungen* her¹⁾. Der starke Anstieg der Differenzkurve 450 Volt über der Einsatzspannung liegt etwa in dem Gebiet, in dem bei Zählrohren mit sehr gutem KB. (bei guter Ober-

¹⁾ Medicus hat kürzlich (ZS. f. Phys. **103**, 76, 1936) Nachentladungen mit sehr großer Abklingungszeit festgestellt (bis 0,74 sec), die aber anderer Natur als die von mir im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Nachentladungen sein dürften und vermutlich von der Rohrwand herrühren; es ist möglich, daß hier eine entsprechende Art von Nachentladungen vorliegt, die aber prinzipiell dieselbe Erscheinung darstellen könnte wie die oben festgestellten Spontanentladungen, denn es ist einzusehen, daß durch eine Zählrohrentladung an vielen diskreten Stellen die Oberflächenschicht z. B. durch Entgasung (vgl. die Wirkung des Ausheizens) „verletzt“ werden wird und daß von diesen Stellen aus so lange „Spontanentladungen“ verursacht werden, die in diesem Fall als „Nachentladungen“ festgestellt werden, bis durch Wiederanlagerung von Gas- oder Dampfmolekülen diese Fehlstellen wieder beseitigt sind.

flächenschicht) die an der Braunschen Röhre sichtbaren Nachentladungen das Ende des KB. bedingen. Diese durch die Nachentladungen bedingte Maximalgröße des KB. ist bei geeigneter Gasfüllung, z. B. bei Argonfüllung mit Alkoholzusatz (Luftbeimengungen oder sonstigen Beimengungen können sehr schädlich sein!) für alle Messungen genügend groß. Als Hauptproblem bei der Herstellung guter Zählrohre ergibt sich daher neben der richtigen Füllung die Herstellung einer geeigneten Oberflächenschicht (deren Eigenschaft selbstverständlich mit vom Füllgas abhängt), welche die Ausbildung spontaner Entladungen durch die Metallwand, also den Austritt von Elektronen aus der Metallwand, verhindert. Die bisherigen Zählrohre haben den Fehler, daß die Oberflächenschicht, die in Luft gebildet wurde, nach dem Füllen der Zählrohre nicht mehr im Gleichgewicht mit dem Füllgas ist. Dadurch sind zeitliche Änderungen bedingt, wie wir sie z. B. in Fig. 3 gesehen haben.

Die Richtigkeit der Überlegungen wurde durch die folgenden Versuche bestätigt. Als Oberflächenschichten kommen z. B. feste, nichtmetallische Schichten in Frage, die so dünn aufgetragen werden können, daß keine Störungen des Entladungsvorgangs eintreten (etwa durch zu große Isolationswirkung). Man wird auch Oberflächenschichten herstellen können, indem man zum Füllgas geeignete Gase oder Dämpfe in geringen Mengen zusetzt, welche die Eigenschaft haben, sich in geeigneter Weise an die Metalloberfläche anzulagern (vielleicht C_3H_7Br , siehe Fig. 30). Damit wird man Oberflächen erhalten, die mit dem Füllgas im Gleichgewicht stehen. Es wurde versuchsweise die einfachere erste Art gewählt, und zwar wurden die oben untersuchten Zählrohre aus Au, Fe, Ni, Cd und Al und eines aus Messing mit einer Schicht Zaponlack¹⁾ überzogen, die so dünn war, daß gerade keine sichtbaren Interferenzen mehr auftraten (einige Tropfen dicker Zaponlacklösung wurden mit 50 cm³ Amylacetat verdünnt und mit dieser Lösung wurden teils die Oberflächen bestrichen, teils das fertige Zählrohr einfach ausgespült). Die Zählkurven der so behandelten und mit Alkoholzusatz gefüllten Zählrohre zeigt Fig. 29. Man sieht, daß die grundsätzlichen Unterschiede zwischen den einzelnen Metallen verschwunden sind²⁾, es treten durchweg sehr große KB. auf. Besonders bei Ni und Cd ist die

¹⁾ Schon Medicus (ZS. f. Phys. **74**, 350, 1932) hat bei Messingzählrohren (ohne Dampfzusatz) festgestellt, daß durch Zaponlack die Zähleigenschaften verbessert werden können. — ²⁾ Das Cd-Rohr und das Zählrohr Au 40; 0.2 gaben nach dem ersten Zaponieren noch einen starken Anstieg der Impulszahl mit der Spannung (etwa 15% pro 100 Volt). Nach nochmaliger Zaponierung arbeitete das Cd-Rohr vollkommen einwandfrei, wie Fig. 28 zeigt; der Anstieg bei Au 40; 0.2 betrug noch 10% pro 100 Volt.

Änderung der Zähleigenschaften durch die Zaponierung auffallend. Bei Fe 30; 0,2 ist zwar der KB. kleiner als bei den übrigen Zählrohren, er beträgt aber immerhin noch 160 Volt. Man sieht, daß man immer noch nicht von einer vollkommenen Reproduzierbarkeit der Größe und Steigung des KB.

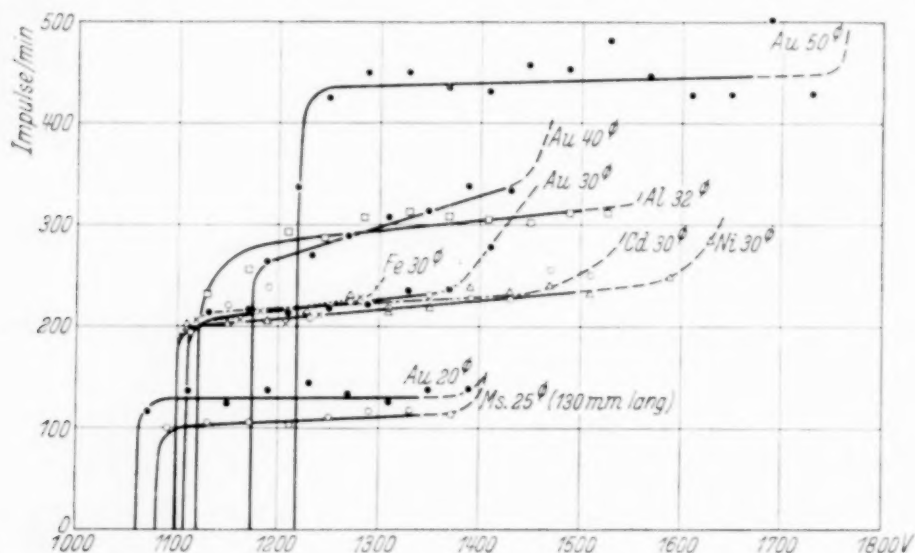


Fig. 29. Zählkurven bei verschiedenen zaponierten Metallen (90 mm Ar + 10 mm C₂H₅OH).

gesprochen werden kann, dies dürfte wohl kaum zu erreichen sein, da man im mikroskopischen Sinn niemals genau reproduzierbare Oberflächen wird herstellen können. Das Verschwinden der prinzipiellen Unterschiede zwischen den einzelnen Metallen und die durchweg großen KB. zeigen

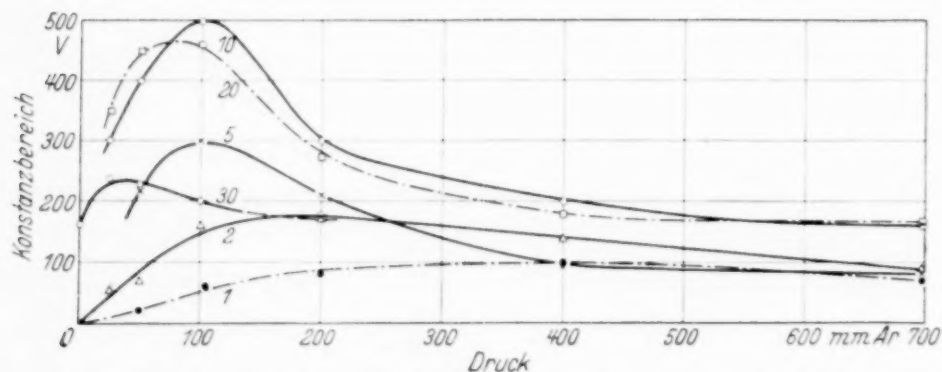


Fig. 30. Die Druckabhängigkeit des Konstanzbereiches bei verschiedenen Zusätzen (... mm Alkohol) zu Argon beim Zählrohr 50; 0,2.

jedoch, daß der beschrittene Weg, nämlich die künstliche Herstellung einer geeigneten Oberflächenschicht, der richtige ist. Weitere Versuche in dieser Hinsicht sind im Gang.

Die Druckabhängigkeit des KB. wurde an dem zaponierten Zählrohr 50; 0,2 untersucht. Die Meßresultate zeigt Fig. 30 (aufgenommen mit Ableitwiderstand von 10^6 Ohm). Man sieht, wie bei diesem Zählrohr, das eine gute Oberfläche besaß, eine eindeutige Abhängigkeit des KB. von Druck und

Zusatz zu erhalten war. Die Genauigkeit der Meßpunkte ist allerdings nicht sehr groß, da die Größe eines KB. nicht scharf definiert ist und nur auf 20 bis 40 Volt angegeben werden kann. Die Größe des KB. nimmt mit wachsendem Druck zunächst zu, erreicht ein Maximum und nimmt dann wieder ab. Bei hohen Drucken, etwa bei Atmosphärendruck, ist es viel schwieriger, gute KB. zu erhalten als bei den üblichen niederen Fülldrucken. Das Maximum verschiebt sich mit steigendem Zusatz deutlich zu niederen Drucken. Das *absolute Maximum* der Kurvenscharen liegt bei etwa 100 mm Ar und 10 mm Zusatz. Orientierende Versuche haben gezeigt, daß bei Zählrohren mit kleinerem Durchmesser das absolute Maximum bei höheren Zusätzen liegt. Da jedoch mit höherem Zusatz einerseits die unerwünschten Anlagerungs- und Temperatureffekte (siehe Abschnitt VII) größer werden und andererseits die Spannung stark anwächst, ist ein größerer Zusatz als 10 mm Alkohol nicht zu empfehlen. Man sieht, daß die in den bisherigen Untersuchungen benutzte Füllung von 90 mm Ar + 10 mm C_2H_5OH eine sehr günstige ist. Bei Zählrohren mit sehr kleinem Durchmesser (unter 20 mm) scheint etwas höherer Argondruck vorteilhaft zu sein.

Bei 30 mm Zusatz trat von etwa 160 mm Gesamtdruck eine sehr starke Zunahme der Impulszahl auf, so daß bei 400 und 700 mm Druck keine Zählkurven mehr aufgenommen werden konnten. Diese Zunahme schien nicht auf Nachentladungen, sondern auf Spontanentladungen zu beruhen (siehe die oben gemachten Ausführungen). Diese Effekte wurden auch an anderen Zählrohren beobachtet.

Eine Abhängigkeit des KB. von den Zählrohrdimensionen konnte nicht eindeutig festgestellt werden, da diese sicher vorhandene Abhängigkeit von der viel stärkeren Oberflächenabhängigkeit überdeckt wurde. Mit einiger Sicherheit konnte nur festgestellt werden, daß es bei Zählrohren mit sehr kleinen Durchmessern (unter etwa 15 mm) schwieriger ist, große KB. zu erhalten als bei Zählrohren mit größerem Durchmesser.

VI. Untersuchung verschiedener Dämpfe.

Es war anzunehmen, daß nicht nur der Alkoholdampf die beschriebenen grundlegenden und wichtigen Änderungen der Zählrohrentladungen bewirkt, sondern daß es Dämpfe gibt, die bei gleicher Impulsform und den damit verbundenen, in Abschnitt III besprochenen günstigen Eigenschaften noch bessere Zählbedingungen geben wie Alkohol. Die mit Alkoholzusatz erhaltenen KB. waren zwar recht befriedigend und für normale Messungen völlig ausreichend, ein gewisser Nachteil liegt aber in dem niederen Dampfdruck und der damit verbundenen Anlagerung an die Wände, die auch

schon bei Temperaturen oberhalb der Sättigungstemperatur auftritt, obwohl man durch geeigneten Bau des Zählrohrs, wie im nächsten Abschnitt gezeigt werden wird, diese unangenehme Eigenschaft stark herabdrücken kann. Das Ziel der Untersuchungen war, einen Stoff zu finden, der bei gleich großem oder größerem KB. höheren Dampfdruck besitzt als Alkohol.

Da zunächst keine Anhaltspunkte dafür vorhanden waren, welche Arten von Dämpfen, welche physikalisch oder chemisch zusammengehörigen Gruppen besonders geeignet sein könnten, wurden alle bekannteren handelsüblichen Flüssigkeiten untersucht (nach dem Katalog von E. Merk, Darmstadt), die einen Dampfdruck von über 10 mm bei 0° C besitzen, oder, wo dieser Dampfdruck nicht bekannt war, deren Siedepunkt unter 80° C (Siedetemperatur des Alkohols) liegt. In Tabelle 2 sind die untersuchten Stoffe zusammengestellt.

Da eine große Anzahl von Vorversuchen ergeben hatte, daß die Größe des KB. bei den verschiedenen Dämpfen etwa in derselben Weise von Gesamtdruck und Zusatz abhängt, schien es ausreichend, die Entscheidung über die relative Brauchbarkeit der Dämpfe durch eine Untersuchung bei jeweils demselben Gesamtdruck und Zusatz zu fällen. Die Füllung bestand jeweils aus 90 mm Ar und 10 mm Zusatz, der Gesamtdruck betrug also 100 mm.

Da alle Untersuchungen an demselben Zählrohr (Messingkathode) durchgeführt wurden, konnten die Zählkurven der Dämpfe miteinander verglichen werden, solange die Oberfläche der Kathode sich nicht aus irgendeinem Grunde verändert hatte. Um dies zu prüfen, wurden von Zeit zu Zeit Kontrollfüllungen mit Alkohol gemacht, wobei sich nur einmal eine wesentliche Änderung der Zähleigenschaften ergab. Das Zählrohr wurde daraufhin geöffnet, frisch ausgeschmirgelt und die in Frage kommenden unsicheren Messungen nach einer befriedigenden Kontrollmessung wiederholt.

Die Untersuchungen haben gezeigt, daß die meisten Dämpfe im Prinzip wie Alkohol auf die Zählrohrentladung wirken, daß aber nur wenige praktisch brauchbar sind, teils weil der erhaltene KB. schlecht ist, zum anderen Teil deswegen, weil zu wenig Impulse gezählt werden, weil also die Ansprechwahrscheinlichkeit oft sehr viel kleiner als 1 ist.

Die für Zählrohrfüllungen in Frage kommenden Substanzen waren nach diesen Untersuchungen außer Äthylalkohol C_2H_5OH vor allem die beiden Ester $CH_3 \cdot COOH$ und $CH_3 \cdot COOCH_3$ (über die Nachteile dieses Dampfes siehe den vorhergehenden Abschnitt), ferner Methylal $CH_2(OCH_3)_2$. Ebenfalls noch als brauchbar erwiesen sich Methylchlorid CH_3Cl , Äthylchlorid C_2H_5Cl , Aceton $(CH_3)_2CO$ und Acetaldehyd CH_3CHO , doch waren bei diesen Stoffen die Zählbereiche schlechter als bei Alkohol.

Tabelle 2. Die untersuchten Dämpfe.
(Die Zahlen bedeuten den Dampfdruck bei 0° C bzw. die Siedetemperatur des Stoffes.)

<i>Kohlenwasserstoffe</i>	Methan CH_4				Benzol C_6H_6 26,5 mm Xylol C_8H_{10} 140°
<i>Chloride</i>	Methylchlorid CH_3Cl (Gas) Methylenchlorid CH_2Cl_2 40° Chloroform CHCl_3 61 mm Tetrachlorkohlenstoff CCl_4 31 mm	Äthylchlorid $\text{C}_2\text{H}_5\text{Cl}$ 465 mm Äthylenchlorid $\text{C}_2\text{H}_4\text{Cl}_2$ 85°			
<i>Bromide</i>	Methylbromid CH_3Br (5°)	Äthylbromid $\text{C}_2\text{H}_5\text{Br}$ 166 mm	Propylbromid $\text{C}_3\text{H}_7\text{Br}$ 70° Isopropylbromid 61°		
<i>Jodide</i>	Methyljodid CH_3J 141 mm	Äthyljodid $\text{C}_2\text{H}_5\text{J}$ 42 mm	Isopropyljodid $\text{C}_3\text{H}_7\text{J}$ 89°		
<i>Amine</i>	Methylamin CH_3NH_2 (Gas) Dimethylamin $(\text{CH}_3)_2\text{NH}$ 8° Trimethylamin $(\text{CH}_3)_3\text{N}$ 9°	Äthylamin $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ 18° Diäthylamin $(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{NH}$ 57°			
<i>Alkohole</i>	Methylalkohol CH_3OH 30 mm	Äthylalkohol $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ 12,7 mm	Propylalkohol 97° Isopropylalkohol $\text{C}_3\text{H}_7\text{OH}$ 83°	Buthylalkohol 108° (Iso) $\text{C}_4\text{H}_9\text{OH}$	
<i>Äther</i>		Äthyläther $(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{O}$ 184 mm			
<i>Säuren</i>	Ameisensäure HCOOH 10,6 mm				
<i>Ester</i>	Ameisensäuremethylester $\text{CH}_3\cdot\text{COOH}$ 33° Essigsäuremethylester $\text{CH}_3\cdot\text{COOCH}_3$ 55°	Ameisensäureäthylester $\text{C}_2\text{H}_5\cdot\text{COOH}$ 55° Essigsäureäthylester $\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5$ 77° Salpetersäureäthylester $\text{C}_2\text{H}_5\text{ONO}_2$ 87° Salpetrigsäureäthylester $\text{C}_2\text{H}_5\text{ONO}$ 16,5°			
<i>Aldehyde</i>	Acetaldehyd CH_3CHO 320 mm				
<i>Ketone</i>	Aceton $(\text{CH}_3)_2\text{CO}$ 60 mm Acetonitril CH_3CN 82° Acetylchlorid CH_3COCl 55° Methylal $\text{CH}_2(\text{OCH}_3)_2$ 46°	Methyläthylketon $\text{CH}_3\text{COC}_2\text{H}_5$ 81°			

Außerdem: H_2O Wasser 4,6 mm; CO_2 Kohlensäure; CS_2 Schwefelkohlenstoff 46°; NH_3 Ammoniak.

Die Zählkurven der vier erstgenannten Dämpfe wurden auf Grund dieser Ergebnisse noch mit größerer Genauigkeit aufgenommen (Messungen von 20 zu 20 Volt; 1000 Impulse pro Meßpunkt). Diese Messungen zeigt

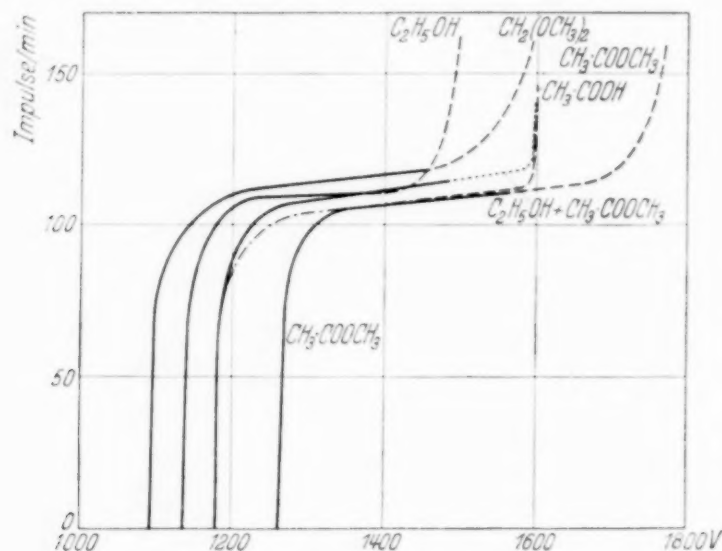


Fig. 31. Zählkurven von Alkohol C_2H_5OH , Methylal $CH_2(OCH_3)_2$, Ameisensäuremethylester $CH_3 \cdot COOH$, Essigsäuremethylester $CH_3 \cdot COOCH_3$ und der Mischung (5 mm C_2H_5OH + 5 mm CH_3COOCH_3).

Fig. 31. Es wurde außerdem eine Füllung mit 5 mm Alkohol und 5 mm $CH_3 \cdot COOCH_3$ untersucht. Die Einsatzspannung liegt zwischen den Einsatzspannungen bei Zusatz der Einzelsubstanzen, etwas näher bei der

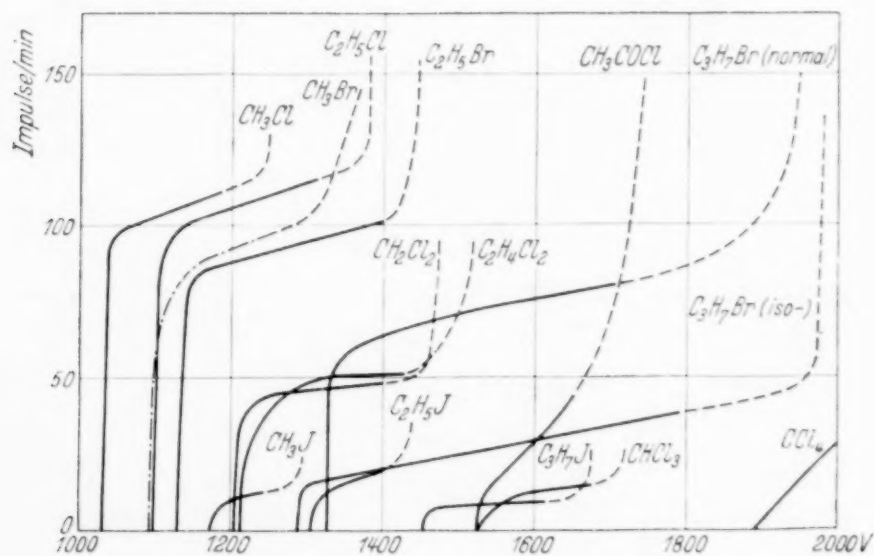


Fig. 32. Zähleigenschaften von Halogenverbindungen der Kohlenwasserstoffe.

niedrigeren des Alkohols, dagegen entspricht der KB. vollkommen dem größeren KB. des Esters. Durch Dampf-mischungen wird man also unter Umständen recht günstige Zähleigenschaften erreichen können.

Die Untersuchungen haben gezeigt, daß bei chemisch veränderten Stoffen auch die Zählkurven auffallende Gesetzmäßigkeiten aufweisen. Als Beispiel seien die untersuchten Halogenverbindungen angeführt (Fig. 32, die normale Impulszahl des Zählrohrs liegt etwa bei 105 Impulsen/Minute). Man beachte z. B. die Reihe CH_3Cl , CH_2Cl_2 , CHCl_3 , CCl_4 oder die Reihe CH_3J , $\text{C}_2\text{H}_5\text{J}$, $\text{C}_3\text{H}_7\text{J}$, wo die kleine Ansprechwahrscheinlichkeit auffallend ist!

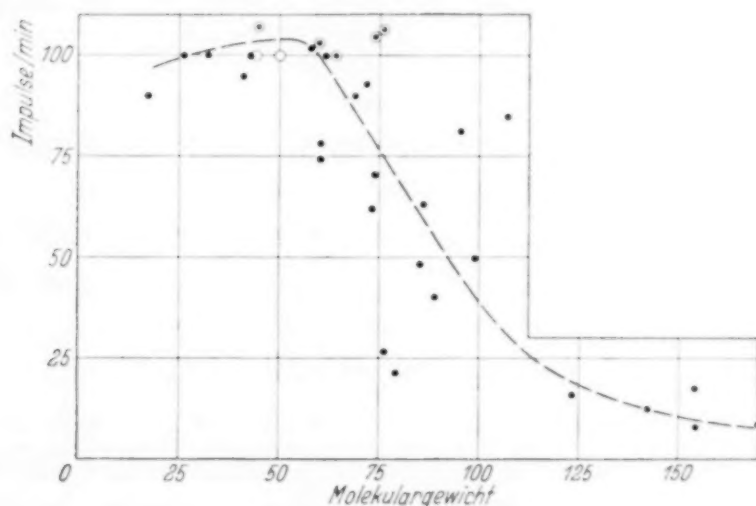


Fig. 33. Molekulargewicht und Ansprechwahrscheinlichkeit (Impulse/min).

Die Einsatzspannung liegt im allgemeinen desto höher, je höher der chemische Aufbau des betreffenden Stoffes ist, je höher also z. B. die betreffende Kohlenwasserstoffgruppe ist und je mehr Kohlenwasserstoffgruppen durch schwerere Atome ersetzt sind. Je höher die Einsatzspannung ist bzw. je schwerer das Molekül ist, desto kleiner wird im allgemeinen die Ansprechwahrscheinlichkeit. In Fig. 33 sind Ansprechwahrscheinlichkeit (Zahl der Impulse/Minute beim Umbiegen der Zählkurve in den „konstanten“ Bereich) und Molekulargewicht für jeden untersuchten Stoff eingetragen. Die Stoffe mit guten Zähleigenschaften sind besonders hervorgehoben. Man sieht, daß deutlich eine Abhängigkeit besteht. Leider lassen sich die Eigenschaften wie Einsatzspannung und Ansprechwahrscheinlichkeit nicht auf geeignetere physikalische Eigenschaften der Stoffe wie z. B. Anlagerungsvermögen für Elektronen und Anregungswahrscheinlichkeit beziehen, da die physikalischen Eigenschaften der Stoffe zu wenig bekannt sind.

VII. Allgemeines über den Bau von Zählrohren.

Dampfadsorption und Temperatureffekt.

Meine Erfahrungen über die zur Erzielung eines guten KB. beste Art der Herstellung von Zählrohren lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Bei Zählrohren, die in der üblichen Art aus Messing hergestellt und in Glas eingeschmolzen werden, erhält man bei Füllung mit etwa 100 mm Argon und 10 mm Alkohol für normale Messungen unter Laboratoriumsbedingungen bei Temperaturen über 0°C völlig ausreichende Zähleigenschaften. Sollten aus irgendeinem Grunde die Eigenschaften der Kathodenoberfläche nicht genügen (zu viele Spontanentladungen, z. B. bei lichtempfindlichen Zählrohren wie bei Al oder Cd), so kann künstlich eine brauchbare Oberflächenschicht durch Behandeln mit Zaponlack erzeugt werden.

Isolatoren wie Hartgummi oder Bernstein sind aus zwei Gründen zu vermeiden: Einerseits geben solche Stoffe, wie spezielle Versuche gezeigt haben, im Laufe der Zeit sehr beträchtliche Mengen von Gasen ab (Auf-treten von Nachentladungen), andererseits können diese Stoffe beträchtliche Mengen von Dämpfen adsorbieren. Diese Adsorption ist abhängig von der Temperatur und gibt dadurch zu unerwünschten Temperatureffekten Anlaß. Aus demselben Grunde hat man bei der Wahl der Glassorte vorsichtig zu sein. Stark alkalische Gläser sind zu vermeiden. Einige Zählrohre, die zunächst in Ilmenauer Glas (Fischerglas) eingeschmolzen waren, versagten nach einigen Monaten; dieses Versagen wurde durch starken Rückgang der Umgebungstemperatur begünstigt. Nach gelindem Erwärmen der Glaswand arbeiteten diese Zählrohre wieder normal. Bei einem in Fischerglas eingeschmolzenen Zählrohr (mit Bernsteinisolatoren) betrug bei einem Zusatz von nur 6,6 mm Alkohol (Sättigungstemperatur $-7,7^{\circ}\text{C}$) der Rückgang der Zählspannung bei einer Abkühlung von $16,6^{\circ}\text{C}$ auf $6,6^{\circ}\text{C}$ 25 Volt, auf $3,3^{\circ}\text{C}$ 35 Volt und auf 0°C 45 Volt. Bewährt hat sich das Jenaer Normalglas. Um die für die Adsorption maßgebende Alkalis-schicht möglichst zu beseitigen, ist es günstig, das Glas längere Zeit in Wasser auszukochen. Bei einem derart behandelten Zählrohr (mit Glimmer-isolatoren) war bei einem Alkoholzusatz von 10 mm (Sättigungstemperatur -2°C) bei Abkühlung von $+18^{\circ}\text{C}$ auf $+4^{\circ}\text{C}$ die Abnahme der Zählspannung kleiner als 10 Volt. Solche Zählrohre arbeiten jetzt bereits 1 Jahr lang bei 4°C im Bodensee einwandfrei. Jenaer Normalglas hat nach meinen Untersuchungen außerdem gegenüber gewöhnlichem Thüringer Glas die Eigenschaft, nicht radioaktiv zu sein¹⁾, was bei Zählrohren mit dünnen Metallwänden, oder solchen, die keine oder nur dünne Isolatoren an den Seitenflächen haben, wesentlich ist.

Diese Versuche über den Temperatureinfluß und seine Abhängigkeit von der Glassorte lassen vermuten, daß überhaupt die bisher im Gebiet

¹⁾ A. Trost, ZS. f. Phys. **100**, 549, 1936.

der Zimmertemperatur beobachteten Temperatureffekte auf der Adsorption von Gasen oder Dämpfen an den Zählrohrwänden beruhen.

Bei Messungen außerhalb des Laboratoriums, bei denen mit Temperaturen unter 0°C zu rechnen ist, können entweder Goldzählrohre mit Essigsäuremethylester verwendet werden (ohne Zaponierung, da Zaponlack und Ester gegenseitige Löslichkeit besitzen) oder kann der Alkohol durch Methylal ersetzt werden.

Zusammenfassung.

Abschnitt I: Die Eigenschaften der bisher üblichen Zählrohre wurden besprochen. Es wurde vor allem auf die Abhängigkeit der Zähleigenschaften vom Ableitwiderstand, auf das schlechte Auflösungsvermögen und die schlechte Reproduzierbarkeit der Zähleigenschaften hingewiesen.

Abschnitt II: An Aufnahmen mit dem Kathodenstrahloszillograph wurde gezeigt, wie die Entladung bei den seither üblichen Zählrohren (bei Luft- oder Argonfüllung) zeitlich verläuft. Der Zählrohrimpuls besteht aus sehr vielen Einzelentladungen. Durch Dampfzusatz wird erreicht, daß der Impuls nur noch aus einem einzigen Entladungsstoß besteht.

Abschnitt III: Es wurden die allgemeinen Eigenschaften der Zählrohre mit Dampfzusatz behandelt. Die Entladung ist unselbständig, der Konstanzbereich ist unabhängig vom Ableitwiderstand. Das Zählrohrauflösungsvermögen liegt bei 10^{-4} sec. Es läßt sich leicht ein Auflösungsvermögen für zufällige Koinzidenzen von mindestens 10^{-5} sec erreichen. Die Ansprechwahrscheinlichkeit der Zählrohre beträgt praktisch 100 %. Es wurde gezeigt, daß die Impulsgröße der Einzelentladung konstant ist, und daß sich darauf eine sehr einfache Koinzidenzmethode aufbauen läßt. Die Abhängigkeit der Impulsgröße und der Einsatzspannung von Zählrohrdimension, Füllung usw. wurde eingehend experimentell und theoretisch untersucht. Für die Einsatzspannung wurde eine Beziehung abgeleitet, die sehr gut erfüllt ist. Impulsgröße und Einsatzspannung sind praktisch nur von der Füllung (und den Zählrohrdimensionen), dagegen nicht vom Material und der Beschaffenheit der Elektroden abhängig.

Abschnitt IV: Die Impulsform und damit das Auftreten von Nachentladungen bei sehr geringem Dampfzusatz wurde durch Aufnahmen mit dem Kathodenstrahloszillograph untersucht. Es ergab sich, daß die Impulsform wesentlich nur von der Gasfüllung, nicht von der Elektrodenbeschaffenheit abhängt (Abkühlungsversuch). Es wurde versucht, das Auftreten der Nachentladungen zu erklären.

Abschnitt V: Es zeigte sich, daß die Kathodenoberfläche einen starken Einfluß auf die Größe und Güte des Konstanzbereichs durch das Auftreten von Spontanentladungen hat. Von den untersuchten Metallen gaben Messing und Gold die besten Konstanzbereiche. Durch künstliche Herstellung einer geeigneten Oberflächenschicht (dünne Zaponlackschicht) lassen sich die prinzipiellen Unterschiede zwischen den einzelnen Metallen zum Verschwinden bringen und sehr gute Zähleigenschaften erhalten. Die Untersuchung der Abhängigkeit des Konstanzbereichs von Gesamtdruck und Zusatz ergab (bei Argon + Alkohol) ein Optimum bei etwa 100 mm Gesamtdruck und 10 mm Zusatz.

Abschnitt VI: Die verschiedensten Dämpfe wurden auf ihre Brauchbarkeit für Zählrohrfüllungen untersucht. Als brauchbar ergaben sich neben Alkohol vor allem Essigsäuremethylester, Ameisensäuremethylester und Methylal. Auf den Zusammenhang zwischen chemischem Aufbau und den Zähleigenschaften (Einsatzspannung, Ansprechwahrscheinlichkeit) wurde hingewiesen.

Abschnitt VII: Es wurde festgestellt, daß beim Bau von Zählrohren wegen der Gasabgabe und der Dampfadsorption an den Zählrohrwänden keine Isolatoren wie Hartgummi oder Bernstein und kein stark alkalisches Glas verwendet werden sollen. Der auf Dampfadsorption beruhende Temperatureffekt der Zählrohre wurde kurz behandelt.

Diese Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Stuttgart ausgeführt. Herrn Prof. Dr. Regener danke ich herzlich für die dauernde Förderung der Arbeit. Dank gebührt weiterhin den Institutskollegen, die mir manche wertvolle Mitteilung über die Eigenschaften der alten und neuen Zählrohre gemacht haben.

Der Vereinigung der Freunde der Technischen Hochschule danke ich für sachliche Beihilfen.

Stuttgart, Phys. Inst. der Technischen Hochschule, Februar 1937.

Über die gegenseitige Anregung von Wasserstoff und Argon beim Atomstoß.

Von **Erich Lutze.**

Mit 7 Abbildungen. (Eingegangen am 19. Februar 1937.)

Im Gegensatz zur Anregung von Spektrallinien durch Elektronenstoß, die weitgehend experimentell und theoretisch geklärt ist, liegt über Anregung durch Atomstoß verhältnismäßig wenig Beobachtungsmaterial vor. Es existiert auch noch keine befriedigende Theorie. Einen experimentellen Beitrag zur Klärung der Anregungsbedingungen beim Atomstoß zu liefern, ist Zweck und Ziel vorliegender Arbeit. Es wurde dabei die gegenseitige Anregung von Wasserstoff und Argon untersucht.

Apparatur.

Als Hochspannungsanlage (Fig. 1) dienten zwei Induktorspulen J einer Symmetrieanlage, die hintereinander geschaltet waren und mit einem rotierenden Quecksilberunterbrecher mit Gleichstrom betrieben wurden. Die Gleichrichtung des Hochspannungsstromes erfolgte durch ein Glühventil G , das durch einen hochisolierten Wechselstromheiztransformator T geheizt wurde. Die Spannung am Entladungsrohr E wurde bei höherer Spannung mit einer Funkenstrecke F , bei niederen Spannungen mit einem elektrostatischen Kilovoltmeter gemessen. Durch Eichung im gemeinsamen Meßbereich wurden die Angaben aufeinander bezogen. Angegeben sind Effektivspannungen. Für niedere Spannungen (unter 2 kV) wurde gelegentlich eine Gleichstromhochspannungsdynamomaschine verwendet.

Als Entladungsrohr wurden zwei verschiedene Typen verwendet. Zur Erzeugung von Wasserstoffkanalstrahlen diente ein Entladungsrohr aus Glas von der üblichen in Fig. 1 angegebenen Form. Die Kathode war an ihrer Stirnfläche aus Aluminium. Die Anode war aus Wolfram und so groß gehalten, daß sie wesentlich alle Elektronen gegen die der Kathode gegenüberstehende Glaswand abschirmte.

Zur Erzeugung von Argonkanalstrahlen war ein Entladungsrohr dieser Art nicht zu verwenden. Die außerordentlich große Zerstäubung an der

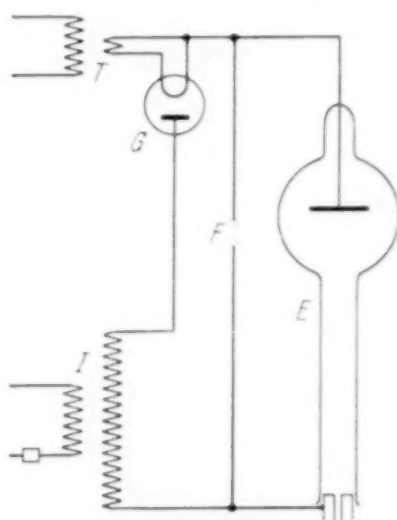


Fig. 1. Hochspannungsapparatur mit Kanalstrahlrohr.

Kathode machte das Glasrohr schon nach wenigen Minuten völlig unbrauchbar, während doch für die in Frage kommende Belichtungszeit ein ungestörter Betrieb bis zu 40 Stunden notwendig war. Ein Zusatzgas, z. B. O_2 , sollte vermieden werden. Versuche, statt Aluminium andere Stoffe als Kathodenmaterial zu verwenden, schlugen fehl, ebenso führte ein vorhergehendes Oxydieren der Aluminiumkathode nicht zum Ziel. Deshalb wurde

ein Kanalstrahlrohr aus Metall verwendet, ähnlich, wie es schon für Atomzertrümmerungsversuche von R. Döpel im hiesigen Institut benutzt wurde.

Das Metallentladungsrohr (siehe Fig. 2) besteht aus einem Eisenzylinder *Z* mit angeschweißtem Boden. Gegenüber ist der Zylinder offen und trägt angeschweißt eine ringförmige Platte *R* mit einem Blechkranz *Kr*, so daß der Raum zwischen *R* und *Kr* mit Kühlwasser gefüllt werden kann. An den Zylinder *Z* ist noch ein Rohr *B* seitlich angeschweißt, um die Entladung im Innern beobachten zu können. Damit der Feldverlauf im Innern von *Z* nicht gestört wird, ist *B* gegen *Z* durch ein Gitter getrennt. Außen ist ein Glasfenster aufgekittet. Die Gaszufuhr erfolgt durch ein seitlich an *B* angesetztes Rohr.

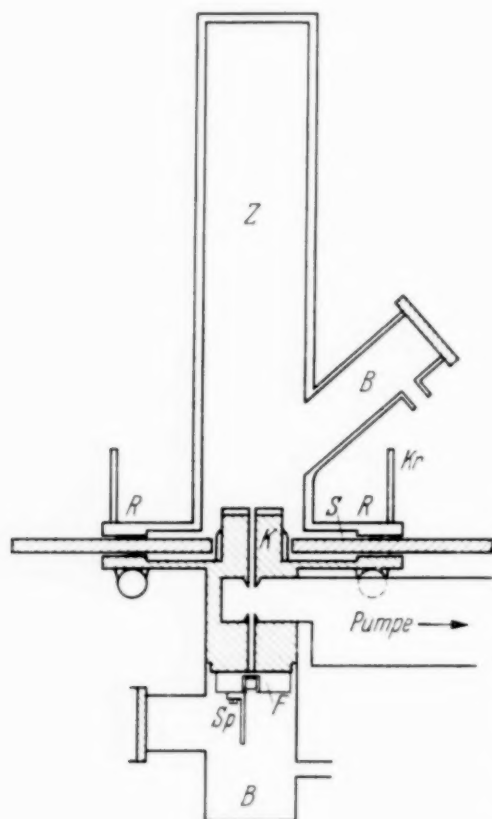


Fig. 2. Metallkanalstrahlrohr mit Kathode und Beobachtungsraum.

Das Metallentladungsrohr ist von der Kathode getrennt durch eine Spiegelglasplatte von 5 mm Dicke, die in der Mitte eine Durchbohrung zur Einführung der Kathode trägt. An der Innenseite der ringförmigen Platte *R* und der an der Kathode angebrachten Auflageplatte für das Spiegelglas sind Aussparungen *S* vorgenommen, um den Isolationsweg zu vergrößern. Außen ist der Isolationsweg durch den Durchmesser der Spiegelglasplatte gegeben.

Diese Rohrtype liefert einen schön konzentrierten Kanalstrahlpinzel und ist sehr belastbar. Es wurde in der hier angegebenen Form für einen Spannungsbereich von 1 bis 30 kV verwendet. Für die hier vorliegenden Versuche bestand der Hauptvorteil darin, daß die Kathodenzerstäubung

nicht stört. Trotz starker Zerstäubung bleibt die Isolation durch die angebrachten Aussparungen erhalten und trotz der durch die Zerstäubung gebildeten Metallbeläge bleibt der Feldverlauf in der Umgebung der Kathode unverändert, weil er ja schon von vornherein durch die Metallwand des Entladungsrohres gegeben ist.

Eine Grenze wird dem Betrieb insofern gesetzt, als bei den hier verwendeten Stromstärken nach etwa 100 Betriebsstunden durch die Zerstäubung ein so tiefer Krater auf der Kathode sich gebildet hatte, daß dadurch die Intensität des Kanalstrahles verringert wurde.

Um trotz zureichender Gastrennung zwischen Entladungs- und Beobachtungsrohr eine möglichst große Kanalstrahlintensität im Beobachtungsraum zu erhalten, wurden verschiedene Vorversuche mit verändertem Kanalquerschnitt und veränderter Kanallänge vorgenommen. Endgültig wurde ein Kanalquerschnitt in rechteckiger Form von 4 mm Seitenlänge und 1 mm Breite gewählt. Der Kanal bestand aus zwei Teilen von je 2 cm Länge, in der Mitte dazwischen der Pumpansatz. Die Gaszufuhr erfolgte mit der Wienschen Durchströmungsmethode, getrennt für Entladungs- und Beobachtungsraum. Gepumpt wurde mit einer dreistufigen Gaedesehen Stahldiffusionspumpe. Durch eine sehr weite und kurze Pumpleitung war die Pumpengeschwindigkeit so groß, daß die Gastrennung trotz des verhältnismäßig kurzen Kanals völlig genügend war. So war z. B. bei Wasserstofffüllung im Entladungsrohr der H_2 -Druck im Beobachtungsraum $< 1 \cdot 10^{-3}$ mm Hg, nur bei sehr niederen Spannungen (unter 3 kV) wurde der Druck etwas größer. Der Einfluß des Restgases auf die Intensität der Spektrallinien wurde jeweils durch Kontrollaufnahmen berücksichtigt.

Eine Rückwirkung des Gasdruckes im Beobachtungsraum (etwa $3,6 \cdot 10^{-2}$ mm Hg) auf den Entladungsraum war völlig zu vernachlässigen.

Am Eintritt des Kanals in den Beobachtungsraum war ein elektrostatisches Ablenkungsfeld F angebracht, um den Einfluß geladener Teilchen auf die Anregung zu kontrollieren und zu beseitigen. Der Ablenkungskondensator war zur Beseitigung von Glimmentladungen ganz in Ebonit eingebaut und das ganze Feld durch eine dünne geerdete Metallfolie vom Beobachtungsraum getrennt.

Im Beobachtungsraum B , dicht am eintretenden Kanalstrahl, befand sich der Spalt Sp des Spektrographen angebracht, um eine gute Lichtausnutzung zu erhalten. Der Spektrograph hatte eine Lichtstärke von etwa 1:4,5 und Glasoptik. Die Dispersion betrug:

$$5600 - 4500 \text{ Å} = 100 \text{ Å/mm}, \quad 4500 - 4200 \text{ Å} = 80 \text{ Å/mm}.$$

Photometrie.

Für die Durchführung der Arbeit wurden etwa 400 Einzelspektrogramme aufgenommen mit Belichtungszeiten von wenigen Sekunden bis zu 30 Stunden. Bei jeder verwendeten Spannung wurden auf einer Platte mehrere Aufnahmen mit verschiedener Zeit gemacht, wobei die übrigen Betriebsbedingungen konstant gehalten wurden. Am Schlusse erfolgt noch je eine Aufnahme ohne Zuströmung im Beobachtungsraum, um den Einfluß des aus dem Entladungsraum einströmenden Restgases festzustellen. Die einzelnen Spektrogramme wurden im Hartmannschen Mikrophotometer photometriert mit Hilfe eines Keiles, der aus dem gleichen Plattenmaterial im gleichen Entwickler usw. so hergestellt war, daß die Korngröße seiner Schicht mit der der zu photometrierenden Platte übereinstimmte. Mit Hilfe der so gefundenen Keilschwärzungswerte von mehreren Linien und den bekannten Zeitverhältnissen wurde für jede Platte einzeln eine Eichkurve (Zeit-Keilstellungszahl) entworfen, um eine etwa von Platte zu Platte veränderte Gradation auszuschalten. Mit Hilfe dieser Eichkurve wurden dann erst die Schwärzungsverhältnisse der einzelnen Linien bestimmt. Der Einfluß des Restgases betrug höchstens 10% und konnte meistens vernachlässigt werden. Jede Platte liefert so für H_β und die je zu untersuchende Argonlinie als Mittel aus mehreren Werten das Verhältnis zweier Zeitwerte, in denen dieselbe Schwärzung erzeugt wurde, woraus unter Verwendung des Schwarzschild-Exponenten für die Intensität folgt:

$$\frac{J_x}{J_{y\bullet}} = \frac{t_y^n}{t_x^n}.$$

Der Schwarzschild-Exponent wurde mit 0.7 angesetzt.

Ergebnisse.

In Fig. 3 sind einige Spektralaufnahmen aus dem untersuchten Spannungsbereich zusammengestellt, um einen qualitativen Überblick über die Veränderung des Spektrums zu geben. Bei allen Aufnahmen wurde der Druck des Ar im Beobachtungsraum konstant gehalten, während die Beschleunigungsspannung für die H -Teilchen geändert wurde. Durch das Ablenkungsfeld F wurden alle geladenen Teilchen aus dem Strahl herausgezogen. Bei hohen Spannungen sieht man sofort, daß zahlreiche Funkenlinien des Argons auftreten, einzelne mit sehr großen Intensitäten. Die beiden Wasserstofflinien H_β und H_γ werden zunächst schwach angeregt. Mit sinkender Spannung treten die H -Linien mehr und mehr hervor. Man

sieht diesen Intensitätswechsel z. B. sehr gut bei der *A*-Funkenlinie A^{II} 4880 und H_{β} . Schon bei 12,5 kV ist *H* intensiver als A^{II} 4880 geworden. H_{γ} , bei hohen Spannungen kaum sichtbar zwischen den beiden *A*-Linien A^{II} 4348 und A^{I} 4333 35, tritt mit sinkender Spannung immer mehr hervor. Die *A*-Funkenlinien erscheinen intensiver als die Bogenlinien, z. B. als die intensive Bogenlinie A^{I} 4200. Ein Vergleich der Funken- und Bogenlinien untereinander zeigt, daß die Funkenlinien mit abnehmender Spannung rascher an Intensität verlieren als die Bogenlinien. Man vergleiche die Linien A^{II} 4348, H_{γ} und A^{I} 4333 35. (Während A^{II} 4348 früher verschwindet, bleibt A^{I} 4333 35 noch bis zu niedrigen Spannungen sichtbar) und die vier *A*-Linien von 4276 bis 4251 bei verschiedenen Spannungen. Die Argonlinie A^{I} 4300, die bei hohen Spannungen nicht besonders intensiv auftritt, bleibt bis zu 3,5 kV noch deutlich sichtbar. Die Aufnahme bei 1 kV zeigt trotz 30 Stunden Belichtung noch keine Anzeige irgendwelcher Argonlinien, obwohl H_{β} und H_{γ} mit großer Intensität auftreten. Soweit ein kurzer qualitativer Überblick: Feinheiten gehen natürlich durch die Reproduktion verloren.

Zur quantitativen Auswertung wird die Intensität aller in Betracht gezogener Argonlinien verglichen mit der Intensität von H_{β} bei gleicher Spannung, wobei die relativen Intensitäten, wie oben beschrieben, durch Photometrieren und Umrechnung mit dem Schwarzschild-Faktor bestimmt werden. Das Intensitätsverhältnis von A/H_{β} wird jeweils untersucht bei verschiedenen Spannungen, wobei der Argondruck im Beobachtungsraum konstant gehalten wird. Der Druck im Beobachtungsraum ist dabei so gewählt, daß sekundäre Einflüsse (Störungen) möglichst vernachlässigt werden können. Als Störungsursache könnte in Frage kommen: Erstens zu große Stromdichten des *H*-Strahles. Diese Ursache scheidet aus, da die im Kanalstrahl erzielten Stromdichten äußerst gering sind. Zweitens zu großer Druck im Beobachtungsraum. Deshalb Verwendung nur niedriger Drucke von 0,03 bis 0,04 mm Hg.

Beim Stoß eines H-Atoms auf ein Ar-Atom oder eines Ar-Atoms auf ein H-Atom wird ein Teil der umgesetzten Energie entweder in Anregungsenergie des H-Atoms, oder des Ar-Atoms, oder beider Atome umgesetzt. Das Schwärzungsverhältnis A/H_{β} gibt unter Berücksichtigung des Schwarzschild-Faktors das Intensitätsverhältnis der Anregungen von Ar und H für die betreffenden Linien. Dabei muß das relative Intensitätsverhältnis A/H_{β} nur noch von der spektralen Plattenempfindlichkeit abhängen, wenn durch geeignete Wahl der experimentellen Anordnung sekundäre Einflüsse z. B. Störung durch zu hohen Druck weitgehend ausgeschaltet sind.

In Fig. 4 ist das Intensitätsverhältnis zweier Argonlinien, und zwar der Linien $\lambda^I 4300$ und $\lambda^I 4200$ zu H_β als Funktion der Spannung des

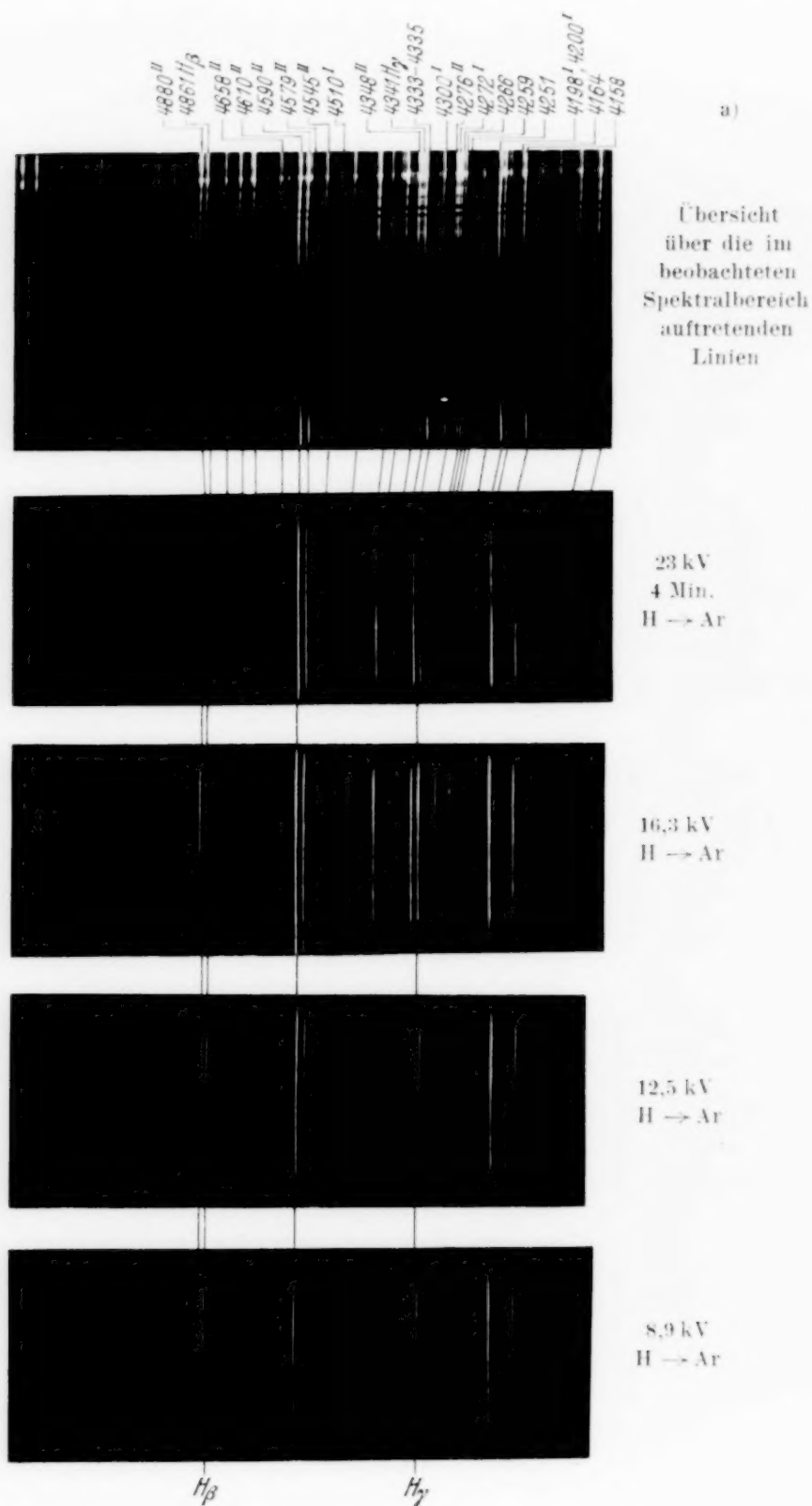


Fig. 3 a. Anregung von H und Ar beim Stoß $H \rightarrow Ar$ bei verschiedenen Spannungen.

Entladungsrohres aufgetragen beim Stoß von H auf Ar. Beide Linien sind Linien des Argonatoms. Aus experimentellen Gründen ließen sich Auf-

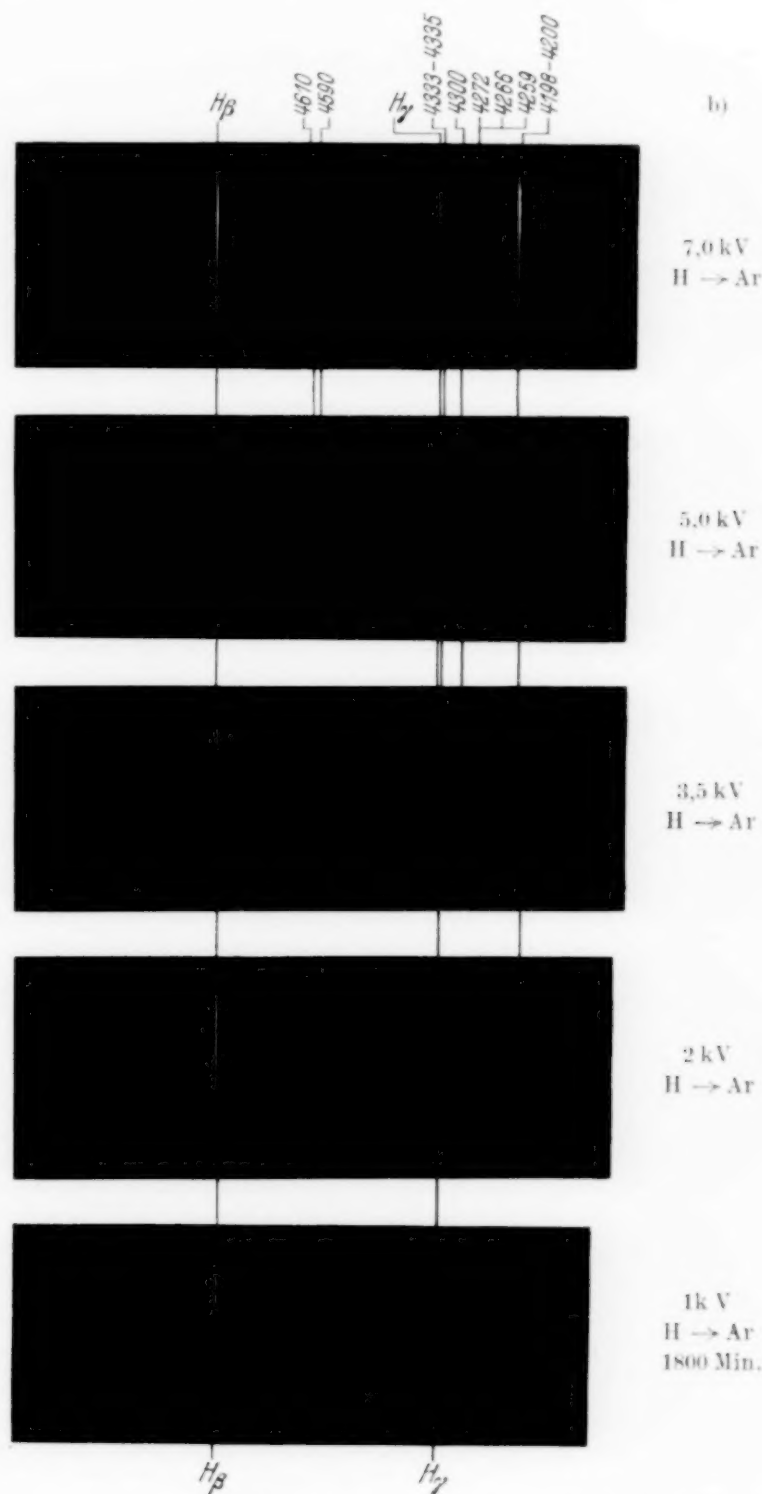


Fig. 3b. Anregung von H und Ar beim Stoß H → Ar bei verschiedenen Spannungen.

nahmen nur bis zu 1 kV machen, da dort schon die Belichtungszeiten bis zu 30 Stunden ausgedehnt werden mußten. Nimmt man an, wie man das

aus später zu besprechenden Gründen tun kann, daß es für beide Stoßpartner nur auf die Relativgeschwindigkeit ankommt, so kann man auch Ar in H schießen. Bei Beschleunigungsspannungen, die dem Argonatom die gleiche Geschwindigkeit wie dem H-Atom erteilen, müßte dann der spektroskopische Befund der gleiche sein. Dadurch wird experimentell erreicht, daß man trotz höherer Entladungsspannung zu viel kleinerer

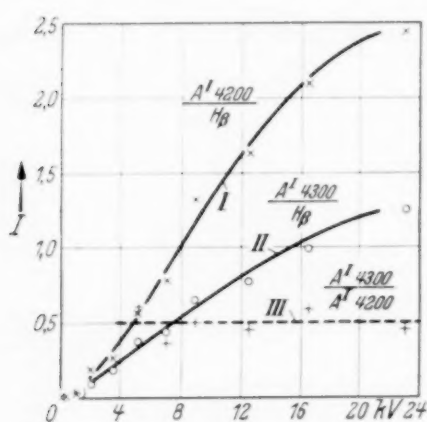


Fig. 4. Verhältnis der Anregung von A-Bogenlinien (A^I) zur Anregung von H_β bei verschiedenen Spannungen beim Stoß $H \rightarrow Ar$.

*) Diese Punkte bedeuten eine obere Grenze (siehe S. 452) Stoß $Ar \rightarrow H$.

beiden Meßpunkte nur obere Grenzen, da auch H_β nur schwach angeregt wird. Selbst sehr lange Belichtungszeiten (bis zu 30 Stunden) ließen eine Anregung von Ar nur in dem Maße erkennen, als sie der Anregung durch Argon, das aus dem Entladungsrohr hereindiffundiert war, entsprach. Die Photometermessung läßt höchstens eine 10% stärkere Schwärzung erkennen, was aber durchaus noch in der Fehlergrenze liegt.

Aus diesen Aufnahmen folgt:

Stößt ein Ar-Atom, das mit 8 kV im Entladungsrohr beschleunigt wurde, oder ein H-Atom, das mit 0.2 kV beschleunigt wurde, auf ein ruhendes H- bzw. Ar-Atom, so ergibt sich für das Anregungsverhältnis ein Wert

$$\frac{A}{H_\beta} \leq 0,004,$$

wenn Argonlinien dabei überhaupt angeregt werden, dabei wurde eine spektrale Empfindlichkeit der photographischen Platte nicht berücksichtigt; bei ihrer Einrechnung würde das Verhältnis noch etwas kleiner sein.

Betrachtet man das Intensitätsverhältnis der beiden Argonlinien $A^I 4300$ und $A^I 4200$ zueinander als Funktion der Spannung (Kurve III), so zeigt sich, daß das Verhältnis in dem betrachteten Spannungsbereich innerhalb der Fehlergrenzen konstant bleibt.

Relativgeschwindigkeit kommt. Höhere Entladungsspannung gibt einen engeren Kanalstrahlpinsel und deswegen bedeutende Intensitätserhöhung. Auf diese Weise sind die unter 0.2 und 0.3 kV eingetragenen Punkte gewonnen. Die Aufnahme dafür wurde bei 8.2 kV bzw. 13 kV mit Argon im Entladungsrohr gemacht und umgerechnet auf eine Spannung, bei der ein H-Teilchen die gleiche Geschwindigkeit bekommen würde. Wie man sieht, fügen sich die Punkte zwanglos in das Kurvenbild ein, und der spektroskopische Befund entspricht dem Erwarteten. Trotzdem bedeuten diese

Fig. 5 zeigt die gleiche Darstellung für zwei Argonfunkenlinien, und zwar für die Linien A^{II} 4590 und A^{II} 4610. Der Verlauf der Kurven ist viel steiler als der der Bogenlinien und läßt erkennen, daß das Verhältnis A^{II}/H_{β} für diese Funkenlinien bei höheren Spannungen einem Wert Null zustrebt, als für die Bogenlinien, was ja auch entsprechend ihrer höheren Anregungsspannung (~ 36 Volt)¹⁾ zu erwarten ist. Das Intensitätsverhältnis zueinander bleibt im betrachteten Spannungsbereich ebenso wie bei den der Bogenlinien innerhalb der Fehlergrenzen konstant.

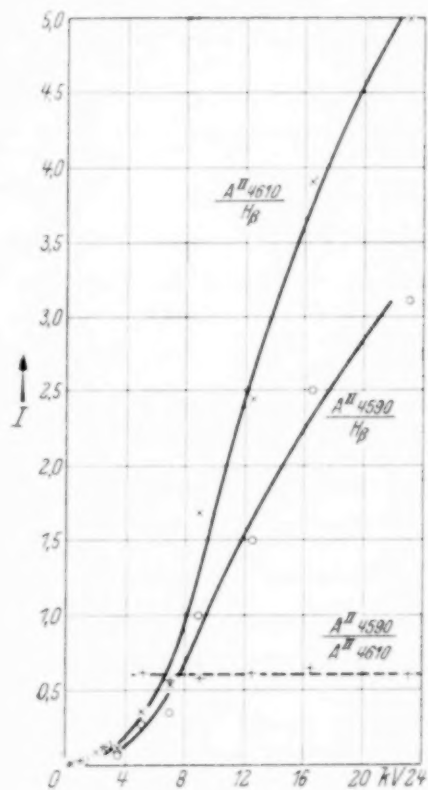


Fig. 5. Verhältnis der Anregung von Argon-Funkenlinien (A^{II}) zur Anregung von H_{β} bei verschiedenen Spannungen beim Stoß $H \rightarrow Ar$.

*) Diese Punkte bedeuten eine obere Grenze (siehe S. 452). Stoß $Ar \rightarrow H$.

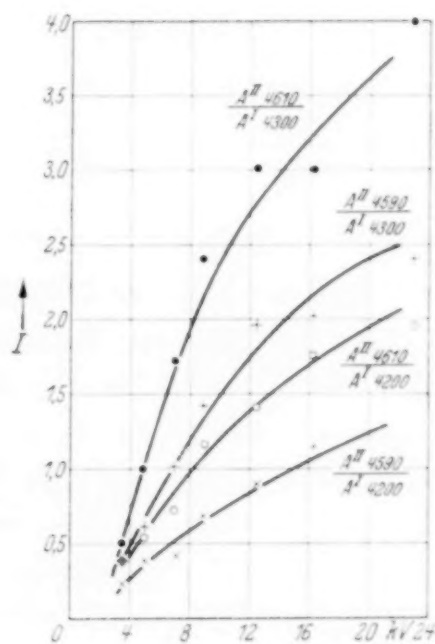


Fig. 6. Verhältnis der Anregung von Argon-Funkenlinien (A^{II}) zu Argon-Bogenlinien (A^I) bei verschiedenen Spannungen beim Stoß $H \rightarrow Ar$.

In Fig. 6 ist das Intensitätsverhältnis der Funken- und Bogenlinien zueinander als Funktion der Spannung aufgetragen. Wie man sieht, bleibt dieses Verhältnis durchaus nicht konstant in dem betrachteten Spannungsbereich, sondern nimmt ab mit sinkender Spannung. Dieser Befund ist aus der Betrachtung der Fig. 4 und 5 zu erwarten. Wenn man den Verlauf dieser in Fig. 6 gezeichneten Kurven extrapoliert, so scheinen sie alle auf

¹⁾ Die Werte für die Anregungsspannungen wurden der Arbeit von Schulze, ZS. f. Phys. 56, 392, 1929 entnommen.

einen gemeinsamen Punkt zuzulaufen bei etwa 1,4 bis 2 kV. Eine Spannungsgrenze, unterhalb deren man nach diesen Beobachtungen eine Anregung der Funkenlinien nicht mehr erwarten dürfte. Eine direkte experimentelle Entscheidung dieser Frage war im Rahmen dieser Versuche aus apparativen Gründen nicht möglich.

Theoretische Überlegungen.

Wie verhalten sich diese experimentellen Ergebnisse zu dem, was man auf Grund theoretischer Überlegungen hätte erwarten können?

Untersucht wurden die gegenseitigen Stoßwirkungen zweier neutraler Korpuskeln H und Ar, die mit einer Relativgeschwindigkeit von $0,1 - 2,5 \cdot 10^8$ cm/sec zusammenstoßen.

Es ergeben sich die Fragen:

1. Werden dabei beide Korpuskeln angeregt, oder nur die eine oder die andere?
2. Welche Spektrallinien werden dabei angeregt?
3. Wie ändert sich das Bild mit der Geschwindigkeit?

Die Zahl der Theorien, die wir zur Beantwortung heranziehen können, ist gering, da wir keine Theorie verwenden können, die die Ladung der Teilchen berücksichtigt, oder die die Korpuskeln als starre Kugeln betrachtet, ohne die innere Energie und ihre Struktur in Betracht zu ziehen.

Es kommt für uns in Frage, die Theorie von Joos-Kulenkampff¹⁾ und ein von Döpel²⁾ aufgestelltes Stoßmodell.

Entsprechend den experimentellen Bedingungen haben wir von den zwei Fällen, die die Theorie von Joos-Kulenkampff unterscheidet, nur den zweiten Fall, Anregungsstoß bei großer Geschwindigkeit heranzuziehen, da auch bei unseren Stößen keine merkliche Geschwindigkeitsübertragung zu erwarten ist³⁾.

Große Geschwindigkeiten, weil die kinetische Energie des stoßenden Teilchens in bezug auf das anzuregende Atom groß ist, gegen die zu leistende Ablösungsarbeit des Atomelektrons. Der Stoßvorgang wird dabei so betrachtet, als ob das stoßende Teilchen nicht gegen das ganze andere Atom stoße, sondern nur gegen sein Leuchtelektron, das man dabei als praktisch frei ansehen muß. Da die Masse des stoßenden Atoms sehr groß gegen die des Elektrons ist, kann dabei auf das Elektron die doppelte Relativgeschwindigkeit übertragen werden.

¹⁾ G. Joos u. H. Kulenkampff, Phys. ZS. **25**, 257, 1924. — ²⁾ R. Döpel, Ann. d. Phys. **16**, 1, 1933. — ³⁾ W. Wien, ebenda **43**, 955, 1914.

Für die Spannungsdifferenz V , die die stoßende Korpuskel mit der Masse M durchlaufen haben muß, um eine Spektrallinie mit der Anregungsspannung Ve anzuregen, gilt dann folgende Beziehung

$$V \geq \frac{1}{4} \frac{M}{m} Ve,$$

wenn m die Masse des Elektrons ist.

Da der Stoß relativ ist, kann er dabei natürlich ebenso wie gegen das Elektron der gestoßenen Korpuskel, auch gegen das Elektron der stoßenden Korpuskel erfolgen. Dabei muß dann für Ve die entsprechende Anregungsspannung eingesetzt werden.

Wenn man die obige Beziehung auf den Stoß von $H \rightarrow Ar$ anwendet, so ergibt sich für die Spannungsdifferenz V bei Anregung einer Bogenlinie des Ar mit der Anregungsspannung

$$Ve = 15,7 \text{ Volt}$$

durch Stoß von einem H-Atom

$$V \geq \frac{1850 \cdot 15,7}{4} \sim 7000 \text{ Volt}; \quad M = 1, \quad m = \frac{1}{1850},$$

bei Anregung einer Funkenlinie des Ar mit der Anregungsspannung

$$Ve = 36 \text{ Volt}$$

$$V \geq \frac{1850 \cdot 36}{4} \sim 16700 \text{ Volt.}$$

Erfolgt der Stoß dabei gegen das Elektron des H, so ergibt sich für $Ve = 13 \text{ Volt}$ einer H-Linie

$$V \geq \frac{1850 \cdot 13}{4} \sim 6000 \text{ Volt.}$$

Für den Stoß von $Ar \rightarrow H$ ist $M = 40$ zu setzen.

Aus dieser Theorie folgt also:

Die Linien desjenigen Atoms, das leichter anregbar ist, erscheinen bei einer niedrigeren Spannung als die Linien des Atoms mit höherer Anregungsspannung, und zwar ist das Verhältnis der beiden Spannungen gleich dem Spannungsverhältnis für eine Anregung mit Elektronenstoß.

Wie die Figuren (4 und 5) zeigen, stimmen die Absolutwerte der Spannungen, bei denen Argonbogenlinien und Argonfunkenlinien erscheinen, nicht mit der theoretischen Erwartung überein, sondern liegen weit darunter. Dagegen wird in Übereinstimmung mit der Theorie das leichter anregbare H bei niedrigerer Spannung angeregt als das Ar.

Aus den Figuren (4 und 5) folgt, daß eine merkliche Anregung des Ar im Verhältnis zum H (etwa 10%) für die Bogenlinie erst bei einer Spannung von 1,5 bis 2 kV, für die Funkenlinie etwa bei 3 kV zu beobachten ist, während H noch unterhalb 1 kV angeregt wird.

Das theoretisch zu erwartende Spannungsverhältnis für die Bogenlinie zu $H_{\beta} \frac{7000}{6000}$ Volt ist also kleiner als das beobachtete (etwa $\frac{2}{1}$); für die Funkenlinie ist die Übereinstimmung besser. Eine scharfe Grenze ist nicht zu beobachten. Dabei ist in Hinsicht auf die Genauigkeit der Meßresultate zu sagen, daß diese Messungen nur zur Orientierung über die gegenseitige Anregung beim Atomstoß gedacht sind, nicht als Präzisionsmessungen.

Bei dem von Döpel¹⁾ als Arbeitshypothese gedachten Stoßmodell wird die für die Übertragung in Frage kommende Energie des stoßenden Partners formal in zwei Teile zerlegt; sie soll zusammengesetzt sein aus der Translationsenergie des Leuchtelektrons des stoßenden Partners, das je nach den gegenseitigen Bindungsenergien der beiden Partner mehr oder weniger als quasi frei betrachtet werden kann, und aus einem Bruchteil der Gesamtenergie, der ebenfalls von den Bindungsenergien der Partner und außerdem von ihren Massen abhängt. Ist die Bindungsenergie des stoßenden Partners klein gegenüber der des gestoßenen, dann kommt praktisch nur der erste Teil in Frage und die Anregungsfunktion wird dann zu einer Geschwindigkeitsfunktion. Ist die Bindungsenergie groß gegenüber der des gestoßenen, dann kommt vorzugsweise der zweite Teil in Frage. Die Anregungsfunktion wird zu einer Energiefunktion.

Bei $H \rightleftharpoons Ar$ haben nun beide Partner fast gleiche Anregungsenergien, in diesem Falle kann natürlich keiner der beiden Extremfälle zur Deutung herangezogen werden. Aus der obigen Stoßvorstellung geht für diesen Fall nur hervor, daß die Bogenspektren beider Partner bei relativ niedrigen Spannungen angeregt werden und daß für das Anregungsverhältnis Ar/H ein größerer Wert als 15,7/13,5 zu erwarten ist, weil vom H ein kleinerer Bruchteil der Gesamtenergie auf das Ar übertragen wird als umgekehrt; das ist, wie wir gesehen haben, der Fall; quantitativ läßt sich jedoch das Verhältnis bei dem kleinen Unterschied der Bindungsenergien nicht angeben.

In bezug auf die Anregung der Funkenspektren A^{II} dagegen würde obige Stoßvorstellung aussagen, daß eine Anregung durch H-Atome erst bei sehr hohen Spannungen erfolgen sollte. Die A^{II} -Spektren erfordern,

¹⁾ R. Döpel, Ann. d. Phys. 16, 1, 1933.

wenn man vom neutralen Atom ausgeht, etwa 36 Volt. Nach dem Stoßmodell müßte man annehmen, daß das mit 13,5 Volt gebundene H-Leuchtelektron beim Stoß auf Ar abgetrennt wird, bevor es eine Anregungsenergie von 36 Volt auf dieses übertragen kann. Als quasi freies Elektron würde es aber erst bei etwa 70 kV H-Beschleunigungsspannung genügend Translationsenergie bekommen, um das Argon zu Spektren anzuregen. Natürlich ist diese Energieabgabe eine obere Grenze, da bei der Abtrennung des Elektrons noch ein kleiner Bruchteil von Rumpfennergie übertragen wird. Die Beobachtungen zeigen jedoch, daß eine Anregung des A^{II} -Spektrums bereits bei 2 kV schwach beginnt und bei 3 kV schon etwa 10 % der Anregung von H entspricht, wonach dann die Anregung im Verhältnis zu H rasch zunimmt.

Nimmt man jedoch an, daß eine Anregung des A^{II} -Spektrums durch Protonen erfolgt, dann sollte nach diesem Stoßmodell schon eine Spannung von 40 Volt ausreichen. Deshalb wurde noch untersucht, ob die Anregung des A^{II} -Spektrums einer Anregung durch Protonen, oder einer anderen Ursache zuzuschreiben wäre.

Wie kann die Anregung des A^{II} -Spektrums erklärt werden?

1. Anregung durch Protonen? Um zu untersuchen, ob die Anregung der A^{II} -Linien durch Protonen verursacht sein könnte, wurde im Beobachtungsraum hinter dem Kanal (Fig. 2) ein elektrostatisches Ablenkungsfeld F eingebaut, das alle im Kanalstrahl ankommenden Protonen zur Seite ablenkt. Die Aufnahmen, die mit und ohne Feld gemacht wurden, zeigten keinen Unterschied in der Intensität der beobachteten Linien, während Kontrollaufnahmen mit Stickstoff einen entsprechenden Effekt gaben. Deshalb können die im Kanalstrahl mitfliegenden Protonen zur Erklärung der A^{II} -Linie nicht herangezogen werden, wenn nicht durch ganz außerordentlich starke Umladungen von H in Ar die Beobachtung gefälscht wird. Da die Anregung aber dicht hinter dem Ablenkungsfeld bereits beobachtet werden kann und längs des Strahles keine Änderung zeigt, erscheint diese Erklärung nicht wahrscheinlich.

2. Anregung durch Argonatome oder Argonionen? Argonatome, aus dem Beobachtungsraum in das Entladungsrohr hineindiffundiert, können von dort im Kanalstrahl wieder zurückfliegen. Es besteht dann die Möglichkeit, daß sie jetzt als schnell fliegende Argonatome oder -ionen angeregt werden oder anregen.

Durch Versuche mit einem Ablenkungsfeld ließ sich wie oben bei den Protonen zeigen, daß die Anregung nicht von Argonionen herrühren kann.

Um zu entscheiden, ob Argonatome die Ursache sein könnten, wurde der Restargondruck im Entladungsrohr gemessen. Der Druck ist im Verhältnis zum H_2 -Druck so gering, daß kein Einfluß zu erwarten ist. Weiterhin wurden Aufnahmen gemacht mit Argon im Entladungsrohr, und zwar $Ar \rightarrow H$ und $Ar \rightarrow Ar$. Dabei zeigte sich, daß die Argonlinien nicht in so kurzer Zeit erscheinen. Deshalb ist als Erklärung für das intensive Auftreten des Spektrums eine Anregung durch Restargon im Kanalstrahl auszuschließen.

3. *Anregung durch zwei Stöße?* Um zu entscheiden, ob die A -Linien durch zwei Stöße am selben Atom angeregt werden könnten, wurde folgender Versuch gemacht (Fig. 7). In unmittelbarer Nähe des Spektrographen-

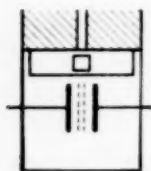


Fig. 7.

spaltes wurde senkrecht zum Spalt ein schwaches elektrisches Feld angelegt. Dieses Feld müßte alle durch Stoß gebildeten langsamen Argonionen rasch aus dem Felde herausziehen.

Aufnahmen mit und ohne Feld zeigten keine Intensitätsänderung. Deshalb kann die Anregung des A^{II} -Spektrums nicht durch zweifachen Stoß erklärt werden.

Zusammenfassend muß man daher annehmen, daß die Anregung des A^I - und des A^{II} -Spektrums durch einen H-Atomstoß erfolgt. Dabei besteht natürlich die Möglichkeit, daß im selben Ar-Atom nach Abtrennung des H-Elektrons das Restproton die Anregung des A^{II} -Spektrums veranlaßt. Die Entscheidung darüber müßte durch Vergleich des Wirkungsquerschnitts der Lichtanregung mit dem der Umladung erfolgen, eine etwas langwierige Untersuchung, die einer besonderen Arbeit vorbehalten bleiben müßte.

Zusammenfassung.

1. Es wird ein Kanalstrahlrohr aus Metall beschrieben, das sich besonders für stark zerstäubende Gase eignet und den Vorzug großer Belastbarkeit hat.

2. Mit Hilfe von Kanalstrahlen wird die gegenseitige Anregung von Wasserstoff und Argon untersucht in einem Spannungsbereich von 0,2 bis 30 kV (Geschwindigkeitsbereich von $0,1 - 2,5 \cdot 10^8$ cm/sec). Im Bereich von 0,2 bis 1 kV wird hauptsächlich nur der Wasserstoff angeregt, oberhalb 1 kV tritt allmählich die Anregung von A^I -Linien auf, oberhalb 2 kV werden auch A^{II} -Linien angeregt. Eine scharfe Grenze wird nicht beobachtet. Die Anregung des A^I - und A^{II} -Spektrums nimmt mit steigender Spannung rasch an Intensität zu und überragt bald die der H-Linien H_β und H_γ .

3. Die Beobachtungen werden mit den vorhandenen theoretischen Vorstellungen verglichen.

4. Versuche, die Ursache für das Auftreten des A^{II} -Spektrums zu erklären.

Diese Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Würzburg ausgeführt. Herrn Prof. Dr. F. Harms danke ich herzlich für sein reges Interesse an meiner Arbeit und die bereitwillige Überlassung der notwendigen Institutsmittel. Auch Herrn Priv.-Doz. Dr. R. Döpel danke ich herzlich für viele wertvolle Diskussionen und Anregungen zu dieser Arbeit. Herrn Dr. F. Pollitzer, Vorstand des phys. chem. Laboratoriums der Gesellschaft für Lindes Eismaschinen in München-Höllriegelskreuth, spreche ich meinen besten Dank aus für die Überlassung des benötigten Argons.

Würzburg, Physikalisches Institut, den 17. Februar 1937.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Universität Bonn.)

Zur Theorie der Verbreiterung der Spektrallinien einer Serie durch Fremdgase.

Von C. Reinsberg in Bonn.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 20. Februar 1937.)

Es wird eine Theorie entwickelt, die qualitativ das Verhalten der Verbreiterung der Spektrallinien einer Serie in Abhängigkeit von der Seriennummer erklärt. Die Breiten in der Nähe der Seriengrenze werden numerisch ermittelt. Es zeigt sich weiter, daß der Serienverlauf der Breite mit der Temperatur variiert.

Von den Effekten, die man an Spektrallinien bei Einwirkung von Gasen beobachtet, ist bisher nur die *Verschiebung* von Spektrallinien in der Nähe des Serienendes von Fermi¹⁾ und Reinsberg²⁾ zufriedenstellend theoretisch behandelt worden. Über die Verbreiterung durch Fremdgase wurden wohl eine ganze Menge von Rechnungen durchgeführt, doch keine von ihnen gibt eine Erklärung für den Verlauf der Breite in einer Serie.

Füchtbauer und Schulz³⁾ fanden (bei Absorptionslinien des Natriums) folgenden eigentümlichen Verlauf der *Verbreiterung* durch verschiedene Fremdgase: Während bei den ersten Seriengliedern die Breite stark zunimmt, erreicht sie bald ein Maximum und sinkt dann mit weiter zunehmender Gliednummer steil auf einen viel kleineren Wert (etwa zwischen dem 0,4fachen und dem 0,2fachen Wert der Maximalbreite liegend) herab. Die Breite nähert sich dann einem Grenzwert, der nur von dem verbreiternden

Gas abhängt, für alle Alkalimetalle aber gleich ist. (Geprüft bei Natrium und Kalium.)

Als Beispiel sei hier der Serienverlauf der Breite der Caesiumlinien $1s - np$ bei Argonzusatz gegeben. Dieses merkwürdige Verhalten der Breiten gab den Anlaß für die folgenden Untersuchungen.

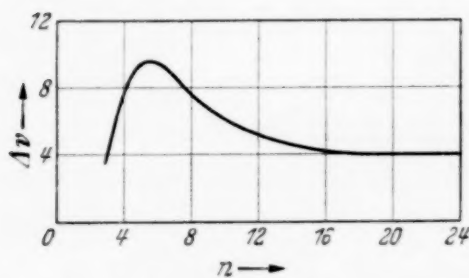


Fig. 1. Verbreiterung der Natriumhauptserie ($1s - np$) durch Argon.

Die Druckverbreiterung der Spektrallinien beruht auf der Wechselwirkung des strahlenden Atoms mit seinen Nachbarn. Wir wollen hier nur Absorptionslinien betrachten und bezeichnen dementsprechend das gestörte

¹⁾ E. Fermi, Cim. **11**, 145, 1934. — ²⁾ C. Reinsberg, ZS. f. Phys. **93**, 416, 1935. — ³⁾ Chr. Füchtbauer u. P. Schulz, ebenda **97**, 699, 1935.

Atom als Absorber und die übrigen Atome als Störatome. Je nachdem, ob der Absorber mit den Störatomen artgleich ist oder nicht, unterscheidet man die Eigendruck- und die Fremddruckverbreiterung. Nur die letztere soll hier untersucht werden unter Vernachlässigung der natürlichen Breite und der Doppler-Verbreiterung.

Nach Lorentz stellt man sich den Absorber als Oszillator vor. Trifft nun ein Störatom auf diesen Oszillator, so wird bei einem Zusammenstoß die Schwingung des Oszillators unterbrochen und setzt dann mit veränderter Phase und Amplitude wieder ein. Führt man eine Fourier-Analyse einer solchen Schwingungsform durch, so ergibt sich die bekannte Lorentzsche Formel für die Stoßbreiten, in der die Breiten den Stoßquerschnitten proportional sind. Der Vergleich mit dem Experiment¹⁾ zeigte, daß der mit Hilfe dieser Breitenformel berechnete Querschnitt viel größer als der gas-kinetische Querschnitt ist. Man führte deswegen den Begriff des optischen Querschnittes ein. Eine theoretische Abschätzung dieses Wirkungsquerschnittes wurde in diesem Zusammenhang von Weisskopf²⁾ und Kuhn³⁾ vorgenommen, indem sie gewisse Annahmen über die Art der Phasenänderungen machten. Weisskopf nimmt an, daß alle Phasenänderungen etwa gleich Eins sind, Kuhn setzt diese ungefähr gleich π . Gerade in der Einführung solcher Annahmen liegt ein großer Nachteil der bisherigen Theorien der Druckverbreiterung.

Das Lorentzsche Prinzip der Phasenänderungen bietet uns in seiner quantenmechanischen Umdeutung die Möglichkeit, die Verbreiterung der einzelnen Energieniveaus des Absorbers zu ermitteln und die bisherigen optischen Querschnitte als gewöhnliche Stoßquerschnitte der angeregten Zustände zu erkennen. Demzufolge wird sich auch die Abhängigkeit der Breite der einzelnen Linien einer Serie von der Gliednummer ergeben.

Die Entstehung der Stoßverbreiterung. Um eine Einsicht in den Mechanismus der Stoßverbreiterung zu gewinnen, denken wir uns zunächst nur ein Fremdgasatom und einen Absorber, dessen Energieniveaus verbreitert werden sollen. Bevor diese beiden Atome überhaupt in Wechselwirkung treten, werde der Zustand des Absorbers durch

$$\varphi_n = \psi_n(xyz) e^{-\frac{2\pi}{h} i E_n t} \cdot \varepsilon_0$$

beschrieben, worin ε_0 eine Zahl vom absoluten Betrage Eins ist, also die Form $e^{i\delta_0}$ hat. Über die Größe von δ_0 läßt sich prinzipiell keine Aussage

¹⁾ Chr. Füchtbauer, Phys. ZS. **12**, 722, 1913. — ²⁾ V. Weisskopf, ZS. f. Phys. **75**, 287, 1932. — ³⁾ H. Kuhn, Phil. Mag. **28**, 987, 1935.

machen, weil nur die Kombination $\varphi_n \varphi_n^*$ physikalische Realität besitzt und δ_0 hierin nicht mehr vorkommt. Hat eine Wechselwirkung zwischen dem Störatom und dem Absorber stattgefunden, d. h. nach einem Zusammenstoß werde der Zustand des angeregten Atoms durch

$$\varphi'_n = \varphi_n(xyz) e^{-\frac{2\pi i}{h} E_n t} \cdot \varepsilon_1$$

dargestellt. Es kann nun sein, daß ε_1 ungleich ε_0 ist.

Diese Phasenänderung, die durch einen Zusammenstoß entstanden ist, können wir uns auf folgende Art erklären: Bei Annäherung des Störatoms an den Absorber wird sich die Energie E_n ändern. Da aber die Änderung für große Zeiten verschwinden muß, kann eine Entwicklung nach Potenzen von t^{-1} nur die Form

$$E = E_n + \frac{h}{2\pi} \frac{\Delta}{t} + \frac{c}{t^2} + \dots \quad (1)$$

haben. Die Eigenfunktion φ_n bekommt dann die Gestalt

$$\varphi'_n = \varphi_n e^{-\frac{2\pi i}{h} E_n t} \cdot e^{-i\Delta} \cdot \varepsilon_0,$$

worin im Exponenten bereits die Glieder mit t^{-1}, t^{-2}, \dots fortgelassen worden sind. Ist die Phasenänderung beim k -ten Stoß, der zur Zeit t_k stattfinden möge, Δ_k und setzen wir

$$\delta_k = \delta_0 + \sum_1^k \Delta_k,$$

so wird der Zustand des angeregten Atoms während der Zeit $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ durch

$$\varphi_n = \varphi_n e^{-\frac{2\pi i}{h} E_n t} \cdot e^{-i\delta_k} \quad (2)$$

dargestellt.

Wir nehmen nun an, daß die Phasen δ_k auf das Intervall $0 \leq \delta \leq 2\pi$ gleichmäßig verteilt sind. Die Fouriersche Analyse der Schwingung (2) und eine Mittelung über die Phasen und die Stoßzeiten ergibt im Kreisfrequenzmaß die Verteilung

$$\frac{4}{(\omega_n - \omega)^2 + \left(\frac{1}{\bar{\tau}}\right)^2} \quad (3)$$

Hierin ist $\bar{\tau}$ die mittlere Zeit zwischen zwei Zusammenstößen. Die Halbwertsbreite des Niveaus E_n ist also $2/\bar{\tau}$. Folglich ist die Halbwertsbreite in Wellenzahlen gerechnet

$$\Delta \nu = \frac{1}{\pi \cdot c \bar{\tau}}.$$

Führen wir für $\frac{1}{\tau}$ noch den aus der Gaskinetik bekannten Wert

$$\frac{1}{\tau} = 2 \sqrt{\frac{2k}{\pi \mu T}} T_0 N_0 q p$$

ein, so ist

$$\Delta \nu = \frac{2 T_0 N_0}{\pi c} \sqrt{\frac{2k}{\pi}} \frac{p q}{\sqrt{\mu T}}. \quad (4)$$

Darin ist μ die effektive Masse von Störatom und Absorber, N_0 die Anzahl von Atomen in 1 cm bei $T_0 = 273,30$ K und p der Druck in Atmosphären. q bezeichnet den Stoßquerschnitt. (4) ist die alte Lorentzsche Stoßdämpfungsformel. Unsere Überlegungen unterscheiden sich von den Lorentzschen nur darin, daß die Formel hier für die Breite der Energieniveaus gilt, wo die Lorentzschen Rechnungen die Breite der Linien ergab.

Abhängigkeit der Breite von der Seriennummer. Es ist nun wichtig, zu überlegen, welche Aussagen man über den Querschnitt q machen kann. Wir nehmen an, daß die Störatome dauernd im Grundzustand bleiben. Befindet sich auch der Absorber im Grundzustand, so berechnet sich q aus den gaskinetischen Radien von Störatom und Absorber r_1 und r_2 zu

$$q = \pi (r_1 + r_2)^2.$$

Da die Querschnitte von angeregten Zuständen gegen irgendwelche Störatome nicht bekannt sind, müßten diese jetzt mit Hilfe von Querschnittsberechnungen bestimmt werden. Da wir aber auch von den wechselseitigen Potentialfunktionen eines angeregten Absorbers und eines Störatoms eine sehr geringe Kenntnis haben und nur im Falle eines sehr hoch angeregten Atoms eine solche näherungsweise angeben können, wollen wir uns die Verhältnisse zunächst an einem sehr groben Modell veranschaulichen.

Als Absorber wählen wir z. B. Wasserstoff. Die Elektronenwolke im Zustand mit der Hauptquantenzahl n stellen wir in roher Näherung durch eine kugelförmige Wolke mit der konstanten Elektronendichte

$$d = \frac{3}{4 \pi a_0^3 n^6}$$

vom Radius $a_0 n^2$ dar, worin a_0 den Radius der ersten Bohrschen Bahn bedeutet. Aus der Theorie der Druckverschiebung ist bekannt (vgl. l. c. 2., S. 419), daß ein Edelgasatom in einem Elektronenstrom der Dichte Eins die potentielle Energie

$$E_1 = \frac{h^2 \operatorname{tg} \delta_0}{4 \pi^2 m_e c \sqrt{2 m_e E}} \sim \frac{h \sqrt{\sigma}}{4 \pi^{3/2} m_e c}$$

hat. Also hat es in der Elektronenwolke die potentielle Energie $E_1 \cdot d$. Das Wechselwirkungspotential des Absorberrumpfes und des Edelgasatoms setzen wir mit Fermi¹⁾ als Polarisationspotential in der Form $\frac{\alpha e^2}{2r^4}$ an, worin α die Polarisierbarkeit des Edelgasatoms ist. Als Gesamtwechsel-

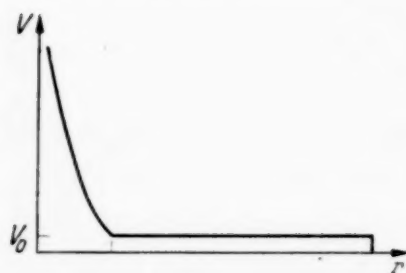


Fig. 2. Wechselwirkungspotential eines hochangeregten Alkaliatoms und eines Edelgasatoms.

wirkungspotential wählen wir nun den Potentialverlauf der Fig. 2. Für r_1 ist $\frac{\alpha e^2}{2r_1^4} = d$.

Läuft nun ein Teilchen mit der kinetischen Energie $E = \frac{3}{2} k T$ gegen das Potential $V(r)$ an, so unterscheiden wir die beiden Fälle $E < V_0$ und $E > V_0$. Ist $E < V_0$, so wird das anlaufende Teilchen bereits bei $a_0 n^2$ reflektiert. Vernachlässigen wir die Ausdehnung des bewegten Teilchens gegenüber den Dimensionen des „Potentialberges“, so ist der Stoßquerschnitt in diesem Falle $\pi a_0^2 n^4$, also proportional zur vierten Potenz der Hauptquantenzahl. Wird $E = V_0$, so kann das Teilchen gerade auf den „Tafelberg“ V_0 hinauflaufen. Der Stoßquerschnitt nimmt also nicht mehr mit der vierten Potenz von n zu. Da das Teilchen auf dem Tafelberg nur eine kleine Geschwindigkeit hat, wird nun das Rumpfpotential $\frac{\alpha e^2}{2r^4}$ einen großen Stoßquerschnitt haben, der allerdings niemals den Wert $\pi a_0^2 n^4$ überschreiten kann. Bei 4 Atm. und 700° K muß für Argon $n > 4$ sein, damit ein Argonatom auf den Tafelberg hinaufklettern kann. Für $n > 4$ wird also der Stoßquerschnitt nicht mehr mit der vierten Potenz von n wachsen, er nimmt nur noch etwas zu, um aber dann sehr schnell kleiner zu werden. Da nämlich V_0 mit der sechsten Potenz von n abnimmt, wird sich die Geschwindigkeit des Teilchens auf dem Tafelberg sehr schnell der der kinetischen Energie E entsprechenden Geschwindigkeit nähern. Den dieser Geschwindigkeit entsprechenden, relativ kleinen Stoßquerschnitt q_+ des Rumpfes werden wir später berechnen.

Da die Breiten der Energieniveaus den Stoßquerschnitten proportional sind, nehmen die Breiten bis zur Hauptquantenzahl $n = 4$ mit der vierten Potenz von n zu. Von $n = 4$ an nehmen sie nur noch weniger stark zu, um dann abzunehmen und sich der dem Grenzquerschnitt q_+ entsprechenden Breite zu nähern, vgl. Fig. 3.

¹⁾ E. Fermi, Cim. 11, 145, 1934.

Die Linienbreiten setzen sich additiv aus den Breiten der kombinierenden Niveaus zusammen. Also ist der Verlauf der Linienbreiten in einer Serie bis auf eine additive Konstante der gleiche wie der der Niveaubreiten. Die spätere Rechnung zeigt übrigens, daß die Breite des Niveaus $1s$ gegenüber den Breiten der Niveaus mit größeren Hauptquantenzahlen zu vernachlässigen ist.

Vergleichen wir noch den Verlauf der Niveaubreiten bei zwei verschiedenen Temperaturen, aber gleicher Dichte. Nach der Lorentzschen Formel sind die Breiten proportional mit der Dichte, mit dem Stoßquerschnitt und der Wurzel aus der Temperatur. Bei niedrigeren Temperaturen sind die Niveaus also schmaler als bei höheren Temperaturen. Andererseits gelangen die Teilchen mit der kleineren Geschwindigkeit erst bei größeren Quantenzahlen n auf den Tafelberg, wie ja aus der Gleichung $E = V_0$ zu sehen ist. Folglich werden die Breiten bei niedrigeren Temperaturen zu größeren Werten ansteigen, wenn n größer ist als n_0 , für welches $E = V_0$ ist. Die Fig. 4 zeigt schematisch die Abhängigkeit der Niveaubreiten von der Hauptquantenzahl für zwei Temperaturen bei gleicher Dichte. Das Maximum der Kurve der Linienbreiten in Abhängigkeit von der Seriennummer verschiebt sich also mit wachsenden Temperaturen nach kleineren Seriennummern (Fig. 4).

Berechnung des Wirkungsquerschnittes bei hochangeregtem Absorber. Bei hochangeregtem Absorber ist zur Berechnung des Stoßquerschnittes das Rumpfpotential $-\frac{\alpha e^2}{2r^4}$ der maßgebende Anteil des Gesamtpotentials.

Zur Berechnung geht man aus von der Wellengleichung

$$\Delta \psi + \left[p^2 - \frac{8\pi^2 \mu}{h^2} V(r) \right] \psi = 0 \quad p = \frac{\pi v \mu}{h}$$

und verlangt eine Lösung, die sich aus einer ebenen Welle und auslaufenden Kugelwellen superponiert. Für große r muß diese die Form

$$\psi \sim e^{ipz} + \frac{1}{r} e^{ipr} F(\cos \vartheta) \quad \cos \vartheta = \frac{z}{r}$$

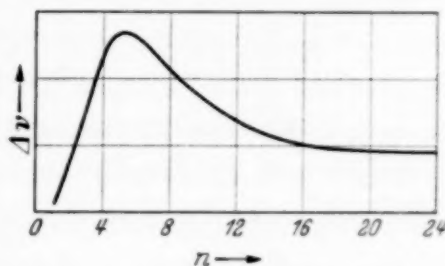


Fig. 3. Verbreiterung der Energieniveaus $1n$ (schematisch).

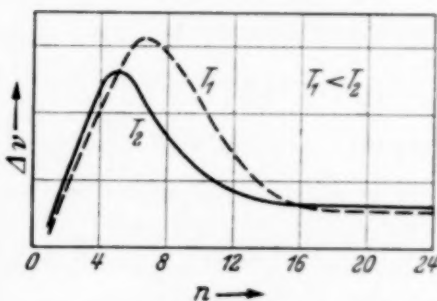


Fig. 4. Verbreiterung der Energieniveaus $1n$ bei zwei verschiedenen Temperaturen $T_1 < T_2$ und gleicher Dichte (schematisch).

haben. Die positive Richtung der z -Achse gibt dabei die Bewegungsrichtung des Fremdgasstromes an. Nach den bekannten Streuungsrechnungen ergibt sich

$$F(\cos \vartheta) = -\frac{i}{p^2} \sum_l (2l+1) (e^{2i\sigma_l} - 1) P_l(\cos \vartheta),$$

worin σ_l Phasenkonstanten sind, die sich aus dem Potential $V(r)$ berechnen. Integriert man die Streuintensitäten für die Winkel ϑ $|F(\cos \vartheta)|^2$ über die Vollkugel, so erhält man den Stoßquerschnitt

$$q = \frac{2\pi\alpha_0^2}{p^2} \sum_l (2l+1) \sin^2 \sigma_l.$$

Für das Wechselwirkungspotential der Form $-Cr^{-s}$ wurden die Phasen von Massey und Mohr¹⁾ bestimmt und ergeben für gerade s

$$q = \pi \frac{2s-3}{s-2} \left[\frac{(s-3)!!}{(s-2)!!} \frac{\pi}{2} \right]^{\frac{2}{s-1}} \left(\frac{C}{p} \right)^{\frac{2}{s-1}}.$$

Setzen wir $s = 4$, $\alpha = \frac{\epsilon - 1}{4\pi N_0}$ und v gleich der mittleren Geschwindigkeit der Fremdgasatome

$$v = 2 \sqrt{\frac{2kT}{\pi\mu}},$$

so bekommen wir

$$q_+ = \frac{5}{2} \pi^3 \left(\frac{e^2}{4h} \right)^{2/3} \left(\frac{\epsilon - 1}{4\pi N_0} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2\pi k} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{T} \right)^{1/3}.$$

Diesen Wirkungsquerschnitt setzen wir schließlich in $\Delta\nu$ ein und erhalten

$$\Delta\nu_\infty = \frac{5T_0}{2c} \left(\frac{N_0\pi}{2} \right)^{1/3} \left(\frac{l^2}{4h} \right)^{2/3} (2\pi k)^{1/6} (\epsilon - 1)^{2/3} p (\mu T^5)^{-1/6}.$$

Dies ist die Breite der Energieniveaus mit sehr großer Hauptquantenzahl. Die Breite der Linien der Seriengrenze setzt sich nun additiv aus den Breiten $\Delta\nu_1$ und $\Delta\nu_\infty$ zusammen.

	p	T	$(\epsilon - 1) \cdot 10^5$	$\Delta\nu_\infty$	$\Delta\nu_1$	$\Delta\nu_1 + \Delta\nu_\infty$	$\Delta\nu_{exp}$
Na/Ar . .	2,26	762,0	57,4	3,77	0,08	3,85	3,59
K/Ar . .	4,00	754,3	57,4	6,39	0,15	6,44	6,25
Na/He . .	8,30	805,8	6,85	4,07	0,53	4,64	5,44
Na/Ne . .	8,06	743,5	13,30	5,44	0,31	5,75	4,18
Cs/Kr . .	1,11	567,0	83,47	2,45	0,04	2,49	3,73
Cs/X . .	1,97	568,3	136,00	5,81	0,06	5,87	8,30
Na/H ₂ . .	1,48	792,6	26,40	2,16	0,12	2,18	3,24
Na/H ₂ . .	1,48	755,8	54,70	2,58	0,06	2,64	3,27

¹⁾ H. S. W. Massey u. C. B. O. Mohr, Proc. Roy. Soc. London (A) **144**, 185, 1934.

Vergleich mit der Erfahrung. In der Tabelle auf voriger Seite sind die berechneten und die gemessenen Grenzbreiten angegeben.

Um die Übereinstimmung von Experiment und Theorie beurteilen zu können, müssen wir beachten, daß an den Meßergebnissen noch Korrekturen anzubringen sind, da auch der Dampfdruck der Alkalien selbst verbreiternd wirkt. Einen Anhalt über die Größe der Korrektur geben die Messungen von Füchtbauer und Schulz¹⁾. Dort ist das 10., 13. und 15. Glied der Caesiumserie $1s - np$ bei verschiedenen Temperaturen gemessen (siehe l. c. Fig. 5). Aus den Unterschieden in diesen Messungen schließen wir auf eine Korrektur von etwa -10% . Unter Beachtung dieser Korrektur weichen die beobachteten von den berechneten Werten im Mittel bis zu 20% ab. Ähnliche Abweichungen treten auch bei den Verschiebungsberechnungen auf und scheinen mit dem Potentialansatz zusammenzuhängen.

Zum Schlusse möchte ich Herrn Prof. Füchtbauer für die Anregung zu dieser Arbeit und für mehrfache Diskussionen danken.

¹⁾ Chr. Füchtbauer u. P. Schulz, ebenda **97**, 699, 1935.

Über die Wirkung langsamer positiver Kaliumionen auf metallische Oberflächen.

Von Dipl. Ing. **Werner Brummack**, Königsberg i. Pr.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 25. Februar 1937.)

Langsame positive Kaliumionen passivieren metallische Oberflächen gegen die Einwirkung von Quecksilber-, Jod- und Salzsäuredämpfen. Es werden verschiedene Metalle, massiv und in dünnen Schichten, und Ionen bis herab zu 200 Volt verwendet.

Carr¹⁾ hat gezeigt, daß metallische Oberflächen nach Beschießung mit Elektronen in anderer Weise von verschiedenen Dämpfen beeinflusst werden, als die unbeschossenen Stellen. In einer 1933 vorgelegten Diplomarbeit (T. H. Danzig) wurde gefunden, daß Alkaliionen ebensolche Wirkung ausüben. Inzwischen hat Kollath²⁾ nachgewiesen, daß Kupferplatten nach Bestrahlung mit Protonen schneller von Joddampf angegriffen werden als unbestrahlte. Vorliegende Mitteilung soll einen Überblick über den erwähnten Befund bei der Einwirkung von Kaliumionen auf verschiedene Metalle geben. Von anderer Seite wird in kurzem über eine eingehende Untersuchung der Erscheinungen an Silberschichten berichtet werden.

1. Die Versuchsanordnung. Die Figur zeigt ein Schema der Versuchsanordnung. Eine Kunsman-Anode emittiert positive Kaliumionen, die

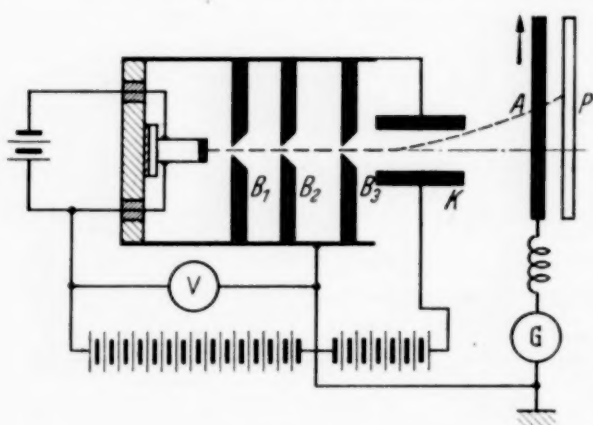


Fig. 1.

durch eine entsprechende Spannung gegen die Blende B beschleunigt werden. B_1 , B_2 und B_3 blenden einen definierten Ionenstrahl aus. Die Ionen fallen auf einen Kontroll-auffänger A , der die Messung der auftreffenden Intensität gestattet. Dieser läßt sich magnetisch fortziehen und gibt dann eine der Platten P frei. Es sitzen sechs Platten auf einem Sechskant, der sie durch einen Drehschliff in die richtige Lage dreht. Ein Plattenkondensator K erlaubt die Ionen abzulenken, um die Wirkung der eventuell auftretenden Neutralatome auszuschließen und um verschiedene Stellen einer Platte

¹⁾ P.-H. Carr, Phys. Rev. **33**, 1068, 1929 und Rev. of Scient. Instr. (N. S.) **1**, 711, 1930. — ²⁾ R. Kollath, Ann. d. Phys. **26**, 705, 1936.

benutzen zu können. Untersucht wurden polierte, massive Platten aus Silber, Messing, Zink, Aluminium, Elektron, Kupfer und Zinn. Ferner wurden untersucht durch Kathodenzerstäubung auf Glas hergestellte Gold- und Silberschichten und aufgedampfte Nickelschichten.

2. *Die Versuche.* Die einfachste, nie versagende Methode zur Feststellung geringer Veränderungen der Oberfläche ist das Anhauchen der Platte. Diese Probe, die bereits Moser¹⁾ 1842 an Silberplatten benutzt hat, ergab bei *allen* untersuchten Metallen einen „Eindruck“ an den beschossenen Stellen: Der Wasserdampf kondensierte auf den getroffenen Stellen schwerer, die Stelle blieb blank.

Ein dauerhaftes Sichtbarmachen der Ionenstriche geschah durch Einwirkung von Quecksilber-, Jod- und Salzsäuredämpfen auf die Oberflächen, kurz „Entwicklung“ genannt.

Die Gold- und Silberplatten wurden zusammen mit einer mit Quecksilber gefüllten Schale unter eine Glasglocke gestellt und das Quecksilber erwärmt. Diese Methode gestattete gleichmäßigere Entwicklungen, als die von Carr angegebene Entwicklung über einem erwärmten offenen Becherglas mit Quecksilber. Messingplatten wurden gleichfalls in Quecksilberdampf, Zinkplatten in Salzsäuredampf entwickelt. Alle Platten zeigen nach dem Ionenbeschuß ohne Entwicklung in Auf- und Durchsicht völlig unveränderte Oberflächen.

Unter der Einwirkung des Quecksilberdampfes wird die Metalloberfläche matt, nur die Mitte der von Ionen getroffenen Stellen behalten im allgemeinen ihren metallischen Glanz. Eine photometrische Kontrolle bestätigte den visuellen Eindruck. Die Entwicklung im Joddampf gibt bei Gold- und Silberschichten farbenprächtige, aber weniger haltbare Entwicklungen. Für die anderen angegebenen Metalle wurden keine brauchbaren Entwicklungsmethoden gefunden. Sie konnten lediglich mit der Hauchprobe untersucht werden.

Die verwendeten Ionendichten betrugen etwa 10^{-8} Amp./cm², die Beschießungszeiten 1 bis 15 Minuten. Es konnten Ionenstriche bis 200 Volt herab durch die angegebenen Entwicklungsmethoden, bis 100 Volt herab mit der Hauchprobe sichtbar gemacht werden.

Für die freundliche Unterstützung bei der Durchführung der Arbeit sei Herrn Dr. Ing. G. Gille an dieser Stelle der beste Dank ausgesprochen.

¹⁾ L. Moser, Pogg. Ann. **56**, 77, 1842.

Zum piezoelektrischen Effekt an Ammoniumchloridkristallen beim Umwandlungspunkt $-30,5^{\circ}$.

Von S. Bahrs und J. Engl.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 3. März 1937.)

Es wird der Verlauf des piezoelektrischen Effektes an Ammoniumchloridkristallen in der Nähe des Umwandlungspunktes gemessen. Innerhalb eines Temperaturbereiches von 2° wächst der piezoelektrische Effekt von Null zum vollen Werte.

1. Einleitung. Auf Veranlassung des zweitgenannten Verfassers wurde im Jahre 1935 die piezoelektrische Erregbarkeit von NH_4Cl -Kristallen in ihrer Temperaturabhängigkeit genauer untersucht. Die damals erhaltenen Resultate erschienen nicht umfangreich genug, um die Untersuchung als abgeschlossen betrachten zu können. Da jedoch eine Wiederaufnahme dieser Arbeiten in nächster Zeit nicht wahrscheinlich ist, soll im folgenden wenigstens über die damaligen Untersuchungsergebnisse kurz berichtet werden:

Bekanntlich beobachteten Simon, von Simson und Ruhemann¹⁾ ²⁾ einen anomalen Verlauf der Atomwärme des NH_4Cl bei der Temperatur $-30,5^{\circ}\text{C}$, ebenso stellte bereits Hettich³⁾ qualitativ fest, daß NH_4Cl -Kristalle bei Temperaturen tiefer als $-30,8^{\circ}\text{C}$ piezoelektrisch erregbar sind. Bekanntlich kann man sich folgende Vorstellung⁴⁾ von dieser Erscheinung machen. Bei tiefen Temperaturen ist der NH_4 -Komplex im Kristallgitter bis auf kleine Wärmeschwingungsamplituden festgelegt, und das Gitter entspricht einer Raumgruppenanordnung der tetraedrischen Kristallklasse, ohne Symmetriezentrum. Für diese Kristallklasse sprechen auch die schon früher beobachteten Wachstumsverhältnisse [Ätzfiguren⁵⁾]. Mit zunehmender Temperatur werden die NH_4 -Komplexe zu Rotationsschwingungen immer wachsender Amplitude angeregt, bis bei einer bestimmten Temperatur eine freie Rotation dieser Komplexe möglich wird, so daß von dieser Temperatur ab nur noch der zeitliche Mittelwert der NH_4 -Gruppe mit höherer Symmetrie in Erscheinung tritt. Unterhalb dieser „Curie“-Temperatur ist Piezoelektrizität möglich, oberhalb nicht mehr. Der Übergang sollte nach diesem Bild allmählich erfolgen.

¹⁾ F. Simon, Ann. d. Phys. **98**, 263, 1922. — ²⁾ F. Simon, C. von Simson, Naturwissensch. **38**, 880, 1926; F. Simon, C. von Simson, M. Ruhemann, ZS. f. phys. Chem. **129**, 339, 1927. — ³⁾ A. Hettich, Naturwissensch. **21**, 467, 1933; ZS. f. phys. Chem. **168**, 353, 1934. — ⁴⁾ L. Pauling, Phys. Rev. **36**, 430, 1930. — ⁵⁾ A. Hettich, ZS. f. Krist. **64**, 294, 1922.

im Gegensatz zum Beispiel zum Verschwinden des piezoelektrischen Effektes beim Quarz beim Umwandlungspunkt 575°C , das nach Andreeff, Fréedericksz und Kazarnowsky¹⁾ ganz plötzlich eintritt. Es sollte also zur näheren Aufklärung des Vorgangs die piezoelektrische Erregbarkeit des NH_4Cl in der Nähe der Temperatur $-30,5^{\circ}\text{C}$ möglichst genau quantitativ gemessen werden und die Temperaturabhängigkeit genau verfolgt werden.

2. *Meßmethode.* Um quantitative Resultate zu erhalten, benutzten wir die alte Curiesche elektrometrische Methode, ein richtig orientiertes, aus einem Kristall geschnittenes Parallelepiped unter bekannte Drucke zu setzen, und die entstehenden Elektrizitätsmengen mittels eines Elektrometers zu messen. Die Hauptschwierigkeiten dieser Methode sind, abgesehen davon, einen passend großen, homogenen Kristall zu finden, ein homogenes Druckfeld im Präparat zu erzeugen und die Kapazität der Anordnung genau genug zu bestimmen. Da das Schema der piezoelektrischen Parameter der einschlägigen Kristallklasse²⁾ lautet:

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{14} \end{array}$$

muß man bekanntlich, um keine Scherungskräfte, sondern einfache Druckkräfte zu benötigen, entweder das Parallelepiped mit zwei Kanten unter 45° zu zwei Achsen des Kristalls orientieren, während die dritte Kante parallel der dritten Achse läuft, oder die gedrückte Parallelepipedfläche parallel zur (111)-Fläche anordnen. Im ersten Falle kann man nur einen transversalen Effekt, im zweiten Falle nur einen longitudinalen Effekt beobachten. Über alle diese Folgerungen berichtet am übersichtlichsten Voigt²⁾. Wir zogen der einfachen Durchführung halber vor, ein parallel zur Oktaederfläche (111) geschnittenes Präparat zu benutzen, und nur den longitudinalen Effekt zu benutzen. Versieht man die beiden einander gegenüberliegenden (111)-Flächen des Präparates mit passenden metallischen Belegungen und verbindet diese mit einem Elektrometer, so wird das Elektrometer beim Belasten dieser Flächen mit einem Gewicht G zu einer Spannung V aufgeladen und es ist

$$V = \frac{G}{C + C'} \cdot d_{14}; \quad d_{14} = \frac{V \cdot (C + C')}{G},$$

¹⁾ A. Andreff, V. Fréedericksz, J. Kazarnowsky, ZS. f. Phys. 54, 477, 1929. — ²⁾ W. Voigt, Kristallphysik, 1910, S. 829.

wo C die Kapazität des Präparates, C' die der übrigen aufgeladenen Teile der Meßanordnung und d_{14} der piezoelektrische Modul ist. Beim Entfernen des Gewichtes entsteht eine gleiche Spannung entgegengesetzten Vorzeichens.

3. *Herstellen des Kristallpräparates.* Eine große Schwierigkeit bereitete die Beschaffung eines größeren Ammoniumchloridkristalles, um aus diesem für die Untersuchung nötige Platten mit den erforderlichen (111)-Flächen zu schneiden. Die Kristallisation des NH_4Cl aus wässriger Lösung erfolgt in Skeletten und ist deshalb für die Züchtung größerer Individuen ungeeignet. Es wurde nach dem Vorgange von Naumann¹⁾, Lehmann²⁾, Retgers³⁾ und Biot⁴⁾ sodann versucht, durch verschiedenartige Zusätze die Bildung ausgeprägter Würfel in Lösungen zu erreichen. Nur Harnstoffzusatz, und zwar in Mengen bis 20%, ließ homogene Kriställchen bis 1,5 mm Kantenlänge entstehen. Da wir zu diesem Zeitpunkt zufällig einen größeren, ungefähr säulenförmigen Kristall (Durchmesser = 20 mm, $l = 60$ mm) erhielten⁵⁾, entschlossen wir uns, von weiteren Züchtungsversuchen ganz abzusehen. Zur Bestimmung der Hauptachsen wurde dieser Kristall zunächst in einem Messingzylinder mit Gips eingebettet und eine etwa 1,5 mm dicke Scheibe durch eine Laue-Aufnahme untersucht. In bekannter Weise konnte so die Orientierung der Platte bestimmt werden, und dann Schnitte senkrecht zur (111)-Richtung gelegt werden. Nach dem Zerschneiden wurde durch Kontrollaufnahme die Richtigkeit der Orientierung auf $\pm 0,5^\circ$ festgestellt.

Zur Untersuchung wurde verwendet:

Präparat A: Kristall durchsichtig, leicht getrübt;

Präparat B: Kristall durchsichtig, mit kleinem Sprung und zwei kleinen Einschlüssen.

4. *Meßanordnung.* Die Temperatur des zu untersuchenden Präparates mußte man schrittweise im Bereich um den Umwandlungspunkt ändern und sie während der Messungen möglichst konstant halten können. Zu dem Zweck diente folgende Anordnung (Fig. 1). Das Kristallpräparat K

¹⁾ C. F. Naumann, Journ. f. prakt. Chem. **50**, 11, 1850. — ²⁾ O. Lehmann, ZS. f. Krist. **1**, 457, 1877; **8**, 437, 1884; **10**, 289, 1885; **12**, 389, 1887; **13**, 184, 1888. — ³⁾ J. Retgers, ZS. f. phys. Chem. **9**, 267, 1892. — ⁴⁾ B. Biot, Mémoire sur la polarisation lamélaire. — ⁵⁾ Für die Überlassung des Kristalls sind wir Herrn Prof. Dr. Seifert vom Mineralogischen Institut der Universität zu großem Dank verpflichtet. Der Kristall scheint ein Zufallsprodukt eines technisch-chemischen Verfahrens gewesen zu sein, und es waren keine Angaben über die Bildungsbedingungen zu erhalten.

befand sich zwischen zwei ebengeschliffenen Metallplatten P , deren untere mit dem Bernsteinstück B isoliert, an den Faden des Elektrometers angeschlossen wurde. Auf die obere geerdete Platte wirkte der Druckstab D . In eine Bohrung der oberen Metallplatte war ein Thermoelement Th (Kupfer-Konstantan) eingelötet, das in Kompensationsschaltung die Temperatur in unmittelbarer Nähe des Kristallpräparates zu messen gestattete.

Für eine elektrometrische Messung von Ladungsmengen ist ausgezeichnete Isolation des Kristallpräparates Voraussetzung. In den meisten Fällen wirkt die Oberflächenleitung des Präparates störend. Wir erreichten eine ausreichend gute Isolation in der Druckzelle, indem wir den Boden des Gefäßes mit einem Trockenmittel füllten. Bei der Abkühlung der Druckzelle drang aber durch die Kontraktion der Luft von außen feuchte Luft ein und beeinträchtigte die Isolation. Wir halfen uns, indem wir durch eine Kapillare einen langsamen Strom getrockneter Luft in die Zelle einbliesen. Durch den Überdruck im Innern wurde das Eindringen von Luft verhindert. Die Druckluft wurde durch Leiten über Phosphorpentoxyd getrocknet, und die letzten Reste von Wasserdampf durch Ausfrieren in einer mit flüssiger Luft gekühlten Schlange beseitigt. Der Druckstab D bewegt sich leicht, aber ohne Seitenluft, in den Führungen F , die an dem Rahmen R befestigt sind. Der Rahmen hinwiederum sitzt an der dicken, eisernen Grundplatte Gp . Die ganze Druckvorrichtung ist zum Schutz in ein zylindrisches Metallgefäß Z eingebaut. Der Druck wird auf den Druckstab D in der in der Figur skizzierten Weise mittels des Hebels H übertragen. H ist um die Achse A , sauber ausgeführte Schneiden in einer entsprechenden Pfanne, drehbar. Die Wagschale G mit dem Gewicht hängt wiederum auf einer Schneide am Hebelarm H . Ein Gegengewicht G' sorgt dafür, daß Hebelarm nebst Zubehör in ihrer Wirkung auf den Druckstab ausbalanciert sind. Die Verbindungsschnur Vs , zu einem entsprechenden Rollengetriebe führend, dient dazu, die Gewichte völlig stoßfrei auf den Druckstab wirken zu lassen und wieder zu entfernen.

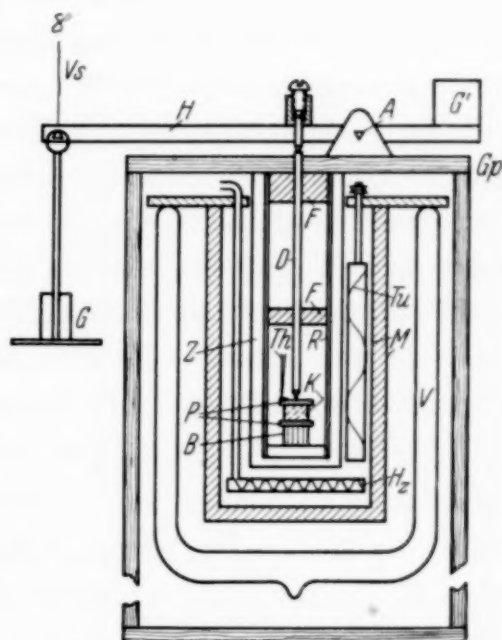


Fig. 1.

ein und beeinträchtigte die Isolation. Wir halfen uns, indem wir durch eine Kapillare einen langsamen Strom getrockneter Luft in die Zelle einbliesen. Durch den Überdruck im Innern wurde das Eindringen von Luft verhindert. Die Druckluft wurde durch Leiten über Phosphorpentoxyd getrocknet, und die letzten Reste von Wasserdampf durch Ausfrieren in einer mit flüssiger Luft gekühlten Schlange beseitigt. Der Druckstab D bewegt sich leicht, aber ohne Seitenluft, in den Führungen F , die an dem Rahmen R befestigt sind. Der Rahmen hinwiederum sitzt an der dicken, eisernen Grundplatte Gp . Die ganze Druckvorrichtung ist zum Schutz in ein zylindrisches Metallgefäß Z eingebaut. Der Druck wird auf den Druckstab D in der in der Figur skizzierten Weise mittels des Hebels H übertragen. H ist um die Achse A , sauber ausgeführte Schneiden in einer entsprechenden Pfanne, drehbar. Die Wagschale G mit dem Gewicht hängt wiederum auf einer Schneide am Hebelarm H . Ein Gegengewicht G' sorgt dafür, daß Hebelarm nebst Zubehör in ihrer Wirkung auf den Druckstab ausbalanciert sind. Die Verbindungsschnur Vs , zu einem entsprechenden Rollengetriebe führend, dient dazu, die Gewichte völlig stoßfrei auf den Druckstab wirken zu lassen und wieder zu entfernen.

Der zur Abkühlung der piezoelektrischen Druckzelle dienende Thermostat wurde nach Rothe gebaut¹⁾. Ein doppelwandiges Metallgefäß M wurde mit Petroläther gefüllt und die Druckzelle im Petrolätherbad untergebracht. M wird durch Einbringen in ein Vakuumgefäß V mit flüssiger Luft gekühlt. Die Badflüssigkeit wird sich langsam abkühlen, bis durch die Gegenwirkung einer elektrischen Hitzwicklung H_z ein stationärer Zustand erreicht wird. Das Rührwerk Tu sorgt für eine gründliche Durchmischung der Badflüssigkeit. Rothe benutzte für seinen Thermostaten ein doppelwandiges luftgefülltes Glasgefäß. Da uns ein solches nicht zur Verfügung stand, mußten wir uns ein ähnliches Gefäß aus Metallzylindern herstellen. Wegen des größeren Wärmeaustausches zwischen flüssiger Luft und Badflüssigkeit konnte die von Rothe angegebene Temperaturkonstanz von $0,1^{\circ}$ nicht erreicht werden. Aus den Messungen ergab sich für den gebauten Thermostaten eine Temperaturbeständigkeit von $0,3^{\circ}$.

Zur Messung der erzeugten Ladungsmengen wurde die piezoelektrische Druckzelle verbunden mit einem empfindlichen Einfadenelektrometer nach Wulf. Die Batterien für die Feldspannung, alle Schalter und vor allem das Elektrometer selbst waren in zwei doppelwandige geerdete Metallkästen eingebaut. Alle Durchführungen waren mit Bernstein isoliert, nach Möglichkeit wurden die Leitungen frei durch die Luft geführt. Zur Bestimmung der Kapazität der Anordnung war ein veränderlicher Wulfscher Präzisionszylinderkondensator mit der Anordnung verbunden.

Die Kapazität der Meßanordnung einschließlich sämtlicher Zuführungen wurde durch mehrfach kontrollierte Messungen zu $28,5 \text{ m}\mu\text{F}$ bestimmt.

Bei einer Feldspannung von 300 Volt erzielten wir eine Elektrometerempfindlichkeit von 200 Skalenteilen pro Volt, und innerhalb des in Frage kommenden Meßbereiches von ± 20 Skalenteilen galt strenge Proportionalität. Während der Messungen wurde dauernd die Empfindlichkeit des Elektrometers durch Anlagen einer Eichspannung von 0,1 Volt geprüft.

Das Thermoelement wurde mit zwei Fixpunkten (Eis und Quecksilber) geeicht und seine Temperaturabhängigkeit durch eine quadratische Gleichung dargestellt.

5. Durchführung der Messungen und Ergebnis. Die Messungen wurden folgendermaßen ausgeführt: Die piezoelektrische Druckzelle wurde im Thermostaten bis zu einer minimalen Temperatur von -42° abgekühlt. Diese Temperatur wurde über längere Zeit konstant gehalten. Dann wurde

¹⁾ R. Rothe, ZS. f. Instrkde. **22**, 15, 1902.

zunächst die Proportionalität des Elektrometerausschlages mit der Belastung kontrolliert und darauf die Abhängigkeit der piezoelektrischen Erregung von der Temperatur bei einer bestimmten Belastung untersucht. Hierzu wurde die elektrische Heizung im Thermostaten eingeschaltet und das Bad langsam erwärmt. Bei den folgenden Meßpunkten wurde die Temperatur der Druckzelle vor jeder Messung ungefähr 10 bis 15 Minuten konstant gehalten, damit auch der ganze Kristall während dieser Zeit die Badtemperatur annehmen konnte. Da die Ausschläge am Elektrometer verhältnismäßig klein waren, wurde versucht, den Fehler durch entsprechende Häufung von Untersuchungen herabzusetzen. Nachdem die Temperatur so weit erhöht worden war, daß der piezoelektrische Effekt verschwunden war, wurde wieder langsam in entsprechender Weise abgekühlt und die Messungen wiederholt. In der folgenden Tabelle 1 und 2 sind die Meßresultate für Präparat A und für Präparat B aufgeführt. Spalte 1 gibt die Zeit an, Spalte 2 die Temperatur der Außenlötstelle des Thermoelements,

Tabelle 1. Kristallpräparat A.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
11 ³⁸ h	18,9 ⁰	60,8 ⁰	— 41,9 ⁰	2 kg	7,5 ₈ · 10 ⁻³	1,32 %	198	0,330 · 10 ⁻⁸
				4	15,4 ₈		198	0,337
				6	23,2		198	0,338
11 ⁵⁴				8	31,0		198	0,337
12 ¹⁷	19,0	52,4	— 33,4	4	15,3 ₀	1,54	198	0,333
12 ⁴³	19,0	50,7	— 31,7	4	14,4 ₈	1,50	198	0,315
13 ²⁰	19,2	50,1	— 30,9	4	11,1 ₀	1,32	198	0,242
13 ⁵⁶	19,2	49,6	— 30,4	4	0,9 ₁	5,20	197,5	0,020
14 ²⁰	19,2	48,5	— 29,3	4	0	—	197,5	0
14 ⁵¹	19,2	49,6	— 30,4	4	0,5 ₆	2,13	197,5	0,012
15 ²²	19,2	50,1	— 30,9	4	11,5 ₅	2,80	197,5	0,252
15 ⁴⁶	19,2	50,7	— 31,5	4	14,5 ₈	1,32	197	0,318
16 ¹⁷	19,2	53,7	— 34,5	4	15,1 ₂	1,35	197	0,329

Tabelle 2. Kristallpräparat B.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10 ⁴² h	19,3 ⁰	59,3 ⁰	— 40,0 ⁰	2 kg	6,5 ₀ · 10 ⁻³		206	0,283 · 10 ⁻⁸
				4	13,4 ₅		206	0,293
				6	20,4 ₀		206	0,296
				8	27,6 ₀		206	0,300 ₅
11 ¹³	19,3	52,4	— 33,1	4	13,3 ₅	1,63 %	206	0,291
11 ⁵⁸	19,3	51,3	— 32,0	4	12,9 ₀	1,67	205	0,281
12 ²⁴	19,3	50,1	— 30,8	4	10,6 ₀	2,48	204	0,231
12 ⁵⁴	19,3	49,6	— 30,3	4	0,1 ₅	1,29	204	0,003
13 ²¹	19,3	48,5	— 28,8	4	0		204	0

Spalte 3 die Temperaturdifferenz, Spalte 4 die Temperatur des Kristallpräparats, Spalte 5 die Belastung des Kristallpräparats in kg am Druckstab, Spalte 6 den Meßwert der piezoelektrisch erzeugten Spannungsdifferenz, Spalte 7 den mittleren Fehler hiervon, Spalte 8 die Elektrometerempfindlichkeit, Spalte 9 die Werte des piezoelektrischen Moduls d_{14} .

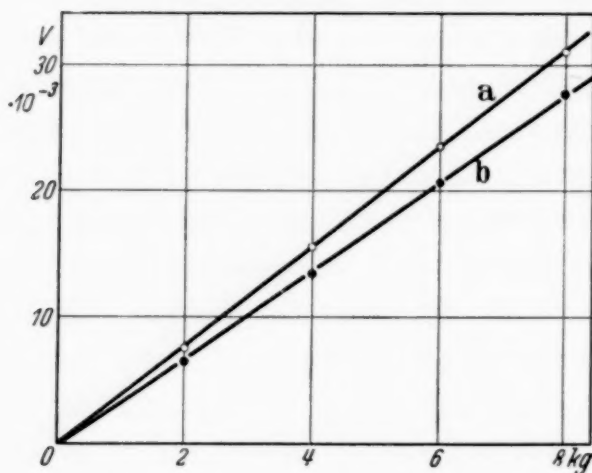


Fig. 2.

In Fig. 2 ist die Konstanz des piezoelektrischen Moduls über einem Druckbereich bis 8 kg/cm² dargestellt, sie ist sehr gut für beide Kristallpräparate bestätigt. Kristallpräparat B ergibt einen etwas kleineren Modul,

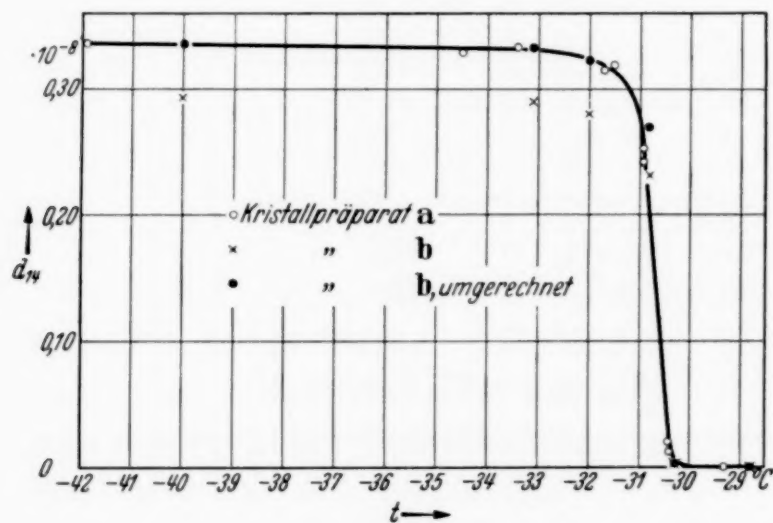


Fig. 3.

vermutlich wegen der früher erwähnten Fehler im Präparat, so daß wir den größeren Wert des Moduls für zuverlässiger halten. In Fig. 3 ist die Temperaturabhängigkeit des Moduls dargestellt, und zwar haben wir die an Kristallpräparat B erhaltenen Werte umgerechnet mit dem Verhältnis

dieser Werte bei sehr tiefen Temperaturen (1,147). Aus der Figur ist zu entnehmen, daß bei $-30,4^{\circ}$ der piezoelektrische Effekt des Ammoniumchlorids gerade anfängt sich auszubilden. Bei $-32,5^{\circ}$ ist der piezoelektrische Modul bereits auf seinen vollen Tieftemperaturwert gewachsen.

Man muß also nach diesen Ergebnissen annehmen, daß die Umwandlung von freier Rotation der NH_4 -Komplexe bis zu einem Einfrieren nur eines Temperaturbereichs von 2° bedarf. Leider reichen die Meßergebnisse nicht aus, um gerade die genaue Form des Anstiegs des piezoelektrischen Moduls sicher zu geben. Gerade die genaue Form dieses Anstieges war jedoch das an dieser Untersuchung am meisten interessierende, und es ist zu hoffen, daß in einer Fortsetzung der Arbeit diese Lücken ausgefüllt werden können. Der piezoelektrische Modul von NH_4Cl ist mit d_{14} gleich $0,337 \cdot 10^{-8}$ ungefähr 20 mal kleiner als der Modul d_{11} von Quarz.

Der deutschen Forschungsgemeinschaft sprechen wir für Zurverfügungstellung von Apparaten und Mitteln unseren Dank aus.

Berlin-Charlottenburg, den 3. März 1937.

[Mitteilung der Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung m. b. H.
(Osram-Konzern)].

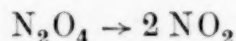
Über die Wärmeleitung von Gasen bei hohen Temperaturen. I.

Von **K. H. Riewe** und **R. Rompe** in Berlin.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 26. Februar 1937.)

Mit Hilfe der Diffusionstheorie werden die Anteile an der effektiven Wärmeleitung neu berechnet, die hervorgerufen werden durch den Transport von kinetischer, von Dissoziations- und von Ionisationsenergie.

In einer im Jahre 1904 erschienenen Veröffentlichung wies Nernst¹⁾ darauf hin, daß die Wärmeleitung mehratomiger Gase bei höheren Temperaturen außer durch Übertragung von kinetischer Energie auch noch durch den durch die Dissoziation und Rekombination der Moleküle möglichen Energietransport zustande kommen kann. Es gelang ihm zu zeigen, daß im Falle des Moleküls N_2O_4 die Berücksichtigung der Dissoziation



im Temperaturintervall $0 \dots 200^\circ C$ die beobachtete Wärmeleitfähigkeit in erstaunlich guter Weise wiedergibt. In der folgenden Zeit wurde dieser Gedanke u. a. von Isnardi und Langmuir²⁾ benutzt, um aus der in I_2 bzw. H_2 beobachteten Wärmeleitfähigkeit die Dissoziationsenergien zu ermitteln. Die gefundenen Werte decken sich ebenfalls durchaus befriedigend mit den inzwischen aus spektroskopischen Daten ermittelten Werten. —

In den folgenden Ausführungen soll in Fortsetzung und Erweiterung des Nernstschen Gedankens der Versuch gemacht werden, die aus der Dissoziation bzw. Ionisation der Elementarteilchen resultierende Wärmeleitfähigkeit allgemein zu berechnen.

1. Wir gehen von der aus der kinetischen Gastheorie bekannten „Transportgleichung“ aus, und schreiben sie für unsere Zwecke:

$$n = - N \cdot D \cdot \text{grad } A.$$

n ist die Zahl der wandernden Teilchen mit einem (temperaturunabhängigen) „Merkmal“, dessen temperaturabhängige Wahrscheinlichkeit A ist, N die

¹⁾ Boltzmann-Festschrift, Leipzig 1904, S. 904ff. — ²⁾ Isnardi, ZS. f. Elektrochem. **21**, 404, 1912; Langmuir, Journ. Amer. Chem. Soc. **34**, 860, 1912; **37**, 417, 1915; **38**, 1145, 1916.

Zahl (cm^{-3}) der Elementarteilchen überhaupt an der betrachteten Stelle, D der dort herrschende Diffusionskoeffizient.

Wir betrachten ein abgeschlossenes Volumen eines Gases. In diesem Volumen soll *einheitlicher Druck* herrschen; ferner ein Temperaturgefälle. Der Gradient des Temperaturgefälles soll *so klein* sein, daß auf eine Strecke von der Größe 2λ (λ = freie Weglänge) die Änderung von A differentiell klein ist. Es soll ferner „lokales“ thermisches Gleichgewicht herrschen, d. h. das Temperaturgefälle muß auch über den Bereich der Relaxationsstrecke des thermischen Gleichgewichtes so klein sein, daß die Änderung von A in diesem Bereich differentiell klein ist. Diese Relaxationsstrecke ist gegeben durch den Wirkungsquerschnitt für die Rekombination. Experimentelle Bestimmungen dieser Größe liegen bisher nicht vor, man darf jedoch auf Grund der an Hochdruck-Gasentladungen gemachten Erfahrungen wohl annehmen, daß die in der Praxis vorkommenden Temperaturgefälle in der geforderten Weise dieser Bedingung nachkommen¹⁾. Jedenfalls scheint unsere Forderung bei Drucken von einer Atmosphäre und darüber leicht erfüllbar zu sein. Es ist dann möglich, den Diffusionsvorgang ohne Rücksicht auf die Elementarprozesse der Energieaufnahme bzw. Energieabgabe zu betrachten; infolge der oben gemachten Annahme eines konstanten Druckes braucht auch die Bildung der Merkmalsträger nicht untersucht zu werden; wir beschränken uns lediglich auf den Transport eines Merkmals, wobei die Träger dieses Merkmals beliebig wechseln können.

Nach der Diffusionstheorie ist die Zahl der in der Zeit dt durch einen Querschnitt dq diffundierenden Merkmalsträger gegeben durch

$$n = -N \cdot D \cdot \text{grad } A \cdot dq \cdot dt, \quad (1)$$

wo wie oben N die Konzentration aller möglichen Träger des Merkmals ist und D ihr Diffusionskoeffizient an der betr. Raumstelle, A die Wahrscheinlichkeit des Kennzeichens, mithin $N \cdot A$ die Konzentration der mit dem Merkmal behafteten Träger darstellt.

Der Energietransport ist gegeben durch $N \cdot \varepsilon$, wenn ε die dem Merkmal zukommende (diskrete) Energie ist. Nun ist bei den Prozessen, die wir hier behandeln wollen, die Wahrscheinlichkeit des Merkmals wegen der Annahme konstanten Druckes nur noch eine Funktion der Temperatur, $A = A(T)$; wir können deshalb (1) unter Multiplikation mit ε schreiben

$$\varepsilon \cdot n = -\varepsilon \cdot N \cdot D_T \cdot \frac{\partial A}{\partial T} \cdot \text{grad } T \cdot dq \cdot dt. \quad (2)$$

¹⁾ Vgl. L. S. Ornstein u. M. Brinkmann, *Physica* **1**, 797, 1934; W. Elenbaas, ebenda, S. 211.

Andererseits wird der durch ein Temperaturgefälle hervorgerufene Energiefluß E durch einen Querschnitt dq in der Zeit dt allgemein angegeben durch

$$E = -\sigma \text{ grad } T \, dq \, dt.$$

Durch diese Gleichung wird der „Wärmeleitfähigkeitskoeffizient“ σ definiert.

Wir wollen analog hierzu

$$\sigma(A) = \varepsilon \cdot N \cdot D_T \cdot \frac{\partial A}{\partial T} \quad (3)$$

als den durch das Merkmal ε bedingten Wärmeleitfähigkeitskoeffizienten an einem Ort mit der Temperatur T und dem Druck p definieren.

2. Die möglichen Formen einer solchen Wärmeleitung sind verschiedener Art:

a) Im Falle der *klassischen Wärmeleitung* ist die Energie $\varepsilon (= m v^2/2 = k T)$ auch eine Funktion der Temperatur. Die Gleichung (3) lautet dann sinngemäß:

$$\sigma_{kl} = N \cdot D_T \cdot \frac{\partial(\varepsilon \cdot A)}{\partial T}, \quad A = 1 \quad (3a)$$

und daher ist

$$\sigma_{kl} = \frac{2^{5/2} \cdot k^{3/2}}{\pi^{5/2} \cdot d^2 \sqrt{m}} \cdot T^{1/2}, \quad (4)$$

wo d den „gaskinetischen Durchmesser“ der Partikel und m deren Masse bedeutet. Die Unabhängigkeit des σ_{kl} von p ist vielfach bestätigt.

b) Für die *Dissoziation* hat Nernst (a. a. O.) den Anteil aus dem chemischen Gleichgewicht berechnet. So wird auch hier vorgegangen werden.

Eine Schwierigkeit scheint indessen die Teilung nicht nur in zwei, sondern auch in mehrere (meist gleichartige) Produkte zu sein. Doch tritt dabei keine Komplizierung ein:

Jedes der n dissoziierten Teilchen eines elementaren Dissoziationsvorganges nimmt nur den n -ten Teil der doch nur *einmal* bei der Dissoziation verbrauchten Energie mit, so daß erst alle n neuen Teilchen sie insgesamt transportieren würden. Da nun aber durch die (zur Vereinfachung) vollständige Dissoziation in je n Teile auch die Konzentration und damit der Partialdruck des neuen Gases n -mal so groß wird wie Zahl und Druck der ursprünglichen (dann aber zerplatzten) Teilchen, und da infolgedessen auch n -mal soviel Teilchen diffundieren, bleibt im Endergebnis durch n -maliges Transportieren des n -ten Teiles die Summe der transportierten

Energie unabhängig von der Zahl (und auch der Art) der Dissoziationsprodukte eines Elementarprozesses.

c) Der Dissoziation nahe verwandt ist die *Ionisation*, die Dissoziation in Elektron und Ion. Die Ionisierungswahrscheinlichkeit (bei rein thermischer Anregung) errechnet sich wie im Falle b) aus dem chemischen Gleichgewicht zwischen Elektronen- und Ionengas in Gestalt der sogenannten Saha-Formel.

d) Über diese drei Arten der Wärmeleitung hinaus muß auch jedes andere Konzentrationsgefälle energiebeladener Teilchen einen Energietransport zur Folge haben, also auch jede Stufe einer Anregung. Dabei ist es nebensächlich, ob es sich, wie bei niedrigen Temperaturen, um Freiheitsgrade der Kernschwingung und Rotation, oder um Elektronenterme handelt. Bei allen ist eine thermische Anregung und damit ein Beitrag zur Wärmeleitung im Temperaturgefälle anzunehmen. Die Berechnung dieses Anteils der Wärmeleitung wird in einer späteren Arbeit behandelt werden.

3. Beobachtet man in einem Molekülgas die Wärmeleitung mit steigender Temperatur, so werden nacheinander die verschiedenen Anteile auftreten und sich untereinander und zur klassischen Wärmeleitung addieren. Die Größe dieser Anteile ist im wesentlichen abhängig von ihrem $\partial A / \partial T$, das für verschiedene Prozesse verschiedene Temperatur- und Druckabhängigkeit besitzen kann.

Die Wahrscheinlichkeit A der beiden hier behandelten Prozesse — Dissoziation und Ionisation — lassen sich herleiten als Spezialfälle des chemischen Gleichgewichts, wobei die Ionisation wieder als Spezialfall der Dissoziation betrachtet werden kann. Der Dissoziationsgrad A einer solchen „Reaktion“ berechnet sich bekanntlich aus

$$\frac{A^2}{1 - A^2} \cdot p = e^{-\varepsilon/kT} \cdot T^{\Delta c_p/R} \cdot \prod j_E / \prod j_A. \quad (5)$$

Hierin ist ε die zur einzelnen Dissoziation aufgewendete Energie, Δc_p die Änderung der spezifischen Wärme des Systems (pro Mol) und j die chemische Konstante eines der beteiligten Gase. Der Index A kennzeichnet dabei die anfänglich, E die nachher vorhandenen Stoffe. Für ein Gas der Molekularmasse m ist in (5) je Mol einzusetzen

$$j = \frac{(2\pi)^{3/2} \cdot k^{5/2}}{h^3} \cdot m^{3/2}. \quad (5a)$$

Die drei Größen ε , Δc_p und auch der Bruch $\frac{\prod j_E}{\prod j_A}$ sind für einen bestimmten Prozeß charakteristisch. Einige einfache Fälle seien im folgenden betrachtet:

a) Bei der *Dissoziation eines zweiatomigen Gases* in das einatomige der Teilchenmasse m_0 ist, wenn noch *keine* Kernschwingung vorhanden ist

$$\Delta c_p = \frac{3}{2} R; \quad \frac{\Pi j_E}{\Pi j_A} = \frac{\pi^{3/2} k^{5/2}}{h^3} m_0^{3/2}. \quad (6a)$$

b) Ist die Kernschwingung hingegen *voll angeregt* und trägt sie zur spezifischen Wärme gemäß dem Gleichverteilungsgesetz bei, so ist

$$\Delta c_p = \frac{2}{2} R; \quad \frac{\Pi j_E}{\Pi j_A} = \frac{\Pi^{3/2} \cdot k^{5/2}}{h^3} m_0^{3/2}. \quad (6b)$$

c) Für die Dissoziation eines *dreiatomigen Gases ohne Kernschwingung* in einatomiges der Masse m_0 gilt

$$\Delta c_p = \frac{7}{2} R; \quad \frac{\Pi j_E}{\Pi j_A} = \frac{(2\pi)^3 \cdot k^5}{h^6} \cdot m_0^3. \quad (6c)$$

d) Für die *Ionisation*, die Dissoziation in Ionen und Elektronen der Masse m_e ist

$$\Delta c_p = \frac{5}{2} R; \quad \frac{\Pi j_E}{\Pi j_A} = \frac{(2\pi)^{3/2} \cdot k^{5/2}}{h^3} \cdot m_e^{3/2}. \quad (6d)$$

Die für alles folgende sehr wichtige Temperaturabhängigkeit der Wahrscheinlichkeiten A kann also kurz angegeben werden durch

$$\frac{A^2}{1-A^2} p = C \cdot e^{-\varepsilon/kT} \cdot T^{n/2} = G(T), \quad (5b)$$

worin $C(j)$, ε und $n(c_p)$ Material und Prozeß charakterisieren. Weiterhin ist

$$A = \sqrt{G/(p+G)},$$

$$\frac{\partial A}{\partial T} = \frac{p}{2 \sqrt{G} (p+G)^{3/2}} \cdot \frac{\partial G}{\partial T} = \frac{p (n/2 \cdot \varepsilon/kT) \cdot \sqrt{G}}{2 (p+G)^{3/2} \cdot T}$$

und

$$\begin{aligned} \sigma &= \varepsilon N D \frac{\partial A}{\partial T} = \frac{k^{1/2} \cdot p \cdot \varepsilon \cdot (n/2 + \varepsilon/kT)}{3 \cdot \pi^{3/2} \cdot m^{1/2} \cdot d^2 \cdot (p+G)^{3/2}} \cdot \sqrt{\frac{G}{T}} \\ &= 0,865 \cdot \frac{\varepsilon p}{\sqrt{M} \cdot D^2} \cdot \frac{(n/2 + \Theta/T)}{(p+G)^{3/2}} \cdot \sqrt{\frac{G}{T}}; \end{aligned} \quad (7)$$

für Ionisation ist hierbei

$$G_{\text{Ion}} = 2,39 \cdot 10^{-4} \cdot T^{5/2} \cdot e^{-\Theta/T}, \quad (5c)$$

für Dissoziation (zweiatomiges Molekül)

$$G_{\text{Diss}} = 7 \cdot M^{3/2} \cdot T^{n/2} \cdot e^{-\Theta/T};$$

m ist hierin die Masse, M das Molekulargewicht und d der Durchmesser der diffundierenden Teilchen, die bei jedem Vorgang als einheitlich angenommen werden. Anderenfalls läßt sich eine resultierende Masse und auch ein solcher Durchmesser ermitteln. Die obigen Zahlenfaktoren sind so bestimmt, daß die folgenden Einheiten eingesetzt bzw. errechnet werden:

ε in e-Volt, p in mm Hg, D in 10^{-8} cm, $\Theta = \frac{\varepsilon}{k}$ in $^{\circ}\text{K}$, σ in $\frac{W}{\text{cm} \cdot \text{grad}}$.

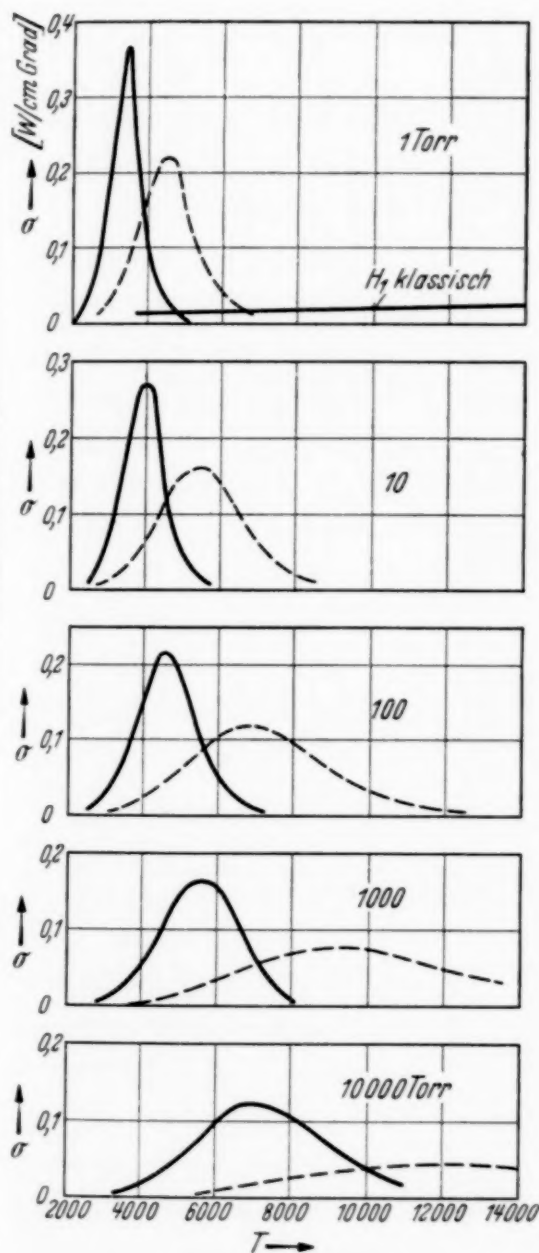


Fig. 1. Wasserstoff. Wärmeleitfähigkeit infolge der Dissoziation $\text{H}_2 \rightarrow 2\text{H}$ in Abhängigkeit von der Temperatur ($^{\circ}\text{K}$) für die Drücke $p = 1, 10, 100, 1000, 10000$ Torr.

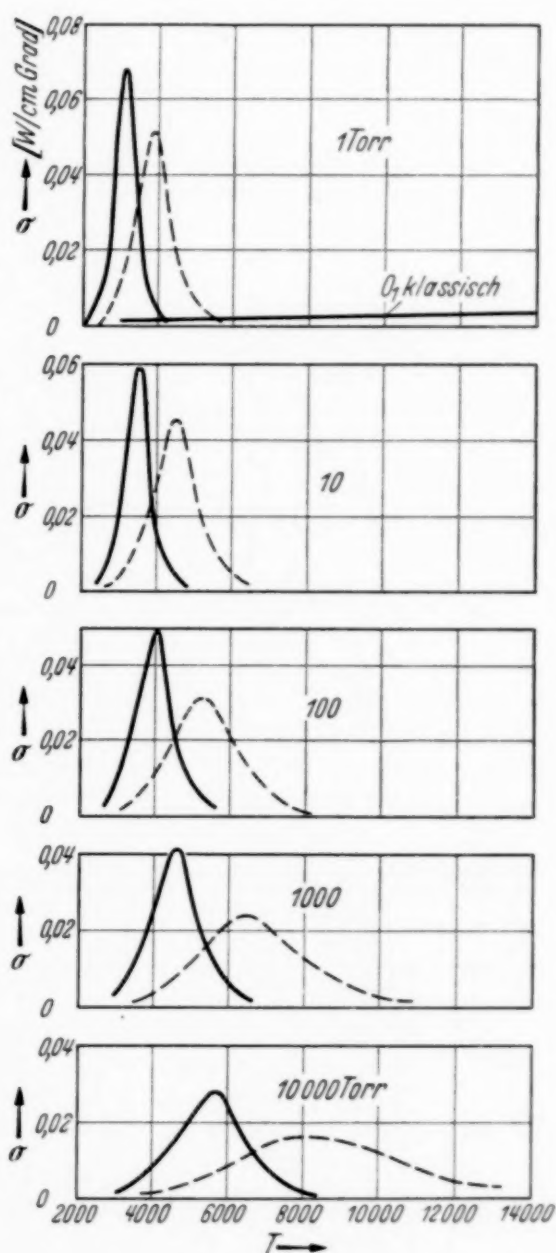


Fig. 2. Sauerstoff. Wärmeleitfähigkeit infolge der Dissoziation $\text{O}_2 \rightarrow 2\text{O}$.

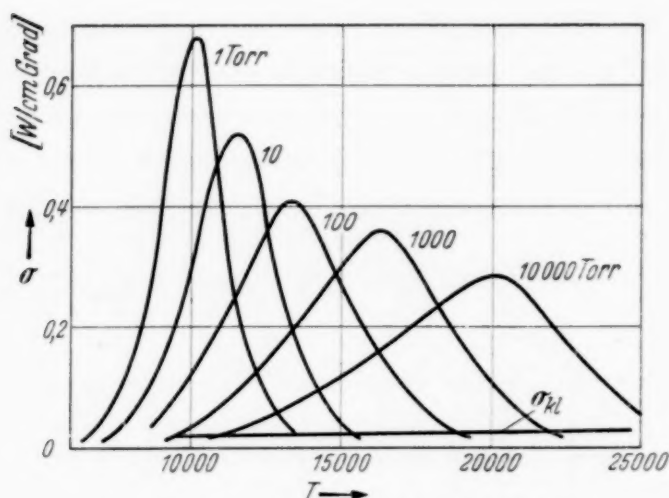


Fig. 3. Wasserstoff. Wärmeleitfähigkeit infolge der Ionisation $H \rightarrow H^+ + e^-$.

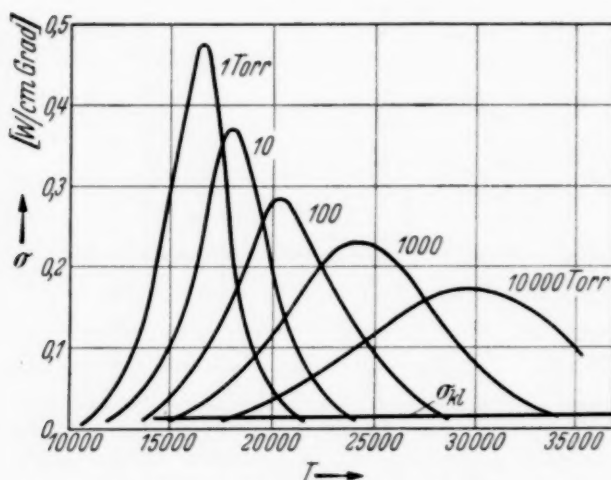


Fig. 4. Helium. Wärmeleitfähigkeit infolge der Ionisation $He \rightarrow He^+ + e^-$.

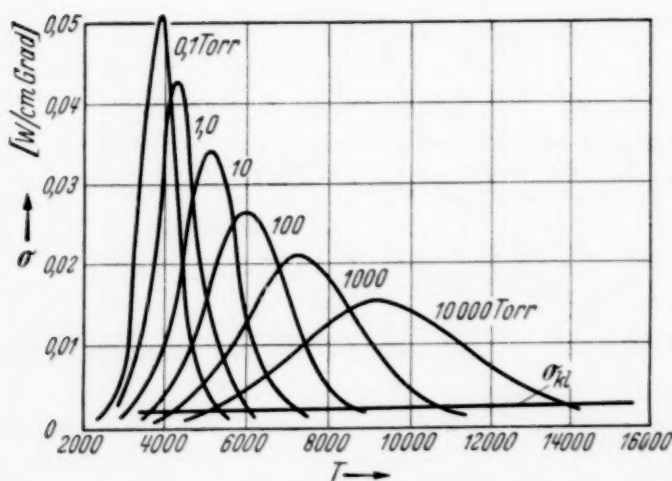


Fig. 5. Natrium. Wärmeleitfähigkeit infolge der Ionisation $Na \rightarrow Na^+ + e^-$.

In Gleichung (7) ist für die freie Weglänge der durch die statistische Thermodynamik gegebene Wert eingesetzt:

$$ND = N \cdot \frac{\lambda \cdot \bar{v}}{3} \\ = \frac{2 k^{1/2} \cdot T^{1/2}}{3 \pi^{3/2} \cdot m^{1/2} \cdot d^2} \cdot (7a)$$

Es muß hier noch auf einen wichtigen Punkt der Herleitung der obigen Formeln hingewiesen werden: Bei einem Dissoziationsvorgang ist in die Funktion $G(T)$ gemäß (6a), (6b), (6c) und auch in (7) die Masse des neu entstandenen Teilchens einzusetzen. Bei der Ionisation dagegen geht in $G(T)$ gemäß (6d) die Elektronenmasse und gemäß (7) die Ionenmasse (praktisch gleich der Atommasse) ein. Bei dem Ionisationsvorgang wird also wegen der großen Beweglichkeit der Elektronen angenommen, daß nur die Diffusion der langsamer diffundierenden Ionen wichtig ist, und daß sie die gesamte Energie transportieren. Da außerdem nur reine Temperaturabhängigkeit der Wahrchein-

lichkeit A angenommen wurde, wird Quasineutralität des Elementarvolumens vorausgesetzt.

4. Als Beispiele für diese Wärmeleitung wurden die folgenden Prozesse gewählt:

Dissoziation von H_2 und O_2 (Fig. 1 und 2),

Ionisation von H , He , Na und Hg (Fig. 3 bis 6).

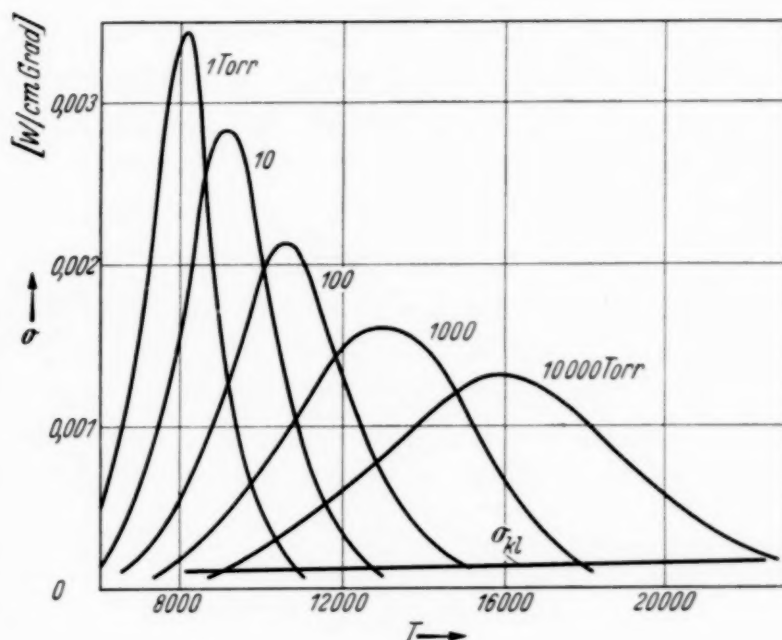


Fig. 6. Quecksilber. Wärmeleitfähigkeit infolge der Ionisation $Hg \rightarrow Hg^+ + e^-$.

Dabei wurden die Konstanten wie folgt eingesetzt:

Vorgang	ε	θ	M	D
$H_2 \rightarrow 2 H$	4,4 e-Volt	$5,11 \cdot 10^4$ °K	1	$1,09 \cdot 10^{-8}$ cm
$O_2 \rightarrow 2 O$	5,1	5,91	16	1,48
$H \rightarrow H^+$	13,5	15,7	1	1,09
$He \rightarrow He^+$	24,5	27,0	4	1,24
$Na \rightarrow Na^+$	5,12	5,92	23	1,41
$Hg \rightarrow Hg^+$	10,4	12,1	200	3,80

Es sind in dieser Tabelle für D die Werte der gaskinetischen Radien eingesetzt, wie sie sich aus Diffusionsmessungen ergaben. Es ist dieses zunächst eine willkürlich erscheinende Annahme, da es sich hier ja nicht immer um die Wechselwirkung ungeladener Teilchen, wie sie die kinetische Gastheorie voraussetzt, handelt. Andererseits sind experimentelle Werte

für die in Frage stehenden λ oder d nicht bekannt. Wir glauben jedoch bei unserer Annahme keinen größenordnungsmäßigen Fehler zu machen¹⁾.

Zu den beiden ersten Figuren ist noch folgendes zu sagen: Die Wärmeleitfähigkeit durch Dissoziation wurde für die beiden einfachsten Fälle: Rotierendes Hantelmolekül zuerst ohne (voll ausgezogen) und dann mit voll angeregter Kernschwingung (gestrichelt) berechnet. Da für den Übergang aus der einen in die andere Form des zweiatomigen Moleküls eine Integration komplizierter Art notwendig wäre, wurde das Zwischengebiet nicht durchgerechnet. Man hat jedenfalls für niedrige Temperaturen eine gute Annäherung im starren Molekül, für höhere im schwingenden. Eine Interpolation dazwischen ergibt ein Maximum, das zwischen den beiden dargestellten Fällen liegt und das eine mittlere Höhe zwischen den beiden gezeichneten annimmt.

Stets wurde die klassische Wärmeleitung zum Vergleich berechnet; dabei zeigt sich, daß die von Nernst gegebene größenordnungsmäßige Schätzung des Verhältnisses des klassischen zum Diffusionsanteil²⁾ auf die Ionisation auch zutrifft.

¹⁾ Sollte sich in späterer Zeit eine Berichtigung als nötig erweisen, so ist die Korrektur dadurch sehr vereinfacht, daß diese Größe in der Form d^{-2} eingeht, die Korrektur sich also auf einen multiplikativen, eventuell noch temperatur- und druckabhängigen Faktor reduziert. — ²⁾ W. Nernst, a. a. O., etwa 100.

Das Bandenspektrum vom Germaniumoxyd.

Von A. K. Sen Gupta.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 8. Februar 1937.)

Das Bandenspektrum von GeO zwischen 2340 und 3300 Å wurde mit einem Spektrographen mäßig hoher Auflösung untersucht. Eine große Zahl bisher unbekannter Banden wurde ausgemessen und das Bandensystem ausgedehnt auf $r' = 10$ und $r'' = 9$. Das Auftreten von Isotopen-Schwingungslinien wurde sichergestellt.

Bis vor kurzem war nur wenig bekannt von den Bandenspektren der Germaniumverbindungen. Im Jahre 1932 fanden Shapiro, Gibbs und Laubengayer¹⁾ zwei ultraviolette Absorptionsbandensysteme von GeS und ermittelten das Vorhandensein von Ge-Isotopen. Sie fanden auch schwache Anzeichen eines Bandenspektrums des GeO in der Gegend von 2500 bis 2900 Å. Ein starker kontinuierlicher Untergrund hinderte sie an genauen Messungen. Im folgenden Jahre gibt Shaw²⁾ die Schwingungsanalyse von 15 dieser Oxydbanden, wie er sie im Funken zwischen Graphitstäben beobachtete, die einen Docht von eingeschmolzenem Germaniumdioxid enthielten. Er vermaß zwar die Köpfe beim visuellen Beobachten und aus Mikrophotometerkurven, hat aber die Daten bisher nicht veröffentlicht. Im Hinblick auf diese unsicheren Messungen erschien es wünschenswert, neuerdings dies Spektrum zu untersuchen und genauere Daten für die Bandenköpfe zu erhalten, um die Schwingungskonstanten des Moleküls bestimmen zu können.

Es wurde in der vorliegenden Untersuchung die von Shaw gegebene Schwingungsanalyse bestätigt, das Bandenspektrum jedoch beträchtlich ausgedehnt. Es umfaßt jetzt nicht weniger als 46 Banden zwischen 2340 und 3300 Å. Dies ermöglichte dem Verfasser, genauere Werte der Schwingungskonstanten zu bestimmen, als sie bisher gegeben wurden. Bei einigen stärkeren Banden fanden sich schwache Köpfe, die den weniger zahlreichen Isotopen (Ge^{72}O und Ge^{70}O) zugeschrieben werden müssen. Das beweist zweifelsfrei sowohl die Richtigkeit der Analyse als auch die der Zuordnung zu dem emittierenden Molekül.

Experimentelles. Als Lichtquelle wurde bei der vorliegenden Untersuchung der Kohlebogen benutzt. Die untere, positive Kohle war durchbohrt und konnte mit Germaniumdioxid oder Kalium-Germaniumfluorid

¹⁾ C. V. Shapiro, R. C. Gibbs and A. W. Laubengayer, Phys. Rev. **40**, 354, 1932. — ²⁾ R. N. Shaw, ebenda **43**, 1043, 1933.

gefüllt werden. Der Bogen wurde am 220 Volt-Gleichstromnetz mit 6 Amp. betrieben. Mit Kalium-Germaniumfluorid brannte er ruhiger als mit dem Dioxyd, darum wurde für längere Belichtungszeiten das Fluorid vorgezogen.

Bei den einleitenden Versuchen wurde das Spektrum aufgenommen mit einem kleinen Hilger-Quarzspektrographen, dessen Dispersion bei 2300 Å etwa 20 Å/mm und bei 3300 Å etwa 58 Å/mm betrug. Eine Belichtungsdauer von 15 Minuten reichte aus, um die Banden auf den Platten stark zu entwickeln.

Zum Ausmessen der Bandenköpfe wurden einige Platten aufgenommen mit dem großen Littrow-Quarzspektrographen (Hilger E 1), dessen Dispersion zwischen 1,9 Å/mm bei 2300 Å und 6,7 Å/mm bei 3300 Å schwankt. Die größere Auflösung gab nicht immer entsprechend größere Genauigkeit in der Wellenlängenbestimmung der Bande, wegen der recht unscharfen, unaufgelösten Banden, die den Kopf bilden. Bei diesem Spektrographen war 1½ Stunde Belichtungszeit nötig, um gute Spektrogramme zu erhalten.

Es wurden „Special Rapid Panchromatic“-Platten verwendet. Zu Vergleichszwecken wurden Eisenbogenlinien photographiert. Es wurde bei den Messungen folgendermaßen verfahren: Zuerst wurden möglichst viele Köpfe im kleinen Spektrographen identifiziert und vermessen. Dann wurden die mit einiger Sicherheit identifizierten Bandenköpfe auf den Platten mit großer Dispersion vermessen. Ein Nachteil dieser Spektrogramme war jedoch, daß infolge der hohen Temperatur der Lichtquelle die Linien einer Bande sich über den Kopf der nächsten fortsetzte, so daß die Identifizierung vieler schwacher Köpfe erschwert wurde. Auf verschiedenen Platten wurden nicht weniger als 52 Bandenköpfe gezählt. In keinem Falle unterschieden sich die einzelnen Messungen um mehr als 1 cm^{-1} voneinander.

In Tabelle 1 sind die Wellenlängen der Bandenköpfe mit den zugehörigen Vakuumwellenzahlen gegeben. Sie enthält auch die Werte jeder Bande mit ihrer Intensität, die visuell geschätzt wurde, ohne die Empfindlichkeit der Platte zu berücksichtigen.

Das Spektrum. Das Spektrum reicht von 2340 bis 3300 Å und besteht aus wohldefinierten Gruppen von Banden. Ein Teil des Spektrums ist in Fig. 1 wiedergegeben. Die Banden werden sichtlich schwächer nach größeren Wellenlängen zu und besitzen leidlich scharfe Bandenköpfe. Bei einigen der stärkeren Banden sind die Köpfe begleitet von schwächeren, die wahrscheinlich von Molekülen weniger zahlreicher Isotope herrühren. Nur in wenigen Fällen erscheinen die Köpfe diffus, was den unaufgelösten Isotopenbandenköpfen oder der Überlagerung der Linien der vorhergehenden Bande

zugeschrieben werden kann. Später wird sich zeigen, daß schon bei der benutzten Dispersion die Bande teilweise aufgelöst erscheinen und aus-

Tabelle 1.

ν', ν''	Wellenlängen λ in Luft in Å; (Intensität)	Wellenzahl ν im Vakuum in cm^{-1}	Beobachtet. — Berechnet in cm^{-1}
10,1	2342,56 (0)	42 675,25	+ 0,55
9,1	2374,29 (0)	42 104,98	— 1,82
10,2	2396,84 (1)	41 708,91	+ 1,91
8,1	2407,22 (0)	41 529,05	— 1,45
6,0	2419,04 (0)	41 326,15	— 0,55
9,2	2430,08 (1)	41 138,43	— 1,57
7,1	2441,60 (1)	40 944,30	— 1,50
5,0	2454,67 (1)	40 726,34	+ 1,14
8,2	2464,40 (1)	40 565,56	+ 1,86
6,1	2477,51 (2)	40 350,92	— 1,78
4,0	2492,07 (4)	40 115,18	— 0,12
5,1	2514,87 (3)	39 751,52	+ 0,32
3,0	2531,03 (6)	39 497,74	+ 0,74
6,2	2538,27 (0)	39 385,09	— 0,81
4,1	2553,90 (3)	39 144,06	+ 2,76
2,0	2571,89 (8)	38 870,28	— 0,02
3,1	2595,00 *)	38 524,14	+ 1,14
1,0	2614,65 (8)	38 234,64	— 0,56
4,2	2618,79 (4)	38 174,19	— 0,31
2,1	2637,98 (5)	37 896,51	+ 0,21
0,0	2659,38 (6)	37 591,58	— 0,12
3,2	2661,69 (4)	37 558,96	+ 2,76
1,1	2682,95 (8)	37 261,35	+ 0,15
4,3	2686,62 (2)	37 210,46	— 4,44
2,2	2706,88 (3)	36 931,97	+ 2,47
5,4	2711,28 (0)	36 872,04	— 0,36
0,1	2730,12 (9)	36 617,60	— 0,10
3,3	2731,44 (2)	36 599,91	+ 3,31
1,2	2754,38 *)	36 295,10	+ 0,70
2,3	2779,50 (5)	35 967,10	— 2,80
0,2	2804,16 (10)	35 650,82	— 0,08
3,4	2804,80 (2)	35 642,69	— 1,51
1,3	2829,21 (3)	35 335,18	+ 0,38
4,5	2830,81 (0)	35 315,21	— 2,09
2,4	2854,88 (2)	35 017,48	— 0,02
0,3	2881,71 *)	34 691,47	+ 0,17
1,4	2907,64 (5)	34 382,11	— 0,29
2,5	2934,37 (0)	34 068,93	— 3,37
0,4	2963,05 (5)	33 739,18	+ 0,28
1,5	2989,73 (4)	33 438,11	+ 0,91
2,6	3017,25 (0)	33 133,14	— 1,16
0,5	3048,76 (4)	32 790,72	— 2,98
1,6	3075,83 (3)	32 502,13	+ 2,93
0,7	3232,58 (2)	30 926,14	+ 1,24
1,8	3262,10 (0)	30 646,29	+ 1,49
2,9	3292,27 (0)	30 366,02	+ 2,52

*) Überlagert durch Bogenlinien.

gedehnte Linienstruktur zeigen. Auf der Seite größerer Wellenlängen sind einige Banden des Spektrums von den wohlbekannten OH-Banden bei 3064 Å überlagert. Die Aufnahmen zeigten auch einige der Germaniumbogenlinien.

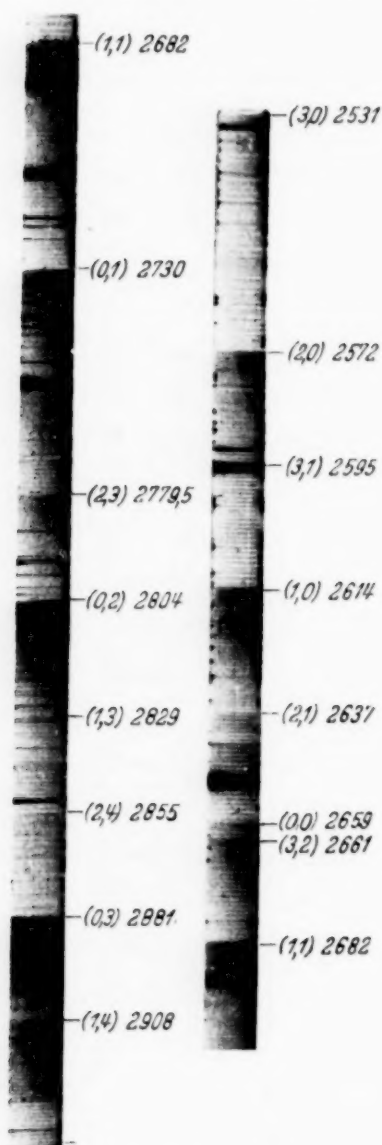


Fig. 1.

Die Ultraviolett-Banden von GeO (aufgenommen mit Hilger E1-Quarzprismenspektrograph).

bestimmen zu können, aber eine ähnliche Gleichung kann man auch für die Bandenköpfe benutzen, nur besitzt sie ein wenig abweichende Koeffizienten. Unter Berücksichtigung der hergeleiteten Gleichung lassen sich die Wellenzahlen der Bandenköpfe des GeO am besten darstellen durch $\nu = 377756,5 + 651,9(v' + \frac{1}{2}) - 4,2(v' + \frac{1}{2})^2 - 981,2(v'' + \frac{1}{2}) + 3,6(v'' + \frac{1}{2})^2$.

Es war kein Glied dritten Grades nötig. Die Übereinstimmung zwischen den berechneten und den gefundenen Wellenzahlen zeigt, daß die Schwingungskonstanten in dieser Gleichung richtig gewählt wurden.

Schwingungsanalyse. Ein erstes Anschauen der Platten erlaubte, die verschiedenen Bandengruppen zu identifizieren. Sie besitzen so regelmäßige Abstände, daß es leicht war, sie in ein Deslandresches Schema zu bringen, das von zwei ziemlich langen Folgen vergleichsweise starken Banden begrenzt wird.

Die Ursprungsgleichung eines Bandensystems ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \nu = \nu_e + \{ \omega'_e (v' + \tfrac{1}{2}) - x'_e \omega'_e (v' + \tfrac{1}{2})^2 \\ + y'_e \omega'_e (v' + \tfrac{1}{2})^3 + \dots \} \\ - \{ \omega''_e (v'' + \tfrac{1}{2}) - x''_e \omega''_e (v'' + \tfrac{1}{2})^2 \\ + y''_e \omega''_e (v'' + \tfrac{1}{2})^3 + \dots \}, \end{aligned}$$

worin ω_e die Schwingungsfrequenz des Kerns bei unendlich kleiner Amplitude bedeutet, x_e, y_e kleine Konstanten, die dem Rechnung tragen, daß die Schwingungen nicht vollständig harmonisch sind.

ν ist die Schwingungsquantenzahl, die nacheinander die ganzen Zahlen 0, 1, 2, 3, ... durchläuft, und die Zeichen ' und '' beziehen sich in der üblichen Weise auf den oberen und den unteren Zustand.

Das vorhandene Auflösungsvermögen reichte nicht aus, um den Bandenursprung

Ferner ist $|\omega'_e - \omega''_e|$ ziemlich groß. Man wird daher die Bandenursprünge sehr nahe bei den Köpfen erwarten, und die Gleichung für die Bandenursprünge würde sich also nur sehr wenig von der für die Bandenköpfe unterscheiden.

Die vorliegende Analyse bestätigt die von Shaw, nur wurde das Bandensystem bis $v' = 10$ und $v'' = 9$ erweitert.

Intensitätsverteilung. Die Intensitäten der Bandenköpfe wurden visuell geschätzt, Werte von 10 für die stärksten bis herab zu 0 für die schwächsten. Sie wurden in ein Deslandresches Schema (Tabelle 2) eingetragen. Wie man sieht, liegt die Intensitätsverteilung auf einer weiten Condon-Parabel, die typisch ist für einen Elektronenübergang, der relativ große Änderungen des Wertes von $|\omega'_e - \omega''_e|$ einschließt.

In der 0-Folge ist die (0,0)-Bande schwächer als die (1,1)-Bande, die auf dem Scheitel der Parabel liegt, während in jeder der Folgen $\Delta v = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ der erste Bandenkopf stärker ist als die folgenden Glieder. Andererseits ist in den übrigen positiven Folgen das Intensitätsmaximum mit wachsendem Δv nach höheren (v', v'') verschoben. In den Folgen $\Delta v = -5$ und -7 wurde jedoch keine solche Änderung gefunden.

Tabelle 2.

$v' \backslash v''$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	6	9	10	*	5	4	**	2		
1	8	8	*	3	5	4	3	**	0	
2	8	5	3	5	2	0	0		**	0
3	6	*	4	2	2					
4	4	3	4	2		0				
5	1	3			0					
6	0	2	0							
7		1								
8		0	1							
9		0	1							
10		0	1							

* Überlagert von Bogenlinien. — ** Überlagert von OH-Banden.

Isotopeneffekte. Germanium hat bekanntlich eine Reihe von Isotopen¹⁾, deren relative Häufigkeit nachfolgend angegeben ist:

Masse	70	72	73	74	76
Häufigkeit	21,2	27,3	7,9	37,1	6,5

Die Schwingungseffekte der weniger häufigen Isotope 70, 72 und 76 sind von Shapiro und seinen Mitarbeitern¹⁾ beobachtet worden in dem lang-

¹⁾ F. W. Aston, Mass Spectra and Isotopes 1933.

welligeren Bandensystem des zweiatomigen GeS. Man erwartet daher, sie auch bei den in Frage stehenden Oxydbanden zu finden.

In der Theorie der Isotopenschwingungseffekte, wie sie von Loomis¹⁾, Mulliken²⁾ und anderen entwickelt wurde, ist die Isotopenverschiebung gegeben durch die folgende Annäherungsformel, die für eine Bande mit niedrigem (v' , v'') gilt:

$$v_v^i - v_v = (q - 1) v_v,$$

worin der Index i sich auf das weniger häufige Molekül bezieht, und $q = \sqrt{\mu/\mu_i}$, μ die reduzierte Masse der Isotope ist. Wenn M und M^i die Massen der Isotope größerer bzw. geringerer Häufigkeit sind, so ist

$$\mu = \frac{M \cdot M'}{M + M'} \quad \text{und} \quad \mu^i = \frac{M^i \cdot M'}{M^i + M'},$$

worin M' die Masse des Nicht-Isotopenmoleküls bedeutet.

Im vorliegenden Falle beträgt für $M' = 16$ und $M = 74$ das q für die verschiedenen Isotope:

$$\begin{array}{ll} \text{Ge}^{70}\text{O} & q = 1,00582, \\ \text{Ge}^{72}\text{O} & q = 1,00247, \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{Ge}^{73}\text{O} & q = 1,00123, \\ \text{Ge}^{76}\text{O} & q = 0,99766. \end{array}$$

Es ergab sich, daß jene schwächeren Köpfe, die einige der stärkeren Banden der positiven Folgen begleiten, den weniger zahlreichen Molekülen, Ge^{70}O und Ge^{72}O , zugeschrieben werden müssen. Da sie beide leichter sind als das häufige Ge^{74}O , so liegen die zugehörigen Bandenköpfe an der kurzwelligen Seite der Banden, die zu *positiven* Folgen des Hauptbandensystems gehören. In den *negativen* Folgen würden sie jedoch auf der langwelligen Seite jeder nach Rot abgeschattierten Bande liegen, und sind so von ihren Strukturlinien überdeckt.

Tabelle 3 gibt die Daten der Isotopenbandenköpfe. Zum Vergleich sind die berechneten und die gefundenen Werte der Isotopenverschiebung

Tabelle 3.

v', v''	Bandenköpfe des Ge^{72}O				Bandenköpfe des Ge^{70}O			
	λ in Å	ν in cm^{-1}	$\Delta \nu$		λ in Å	ν in cm^{-1}	$\Delta \nu$	
			beob.	ber.			beob.	ber.
1,0	—	—	—	1,18	2614,19	38 237,98	2,78	2,79
2,0	2571,69	38 873,30	3,00	2,75	2571,47	38 876,63	6,33	6,48
3,0	2530,78	39 501,64	4,64	4,30	3530,45	39 506,79	9,79	10,13
4,0	2491,70	40 121,14	5,84	5,83	—	—	—	—

¹⁾ F. W. Loomis, *Astrophys. Journ.* **52**, 248, 1920. — ²⁾ R. S. Mulliken, *Phys. Rev.* **25**, 119, 1925.

zusammengestellt. Die gute Übereinstimmung zeigt die Richtigkeit der Analyse und ferner, daß das Bandensystem unzweifelhaft vom GeO herrührt.

Dissoziationsenergie und Dissoziationsprodukte. Obgleich es nicht möglich ist, der v' oder v'' -Folge bis zum Konvergenzpunkt nachzugehen, kann man doch mit Hilfe der Extrapolationsmethode von Birge und Sponer¹⁾ einen angenäherten Wert für die Dissoziationsenergie in jedem Zustand des Moleküls berechnen. Bei linearer Extrapolation ist die wirksame Dissoziationsenergie gegeben durch

$$D = \frac{\omega_0^2}{4 x_e \omega_e \cdot 8106} \text{ Volt.}$$

Aus den Werten von ω_0 und $x_e \omega_e$ ergibt sich etwa $D' = 3,1$ und $D'' = 8,1$ Volt.

Eine Aussage über die Natur der Dissoziationsprodukte in den beiden Molekülzuständen kann jedoch gemacht werden durch Berechnung des E_{Atom} mit Hilfe der Beziehung

$$E_{\text{Atom}} = E_{\text{Mol.}} + D' - D'',$$

worin $E_{\text{Mol.}} = h \nu^{(0,0)}$, und $\nu^{(0,0)}$ der *Ursprung* der (0,0)-Bande ist. Es kann jedoch mit ausreichender Genauigkeit die Wellenzahl des (0,0)-Bandenkopfes eingesetzt werden. Es ergibt sich $E_{\text{Mol.}} = 4,6$ Volt und damit $E_{\text{Atom}} = -0,4$ Volt. Mit Rücksicht auf den Extrapolationsfehler kann man $E_{\text{Atom}} = 0$ Volt annehmen. Dies Ergebnis zeigt, daß beide Zustände des GeO in die gleichen Produkte zerfallen, nämlich in das unangeregte Atom von Ge ($4s^2 4p^2, {}^3P$) und das unangeregte Atom des O ($2s^2 2p^4, {}^3P$).

Es ist interessant, daß beide, der obere und der untere Zustand des A-Systems der PbO-Banden²⁾ wie auch der SnO-Banden³⁾, in ebensolche Produkte dissoziieren.

Die Natur der Elektronenzustände. Da das besprochene Bandensystem in Absorption erhalten wurde, kann mit einiger Sicherheit angenommen werden, daß der untere Zustand des Systems dem Grundzustand des emittierenden GeO-Moleküls entspricht, und wahrscheinlich ein ${}^1\Sigma$ -Zustand ist. Diese Annahme wird gestützt durch die Tatsache, daß die Grundzustände der anderen Oxyde der vierten Spalte des periodischen Systems, wie CO, SiO, SnO und PbO, sämtlich ${}^1\Sigma$ -Zustände sind.

¹⁾ R. T. Birge und H. Sponer, Phys. Rev. **28**, 259, 1920. — ²⁾ S. Bloomenthal, Phys. Rev. **35**, 34, 1930; H. G. Howell, Proc. Roy. Soc. London (A) **153**, 683, 1936. — ³⁾ P. C. Mahanti, ZS. f. Phys. **68**, 114, 1931.

Solange noch keine Strukturanalyse der Banden vorliegt, ist es schwer, die Natur des oberen Zustandes dieser Übergänge zu bestimmen. Aus einer Analogie mit den erwähnten Molekülen kann man die Möglichkeiten übersehen.

Betrachtet man das Spektrum der beiden vor GeO stehenden Moleküle der gleichen Spalte, so findet man, daß bisher nur ein einziges Bandensystem eines ${}^1\Pi \rightarrow {}^1\Sigma$ -Überganges im Bereich von 2175 bis 2925 Å für SiO mitgeteilt worden ist¹⁾. In diesen Banden liegt der Ursprung der *Q*-Zweige so dicht bei dem der *R*-Zweige, daß sie nicht richtig getrennt werden konnten. Nach Cameron²⁾ ist dies System analog den vierten positiven Banden des CO. Seine Banden sind, wie ja zu erwarten ist, nach kürzeren Wellen verschoben und liegen in der Gegend von 1200 bis 2800 Å. Ein analoges Bandensystem des GeO müßte gegenüber denen des SiO nach längeren Wellen zu verschoben sein. Die behandelten Banden scheinen diese Bedingung zu erfüllen, da sie zwischen 2340 und 3300 Å liegen. So wird man zu der Annahme geführt, daß der obere Zustand wahrscheinlich ein ${}^1\Pi$ -Zustand ist, und daß der diffuse Charakter einiger Bandenköpfe z. T. von den unaufgelösten *R*- und *Q*-Zweigen herrühren kann.

Andererseits kann die Möglichkeit eines oberen ${}^1\Sigma$ -Zustandes nicht von der Betrachtung ausgeschlossen werden, wegen des ähnlichen Verhaltens der *A*-Bandensysteme mit einem oberen ${}^1\Sigma$ -Zustand bei den beiden Molekülen SnO und PbO.

Es ist in Aussicht genommen, die Strukturanalyse der Banden vorzunehmen und dazu sich der großen Dispersion (0,62 Å/mm) eines in zweiter Ordnung benutzten 21 Fuß-Konkavgitters zu bedienen. Im Augenblick ist dies aber zurückgestellt, weil die für die langen Belichtungszeiten nötigen großen Mengen des benutzten Salzes nicht zur Verfügung stehen.

Der Verfasser dankt Herrn Prof. Dr. P. N. Ghosh für sein fortgesetztes Interesse und seine Förderung im Laufe der Untersuchung und Herrn Dr. P. C. Mahanti für viele klärende Diskussionen.

Calcutta, Applied Physics Laboratory, University College of Science and Technology.

¹⁾ W. Jevons, Proc. Roy. Soc. London (A) **106**, 174, 1924; P. G. Saper, Phys. Rev. **42**, 498, 1932. — ²⁾ W. H. B. Cameron, Phil. Mag. **3**, 110, 1927.

(Mitteilung aus dem Institut für Sonnenphysik, Astrophysikalisches
Observatorium, Potsdam.)

Über die Veränderlichkeit der magnetischen Momente der Atomkerne beim Einbau von Teilchenpaaren.

Von **H. Schüler** und **H. Korsching** in Potsdam.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 10. März 1937.)

Es wird gezeigt, daß der Versuch, unabhängig von dem mechanischen Moment und unabhängig von dem Absolutwert des magnetischen Momentes lediglich aus den Verhältniszahlen der magnetischen Momente der Atomkerne Beziehungen aufzufinden, zu dem Resultat führt, daß bei dem Einbau von Teilchenpaaren in den Kern das Verhältnis der magnetischen Momente in bestimmten Wertebereichen liegt, die offenbar bedingt sind durch die Einbaumöglichkeiten von Teilchenpaaren in das Atomkerngefüge.

Die Verfasser haben in einer kürzlich erschienenen Arbeit auf eine quantitative Beziehung im Atomkern hingewiesen¹⁾, die in folgender Weise formuliert wurde:

Bei den Atomkernen mit gerader Neutronen- und ungerader Protonenzahl, die zwei Isotope mit gleichem mechanischen Moment besitzen, sind die magnetischen Momente dieser beiden Isotope nicht gleich; es existiert vielmehr eine Minimaländerung, für welche die Beziehung

$$\frac{\mu_{u+2}}{\mu_u} = \frac{M+2}{M}$$

gilt (M Masse, μ_u magnetisches Moment des leichteren Isotops).

In der Gültigkeit dieses Gesetzes ist die Aussage eingeschlossen, daß die Werte der mechanischen Momente und die absolute Größe der magnetischen Momente für diese Beziehung unwesentlich sind.

Wir glauben nun zeigen zu können, daß auf Grund dieser Tatsachen, die wir sinngemäß erweitert haben, weitere Gesetzmäßigkeiten bei einem Vergleich der Verhältnisse der magnetischen Momente der Atomkerne festzustellen sind. Die Verhältnisse der magnetischen Momente sind nach folgenden Gesichtspunkten gebildet worden:

1. Es ist immer, unabhängig davon, ob der leichtere oder der schwerere Atomkern das größere magnetische Moment besitzt, das Verhältnis so gebildet worden, daß es kleiner als eins ist.

¹⁾ H. Schüler, H. Korsching, Naturwiss. **24**, 796, 1936; ZS. f. Phys. **105**, 168, 1937.

2. Es werden immer Atomkerne mit ungerader Massenzahl verglichen, die sich um *Paare gleicher Teilchen* unterscheiden.

3. Es ist unberücksichtigt gelassen, ob sich beim Einbau der Teilchenpaare das mechanische Moment ändert oder nicht.

Tabelle 1.

Tl:	$\frac{\mu_{203}}{\mu_{205}} = 0,9905$	$i_{203} = 1/2$	$i_{205} = 1/2$
Re:	$\frac{\mu_{185}}{\mu_{187}} = 0,9894$	$i_{185} = 5/2$	$i_{187} = 5/2$
Cu:	$\frac{\mu_{63}}{\mu_{65}} = 0,9692$	$i_{63} = 3/2$	$i_{65} = 3/2$
Ga:	$\frac{\mu_{69}}{\mu_{71}} = 0,788$	$i_{69} = 3/2$	$i_{71} = 3/2$
Cp:	$\frac{\mu_{175}}{\mu_{173, 177}} = 0,769$	$i_{175} = 7/2$	$i_{173} \text{ oder } i_{177} = 7/2 (?)$
Sb:	$\frac{\mu_{123}}{\mu_{121}} = 0,757$	$i_{121} = 5/2$	$i_{123} = 7/2$
K:	$\frac{\mu_{41}}{\mu_{39}} = 0,554$	$i_{39} = 3/2$	$i_{41} = 3/2$
Ag:	$\frac{\mu_{107}}{\mu_{109}} = 0,518$	$i_{107} = 1/2$	$i_{109} = 1/2$
Rb:	$\frac{\mu_{85}}{\mu_{87}} = 0,494$	$i_{85} = 5/2$	$i_{87} = 3/2$
Eu:	$\frac{\mu_{153}}{\mu_{151}} = 0,446$	$i_{151} = 5/2$	$i_{153} = 5/2$

In Tabelle 1 sind für alle bisher untersuchten Elemente mit ungerader Protonen- und gerader Neutronenzahl die Verhältnisse der magnetischen

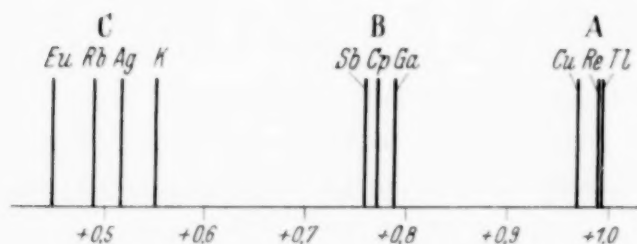


Fig. 1.

Momente gebildet, die dem Einbau von *einem Neutronenpaar* in den Kern entsprechen. In Fig. 1 sind diese Verhältnisse aufgezeichnet. Dabei ist zu beachten, daß diese Verhältniszahlen ohne Zwischenrechnungen direkt

aus den experimentellen Beobachtungen gebildet sind. Sie werden im allgemeinen auf 1 bis 2% genau sein. Vielleicht sind beim Ag¹⁾ die Fehler etwas größer, weil hier die Hyperfeinstrukturaufspaltungen besonders klein sind.

¹⁾ D. A. Jackson, H. Kuhn, Proc. Roy. Soc. London (A) **158**, 372, 1937.

In der Fig. 1 lassen sich drei Gruppen (A, B und C) von Verhältniszahlen unterscheiden.

Gruppe A enthält diejenigen Elemente, die der oben erwähnten quantitativen Beziehung genügen. Die ausgeprägte Gruppenbildung zeigt, daß es einen Sinn hat, von Elementen zu sprechen, bei deren Isotope die Änderung der magnetischen Momente ein Minimum ist.

Gruppe C enthält die Elemente, bei denen die Änderung des magnetischen Momentes am größten ist. Sie hat auch die größte Breite; bei ihr ist, wenn man das oben vom Ag Gesagte berücksichtigt, eine Ordnung der Elemente nach Massenzahlen angedeutet. Die Lage der Gruppen A, B, C ist etwa durch die Werte $\sim 4/4$, $\sim 3/4$, $\sim 2/4$ gegeben.

Bei den Elementen mit ungerader Neutronen- und gerader Protonenzahl liegen bisher nur zwei Fälle vor, die es ermöglichen, die Änderung der magnetischen Momente beim Einbau eines Neutronenpaares anzugeben. Es sind dies Xenon¹⁾ und Quecksilber²⁾, es ist für

$$\text{X: } \frac{\mu_{131}}{\mu_{129}} = -0,9009 \quad \text{und} \quad \text{für Hg: } \frac{\mu_{199}}{\mu_{201}} = -0,9018.$$

Auch hier zeigt die gleiche Betrachtungsweise wie bei den Elementen mit ungeradem Proton, daß das Verhältnis der magnetischen Momente, das Vorzeichen mit eingeschlossen, sehr angenähert gleich ist. Diese Gruppe ist weiter unten als Gruppe D bezeichnet.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß bei dem Einbau von *einem Teilchenpaar* (hier Neutronenpaar) in Atomkerne mit ungerader Massenzahl bestimmte Verhältnisse der magnetischen Momente beobachtet werden.

Es entsteht nun die Frage, ob sich etwas Ähnliches zeigt, wenn man den Einbau mehrerer Teilchenpaare verfolgt. Es sei zuerst der Einbau von drei Teilchenpaaren, nämlich einem Protonenpaar und zwei Neutronenpaaren, betrachtet (zwei Teilchenpaare, d. h. ein Protonen- und ein Neutronenpaar, s. w. u.).

Bei diesem Vergleich müssen wir die Werte der magnetischen Momente (μ) benutzen, die aus den experimentellen Daten mit Hilfe der bekannten Formeln von Goudsmit und Fermi errechnet worden sind. Nun zeigt sich aber, daß die für einen bestimmten Atomkern aus verschiedenen Termen des Spektrums errechneten Werte von μ Differenzen aufweisen, die außerhalb der experimentellen Fehlergrenze liegen. Ob die Differenzen in den Formeln selbst zu suchen sind oder auf Störungen durch Nachbarterme

¹⁾ H. Kopfermann und Eva Rindal, ZS. f. Phys. **87**, 460, 1934. —

²⁾ H. Schüler, Th. Schmidt, ebenda **92**, 148, 1934.

beruhen, sei dahingestellt. Auf jeden Fall muß bei der Benutzung der μ -Werte mit einem größeren Fehler gerechnet werden als bei der oben angestellten Betrachtung der Verhältniszahlen der magnetischen Momente innerhalb der Elemente selbst. In Fig. 2 sind nun nach den gleichen Gesichtspunkten wie früher alle bisher bekannten Verhältniszahlen der magnetischen

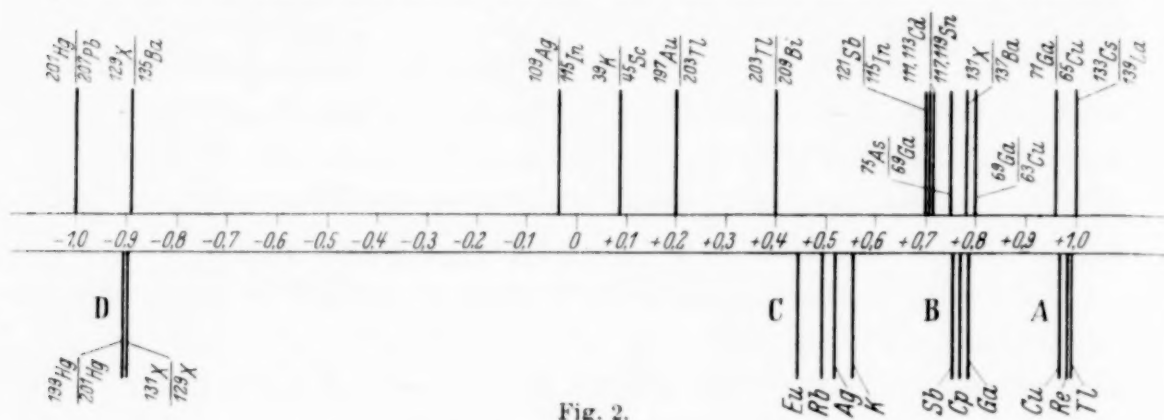


Fig. 2.

Momente der Atomkerne, die dem Einbau von einem Protonenpaar plus zwei Neutronenpaaren entsprechen, aufgetragen. Zum Vergleich sind die sich bei dem Einbau von einem Neutronenpaar ergebenden Gruppen ebenfalls eingezeichnet. Man sieht, daß alle Verhältniszahlen, die den Gruppen A bis D entsprechen, auch hier

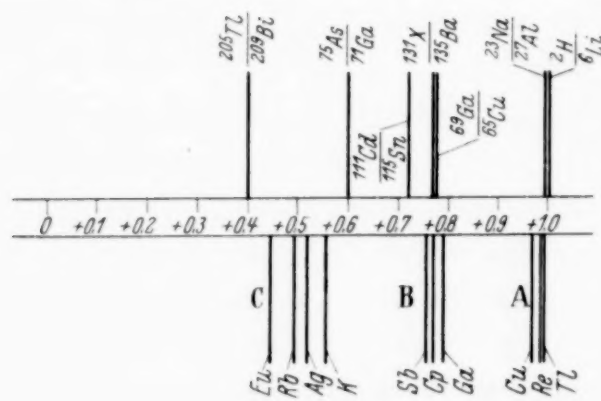


Fig. 3.

wiederzufinden sind; besonders Gruppe B tritt stark hervor. Das zur Gruppe C gehörige Verhältnis $\frac{^{203}\text{Tl}}{^{209}\text{Bi}}$, das die Atomkerne mit den größten Massenzahlen enthält, ist entsprechend dem, was oben über die Gruppe C gesagt wurde, noch etwas kleiner als das Ver-

hältnis von Eu. Das Auftreten der gleichen Verhältniszahlen ist offenbar ein Ausdruck dafür, daß der Einbau eines Protonenpaares die gleichen Änderungen hervorruft wie ein Neutronenpaar. Es handelt sich dann gewissermaßen um die Verhältnisse der magnetischen Momente, die einem Einbau von drei Teilchenpaaren in den Kern entsprechen. Sie sollten ganz allgemein als dreifache Produkte aus Verhältniszahlen, die bei dem Einbau von einem Neutronenpaar beobachtet werden, darzustellen sein. Dadurch wird es verständlich, daß bei dem Einbau von drei Teilchenpaaren noch kleinere Werte gefunden werden als bei dem Einbau von einem Teilchenpaar.

Wie oben bereits angedeutet, ist es nun auch noch möglich, für einige Fälle die Verhältniszahlen der magnetischen Momente anzugeben, die dem Einbau von *zwei Teilchenpaaren* (ein Protonenpaar plus ein Neutronenpaar) entsprechen. In Fig. 3 sind diese Zahlen eingezeichnet und zum Vergleich wieder die Gruppen der Fig. 1. Wir finden, wie zu erwarten, auch hier die den Verhältniszahlen der Gruppen A, B und C entsprechenden Werte wieder. In bezug auf die Zugehörigkeit des Verhältnisses $\frac{^{205}\text{Tl}}{^{209}\text{Bi}}$ zur Gruppe C gilt das gleiche, was oben von dem Verhältnis $\frac{^{203}\text{Tl}}{^{209}\text{Bi}}$ gesagt ist. Außerdem existiert aber noch ein weiterer Wert $\frac{^{75}\text{As}}{^{71}\text{Ga}} = +0,6$ entsprechend dem Wert der Gruppe C zum Quadrat. In Analogie zu dem früher Gesagten sollte ja der Einbau von zwei Teilchenpaaren allgemein gleich dem Produkt von zwei der Verhältniszahlen sein, die bei dem Einbau eines Teilchenpaares beobachtet werden.

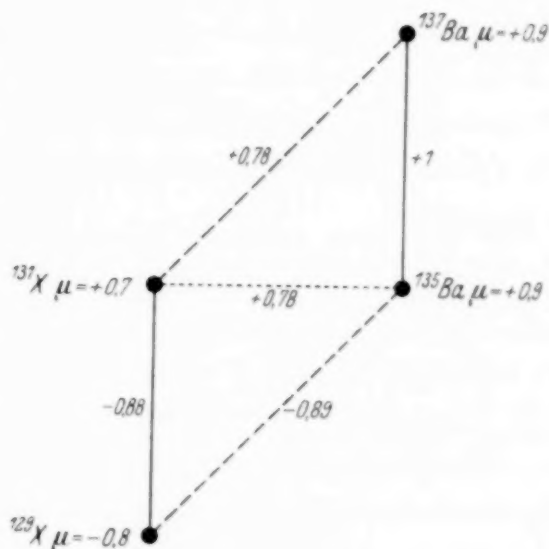


Fig. 4.

Hier sei noch auf einen Zusammenhang aufmerksam gemacht, der in Fig. 4 bei einem Vergleich der Verhältnisse der magnetischen Momente von $^{129,131}\text{X}$ und $^{135,137}\text{Ba}$ zum Ausdruck kommt. In der Figur sind die Elemente so angeordnet, daß ein senkrechter Strich dem Einbau eines Neutronenpaares, die horizontale Verbindungslinie dem Einbau eines Protonen- und eines Neutronenpaares und die schrägen Verbindungslinien dem Einbau eines Protonenpaares und zweier Neutronenpaare entsprechen. Die Zahlen an den Verbindungslinien stellen die Verhältnisse der magnetischen Momente der beiden verbundenen Atomkerne dar¹⁾.

Der aus dem Übergang $^{131}\text{X} \rightarrow ^{135}\text{Ba}$ (zwei Teilchenpaare) sich ergebende Wert $+0,78$ wird dargestellt:

1. Durch das Produkt $1 \cdot 0,78$ (Wert von A mal Wert von B).
2. Durch das Produkt $-0,88 \cdot -0,89$ (Wert von D mal Wert von D).

¹⁾ Die μ -Werte von X sind von Herrn Th. Schmidt unter Berücksichtigung der mittleren Kopplung nach der Formel von Goudsmit und Fermi berechnet.

Daraus folgt, daß auch der negative Wert der Gruppe D in enger Beziehung zu dem Wert der Gruppe B stehen muß, nämlich der Wert der Gruppe D zum Quadrat gleich dem Wert der Gruppe B.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß der Versuch, unabhängig vom mechanischen Moment und unabhängig von dem Absolutwert des magnetischen Momentes lediglich aus den Verhältniszahlen der magnetischen Momente der Atomkerne Beziehungen zu finden, sehr aussichtsreich zu sein scheint. Offensichtlich treten bei dem Einbau von Teilchenpaaren in erster Näherung nur ganz bestimmte Verhältniszahlen auf, die bedingt sind durch die verschiedenen Einbaumöglichkeiten eines Teilchenpaares in das Atomkerngefüge.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft sind wir für die Bereitstellung von Apparaten zu Dank verpflichtet.

Die Untersuchung wurde mit der dankenswerten Unterstützung der I. G. Farbenindustrie, Ludwigshafen-Oppau, durchgeführt.

Ich möchte es nicht unterlassen, bei meinem Weggang vom Astrophysikalischen Observatorium in Potsdam für das große Entgegenkommen und die bereitwillige Unterstützung zu danken, die meinen Mitarbeitern und mir im Laufe meiner hiesigen Tätigkeit bei der Durchführung meiner Arbeiten von seiten des Ministeriums für Wissenschaft, Erziehung und Volksbildung und von seiten des Herrn Direktor Ludendorff zuteil geworden sind.

H. Schüler.

(Aus dem vereinigten I. u. II. physikalischen Institut d. Universität Wien.)

Über die Bahnen geladener Teilchen im Wechselfeld eines Kondensators, mit Rücksicht auf die Wirkung der Streufelder.

Von **H. Hintenberger** in Wien.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 30. März 1937.)

Es werden die Bahnen geladener Teilchen im Wechselfeld eines Kondensators berechnet und gezeigt, daß für einen weiten Geschwindigkeitsbereich zur Berechnung der Teilchenbahn das wirkliche Feld des Kondensators durch ein ideales homogenes Wechselfeld ersetzt werden kann. Länge und Lage dieses Idealfeldes werden angegeben für die beiden Fälle, daß I. sehr dünne Kondensatorplatten verwendet werden (wie in der Braunschen Röhre) oder II. sehr dicke Kondensatorplatten vorhanden sind, bei denen das Streufeld durch geerdete Blenden abgeschirmt wird. (Kondensatoren, wie sie bei Geschwindigkeitsfiltern für Kathoden- und Kanalstrahlen benutzt werden.)

1. Einleitung.

Bei verschiedenen Versuchsanordnungen wird ein Strahl geladener Teilchen durch elektrische Wechselfelder beeinflusst. Die bekannteste solcher Anordnungen ist die Braunsche Röhre, doch werden auch zur Geschwindigkeitsmessung¹⁾ und zur Geschwindigkeitsfilterung²⁾ von Kathoden- und Kanalstrahlen häufig Wechselfelder verwendet. Für einen ersten Überblick genügt es dann meist, zwischen den Platten des Kondensators ein homogenes Feld anzunehmen, das am Plattenrand sprungartig gegen Null abnimmt; manchmal kann auch schon auf Grund von Symmetriebedingungen, denen das Feld genügt, auf Bahnen bestimmter Teilchen geschlossen werden³⁾. Eine vollständige Behandlung des Problems verlangt jedoch eine Berücksichtigung der Wirkung der Streufelder am Rande des Kondensators, und manche Erscheinungen werden überhaupt erst durch Berücksichtigung der Streufeldwirkung erklärbar⁴⁾.

¹⁾ F. Kirchner, Phys. ZS. **25**, 302, 1924; Ann. d. Phys. [5] **8**, 975, 1931; vgl. auch E. L. Chaffee, Phys. Rev. **36**, 474, 1912 und C. T. Perry u. E. L. Chaffee, ebenda **28**, 904, 1930. — ²⁾ W. R. Smythe u. J. Mattauch, Phys. Rev. **40**, 429, 1932; J. Mattauch, Phys. ZS. **33**, 899, 1932. — ³⁾ W. R. Smythe, Phys. Rev. **28**, 1275, 1926. — ⁴⁾ Z. B. die von Smythe und Mattauch (Phys. Rev. **40**, 429, 1932) im Massenspektrometer beobachteten „Geister“, wie bei Gelegenheit gezeigt werden wird.

Im allgemeinen wird aus einem Parallelstrahlbündel nach Passieren eines Wechselfeldes ein divergentes Bündel. Man kann jedoch Wechselfelder auch so kombinieren, daß Teilchen bestimmter Geschwindigkeit nach Durchgang durch diese Felder wieder in einem Punkt vereinigt werden. (Dieser Vorgang soll im folgenden als Refokussierung bezeichnet werden.) Da sowohl für eine folgende allgemeine Arbeit über diese Fokussierungseigenschaften als auch für Arbeiten über ein magnetfeldfreies Massenspektrometer, die genaue Berechnung der Bahnen geladener Teilchen in Wechselfeldern benötigt wird, soll hier diese Berechnung gesondert durchgeführt werden, zumal die erhaltenen Ergebnisse auch über die Empfindlichkeit von Braunschen Röhren bei der Untersuchung sehr rascher Schwingungen

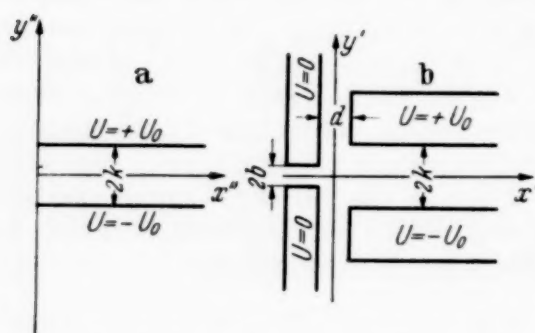


Fig. 1. Rand der Kondensatorplatten in dem zur Streufeldberechnung verwendeten Koordinatensystem a) für einen Kondensator der Type I, b) für einen Kondensator der Type II.

Laufzeit des Elektrons im Ablenkkfeld von gleicher Größenordnung wie die Schwingungsdauer) Aufschluß geben.

Es werden zwei Typen von Kondensatoren behandelt. Fall I: Die Kondensatorplatten sind sehr dünn, es werden keine geerdeten Blenden verwendet, die Feldwirkung der Spannungszuführungen kann vernachlässigt werden.

Fall II: Das Streufeld ist durch eine geerdete Blende begrenzt und die Kondensatorplatten sind dick (siehe Fig. 1a und b). Die Berechnung des Streufeldes kann für Fall I aus schon lange bekannten und oft dargestellten Formeln¹⁾ leicht durchgeführt werden, für Fall II wurde sie kürzlich von R. Herzog gegeben²⁾.

2. Bahnen im homogenen Wechselfeld.

Zwischen $x = g$ und $x = g + a_h$ (a_h = Länge des Feldraumes) sei ein harmonisches Wechselfeld gegeben, dessen x - und z -Komponente gleich Null und dessen y -Komponente durch

$$\mathfrak{E}_y = \frac{U_0}{k} \cdot e^{i\omega t} \quad (2,1)$$

gegeben ist. $2 U_0$ ist die Amplitude der Spannungsdifferenz, $2 k$ ist der Abstand der Platten des Idealkondensators, der dieses Wechselfeld erzeugen soll. $\omega = 2 \pi \nu$ bedeutet die Kreisfrequenz der Wechselspannung.

¹⁾ Siehe z. B. Handb. d. Phys. usw. — ²⁾ R. Herzog, Arch. f. Elektrotechn. 29, 79, 1935.

Längs der x -Achse mit der Geschwindigkeit \dot{x} kommend, betrete zur Zeit t_0 ein Teilchen der spezifischen Ladung ε/μ das Feld. Wir bezeichnen als „Ablenkung“ die Tangente des Winkels α_h , den die Bahn des austretenden Teilchens gegen die x -Achse bei $x = g + a_h$ bildet und als „Verschiebung“ die y -Koordinate des Punktes, bei dem das Teilchen das Feld verläßt. Wir setzen weiter

$$l = \dot{x} \tau = \frac{\dot{x}}{c} \lambda \quad (2, 2)$$

und bezeichnen l als die reduzierte Wellenlänge des Teilchens (c = Lichtgeschwindigkeit, λ = Wellenlänge, τ = Schwingungsdauer der am Kondensator liegenden Wechselspannung). Dann lauten die Bewegungsgleichungen:

$$\ddot{y} = C \cdot \frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \frac{U_0}{k} \cdot e^{i\omega t},$$

$$\ddot{x} = 0.$$

Ihre Integration ergibt:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_h &= C \cdot \frac{\varepsilon \cdot U_0}{\mu \cdot k \cdot v^2} \cdot \frac{(-i)}{2\pi l} \left[e^{i2\pi \frac{a_h}{l}} - 1 \right] \cdot e^{i\omega t_g} = C \frac{\varepsilon \cdot U_0}{\mu \cdot k \cdot v^2} \cdot \mathfrak{A}'_h \cdot e^{i\omega t_g}, \\ y_h &= C \cdot \frac{\varepsilon \cdot U_0}{\mu \cdot k \cdot v^2} \cdot \frac{(-1)}{4\pi^2} \left\{ \left[e^{i2\pi \frac{a_h}{l}} - 1 \right] - i2\pi \frac{a_h}{l} \right\} e^{i\omega t_g} \\ &= C \frac{\varepsilon U_0}{\mu \cdot k \cdot v^2} \cdot \mathfrak{A}''_h \cdot e^{i\omega t_g}. \end{aligned} \right\} (2, 3)$$

Dabei ist $C = \frac{F}{300}$, F die Faraday-Konstante ($= 2,896 \cdot 10^{14}$ elst. Einh.),

ε die Zahl der Elementarladungen des Teilchens, μ seine Masse in Atomgewichtseinheiten, $2 U_0$ die Amplitude der Wechselspannung in Volt. \mathfrak{A}'_h und \mathfrak{A}''_h sind die (auf $\varepsilon = \mu = 2 U_0 = 2 k = v = 1$) normierten komplexen Amplituden der Ablenkung und Verschiebung, die das Teilchen im homogenen Wechselfeld erfahren hat. Zerlegt man \mathfrak{A}'_h und \mathfrak{A}''_h in die Komponenten u_h und $i v_h$ bzw. A_h und q_h , so bestehen wegen

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A}'_h &= u'_h + i \cdot v'_h = A'_h \cdot e^{iq'_h} = \frac{(-i)}{2\pi l} \left[e^{i2\pi \frac{a_h}{l}} - 1 \right], \\ \mathfrak{A}''_h &= u''_h + i \cdot v''_h = A''_h \cdot e^{iq''_h} = \frac{(-1)}{4\pi^2} \left\{ \left[e^{i2\pi \frac{a_h}{l}} - 1 \right] - i2\pi \frac{a_h}{l} \right\} \end{aligned} \right\} (2, 4)$$

die folgenden Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} u'_h &= \frac{1}{2\pi l} \cdot \sin 2\pi \frac{a_h}{l}, & u''_h &= \frac{1}{4\pi^2} \left(1 - \cos 2\pi \frac{a_h}{l}\right), \\ v'_h &= \frac{1}{2\pi l} \cdot \left(1 - \cos 2\pi \frac{a_h}{l}\right), & v''_h &= \frac{1}{4\pi^2} \left(2\pi \frac{a_h}{l} - \sin 2\pi \frac{a_h}{l}\right). \end{aligned} \right\} \quad (2, 5)$$

$$\left. \begin{aligned} A'_h &= \frac{1}{\pi l} \cdot \left| \sin \pi \frac{a_h}{l} \right|, \\ A''_h &= \frac{1}{4\pi^2} \sqrt{2 \left(1 - \cos 2\pi \frac{a_h}{l}\right) + 4\pi^2 \frac{a_h^2}{l^2} - 4\pi \frac{a_h}{l} \sin 2\pi \frac{a_h}{l}}. \end{aligned} \right\} \quad (2, 6)$$

$$\operatorname{tg} \varphi'_h = \operatorname{tg} \pi \frac{a_h}{l}; \quad \operatorname{tg} \varphi''_h = \frac{2\pi \frac{a_h}{l} - \sin 2\pi \frac{a_h}{l}}{1 - \cos 2\pi \frac{a_h}{l}}. \quad (2, 7)$$

In den Fig. 4 und 5 ist A'_h , A''_h und φ'_h , φ''_h als Funktion der Geschwindigkeit \dot{x} dargestellt (gestrichelte Kurven).

3. Das Streufeld am Rand des Kondensators.

Haben die Kondensatorplatten das Potential $\pm U$ gegen Erde, so läßt sich der Streufeldverlauf längs der x -Achse in Parameterdarstellung folgendermaßen angeben:

$$\left. \begin{aligned} \text{Für Fall I.} \quad \mathfrak{E}_y &= -\frac{U}{k} \cdot \frac{1}{1 + e^{-\frac{r\pi}{U}}}, \\ x'' &= \frac{k}{U} r - \frac{k}{\pi} \left(1 + e^{-\frac{r\pi}{U}}\right). \end{aligned} \right\} \quad (3, 1)$$

Für Fall II.

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E}_y &= -\frac{U}{d} \cdot \frac{r+p}{\sqrt{1-r^2}}, \\ x' &= \frac{d}{\pi} \arcsin r + \frac{k}{\pi} A r \operatorname{Cos} \frac{1-qr}{q-r} - \frac{b}{\pi} A r \operatorname{Cos} \frac{1+p \cdot r}{p+r}. \end{aligned} \right\} \quad (3, 2)$$

Mit r ist der Parameter bezeichnet, der sich aus der bei der Streufeldberechnung benötigten konformen Abbildung ergibt. Für die Größen p und q entnehmen wir der Arbeit von R. Herzog¹⁾ die Formeln

$$p = \frac{d^2 + k^2 - b^2}{\sqrt{(d^2 + k^2 + b^2)^2 - 4b^2k^2}}, \quad q = \frac{d^2 - k^2 + b^2}{\sqrt{(d^2 + k^2 + b^2)^2 - 4b^2k^2}}. \quad (3, 3)$$

Die Bedeutung von b , d und k ist aus den Fig. 1 oder 3 zu ersehen.

4. Das Wechselfeld eines Kondensators.

Es sei die Länge des Kondensators klein gegen die Wellenlänge der angelegten Wechselspannung. Dann können wir das Feld aus einem Potential ableiten. Entlang der x -Achse kann \mathfrak{E}_y dargestellt werden durch

$$\mathfrak{E}_y = \frac{U_0}{k} \cdot f(x) \cdot e^{i\omega t}.$$

Dabei haben wir uns auf harmonische Wechselfelder beschränkt. $f(x)$ stellt den Feldverlauf längs der x -Achse dar, wenn eine Gleichspannung $2U = 2k$ Volt an den Kondensatorplatten liegt. Um $f(x)$ zu bestimmen, müssen wir das Feld in drei Räume zerlegen. In Raum I, mit dem Streufeld am Anfang des Kondensators, in Raum II, der den homogenen Teil des Feldes enthält, und in Raum III, in dem das Streufeld am Ende des Kondensators liegt. $f(x)$ wird dann den in Fig. 2 dargestellten Verlauf nehmen.

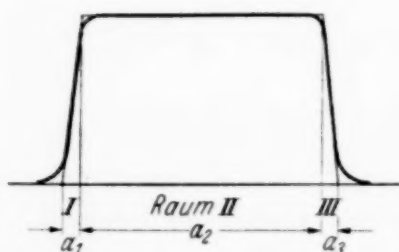


Fig. 2. Feldverlauf im Kondensator längs der x -Achse.

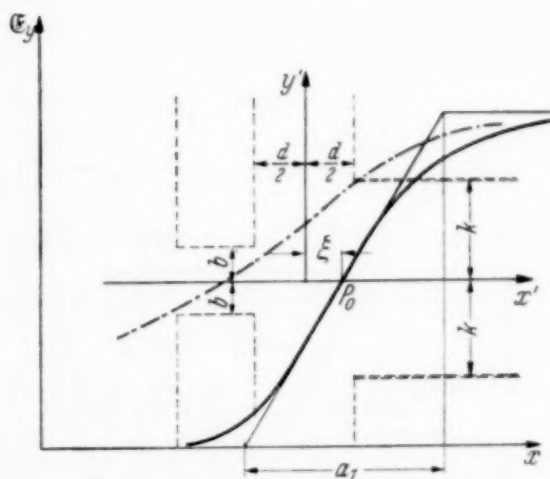


Fig. 3. Verlauf des Streufeldes längs der x -Achse am Rande eines Kondensators der Type II. Durch die gestrichelten Linien ist die Lage der Platten und der Blende angedeutet. Die strichpunktlierte Kurve gibt zum Vergleich das Streufeld eines Kondensators der Type I wieder, dessen Platten längs der doppelt gezeichneten Linie zu liegen kommen.

¹⁾ In der Arbeit von Herzog sind zwei Grenzfälle, A. sehr dünne Blende, B. sehr dicke Blende unterschieden, für die sich geringfügige Unterschiede im Feldverlauf ergeben. Für die hier beanspruchte Genauigkeit können die einfacheren Formeln des Falles B allgemein verwendet werden.

Damit wir die Bahnen rechnen können, müssen wir für $f(x)$ in den Räumen I und III analytisch faßbare Näherungen einführen. Wir wollen uns hier auf die einfachste Näherung beschränken und die Kurve für $f(x)$ in den Räumen I und III durch ihre Wendetangente ersetzen. In Raum I (von $x = g$ bis $x = g + a_1$) steigt also $f(x)$ linear von 0 bis 1, in Raum II (von $x = g + a_1$ bis $x = g + a_1 + a_2$) ist $f(x) = 1$ und in Raum III (von $x = g + a_1 + a_2$ bis $x = g + a_1 + a_2 + a_3$) fällt $f(x)$ wieder linear von 1 auf 0.

5. Bestimmung der Hilfskonstanten.

Für die Länge der Räume ergibt sich für Fall I aus den Formeln (3, 1):

$$\text{Fall I. } \left. \begin{aligned} a_1 = a_3 &= \frac{27}{4\pi} \cdot k = 2,1486 \cdot k, \\ a_2 &= a - k \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \left(\frac{3}{4} + \ln 2 \right) = a - 0,919 \cdot k, \end{aligned} \right\} \quad (5, 1)$$

wobei a die Länge der Kondensatorplatten bedeutet. Im Fall II können, wenn die Wendetangente benutzt werden soll, für die Größen a_i keine geschlossenen Ausdrücke angegeben werden. Benutzt man aber als Ersatz die Tangente an der Stelle $\mathfrak{E}_y = \frac{U_0}{2k} \cdot e^{i\omega t} \left(f(x) = \frac{1}{2} \right)$, die der Wendetangente sehr nahe kommt (siehe Fig. 3), so ergibt sich für die a_i

$$\left. \begin{aligned} a_{1,3} &= \frac{-d_{1,3}^2}{\pi \cdot k} \frac{(1 - \bar{r}_{1,3}^2)^2}{(p_{1,3} \cdot \bar{r}_{1,3} + 1)(\bar{r}_{1,3} + p_{1,3})(r_{1,3} - q_{1,3})}, \\ a_2 &= a - (\xi_1 + \xi_3) - \frac{a_1 + a_3}{2} + \frac{d_1 + d_3}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (5, 2)$$

Dabei sind die Größen \bar{r} und ξ gegeben durch:

$$\begin{aligned} \bar{r}_{1,3} &= \frac{d_{1,3} \sqrt{4k^2(1 - p_{1,3}^2) + d_{1,3}^2} - 4p_{1,3} \cdot k^2}{4k^2 + d_{1,3}^2}, \\ \xi_{1,3} &= \frac{d_{1,3}}{\pi} \arcsin \bar{r}_{1,3} + \frac{k}{\pi} \cdot \mathfrak{A}r \cos \frac{1 - q_{1,3} \cdot \bar{r}_{1,3}}{q_{1,3} - \bar{r}_{1,3}} - \frac{b_{1,3}}{\pi} \mathfrak{A}r \cos \frac{1 + \bar{r}_{1,3} \cdot p_{1,3}}{p_{1,3} + \bar{r}_{1,3}}. \end{aligned}$$

a bedeutet wieder die Länge der Kondensatorplatten. Durch die Indizes 1, 3 soll angedeutet werden, daß im Fall II die Räume I und III verschieden lang sein können und dann die Größen p , q , \bar{r} und ξ für beide Streufelder getrennt zu rechnen sind. Beginnen die Kondensatorplatten bei $x = g'$, so ist der Feldbeginn bei $x = g$ anzusetzen, wobei sich im Fall I für g ergibt:

$$g = g' - k \cdot \frac{6 - \ln 2}{\pi} = g' - k \cdot 1,690. \quad (5, 3)$$

Im Fall II wird

$$g = g' - (a_1 + d_1)/2 + \xi_1. \quad (5, 4)$$

¹⁾ Für \arcsin ist der Hauptwert, für $\mathfrak{A}r \cos$ der positive Wert zu nehmen.

6. Bahnen im Wechselfeld des Kondensators.

Das Wechselfeld liege zwischen $x = g$ und $x = g + a_1 + a_2 + a_3$, wobei a_1 und a_3 die in Abschnitt 4 definierten Längen der Streufelder bedeuten und a_2 die Länge des homogenen Teiles des Feldes darstellt, in welchem \mathfrak{E}_y der Gleichung (2, 1) genügt. Längs der x -Achse kommend, trete zur Zeit t_g bei $x = g$ mit der Geschwindigkeit \dot{x} ein Teilchen der spezifischen Ladung ε/μ ins Feld. Wir erhalten dann für die Ablenkung des Teilchens (tg des Austrittswinkels):

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha &= \left(\frac{\dot{y}}{\dot{x}} \right)_{x=g+a_1+a_2+a_3} \\ &= C \cdot \frac{\varepsilon U_0}{\mu k v^2 4 \pi^2} \left\{ \frac{1}{a_1} \left[e^{i 2 \pi \frac{a_1}{l}} - 1 \right] - \frac{1}{a_3} \left[e^{i 2 \pi \frac{a_3}{l}} - 1 \right] e^{i 2 \pi \frac{a_1+a_2}{l}} \right\} e^{i \omega t_g}. \quad (6, 1) \end{aligned}$$

Für die Verschiebung (y -Koordinate der Austrittsstelle) ergibt sich:

$$y = C \cdot \frac{\varepsilon \cdot U_0}{\mu \cdot k \cdot v^2} \cdot \frac{1}{4 \pi^2} \left\{ \begin{aligned} & - \frac{1}{a_3} \frac{l}{\pi i} e^{i 2 \pi \frac{a_1+a_2+a_3}{l}} \\ & + \left[1 + \frac{l}{\pi i} \cdot \frac{1}{a_3} \right] e^{i 2 \pi \frac{a_1+a_2}{l}} \\ & + \frac{1}{a_1} \left[a_2 + a_3 + \frac{l}{\pi i} \right] e^{i 2 \pi \frac{a_1}{l}} \\ & - \frac{1}{a_1} \left[a_1 + a_2 + a_3 + \frac{l}{\pi i} \right] \end{aligned} \right\} \cdot e^{i \omega t_g}. \quad (6, 1')$$

Im praktisch wichtigen Fall $a_1 = a_3$ wird:

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha &= C \cdot \frac{\varepsilon \cdot U_0}{\mu \cdot k \cdot v^2} \cdot \frac{(-1)}{4 \pi^2 a_1} \cdot \left[e^{i 2 \pi \frac{a_1}{l}} - 1 \right] \cdot \left[e^{i 2 \pi \frac{a_1+a_2}{l}} - 1 \right] \cdot e^{i \omega t_g} \\ &= C \cdot \frac{\varepsilon \cdot U_0}{\mu \cdot k \cdot v^2} \cdot \mathfrak{V}' \cdot e^{i \omega t_g}, \end{aligned} \quad (6, 2)$$

$$\begin{aligned} y &= C \cdot \frac{\varepsilon \cdot U_0}{\mu \cdot k \cdot v^2} \cdot \frac{1}{4 \pi^2 a_1} \left\{ \begin{aligned} & - \frac{l}{\pi i} e^{i 2 \pi \frac{a_1+a_2+a_3}{l}} \\ & + \left[a_1 + \frac{l}{\pi i} \right] e^{i 2 \pi \frac{a_1+a_2}{l}} \\ & + \left[a_1 + a_2 + \frac{l}{\pi i} \right] e^{i 2 \pi \frac{a_1}{l}} \\ & - \left[a_1 + a_2 + a_3 + \frac{l}{\pi i} \right] \end{aligned} \right\} \cdot e^{i \omega t_g} \\ &= C \cdot \frac{\varepsilon \cdot U_0}{\mu \cdot k \cdot v^2} \cdot \mathfrak{V}'' \cdot e^{i \omega t_g}. \end{aligned} \quad (6, 2')$$

Wenn

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{U}' &= u' + i \cdot v' = A' \cdot e^{i\varphi'} \\ \mathfrak{U}'' &= u'' + i \cdot v'' = A'' \cdot e^{i\varphi''} \end{aligned} \right\} \quad (6, 3)$$

gesetzt wird, bestehen die Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} u' &= \frac{1}{4\pi^2 a_1} \left[\cos 2\pi \frac{a_1 + a_2}{l} + \cos 2\pi \frac{a_1}{l} - \left(\cos 2\pi \frac{a_1 + a_2 + a_3}{l} + 1 \right) \right] \\ &= \frac{1}{\pi^2 a_1} \sin \pi \frac{a_1}{l} \sin \pi \frac{a_1 + a_2}{l} \cos \pi \frac{a_1 + a_2 + a_3}{l}, \\ v' &= \frac{1}{4\pi^2 a_1} \left[\sin 2\pi \frac{a_1 + a_2}{l} + \sin 2\pi \frac{a_1}{l} - \sin 2\pi \frac{a_1 + a_2 + a_3}{l} \right] \\ &= \frac{1}{\pi^2 a_1} \sin \pi \frac{a_1}{l} \sin \pi \frac{a_1 + a_2}{l} \sin \pi \frac{a_1 + a_2 + a_3}{l}, \\ u'' &= \frac{l}{\pi} v' + \left[a_1 \cos 2\pi \frac{a_1 + a_2}{l} + (a_1 + a_2) \cos 2\pi \frac{a_1}{l} \right. \\ &\quad \left. - (a_1 + a_2 + a_3) \right] \cdot \frac{1}{4\pi^2 a_1}, \\ v'' &= -\frac{l}{\pi} u' + \left[a_1 \sin 2\pi \frac{a_1 + a_2}{l} + (a_1 + a_2) \sin 2\pi \frac{a_1}{l} \right] \cdot \frac{1}{4\pi^2 a_1}. \end{aligned} \right\} \quad (6, 4)$$

$$\left. \begin{aligned} A' &= \sqrt{u'^2 + v'^2} = \left| \sin \pi \frac{a_1}{l} \cdot \sin \pi \frac{a_1 + a_2}{l} \right| \cdot \frac{1}{\pi^2 a_1}, \\ A'' &= \sqrt{u''^2 + v''^2}, \end{aligned} \right\} \quad (6, 5)$$

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{v'}{u'} = \operatorname{tg} \pi \frac{a_1 + a_2 + a_3}{l}, \quad \operatorname{tg} \varphi'' = \frac{v''}{u''}. \quad (6, 6)$$

Die Größen A' , A'' sind in Fig. 4 durch die voll ausgezogenen Kurven als Funktion der Geschwindigkeit \dot{x} (bzw. von $l = \dot{x} \cdot \tau$) dargestellt¹⁾. Die Bezeichnungen sind im selben Sinne verwendet wie in Abschnitt 2.

7. Berücksichtigung der Beschleunigungen in der x -Richtung in den Streufeldern.

Bisher wurde für die Voltgeschwindigkeit V des Teilchens angenommen, daß $V \gg \frac{U_0}{k} \cdot y$ gilt und die Beschleunigungen in der x -Richtung, die in den Streufeldern auftreten, vernachlässigt. Diese kann man aber durch plötzlich auftretende Geschwindigkeitsänderungen $\Delta \dot{x}$ beim Ein- und

¹⁾ Ablenkung und Verschiebung wurden für den Fall: $a_1 = a_3$, $a_2 = 13,6 \cdot a_1$ bestimmt, der für ein bestimmtes Geschwindigkeitsfilter näher behandelt werden mußte (siehe J. Mattauch, Phys. ZS. **33**, 899, 1932).

Austritt des Teilchens aus dem Kondensatorfeld in Korrektur setzen¹⁾. Ist \bar{y} die y -Koordinate der Ein- bzw. Austrittsstelle und $\bar{\mathcal{E}}_y$ die Feldstärke

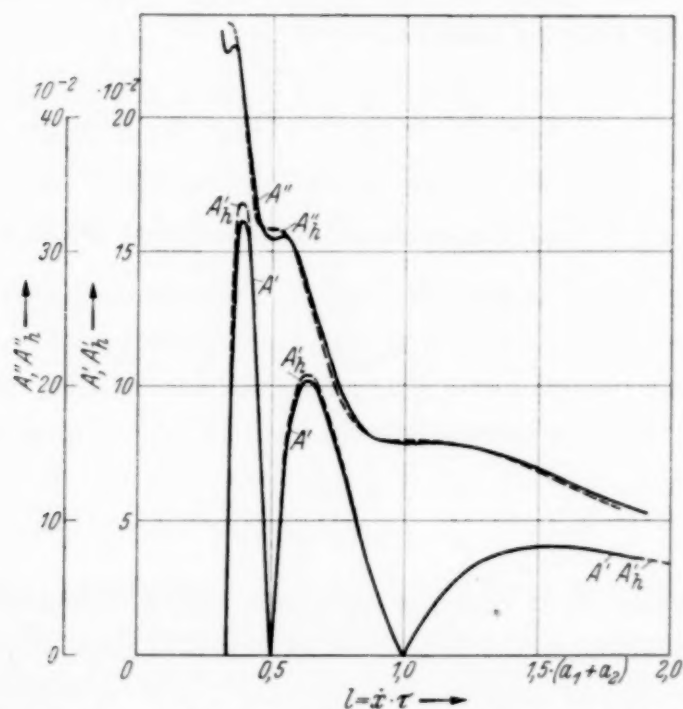


Fig. 4. Amplituden der Ablenkung (A') und Verschiebung (A'') eines geladenen Teilchens beim Austritt aus dem Wechselfeld eines Kondensators als Funktion seiner Geschwindigkeit \dot{x} (bzw. von $l = \dot{x} \cdot \tau$) — A'_h und A''_h sind die entsprechenden Amplituden auf ein homogenes Wechselfeld der Länge $a_h = a_1 + a_2$ bezogen (siehe Abschnitt 8).

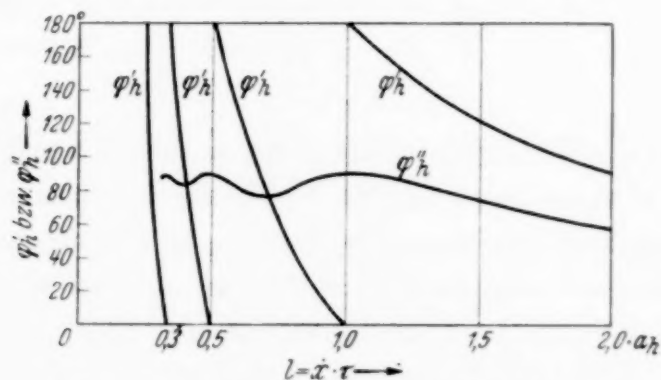


Fig. 5. Argumente (q'_h und q''_h) von Ablenkung und Verschiebung in einem homogenen Wechselfeld als Funktion der Geschwindigkeit \dot{x} (bzw. von $l = \dot{x} \cdot \tau$).

im homogenen Teil des Feldes zur Ein- bzw. Austrittszeit, so wird das Teilchen im Streufeld seine Voltgeschwindigkeit im $\Delta V = \bar{y} \cdot \bar{\mathcal{E}}_y$ ändern. Aus dem Energiesatz folgt die relative Änderung β der Geschwindigkeit \dot{x} ,

$$\beta = \frac{\Delta \dot{x}}{\dot{x}} = \frac{\varepsilon \cdot F}{\mu \cdot 300} \cdot \frac{\Delta V}{\dot{x}^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta V}{V}. \quad (7, 1)$$

¹⁾ R. Herzog u. J. Mattauch, Ann. d. Phys. (5) 19, 345, 1934.

Man hat dann vor, in und nach dem Feld die verschiedenen Geschwindigkeiten \dot{x}_0 , $\dot{x}_1 = \dot{x}_0 \cdot (1 + \beta_1)$ und $\dot{x}_2 = \dot{x}_1 \cdot (1 + \beta_2) = \dot{x}_0 \cdot (1 + \beta_1 + \beta_2)$; \dot{y} und y sind für die Geschwindigkeit im Feld \dot{x}_1 zu rechnen und für $\text{tg } \alpha$ ist die Korrektur zu beachten:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\dot{y}}{\dot{x}_2} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}_1} (1 - \beta_2). \quad (7, 2)$$

8. Ersatz des wirklichen Feldes durch ein homogenes Wechselfeld.

Aus den Formeln (2, 3) ersehen wir, daß ein Teilchen dann und nur dann (unabhängig von der Phase mit der es das Feld betritt) parallel zu seiner Eintrittsrichtung aus einem homogenen Wechselfeld austritt, wenn seine Geschwindigkeit \dot{x} die Bedingung

$$\tau \cdot \dot{x} = l_0 = \frac{a_h}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (8, 1)$$

erfüllt. Aus der Formel (6, 2) dagegen ergibt sich, daß bei Berücksichtigung des Streufeldes ein Teilchen aus dem Wechselfeld eines Kondensators dann und nur dann unabgelenkt austritt, wenn \dot{x} (bzw. $l = \dot{x} \cdot \tau$) wenigstens eine der nachstehenden Beziehungen erfüllt:

$$\begin{aligned} l_0 = \dot{x} \cdot \tau &= \frac{a_1 + a_2}{n'}, \\ l_0 = \dot{x} \cdot \tau &= \frac{a_1}{n''} \end{aligned} \quad (n', n'' = 1, 2, 3, \dots). \quad (8, 2)$$

Während bei angelegter Gleichspannung zur exakten Berechnung der Ablenkung eines Teilchens das Feld des wirklichen Kondensators durch ein ideales homogenes Feld ersetzt werden kann¹⁾, ist das demnach bei einem Wechselfeld nicht mehr allgemein durchführbar. Ist jedoch die Bedingung $a_1 \ll l$ erfüllt (Verweilzeit des Teilchens im Streufeld klein gegen die Schwingungsdauer), so gehen die Formeln (6, 2) und (6, 2') für Ablenkung und Verschiebung im Wechselfeld des Kondensators über, in die für den homogenen Fall abgeleiteten Formeln (2, 3), wenn $a_h = a_1 + a_2$ gesetzt wird.

Ist also $l \gg a_1$, so können wir zur Berechnung der Ablenkung und der Verschiebung eines Teilchens das Wechselfeld des Kondensators ersetzen durch ein homogenes Wechselfeld von der Länge $a_h = a_1 + a_2$, das bei $x = g_h$ beginnt und bei $x = g_h + a_h$ endet.

¹⁾ R. Herzog, ZS. f. Phys. **97**, 596, 1935.

Hierbei gilt im Falle I (dünne Kondensatorplatten, keine Blenden)

$$\left. \begin{aligned} g_h &= g' - \frac{k}{\pi} \left(\frac{21}{8} - \ln 2 \right) = g' - 0,6149 \cdot k, \\ a_1 + a_2 &= a + \frac{k}{\pi} \left(\frac{21}{4} - 2 \ln 2 \right) = a + k \cdot 1,2298 \end{aligned} \right\} \quad (8,3)$$

und im Fall II (Streufelder durch geerdete Blenden abgeschirmt)

$$\left. \begin{aligned} g_h &= g' - \frac{d_1}{2} + \xi_1, \\ a_1 + a_2 &= a - 2\xi + d. \end{aligned} \right\} \quad (8,4)$$

Dabei beginnen die Kondensatorplatten bei $x = g'$. Die Bedeutung der Größen d , ξ und k ist den Fig. 1 und 3 zu entnehmen; ihre Berechnung wurde in Abschnitt 5 durchgeführt.

In Fig. 4 wird durch die ausgezogene Kurve der Verlauf der Ablenkung A' und der Verschiebung A'' als Funktion von \dot{x} (bzw. $l = \dot{x} \tau$) dargestellt. Zur Berechnung von A' und A'' wurden die Formeln (6, 4) und (6, 5) benutzt. Zum Vergleich sind noch durch die gestrichelten Kurven Ablenkung (A'_h) und Verschiebung (A''_h) in einem homogenen Wechselfeld der Länge $a_h = a_1 + a_2$ eingezeichnet. Es ist jedoch zu beachten, daß bei einer Überprüfung der Genauigkeit der Näherung keineswegs \mathfrak{A}'_h mit \mathfrak{A}' und \mathfrak{A}''_h mit \mathfrak{A}'' direkt verglichen werden darf, sondern

$$\mathfrak{A}' = \mathfrak{A}'_h \cdot e^{i\pi \frac{a_1}{l}} \quad \text{und} \quad \mathfrak{A}'' = \left(\mathfrak{A}''_h + \mathfrak{A}'_h \frac{a_1}{2} \right) \cdot e^{i\pi \frac{a_1}{l}}$$

gilt; denn da das Teilchen ins Feld des Kondensators (siehe Abschnitt 4) bei $x = g$. ins homogene Feld jedoch bei $x = g_h = g + \frac{a_1}{2}$ eintritt, wird das Argument (φ') von \mathfrak{A}' um $\pi \frac{a_1}{l}$ größer sein als das Argument (φ'_h) von \mathfrak{A}'_h . (Die \mathfrak{A} wurden für ein anderes Koordinatensystem gerechnet als die \mathfrak{A}_h .) Ferner gibt \mathfrak{A}'' die y -Komponente des Teilchens bei $x = g' + a_1 + a_2 + a_3$, \mathfrak{A}''_h jedoch bei $x = g' + a_1 + a_2 + \frac{a_3}{2}$ an und wegen des schiefen Austritts ist dann zu y noch $\frac{\dot{y}}{\dot{x}} \cdot \frac{a_3}{2}$ hinzuzufügen. Führt man diese Korrektur aus, so wird die Kurve für \mathfrak{A}''_h in den steilen Gebieten etwas gehoben, in den waagerechten Gebieten bleibt sie unverändert. A'_h kann direkt mit A' verglichen

werden. Für die Argumente gilt $\text{Arg}(\mathfrak{U}') = \text{Arg}(\mathfrak{U}'_h \cdot e^{i\pi \frac{a_1}{l}})$ exakt, $\text{Arg}(\mathfrak{U}'') = \text{Arg}\left(\left[\mathfrak{U}''_h + \mathfrak{U}'_h \frac{a_3}{2}\right] e^{i\pi \frac{a_1}{l}}\right)$ in sehr guter Näherung. Im gegebenen Beispiel wurde ein Wechselfeld behandelt, bei dem die Länge des Streufeldes a_1 am Anfang des Kondensators gleich der Länge des Streufeldes a_3 am Ende des Kondensators ist, und bei dem für die Länge des homogenen Teiles des Feldes $a_2 = 13,6 \cdot a_1$ gilt. Ein solches Feld wird realisiert durch einen Kondensator der Type I, bei dem die Plattenlänge $a = 15,1 \cdot 2k$ ist ($2k = \text{Plattenabstand}$), oder durch einen Kondensator der Type II, bei welchem $a = 6,71 \cdot 2k$ ist, wenn Blendenweite $2b$ und Blendenabstand d zu k im Verhältnis stehen: $b = 0,3 \cdot k$ und $d = 0,5 \cdot k$.

Herrn Dozent J. Mattauch sei für das stets fördernde Interesse und seine Anregung zur vorliegenden Arbeit herzlich gedankt.

Bemerkung

zu einer Arbeit von G. Rösseler¹⁾, Köln: „Über eine Präzisionsmeßanordnung zur Bestimmung der Molekularpolarisation nicht dissoziierender Flüssigkeiten“.

Von F. Horst Müller.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 3. März 1937.)

Beim Lesen der — zweifellos experimentell sorgfältig ausgeführten — Rösselerschen Arbeit könnte der Eindruck entstehen, daß alle bisherigen Molekularpolarisationsbestimmungen wesentlich ungenauer sind. Ich möchte dazu im folgenden einige Bemerkungen machen, die nur deshalb auf meinen eigenen Messungen fußen, weil mir diese am schnellsten zur Verfügung stehen. Ich hätte diese Ausführungen also auch auf Messungen anderer Autoren stützen können.

In den drei nachstehenden Figuren sind die Ergebnisse Rösselers einigen von mir²⁾ gewonnenen gegenübergestellt. Ich habe dabei absichtlich die schärfere Bedingung einer Auftragung von P_2 ($P_2 = \frac{P_{12} - f_1 P_1}{f_2}$; P_2 = Polarisation der gelösten Komponente!) gegen die Konzentration f_2 anstatt einer Darstellung $P_{12} \leftrightarrow f_2$ gewählt. (Die Rösselerschen Resultate wurden entsprechend umgerechnet.)

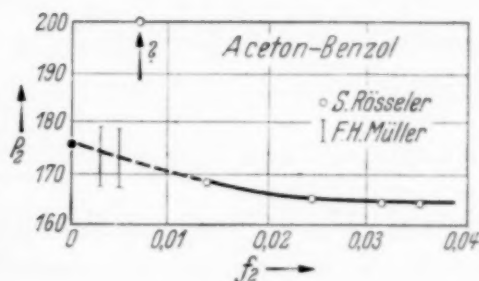


Fig. 1.

In meiner Arbeit wurde übrigens jeweils die Polarisation an Stelle des Dipolmoments angegeben, um die Unsicherheit des Ultrarotanteils nicht in die Diskussion des uns damals interessierenden Effektes (Lösungsmiteleinfluß!) hineinzuziehen. Zudem wurden von mir in meiner Arbeit auch nur eigene Ergebnisse verwendet, um ein in sich vollkommen homogenes Meßmaterial zu besitzen.

Fig. 1 zeigt, daß bei den Rösselerschen Aceton-Benzolgemischen der Punkt kleinster Konzentration herausfällt. Läßt man ihn weg, würde man auf etwa $P_2 = 176$ ccm für $f_2 = 0$ extrapolieren, d. h. gerade auf den Wert, der also schon in meiner Arbeit angegeben ist. Und ich halte das für eine sehr erfreuliche gegenseitige Kontrolle!

¹⁾ G. Rösseler, ZS. f. Phys. **103**, 191, 1936. — ²⁾ F. H. Müller, Phys. ZS. **34**, 689, 1933.

Dabei wurden allerdings meine Werte ermittelt durch Messungen an Konzentrationen, die an den Stellen der senkrechten Striche liegen, d. h. *wesentlich geringer als die von Rösseler verwendeten sind.*

Die Fig. 2 und 3 enthalten einige weitere in gleicher Weise aufgetragenen Ergebnisse an Nitrobenzol in Tetrachlorkohlenstoff und Chlorbenzol in

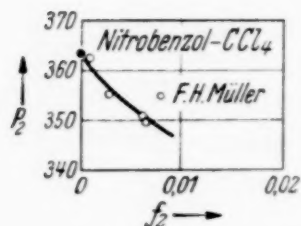


Fig. 2.

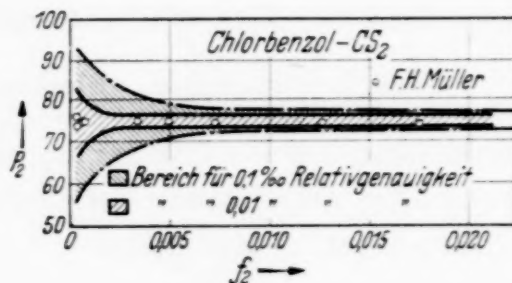


Fig. 3.

Schwefelkohlenstoff¹⁾. Sie mögen nochmals zeigen, daß meine Apparatur auch bei außerordentlich geringen Konzentrationen durchaus saubere, auf einer glatten Kurve liegende Ergebnisse lieferte.

Die damals von mir durchgeführte Fehlerbetrachtung zeigte, daß die Fehlermöglichkeit mit $1/f_2$ zunimmt. Die Meßpunkte dürfen bei vorgegebener Relativgenauigkeit in der DK innerhalb des eingezeichneten Trichters streuen. Ich hatte als Leistung meiner Apparatur $0,1^0/_{\infty}$ relative Genauigkeit, d. h. Genauigkeit $\frac{\epsilon_{\text{Lösung}} - \epsilon_{\text{Lösungsmittel}}}{\epsilon_{\text{Lösungsmittel}}} = 0,1^0/_{\infty}$ angegeben, obwohl (Fig. 3) meine Meßpunkte noch innerhalb des Trichters $0,01^0/_{\infty}$ liegen, die Messungen also tatsächlich *wesentlich genauer als angegeben* sind.

In der Rösselerschen Arbeit wird äußerste Frequenzkonstanz als unbedingt erforderlich angesehen. Ich gebe zu, daß bei meiner Apparatur nicht die Meßfrequenz, sondern die Differenzfrequenz beider Sender die behauptete Konstanz von $1/2$ Hz/Std. aufwies. Benötigt wird aber wiederum *nur diese Konstanz der Schwebungsfrequenz*, und bei geeigneter Schaltung (Substitution von Flüssigkeitskondensator und Meßkondensator statt der üblichen Parallelschaltung) ist *nicht einmal diese sehr wesentlich*. Allerdings liegt dann eben die Schwierigkeit im Bau eines geeigneten Schalters der den Austausch der Kondensatoren mit $0,01$ cm Kapazitätsgenauigkeit und einem auf $0,01 \Omega$ definierten Zuleitungswiderstand gestattet.

Viel bedenklicher dagegen scheint mir nach eigener Erfahrung, zwischen Messung von Lösungsmittel und Lösung den Flüssigkeitskondensator aus-

¹⁾ Die Beispiele wurden wahllos aus dem Gemessenen herausgegriffen.

einanderzunehmen oder auch nur aus der Apparatur herauszutrennen. Dieser müßte auf alle Fälle das Auswechseln von Lösung und Lösungsmittel ohne irgendeine anderweitige Änderung gestatten.

Überhaupt glaube ich, daß die Meßgenauigkeit von Dipolmomenten, d. h. die Übereinstimmung der Ergebnisse verschiedenster Autoren, heute nicht mehr wegen der DK-Bestimmung, wie es Rösseler annimmt, sondern aus anderen Gründen nicht höher getrieben werden konnte. Jedenfalls kann man ausreichende relative DK-Meßgenauigkeiten eben schon mit verhältnismäßig geringerem elektrischen Aufwand erzielen. Schwieriger ist z. B. schon die Thermostatenfrage für den Flüssigkeitskondensator: So findet man in der Literatur keine sauberen Messungen, die den Verlauf von P_2 bei kleinsten Konzentrationen gut wiedergeben, falls man sich für *wesentlich höhere oder tiefere Temperaturen als gerade Zimmertemperatur* interessiert. Und solche Ergebnisse wären im Hinblick auf Fragen der Lösungsstruktur außerordentlich erwünscht¹⁾.

Charlottenburg, März 1937.

¹⁾ F. H. Müller, Phys. ZS., erscheint demnächst.

Berichtigung zu der Arbeit: Über das Absorptions- und Fluoreszenz- spektrum des Indiumdampfes¹⁾.

Von Renia Wajnkrane in Warschau.

Zur Interpretation der experimentellen Ergebnisse meiner unter dem obigen Titel publizierten Arbeit möchte ich einige Punkte berichtigen.

Die Symbole der Terme $^1\Delta_g$ und $^3\Delta_g$ in der Fig. 7 und in dem darauf bezüglichen Text sind durch $^1\pi_g$ zu ersetzen, da der Molekülzustand $^1\Delta_g$ aus den Atomzuständen P und S nicht entstehen kann und deshalb auch in der Tabelle 7 nicht auftritt; der Term $^3\Delta_g$ steht aber mit den Kronigschen Regeln für die Prädissoziation nicht im Einklang. Übrigens ist auch der Term $^1\Sigma_u^-$ durch $^1\Sigma_g^+$ zu ersetzen, was eine andere Interpretation der oberen Terme zur Folge hat.

Was die von mir angegebene Interpretation der Absorptions- und Fluoreszenzspektren des Indiumdampfes betrifft, möchte ich nochmals ausdrücklich betonen, daß sie nur als erster Versuch einer Erklärung angesehen werden soll. Es unterliegt ja keinem Zweifel, daß bei unseren jetzigen experimentellen Kenntnissen dieses Gegenstandes sichere Schlüsse über die Termordnung, das Entstehen der Spektren, den vorliegenden Kopplungsfall usw. noch nicht gezogen werden können. Was speziell die Heranziehung der Prädissoziation zur Erklärung der diffusen Banden betrifft, so scheint diese Annahme aus manchen Gründen unzutreffend; unter anderem könnte man erwarten, daß die Intensität dieser Banden im Vergleich zu der der scharfen Banden kleiner sein sollte; auch sollten diese letzteren Banden in größerer Anzahl auftreten, als es tatsächlich der Fall ist. Bei der Entstehung der Linienfluoreszenz können auch die Stöße II. Art der angeregten In_2 -Moleküle mit den In-Atomen eine Hauptrolle spielen.

¹⁾ ZS. f. Phys. **104**, 122, 1936.

Die räumliche Verteilung der kosmischen Ultraschauerstrahlen.

Von **H. Geiger** und **O. Zeiller** in Charlottenburg.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 13. März 1937.)

Aus den unter verschiedenen Bedingungen gemessenen Ansprechwahrscheinlichkeiten von Zählrohren auf einen Schauer wurde auf die Winkelverteilung der Strahlen in einem Schauer geschlossen. Es ergab sich, daß die Schauerstrahlen aus Blei im Mittel unter einem Winkel von 20° zur Hauptrichtung des Schauers austreten. Ferner wurde festgestellt, daß die aus Blei austretenden Schauer mit wachsender Dicke der Bleischicht strahlenreicher werden.

1. Ziel der Arbeit. Die folgenden Versuche waren in der Absicht unternommen, einen Einblick in die räumliche Strahlenverteilung bei einem Schauer der Ultrastrahlung zu gewinnen. Zu diesem Zweck wurden unter einem als Schauerquelle dienenden Bleiblech eine größere Zahl von Zählrohren auf einem Kreisbogen von 20 cm Durchmesser in der aus Fig. 1 ersichtlichen Weise angeordnet. Es wurden dann die Zweifach- und Dreifachkoinzidenzen bei verschiedenen Zählrohrkombinationen und auch unter verschiedenen äußeren Bedingungen abgezählt und daraus zunächst die Ansprechwahrscheinlichkeiten der einzelnen Rohre in der früher angegebenen Weise ermittelt¹⁾.

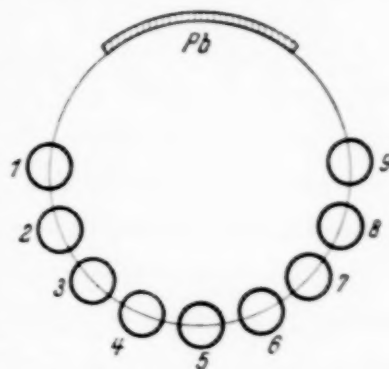


Fig. 1. Versuchsanordnung.

Die Zählrohre hatten bei einer Länge von 20 cm einen Durchmesser von 3 cm und waren unter Zusatz von Alkohol²⁾ mit Argon von 12 cm Hg-Druck gefüllt. Das kreisförmig gebogene Bleiblech hatte bei einer Dicke von 1,5 cm eine Fläche von $15 \times 40 \text{ cm}^2$. Zur Verbesserung der Winkeldefinition wäre es zweckmäßiger gewesen, die Zählrohre kürzer und die Bleifläche kleiner zu wählen, doch war dies aus Intensitätsgründen undurchführbar. Das Auflösungsvermögen der nach Johnson und Street³⁾ gebauten Verstärker war so hoch, daß selbst bei den Zweifachkoinzidenzen die zufälligen Koinzidenzen fast ganz ausgeschaltet waren. Dagegen war die Meßgenauigkeit dadurch beeinträchtigt, daß auch ohne Blei eine erhebliche Zahl von Koinzidenzen auftrat (Nulleffekt). Diese rührten wohl zum größten Teil

¹⁾ H. Geiger u. O. Zeiller, ZS. f. Phys. **97**, 300, 1935. — ²⁾ A. Trost, Phys. ZS. **36**, 801, 1935. — ³⁾ T. H. Johnson u. I. C. Street, Journ. of the Franklin Institut **215**, 239, 1933.

von Schauern her, die in der Luft oder an benachbarten Gebäudeteilen entstanden waren.

2. *Ansprechwahrscheinlichkeit desselben Zählrohres, ermittelt aus verschiedenen Koinzidenzverhältnissen.* Zur Orientierung über die erreichbare Meßgenauigkeit haben wir zunächst die Ansprechwahrscheinlichkeit des in der Mitte liegenden Rohres 5 auf verschiedene Weise möglichst genau bestimmt. Tabelle 1 enthält die Ergebnisse: in der ersten Spalte sind die Zählrohrkombinationen angegeben, mit denen die Koinzidenzen gezählt wurden; die beiden folgenden Spalten enthalten die ohne und mit Blei gefundenen Koinzidenzzahlen, die sich auf durchschnittlich je 17 Meßstunden stützen. Schließlich gibt die letzte Spalte jeweils das Verhältnis der Dreifach- zur Zweifachkoinzidenzzahl und damit die Ansprechwahrscheinlichkeit von Rohr 5 bei Auftreten eines Schauers. Die Zahlen der letzten Spalte, die im Mittel 0,37 ergeben, stimmen innerhalb der Fehlergrenze miteinander überein. Dieses Ergebnis war nicht vorauszusehen; denn die Koinzidenzen, auf deren Abzählung die Ansprechwahrscheinlichkeiten basieren, waren ja sehr verschiedener Art. So brauchte bei einer Koinzidenz —4—5—6— der erzeugende Schauer nur Strahlen bis zu rund 20° Divergenz enthalten, während eine Koinzidenz —1—5—9— Strahlen von 90° Divergenz erforderte. Man konnte vielleicht erwarten, daß die Schauer mit stark divergenten Strahlen auch besonders reich an Strahlen sind; dann aber hätten die Ansprechwahrscheinlichkeiten in Spalte 5 von Tabelle 1 systematisch anwachsen müssen, was nicht der Fall ist. Man kommt somit zu dem Schluß, daß nicht nur bei den Hoffmannschen Stößen, wo es die Wilson-Bilder evident machen, sondern auch bei den kleinen Schauern von wenigen Strahlen, mit denen wir es hier zu tun haben, eine starke Divergenz der Strahlen vorhanden ist. Wir glauben, daß dies auf die *D*-Strahlen zurück-

Tabelle 1. Zwei- und Dreifachkoinzidenzen für Zählrohre in symmetrischer Lage zur Vertikalen.

Art der Koinzidenz	Koinzidenzzahlen pro Stunde			Dreifachkoinzidenzen Zweifachkoinzidenzen
	ohne Blei	mit Blei	Zunahme	
—4—5—6—	34,6	56,4	21,8	} 0,36
—4—6—	59,4	120,0	60,6	
—3—5—7—	5,0	17,7	12,7	} 0,38
—3—7—	30,8	64,4	33,8	
—2—5—8—	2,9	9,7	6,8	} 0,35
—2—8—	23,0	42,1	19,1	
—1—5—9—	2,6	8,3	5,7	} 0,41
—1—9—	17,2	30,9	13,4	

zuführen ist, welche in dem Blei als Bremsstrahlung entstehen und schon dort eine erhebliche Streuung erfahren¹⁾).

3. *Ansprechwahrscheinlichkeit eines Zählrohres je nach seiner Lage.* Wir haben zwei weitere Meßreihen durchgeführt, bei denen wir diejenigen Koinzidenzen abzählten, die für alle Zählrohre von Fig. 1 die Berechnung der Ansprechwahrscheinlichkeiten ermöglichten. Die eine Meßreihe wurde in einem Dachraum ausgeführt, dessen Glasdach eine Dicke von rund 1 cm Wasseräquivalent besaß, die zweite in einem darunter liegenden Raum mit einer Decke von 15 cm Wasseräquivalent. Im übrigen waren beide Meßreihen mit derselben Apparatur und nach dem gleichen Schema ausgeführt. Die erste Meßreihe ist in Tabelle 2 ausführlich wiedergegeben, von der zweiten sind in der letzten Zeile von Tabelle 3 nur die Schlußwerte aufgenommen. Bei der ersten Meßreihe wurden für jede Bleidicke rund 75 Stunden, bei der zweiten rund 50 Stunden registriert, so daß die Zahlen in Tabelle 3 auf rund 5% gesichert sind. Die beiden Meßreihen zeigten deutliche Unterschiede. Zunächst war im oberen Raum die Zweifachkoinzidenzzahl im Durchschnitt um 30%, die Dreifachkoinzidenzzahl im Durchschnitt um 10% größer als im unteren Raum. Im Zusammenhang

Tabelle 2. Ansprechwahrscheinlichkeiten der Zählrohre in verschiedenen Lagen.

Art der Koinzidenz	Koinzidenzzahlen pro Stunde			Ansprechwahrscheinlichkeit von:
	ohne Blei	mit Blei	Zunahme	
—4—5—6—	33,0	57,5	24,5	Rohr 5 : 0,41
—4—6—	56,2	116	59,8	
—3—4—7—	9,3	19,6	10,3	Rohr 4 : 0,38
—3—7—	32,4	60,0	27,6	
—3—4—6—	21,6	38,6	17,0	Rohr 3 : 0,28
—4—6—	73,0	134	61,0	
—2—4—6—	11,7	24,0	12,3	Rohr 2 : 0,22
—4—6—	72,0	127	55,0	
—1—4—6—	8,5	18,5	10,0	Rohr 1 : 0,18
—4—6—	70,6	126	55,4	

Tabelle 3. Zusammenstellung von zwei Meßreihen, ausgeführt unter einem Dach von 1 cm bzw. 15 cm Wasseräquivalent.

	Ansprechwahrscheinlichkeiten von				
	Rohr 5	Rohr 4	Rohr 3	Rohr 2	Rohr 1
Oberer Raum (dünne Decke)	0,41	0,38	0,28	0,22	0,18
Unterer Raum (dicke Decke)	0,44	0,38	0,33	0,32	0,26

¹⁾ Vgl. hierzu H. Geiger u. E. Fünfer, ZS. f. Phys. **93**, 543, 1935.

damit lagen die Ansprechwahrscheinlichkeiten der Zählrohre im oberen Raum im Mittel tiefer als im unteren. Die Unterschiede können nach unserer Meinung nicht durch Meßfehler erklärt werden, sondern sind durch Verschiedenheiten in den Schauern bedingt. Wir müssen annehmen, daß die Schauer im oberen Raum zwar häufiger auftreten, aber dafür strahlenärmer sind als in dem unteren Raum. Die Zimmerdecke von 15 cm Wasseräquivalent bewirkt also bereits eine merkliche Änderung in der Qualität der Schauerstrahlung. Der folgende Versuch bestätigt dieses Ergebnis auf anderem Wege.

4. Zweifach- und Dreifachkoinzidenzzahlen bei verschiedenen Bleidicken.

Unsere aus Tabelle 3 gezogene Folgerung wurde überprüft durch einen Versuch, bei dem wir im oberen Raum mit Anordnung Fig. 1 für verschiedene Bleidicken die Zahlen der Zweifach- und Dreifachkoinzidenzen bestimmten. Tabelle 4 enthält die Ergebnisse. Man ersieht aus der letzten Spalte, daß die Ansprechwahrscheinlichkeit von Zählrohr 5 mit der Bleidicke systematisch zunimmt. Dies deutet also wieder darauf hin, daß die Schauer mit wachsender Dicke der vorgeschalteten Materieschicht strahlenreicher werden. Es sei erwähnt, daß dieses Resultat ohne weiteres verständlich ist, wenn man sich die Schauer durch *B*-Strahlenbüschel in der Weise entstanden denkt, wie es der eine von uns auf dem Züricher Kernkongreß¹⁾ dargelegt hat.

Tabelle 4. Zweifach- und Dreifachkoinzidenzzahlen in Abhängigkeit von der Dicke der Bleischicht.

Bleidicke in cm	Koinzidenzzahl —4—6—	Koinzidenzzahl —4—5—6—	$\frac{-4-5-6-}{-4-6-}$
0,2	18,2	3,5	0,19
0,4	29,8	6,6	0,22
0,8	52,5	15,2	0,29
1,6	54,0	23,0	0,43
3,2	32,6	14,0	0,43
6,6	17,3	8,4	0,48

5. Winkelverteilung der Schauerstrahlen. Die geringe Variation, welche nach Tabelle 3 die Ansprechwahrscheinlichkeiten der Zählrohre in den verschiedenen Lagen von Fig. 1 aufweisen, spricht an sich schon für den schon früher betonten diffusen Charakter aller Schauer. Es bestand jedoch noch die Möglichkeit, daß die geringe Variation zum Teil davon herrührte, daß eine Koinzidenz, wie beispielsweise —5—7—9—, bevorzugt durch einen solchen Schauer ausgelöst wird, dessen Schwerpunktsrichtung nicht vertikal verläuft, sondern eben in Richtung auf diese Zählrohrguppe geneigt ist.

¹⁾ Kernphysik, Vorträge in Zürich 1936, herausgegeben von E. Bretscher.

In diesem Falle müßte aber eine Koinzidenz $-5-7-9-$ erheblich häufiger auftreten als die in bezug auf die Vertikalrichtung nahezu gleichwertige Koinzidenz $-5-3-9-$. Die in einer 70stündigen Meßreihe gewonnenen Zahlen von Tabelle 5 zeigen, daß ein die Fehlergrenze übersteigender Unterschied nicht vorhanden ist. Somit kann angenommen werden, daß sich aus den Ansprechwahrscheinlichkeiten von Tabelle 3 ein zutreffendes Bild von der Winkelverteilung der Strahlen in einem Schauer ableiten läßt.

Tabelle 5. Vergleich der Dreifachkoinzidenzzahlen
 $-5-7-9-$ und $-5-3-9-$.

Art der Koinzidenz	Koinzidenzzahlen pro Stunde		
	ohne Blei	mit Blei	Zunahme
$-5-7-9-$	6,4	13,2	6,8
$-5-3-9-$	11,5	18,5	7,0

Bei Ermittlung der Winkelverteilung wurde ein graphisches Verfahren angewandt, das auf die Kurven von Fig. 2 führte. Die Ordinaten von Kurve I sind ein Maß für die Strahlendichte in verschiedenen Richtungen α , die Ordinaten von Kurve II ein Maß für die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Ablenkungswinkels α . Aus Kurve II entnimmt man, daß die Schauerstrahlen im Mittel unter einem Winkel von 20° zur Hauptrichtung des Schauers laufen. Auger¹⁾ gibt auf Grund von Wilson-Aufnahmen einen mittleren Divergenzwinkel von 18° gegen die Hauptrichtung, doch ist dieser Wert mit dem unseren nicht unmittelbar vergleichbar, da Auger nicht die räumliche Verteilung der Strahlen, sondern ihrer Projektionen bestimmt. Auch die von Held²⁾ im Tübinger Institut ausgeführte Messung kann nicht ohne weiteres zum Vergleich herangezogen werden, da von ihm der wahrscheinlichste Divergenzwinkel zwischen je zwei Strahlen gemessen wurde, der sich zu 20° ergab.

Charlottenburg, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, März 1937.

¹⁾ P. Auger, Vorträge über Kernphysik, S. 103. Zürich 1936. — ²⁾ Vgl. hierzu H. Geiger, *Ergebn. d. exakt. Naturwiss.* S. 57, 1935.

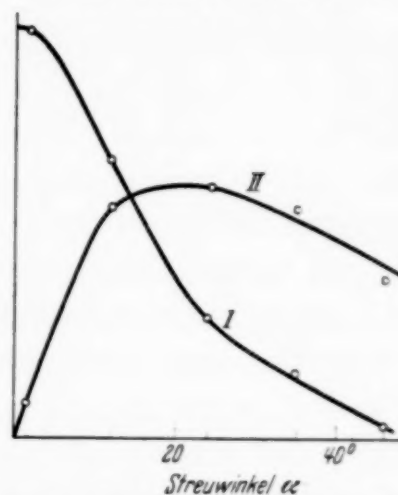


Fig. 2. Kurve I: Strahlendichte für verschiedene Streuwinkel.
Kurve II: Relative Wahrscheinlichkeit für Streuwinkel α .

Die Massendefekte der leichtesten Atomkerne auf Grund der neuen Annahmen über die Kräfte.

Von S. Flügge in Leipzig.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 4. März 1937.)

Die Massendefekte der leichtesten Atomkerne (Massen 2, 3, 4) werden mit den von den amerikanischen Forschern vorgeschlagenen Kräften auch zwischen gleichartigen Teilchen neu berechnet. Ein Versuch wird hinzugefügt, zu entscheiden, ob das experimentell bisher nicht aufgefundene Wasserstoffisotop 4 stabil ist; in einer Hartree-Näherung mit Korrektur der kinetischen Energie bezüglich der Schwerpunktsbewegung ergibt es sich als instabil gegen spontane Abspaltung eines Neutrons.

Durch die Versuche von Tuve, Heydenburg und Hafstad¹⁾ über die anomale Streuung von Protonen an Protonen, die bei Energien von einigen 10^5 e-Volt einsetzt, ist bewiesen, daß entgegen der früher in der Theorie gebräuchlichen Annahme starke Kräfte auch zwischen gleichartigen Teilchen wirksam sind. Die mathematische Analyse der Streumessungen²⁾ hat ergeben, daß die zur Coulomb-Kraft hinzutretende Proton-Protonkraft für den 1S -Zustand numerisch gleich der Neutron-Protonkraft für den gleichen Zustand ist, wie sie aus den Streuversuchen mit langsamen Neutronen in Wasserstoff von Fermi und Amaldi erschlossen wurde. Dies gilt allerdings nur unter der Voraussetzung, daß die Reichweite der Kräfte mindestens etwa 1 Elektronenradius beträgt. Aus diesem experimentellen Ergebnis haben Cassen und Condon³⁾ die naheliegende Folgerung gezogen, daß überhaupt kein prinzipieller Unterschied sei unter den Kräften, die zwischen gleichen oder ungleichen Teilchen wirken und daß Unterschiede allein dadurch hineingetragen werden, daß die beiden Teilchen sich in verschiedenen Zuständen befinden.

Dieser Gedanke wurde von Cassen und Condon mathematisch formuliert und in der nachstehenden Arbeit von Volz⁴⁾ weitergeführt. Der zwischen irgend zwei Teilchen wirkende Energieoperator der potentiellen Energie besteht danach aus vier Summanden:

$$H_{\text{pot}} = -M_{12}\Sigma_{12}P_{12} + W_{12} - H_{12}P_{12} + B_{12}\Sigma_{12}. \quad (1)$$

¹⁾ M. A. Tuve, N. P. Heydenburg u. L. R. Hafstad, Phys. Rev. **50**, 806, 1936. — ²⁾ G. Breit, E. U. Condon u. R. D. Present, ebenda S. 825. — ³⁾ B. Cassen u. E. U. Condon, ebenda S. 846. — ⁴⁾ H. Volz, ZS. f. Phys. **105**, 537, 1937.

Die Größen M , W , H und B sind dabei gewöhnliche Funktionen des Abstandes r_{12} der beiden Teilchen voneinander; der Operator Σ vertauscht ihre Spins, der Operator P ihre Ladungen, d. h. die Neutron-Protoneigenschaft. Die Eigenfunktion eines Kernproblems enthält danach für jedes Teilchen außer den Ortskoordinaten auch seinen Spin und seine „Ladungskordinate“. Die vier Summanden in (1) werden der Reihe nach als Majorana-, Wigner-, Heisenberg- und Bartlett-Kraft bezeichnet. Für die vier Funktionen M , W , H und B nehmen wir im folgenden an, sie seien Gauß-Funktionen, sämtlich von gleicher Reichweite,

$$M + W + H + B = -(A_M + A_W + A_H + A_B) e^{-b^2 r^2} = -A e^{-b^2 r^2} = -A e^{-r^2/a^2}. \quad (2)$$

Die empirisch bekannte Absättigung der schweren Kerne sowie die Tatsache, daß es keine „Neutronenseen“ gibt, ergeben, wie in der vorstehenden Arbeit von Volz gezeigt ist, zwei Bedingungen zwischen den vier Konstanten A_M bis A_B . Eine dritte Bedingung ergibt das aus der Proton-Proton- oder Proton-Neutronstreuung und dem Massendefekt des Deuterons folgende Verhältnis der 3S - zur 1S -Kraft wie 2:1. Damit kann der prozentuale Anteil der einzelnen Kraftarten an der Gesamtkraft eindeutig festgelegt werden wie folgt:

$$A_M = \frac{7}{6} A, \quad A_W = -\frac{5}{12} A, \quad A_H = -\frac{7}{12} A, \quad A_B = \frac{5}{6} A. \quad (3)$$

Die durch die Gleichungen (1) bis (3) beschriebenen Kräfte sind im folgenden benutzt worden zur Berechnung der Massendefekte von Deuteron, Triton, Helium 3 und Helium 4 nach dem Variationsverfahren.

1. Das Deuteron.

Die Eigenfunktion eines Deuterons ist symmetrisch in den Ortskoordinaten und in den Spins¹⁾, also, damit die Gesamteigenfunktion antisymmetrisch sei, in der „Ladungskordinate“ antisymmetrisch:

$$\Psi = \psi(\overline{r_1}, \overline{r_2}) \sigma(\overline{1}, \overline{2}) \varrho(\overline{1}, \overline{2}). \quad (4)$$

Bei Anwendung des Operators (1) hierauf bleibt Σ wirkungslos, während P in allen Gliedern, in denen es vorkommt, das Vorzeichen umdreht. Also wird:

$$H_{\text{pot}} \Psi = (M_{12} + W_{12} + H_{12} + B_{12}) \Psi. \quad (5)$$

¹⁾ Symmetrie ist im folgenden stets durch Überstreichen, Antimetrie durch Überklammern der betreffenden Koordinaten angedeutet. Vgl. auch F. Hund, ZS. f. Phys. 105, 202, 1937.

Für die Bindung des Deuterons ist also eine gewöhnliche Kraft maßgebend (die 3S -Kraft, in anderer Bezeichnung). Bezeichnet also etwa r die Relativkoordinate der beiden Teilchen, so wird der Massendefekt

$$E = \int d\mathbf{r} \psi^*(\mathbf{r}) \left(-\frac{\hbar^2}{M} \Delta - A e^{-b^2 r^2} \right) \psi(\mathbf{r}) \quad (6)$$

mit der Normierung $\int d\mathbf{r} \psi^* \psi = 1$. Im Falle des Deuterons ist die exakte Lösung der Schrödinger-Gleichung bekannt. Da $E = -2,3$ TME experimentell vorgegeben ist, besteht die Aufgabe darin, für verschiedene beliebig gegebene b -Werte A jeweils so zu bestimmen, daß der Eigenwert E gerade den empirischen Wert annimmt. Man erhält auf diese Weise eine exakte Beziehung zwischen den beiden Potentialkonstanten A und b (oder A und a). Analoge Rechnungen für andere Kerne haben einmal den Zweck zu zeigen, daß es möglich ist, mit den gleichen Kräften auch deren Massendefekte darzustellen, zum andern, wenn möglich, einen zweiten funktionalen Zusammenhang zwischen A und b zu gewinnen, so daß der Schnittpunkt zweier solcher $A(b)$ -Kurven gestattet, die wahren Werte von A und b anzugeben. Dies zweite Ziel wird allerdings vorläufig nur in höchst mangelhafter Weise erreicht.

Da bei den komplizierteren Atomkernen eine strenge Lösung der Schrödinger-Gleichung nicht mehr möglich ist, ist es von Interesse, auch beim Deuteron die Funktion $A(b)$ aus approximativen Eigenfunktionen ähnlicher Art zu bestimmen, wie sie dort verwendet werden. Zu diesem Zwecke wurde die Rechnung auch mit den Eigenfunktionen durchgeführt:

$$\psi = N^{1/2} e^{-\gamma^2 r^2}, \quad (7a)$$

$$\psi = N^{1/2} e^{-\gamma^2 r^2} (1 + \alpha r), \quad (7b)$$

$$\psi = N^{1/2} e^{-\gamma r}. \quad (7c)$$

Die erste Eigenfunktion ist identisch mit der von Dolch u. a. benutzten; die Eigenfunktion (7b) ergibt ihr gegenüber nur eine geringe Verbesserung, während es bei Benutzung von (7c) gelingt, etwa die Hälfte des noch zwischen (7a) und der exakten Lösung bestehenden Fehlers zu beseitigen. Mit (7c) erhält man bei Einführung der Abkürzungen

$$\varphi(\alpha) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} [1 - \Phi(\alpha)] e^{\alpha^2}; \quad \Phi(\alpha) = \text{Fehlerintegral}, \quad (8)$$

und $\gamma = \alpha b$ die folgenden Ausdrücke für die Energie:

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{\hbar^2 b^2}{M} \alpha^2, & E_{\text{pot}} &= -A f(\alpha), \\ f(\alpha) &= 4\alpha^3 \left[\left(\frac{1}{2} + \alpha^2 \right) \varphi(\alpha) - \frac{\alpha}{2} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Entwickelt man $f(\alpha)$ für große α , so fallen eine Reihe von Entwicklungsgliedern weg; die Reihe beginnt mit dem konstanten Gliede: $f(\alpha) = 1 + \dots$; $E_{\text{pot}} = -A$. Dies Resultat ist anschaulich klar, da großes α bedeutet, daß die Eigenfunktion sehr rasch abfällt verglichen mit der Reichweite a der Kraft; man wird also den Faktor $e^{-b^2 r^2}$ im Integral (6) auslassen können; d. h. aber es bleibt tatsächlich gerade $-A$ für die potentielle Energie stehen. Für unendlich große Reichweite der Kraft geht eben die Tiefe A des Potentialtopfes nicht gegen Null, sondern gegen $|E| = 2,3$. Analoge Gesetze gelten auch für die komplizierteren Kerne und bieten dort eine willkommene Kontrolle der Rechnung. Der Grenzwert von A wird beim Triton, wie man weiter unten leicht sieht, nicht gleich dem Massendefekt, sondern $= \frac{4}{9} |E| = 4$ und beim α -Teilchen $= \frac{9}{9} |E| = 6,7$. Da die drei $A(b)$ -Kurven beim „richtigen“ b sich schneiden müssen, erklärt dies Verhalten, warum die He^4 -Kurve flacher verläuft als die für das Triton, und diese wiederum flacher als die für das Deuteron. Gleichzeitig erkennt man daraus, daß der Schnittpunkt der drei Kurven für bessere Eigenfunktionen durchaus nicht schlechter definiert ist als für die gebräuchlichen Näherungen.

2. Kerne der Masse 3, allgemeiner Teil.

Da in der potentiellen Energie Operatoren auftreten, die auf die Spins und Ladungen wirken, ist der, bei Anwesenheit von Majoranakräften und gewöhnlichen Kräften allein, gültige Ansatz der Produktaufspaltung der Eigenfunktion in drei Faktoren nach Ort, Spin und Ladung nicht mehr streng richtig. Da sich alle Operatoren so schreiben lassen, daß sie etwa nur auf Ort und Spin wirken, kann man die Ladungseigenfunktion zwar als Faktor abspalten und ihr einen bestimmten Symmetriecharakter zuschreiben; eine weitere Aufspaltung der restlichen Eigenfunktion in Ort- und Spinanteil dagegen hat nur noch genäherten Sinn. Da es kaum möglich ist, eine Eigenfunktion anzugeben, die nicht solche Produktgestalt hätte, führen wir diese Aufspaltung dennoch durch, müssen aber ihres Näherungscharakters stets eingedenk bleiben. Hierdurch wird von vornherein in die Rechnung für Kerne mit mehr als zwei Teilchen ein Fehler hineingetragen, der der Theorie des Deuterons fremd ist.

Befinden sich von den drei Teilchen die Nummern 1 und 2 im gleichen Zustande, d. h. ist die Ortsfunktion $\psi(\overline{12}, 3)$ in ihnen symmetrisch, so müssen sie beide gleiche Teilchen sein, d. h. gleiche Ladungsquantenzahl und wegen des Pauli-Prinzips entgegengesetzten Spin haben. Das dritte Teilchen ist dann ausgezeichnet. Die Eigenfunktion lautet:

$$\psi(\overline{12}, 3) \sigma(\overline{12}, 3) \varrho(\overline{12}, 3). \quad (10)$$

Eine völlig antisymmetrische Eigenfunktion ist die folgende Linearkombination dreier solcher Ausdrücke:

$$\begin{aligned} \Psi = & \psi(\overline{12}, 3) \sigma(\overline{12}, 3) \varrho(\overline{12}, 3) + \psi(\overline{23}, 1) \sigma(\overline{23}, 1) \varrho(\overline{23}, 1) \\ & + \psi(\overline{31}, 2) \sigma(\overline{31}, 2) \varrho(\overline{31}, 2). \end{aligned} \quad (11)$$

Führen wir die Spineigenfunktionen α und β in bekannter Bezeichnung ein und nennen die analogen Funktionen der Ladungskordinate a und b (a bedeutet etwa Proton-, b Neutroneigenschaft), so wird

$$\begin{aligned} \Psi = & \psi_3(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1) \alpha_3 a_1 a_2 b_3 + \psi_1(\alpha_2\beta_3 - \alpha_3\beta_2) \alpha_1 b_1 a_2 a_3 \\ & + \psi_2(\alpha_3\beta_1 - \alpha_1\beta_3) \alpha_2 a_1 b_2 a_3. \end{aligned} \quad (12)$$

ψ_3 steht dabei als Abkürzung für $\psi(\overline{12}, 3)$; α_1 für $\alpha(1)$. Diese Eigenfunktion legen wir im folgenden zugrunde.

Für die Normierung hat man dann:

$$\sum_{\sigma, \varrho} \int d\tau \Psi^* \Psi = 6 \cdot \int d\tau \psi_3^2 = 6. \quad (13)$$

Ebenso leicht kann man die kinetische Energie aufschreiben, da auch dort keine auf Spin oder Ladung wirkenden Operatoren auftreten:

$$E_{\text{kin}} = -\frac{\hbar^2}{2M} \cdot \frac{1}{6} \cdot \sum_{\sigma, \varrho} \int d\tau \Psi^* \Delta \Psi = -\frac{\hbar^2}{2M} \int d\tau \psi_3 \Delta \psi_3. \quad (14)$$

Als Beispiel für den Verlauf der Rechnung bei der potentiellen Energie wollen wir noch ausführlich die Glieder mit der Majoranakraft aufschreiben [dabei steht σ_3 kurz für $\sigma(\overline{12}, 3) = (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1) \alpha_3$]:

$$\begin{aligned} & \sum_{\sigma, \varrho} \int d\tau \Psi^* H_{\text{pot}}^{(M)} \Psi \\ = & - \sum_{\sigma, \varrho} \int d\tau (\psi_3 \sigma_3 a_1 a_2 b_3 + \psi_1 \sigma_1 b_1 a_2 a_3 + \psi_2 \sigma_2 a_1 b_2 a_3) \\ & \cdot \{ M_{12} (-\psi_3 \sigma_3 a_1 a_2 b_3 - \psi_1 \sigma_2 a_1 b_2 a_3 - \psi_2 \sigma_1 b_1 a_2 a_3) \\ & + M_{13} (-\psi_3 \sigma_1 b_1 a_2 a_3 - \psi_1 \sigma_3 a_1 a_2 b_3 - \psi_2 \sigma_2 a_1 b_2 a_3) \\ & + M_{23} (-\psi_3 \sigma_2 a_1 b_2 a_3 - \psi_1 \sigma_1 b_1 a_2 a_3 - \psi_2 \sigma_3 a_1 a_2 b_3) \} \\ = & \sum_{\sigma} \int d\tau \{ \psi_3 \sigma_3 (M_{12} \psi_3 \sigma_3 + M_{13} \psi_1 \sigma_3 + M_{23} \psi_2 \sigma_3) \\ & + \psi_1 \sigma_1 (M_{12} \psi_2 \sigma_1 + M_{13} \psi_3 \sigma_1 + M_{23} \psi_1 \sigma_1) + \psi_2 \sigma_2 (M_{12} \psi_1 \sigma_2 \\ & + M_{13} \psi_2 \sigma_2 + M_{23} \psi_3 \sigma_2) \}. \end{aligned}$$

Für die Ausführung der Spinsummen können wir aus den Normierungs- und Orthogonalitätsrelationen der α und β die Beziehungen herleiten:

$$\sum_{\sigma} \sigma_3 \sigma_3 = 2; \quad \sum_{\sigma} \sigma_3 \sigma_2 = -1.$$

Beim Majoranaoperator tritt hiervon nur die erste Kombination auf; daher entsteht:

$$\begin{aligned} & \int d\tau \{ \psi_3 (2 M_{12} \psi_3 + 2 M_{13} \psi_1 + 2 M_{23} \psi_2) + \psi_1 (2 M_{12} \psi_2 \\ & + 2 M_{13} \psi_3 + 2 M_{23} \psi_1) + \psi_2 (2 M_{12} \psi_1 + 2 M_{13} \psi_2 + 2 M_{23} \psi_3) \} \\ & = 6 \cdot \int d\tau \{ 2 M_{12} \psi_1 \psi_2 + M_{12} \psi_3^2 \}. \end{aligned}$$

Führt man die vollständige Rechnung unter Mitnahme auch der anderen Glieder der potentiellen Energie durch, so erhält man schließlich:

$$\begin{aligned} E_{\text{pot}} &= \frac{1}{6} \sum_{\alpha, \beta} \int d\tau \Psi^* H_{\text{pot}} \Psi \\ &= \int d\tau \{ (2 M_{12} + H_{12}) \psi_1 \psi_2 + (2 W_{12} + B_{12}) \psi_2^2 \\ & \quad + (M_{12} + W_{12} - H_{12} - B_{12}) \psi_3^2 \}. \end{aligned} \quad (15)$$

Der letzte Term dieses Ausdrucks gibt die Bindung zwischen den beiden gleichartigen Teilchen; ihr Spin ist verschieden wegen des Pauli-Prinzips und daher ist dieser Term identisch mit der 1S -Kraft. Die beiden ersten Summanden hat man als Neutron-Proton-Bindung zu deuten; daß W und B mit anderen Eigenfunktionen verknüpft sind als M und H rührt davon her, daß W und B beide nicht auf die Ladungskordinate wirken, im Gegensatz zu M und H . Die Heisenberg-Kraft tritt je Valenzstrich nur mit der Stärke $1/2$ auf; da ja ein Neutron relativ zum Proton beide Spinrichtungen annehmen kann, hat man nämlich die Kombination zu bilden:

$$\frac{1}{4} (3 \cdot {}^3S\text{-Kraft} + 1 \cdot {}^1S\text{-Kraft}) = \frac{1}{4} (3 \cdot (M + H) + 1 \cdot (M - H)) = M + \frac{H}{2},$$

und ganz entsprechend in den W - und B -Termen.

Die älteren Rechnungen, die nur mit einer Majoranakraft zwischen ungleichen Teilchen arbeiten, ergeben nur den ersten Summanden des ersten Terms ($2 M_{12} \psi_1 \psi_2$); der andere Majorana-Term unserer Rechnung ($M_{12} \psi_3^2$) rührt von der Verallgemeinerung der Majorana-Kraft bei dem neuen Kräfteansatz her; sie liefert jetzt eben auch einen Beitrag zur Bindung gleichartiger Teilchen.

Wir können endlich noch in (15) die numerischen Beträge der einzelnen Kräfte nach (3) einsetzen; dann fällt der zweite Term gerade heraus, und es bleibt stehen:

$$E_{\text{pot}} = -A \int d\tau e^{-b^2 r_{12}^2} \{ \frac{7}{4} \psi_1 \psi_2 + \frac{3}{4} \psi_3^2 \}. \quad (16)$$

Beim He^3 hat man außerdem noch einen Term zur potentiellen Energie hinzuzufügen, der der Coulombschen Abstoßung zwischen den beiden Protonen Rechnung trägt, d. h. das positive Glied

$$E_C = e^2 \int \frac{d\tau}{r_{12}} \psi_3^2. \quad (17)$$

3. Kerne der Masse 3, spezieller Teil.

Es mögen die drei Abstände der Elementarteilchen voneinander in Einheiten der Kraftreichweite mit x, y, z bezeichnet werden, also

$$x = br_{23} = r_{23}/a \text{ usw. zyklisch.} \quad (18)$$

Die Rechnung wurde der Reihe nach mit den folgenden Eigenfunktionen durchgeführt:

$$\psi = N^{1/2} \{e^{-\alpha^2(x^2+y^2)} + \beta e^{-\alpha^2(y^2+z^2)} + \beta e^{-\alpha^2(z^2+x^2)}\}, \quad (19)$$

$$\psi = N^{1/2} \{e^{-\alpha^2(x^2+y^2)} + e^{-\alpha^2(y^2+z^2)} + e^{-\alpha^2(z^2+x^2)}\}, \quad (20)$$

$$\psi = N^{1/2} e^{-\alpha^2(x^2+y^2+z^2)}, \quad (21)$$

$$\psi = N^{1/2} e^{-\alpha \cdot (x+y+z)}. \quad (22)$$

Die Funktion (19) stimmt im wesentlichen mit der besten unter den von Dolch¹⁾ benutzten Eigenfunktionen überein, nur ist einer der dort eingeführten drei freien Parameter (β) willkürlich = 1 gesetzt. Funktion (20) ist dieselbe Funktion mit $\beta = 1$; sie stellt gerade eine in allen drei Teilchen vollsymmetrische Funktion dar. Es wird sich zeigen, daß die Abweichung der wahren Lösung von der symmetrischen Spezialform nur gering ist; deshalb sind die anderen diskutierten Funktionen ebenfalls vollsymmetrisch gewählt. (21) ist eine in amerikanischen Arbeiten viel verwandte Funktion [Feenberg²⁾, Bethe-Bacher³⁾]. Nach den guten Erfahrungen beim Deuteron schien es interessant, auch beim Triton einmal zu untersuchen, inwieweit man durch Benutzung von Funktionen mit dem richtigen asymptotischen Verhalten — also wie $e^{-\alpha r}$ statt $e^{-\alpha^2 r^2}$ — die Näherung verbessern könnte; deshalb wurde die Funktion (22) benutzt, die sich von (21) allein dadurch unterscheidet, daß im Exponenten alle Quadrate weggestrichen sind.

Für die Durchführung der Rechnung ist es sehr wichtig, geeignete Integrationsvariable zu wählen. Während bei Eigenfunktionen vom Typus $e^{-\alpha^2 r^2}$ Polarkoordinaten (zwei Abstände und der Winkel zwischen ihnen) in der Literatur häufig benutzt wurden und sich gut bewährten, erschien es bei Eigenfunktionen vom Typus $e^{-\alpha r}$ nötig, sich nach anderen Variablen umzusehen, da sonst in den Exponenten sehr lästige Wurzelausdrücke auftreten. Die zweckmäßigsten Variablen scheinen die drei Relativabstände zu sein (x, y, z). Das Volumenelement nimmt dann bis auf einen nebensächlichen konstanten Faktor, der bei der Normierung herausfällt, die Form an:

$$d\tau = x dx y dy z dz, \quad (23)$$

¹⁾ H. Dolch, ZS. f. Phys. **100**, 401, 1936. — ²⁾ E. Feenberg, Phys. Rev. **47**, 850; **48**, 906, 1935. — ³⁾ H. A. Bethe u. R. F. Bacher, Rev. Mod. Physics **8**, 82, 1936.

und der Integrationsbereich läuft etwa in z von $|x - y|$ bis $x + y$, in x und y von 0 bis ∞ , wobei aber natürlich auch Vertauschungen der Integrationsvariablen zulässig sind. Der Δ -Operator lautet in diesen Koordinaten:

$$\frac{1}{2} \Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2}{x} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{2}{y} \frac{\partial}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{2}{z} \frac{\partial}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left\{ \frac{x^2 + y^2 - z^2}{xy} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \frac{y^2 + z^2 - x^2}{yz} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} + \frac{z^2 + x^2 - y^2}{zx} \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} \right\}. \quad (24)$$

Nach diesen Vorbereitungen können wir unmittelbar die Schlußformeln für die verschiedenen Eigenfunktionen angeben:

1. Eigenfunktion (19):

$$N^{-1} = \frac{\pi^3}{\alpha^6} \left(\frac{1}{8} + \beta \cdot \frac{4}{5^{3/2}} + \beta^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5^{3/2}} \right) \right),$$

$$E \cdot \left[\frac{1}{8} + \beta \cdot \frac{4}{5^{3/2}} + \beta^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5^{3/2}} \right) \right] = \left[\frac{3}{4} + \frac{96}{5^{5/2}} \beta + \left(\frac{3}{2} + \frac{48}{5^{5/2}} \right) \beta^2 \right] \frac{h^2}{M} \alpha^2 b^2$$

$$- \frac{1}{4} A \alpha^3 \left\{ \frac{7 + 11\beta^2}{(2 + 5\alpha^2)^{3/2}} + \frac{14\beta + 4\beta^2}{(2 + 4\alpha^2)^{3/2}} + \frac{22\beta + 14\beta^2}{(3 + 5\alpha^2)^{3/2}} + \frac{2 + 7\beta^2}{(4 + 4\alpha^2)^{3/2}} \right\}. \quad (25)$$

2. Eigenfunktion (20): Dasselbe wie bei (19), nur mit $\beta = 1$, also:

$$N^{-1} = \frac{\pi^3}{\alpha^6} \left(\frac{3}{8} + \frac{6}{5^{3/2}} \right),$$

$$E \left(\frac{3}{8} + \frac{6}{5^{3/2}} \right) = \alpha^2 \cdot \left(\frac{9}{4} + \frac{144}{5^{5/2}} \right) \frac{h^2}{M} b^2$$

$$- \frac{9}{4} A \alpha^3 \left\{ \frac{2}{(2 + 5\alpha^2)^{3/2}} + \frac{2}{(2 + 4\alpha^2)^{3/2}} + \frac{4}{(3 + 5\alpha^2)^{3/2}} + \frac{1}{(4 + 4\alpha^2)^{3/2}} \right\}. \quad (26)$$

3. Eigenfunktion (21):

$$N = \frac{24 \sqrt{3}}{\pi^3} \alpha^6,$$

$$E = 9 \frac{h^2}{M} \alpha^2 b^2 - \frac{9}{4} A \left(1 + \frac{1}{3\alpha^2} \right)^{-3/2}. \quad (27)$$

4. Eigenfunktion (22):

$$N = \frac{128 \cdot 8}{7} \alpha^6,$$

$$E = \frac{30}{7} \frac{h^2}{M} \alpha^2 b^2 - \frac{9}{4} A f(\alpha) \quad (28)$$

mit

$$f(\alpha) = \frac{64}{21} \alpha^2 \left\{ -16 \alpha^6 + 2 \alpha^4 + \varphi(2\alpha) \left(64 \alpha^7 - 3 \alpha^3 + \frac{3}{2} \alpha \right) \right\},$$

wobei φ die in Gleichung (8) definierte Funktion ist.

Für He^3 wurde die Eigenfunktion (19) mit zwei Parametern α und β benutzt. Die Ausrechnung des Coulomb-Integrals ergibt dann als Zusatz zu der Energieformel (25):

$$E_C = \frac{e^2 b}{\alpha^5} N 2 \pi^{5/2} \left(\frac{1}{8} + \frac{4}{513} \beta + \frac{9\sqrt{2}}{20} \beta^2 \right). \quad (29)$$

4. Diskussion. Ergebnisse für Teilchen der Masse 2 und 3.

Wir stellen nun die für verschiedene Eigenfunktionen erhaltenen Wertepaare A, b zusammen, welche man annehmen muß, um den Massendefekt des Tritons gleich seinem empirischen Wert (8,8 TME) zu machen, wobei die Parameter α und β so gewählt werden, daß die erforderliche Kraftintensität ein Minimum wird.

Mit der Eigenfunktion (19) ergeben sich z. B. für die reziproke Reichweite $b = 1,2$ folgende Werte von $\frac{1}{4} A$:

$\alpha \backslash \beta =$	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,70	10,25	10,23	10,23	10,24	10,25
0,75	10,20	10,16	10,15	10,15	10,18
0,80	10,26	10,23	10,22	10,23	10,24

Der kleinste aller Werte ist stark umrandet; man liest daraus ab, daß die beste Eigenfunktion dieses Typus durch die Konstanten $\alpha \approx 0,75$ und $\beta \approx 0,85$ definiert wird und daß die Intensität der Kraft $A = 40,6$ ist bei $b = 1,2$. Gleichzeitig sieht man, wie flach das Minimum als Funktion von α und β ist, und damit, daß die Bestimmung der richtigen Werte dieser Parameter notwendig sehr ungenau wird. Immerhin genügt die Genauigkeit, um zu zeigen, daß β sicher < 1 ist; das Triton ist also sicher ein wenig unsymmetrisch derart, daß die beiden Neutronen im Mittel weiter voneinander entfernt sind als jedes von ihnen vom Proton. Das ist auch verständlich, da ja zwischen den Neutronen die 1S -Kraft wirkt, die nur halb so stark ist wie die 3S -Kraft; zwischen Neutron und Proton wirkt dagegen im Mittel eine Mischung von 1S - und 3S -Kraft.

Andererseits zeigen die angegebenen Zahlenwerte, daß bei Benutzung der symmetrischen Funktion (20) $\beta = 1$ der A -Wert nur unwesentlich höher liegt als das Minimum. Für die Berechnung der Kräfte wird es daher erlaubt sein, sich auf vollsymmetrische Funktionen zu beschränken, wovon auch bei der Wahl der weiteren Eigenfunktionen (21) und (22) Gebrauch gemacht wurde.

Bei Beschränkung auf symmetrische Eigenfunktionen fällt in der allgemeinen Formel (15) die Unterscheidung zwischen ψ_1 , ψ_2 und ψ_3 weg; dann entsteht aber für die Energie des Tritons der stark vereinfachte Ausdruck:

$$E = -\frac{\hbar^2}{2M} \int d\tau \psi \Delta \psi + 3 \int d\tau (M_{12} + W_{12}) \psi^2. \quad (30)$$

Die Kräfte H und B fallen dann also vollständig heraus. Die Kombination $M + W$ kann allein aus den Streumessungen von Neutronen und Protonen an Protonen bestimmt werden ohne Zuhilfenahme der von Volz an den schweren Kernen abgeleiteten Sättigungsbedingungen; es ist nämlich $M + W$ gerade die Kombination $\frac{1}{2}({}^3S\text{-Kraft} + {}^1S\text{-Kraft}) = \frac{3}{4}{}^3S\text{-Kraft}$. Umgekehrt wird es also unmöglich sein, aus dem Massendefekt des Tritons irgendeinen Schluß auf die Gültigkeit der Volzschen Bedingungen zu ziehen.

Mit der unsymmetrischen Eigenfunktion (19) wurde unter Heranziehung des Terms E_C , Gleichung (29), nachgerechnet, ob die aus dem Triton mit diesem Eigenfunktionstypus berechnete Kraft in der Lage ist, den Massendefekt von He^3 quantitativ wiederzugeben. Es wurde zu diesem Zweck mit $A = 40,6$ und $b = 1,2$ der Massendefekt von He^3 als Funktion von α und β tabuliert mit dem folgenden Ergebnis:

$\alpha \backslash \beta =$	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,70	7,86	7,90	7,90	7,85	7,80
0,75	8,00	8,07	8,09	8,07	7,95
0,80	7,66	7,76	7,78	7,73	7,65

Man erhält also als besten Wert $E = -8,09$ TME als Massendefekt, d. h. um 0,71 TME weniger als beim Triton. Die Werte von α und β , bei denen dies Extremum erreicht wird, stimmen innerhalb der (beschränkten) Genauigkeit mit denen beim Triton überein. Eine genauere Festlegung der Konstanten würde zweifellos bei He^3 ein etwas kleineres β als beim Triton ergeben, da ja die Coulombsche Abstoßung der beiden Protonen deren Abstand vergrößert; dieser Polarisierungseffekt ist aber schon in der Eigenfunktion so gering, daß er hier nicht zu erfassen ist; auf die Energie hat er natürlich erst recht keinen Einfluß. Der erhaltene Wert für den Massendefekt von He^3 stimmt innerhalb der Fehlergrenzen mit dem empirischen überein¹⁾.

¹⁾ Bester Wert für die Differenz nach Bethe und Bacher, a. a. O.: $(0,76 \pm 0,14)$ MV.

In Fig. 1 und 2 sind die mit den verschiedenen Eigenfunktionen erhaltenen A, b -Kurven aufgezeichnet. Zum Vergleich ist in beiden Figuren die aus der exakten Integration des Deuterons folgende Kurve eingezeichnet, die natürlich am tiefsten liegt; mit dieser Kurve sollten die übrigen einen Schnittpunkt beim richtigen Wertepaar A, b besitzen, wenn exakte Eigenfunktionen verwandt wären; da das nicht der Fall ist, müssen sie höher

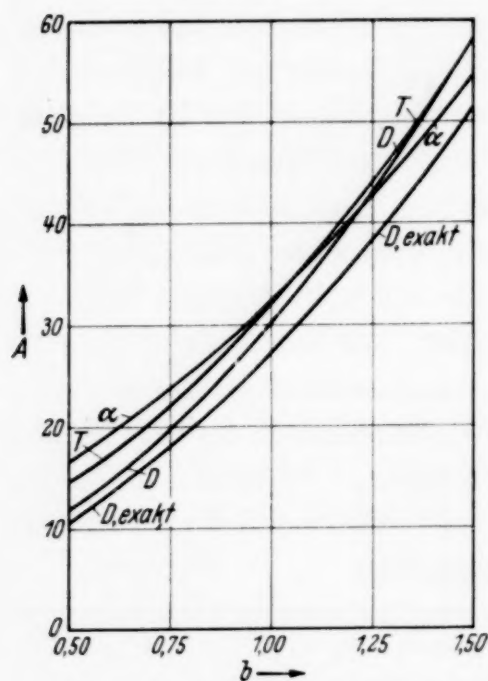


Fig. 1. Intensität der 3S -Kraft bei verschiedenen Reichweiten für Eigenfunktionen, die aus Glockenkurven aufgebaut sind.

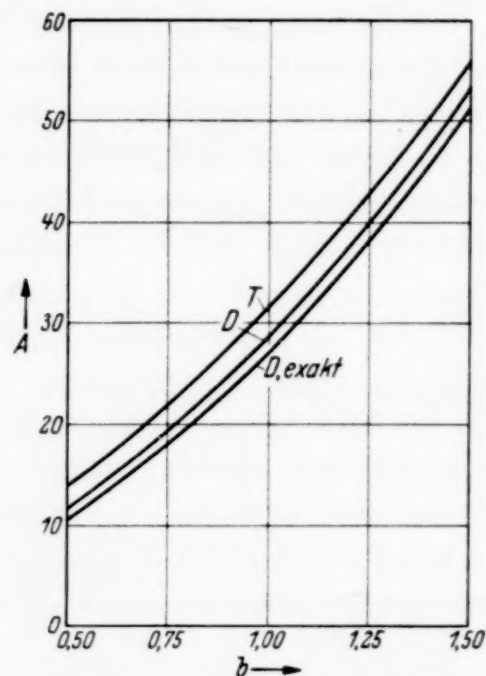


Fig. 2. Intensität der 3S -Kraft bei verschiedenen Reichweiten für Eigenfunktionen, die aus Exponentialfunktionen aufgebaut sind.

liegen. In Fig. 1 sind die Kurven eingezeichnet, die für die drei Kerne Deuteron, Triton und Helium 4 mit Eigenfunktionen vom Typus $e^{-\alpha^2(r_{12}^2 + \dots)}$ erhalten sind, wo im Exponenten die Summe der Quadrate aller Relativabstände steht [Deuteron: Gleichung (7a), Triton: (21), He⁴: (31)]. Wegen ihres ähnlichen Baues vermutet man, daß diese Eigenfunktionen etwa gleich gute Näherungen sind, so daß das Gebiet, in dem sich die drei zugehörigen A, b -Kurven schneiden, ein rohes Maß für die Reichweite gibt; man würde daher vermuten, daß b etwa bei 1,2 liegt.

Tatsächlich kann von einer solchen Bestimmung der Reichweite aber durchaus nicht die Rede sein. In Fig. 2 sind für das Deuteron [Funktion (7c)] und das Triton (22) die Kurven aufgezeichnet, die man erhält, wenn man Eigenfunktionen benutzt, die genau so gebaut sind, nur daß im Exponenten alle Quadrate weggestrichen sind: $e^{-\alpha(r_{12} + \dots)}$. Solche Funktionen, die das asymptotische Verhalten für große r besser wiedergeben, sind sicher

besser. Auch diese Gruppe von Funktionen würde man auf den ersten Blick als untereinander etwa gleich gute Näherungen ansprechen; in Wahrheit ist die Deuteronfunktion sehr viel besser als die für das Triton: Die A, b -Kurve des Deuterons liegt jetzt ganz unter der für das Triton; ein Schnittpunkt kommt gar nicht mehr zustande. Man kann daraus wohl schließen, daß der Hauptfehler beim Triton nicht dadurch verursacht wird, daß die Eigenfunktion (21) nicht das richtige asymptotische Verhalten besitzt, sondern dadurch, daß sie nicht die richtigen Gebiete im Konfigurationsraum ausfüllt, ein Effekt, der bei der einen einzigen Koordinate des Deuterons gar nicht auftreten kann. Danach ist die Tritonfunktion (21) sicher noch erheblich schlechter als die Deuteronfunktion (7a) und der Schnittpunkt liegt sicher noch erheblich links von dem in Fig. 1 bei $b = 1,5$ eingezeichneten. Sichere Schlüsse auf die Reichweite der Kräfte und damit auch auf die Radien der leichtesten Kerne lassen sich also einstweilen nicht mit Sicherheit ziehen.

5. Teilchen der Masse 4 (H_1^4 und He_2^4).

In Fig. 1 wurde bereits das He^4 zum Vergleich mit herangezogen; die Kurve wurde mit der Eigenfunktion gewonnen

$$e^{-\alpha^2 b^2 (r_{12}^2 + r_{13}^2 + r_{14}^2 + r_{23}^2 + r_{24}^2 + r_{34}^2)}; \quad (31)$$

an dem Ausdruck für die Energie ändert sich infolge der vollsymmetrischen Gestalt der Eigenfunktion gegenüber dem von Wigner¹⁾ und Dolch (l. c.) benutzten Ausdruck nur insofern etwas, als die Zahl der Valenzstriche nicht mehr 4, sondern 6 ist, dafür aber längs der beiden Valenzstriche, die gleichartige Teilchen entgegengesetzter Spins miteinander verbinden, nur jeweils die Kraft ${}^1S = \frac{1}{2} {}^3S$, längs der vier Valenzstriche, die auch bei den alten Kräften schon da waren, nur noch die Kraft $\frac{3}{4} {}^3S + \frac{1}{4} {}^1S = \frac{7}{8} {}^3S$ wirkt, zusammen also $2 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{7}{8} = \frac{9}{2}$ statt des früheren Faktors 4 vor die potentielle Energie tritt. Die Energie des α -Teilchens wird daher:

$$E = 18 \frac{\hbar^2}{M} b^2 \alpha^2 - \frac{9}{2} A \left(1 + \frac{1}{4\alpha^2}\right)^{-3/2}. \quad (32)$$

Die Kurve „ α “ in Fig. 1 ist hiernach berechnet.

Besonders interessant ist es, einmal zu untersuchen, ob das Wasserstoffisotop 4 existenzfähig ist. Da es bisher, ähnlich wie die Teilchen der Masse 5, nicht experimentell nachgewiesen werden konnte, liegt die Vermutung nahe, daß eine Bindung des dritten Neutrons an ein Triton nicht möglich ist, sondern daß eine Abstoßung eintritt.

¹⁾ E. Wigner, Phys. Rev. **43**, 252, 1933.

Als geeignetes Näherungsverfahren zur Rechnung wurde das von Heisenberg¹⁾ zuerst vorgeschlagene Hartree-Modell mit Oszillatoreigenfunktionen benutzt. Die drei das Triton bildenden Teilchen sind dann im Grundzustand mit den Oszillationsquantenzahlen (0, 0, 0); das hinzugefügte Neutron im p -Zustand (1, 0, 0). Für die Abhängigkeit von Spin und Ladung gehen wir aus von einer Eigenfunktion des folgenden Typus:

$$\{\psi(1\ 2\ 3, 4) \varrho(1\ 2\ 4, 3) - \psi(1\ 2\ 4, 3) \varrho(1\ 2\ 3, 4)\} \sigma(1\ 2, 3\ 4). \quad (33)$$

Der erste Summand in diesem Ausdruck bedeutet: 4 ist das p -Neutron, 3 das Proton; 1 2 3 sind im s -Zustand und daher ist die Ortsfunktion in diesen drei Koordinaten symmetrisch; 1 und 2, die beiden Neutronen, haben antiparallele, 3 und 4 parallele Spins. Man überlegt leicht, daß bei antiparallelen Spins von 3 und 4 eine Bindung a fortiori nicht zustandekommt. Der zweite Summand vertauscht die Teilchen 3 und 4. Die so entstehende Eigenfunktion, die wir kurz schreiben können:

$$(\psi_4 \varrho_3 - \psi_3 \varrho_4) \sigma_{12} = \omega_{34} \sigma_{12} \quad (34)$$

und die bei Einführung der Spinfunktionen α und β sowie der analogen Ladungsfunktionen a und b ausführlich lautet:

$$(\psi_4 a_1 a_2 b_3 a_4 - \psi_3 a_1 a_2 a_3 b_4) (\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) \alpha_3 \alpha_4, \quad (35)$$

ist antisymmetrisch bezüglich einer Vertauschung von 1 mit 2 oder von 3 mit 4. Um eine in allen vier Teilchen antisymmetrische Eigenfunktion zu gewinnen, bilden wir die Linearkombination

$$\Psi = \sigma_{12} \omega_{34} + \sigma_{23} \omega_{14} + \sigma_{34} \omega_{12} + \sigma_{41} \omega_{32} + \sigma_{13} \omega_{42} + \sigma_{24} \omega_{31}. \quad (36)$$

Mit dieser Eigenfunktion wurde die Rechnung durchgeführt. Dabei bedeutet der Hartree-Ansatz noch eine besondere Vereinfachung. Da er voraussetzt, daß die Ortsfunktion geschrieben werden kann:

$$\psi_4 = \varphi(1) \varphi(2) \varphi(3) \chi(4),$$

wobei φ und χ orthogonal sind, fallen eine ganze Reihe der im allgemeinen Fall auftretenden Glieder weg. Berechnet man mit den Kraftansätzen der Gleichungen (1), (2) und (3) die potentielle Energie, so findet man:

$$E_{\text{pot}} = -\frac{9}{4} A \int d\tau e^{-b^2 r_{12}^2} \psi_4^2 - A \int d\tau e^{-b^2 r_{34}^2} \left(\frac{5}{12} \psi_4^2 + \frac{13}{12} \psi_3 \psi_4 \right). \quad (37)$$

Der erste dieser Terme ist gerade die potentielle Energie des im H^4 -Kern enthaltenen Tritons; die beiden anderen Glieder sind Zusatzterme, die von den zum p -Neutron weisenden Valenzstrichen herrühren. Wählt man für die Eigenfunktion den speziellen Oszillatoransatz

$$\psi_4 = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{9/4} e^{-\frac{\alpha}{2} (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2)} \cdot \sqrt{2\beta} \left(\frac{\beta}{\pi} \right)^{3/4} x_4 e^{-\frac{\beta}{2} r_4^2}, \quad (38)$$

¹⁾ W. Heisenberg, ZS. f. Phys. **96**, 473, 1935.

so erhält man auf diese Weise den folgenden Ausdruck für die Energie:

$$\begin{aligned}
 E = & \frac{\hbar^2}{M} \cdot \frac{9}{4} \alpha - \frac{9}{4} A \left(1 + \frac{2b^2}{\alpha}\right)^{-3/2} \\
 & + \frac{\hbar^2}{M} \cdot \frac{5}{4} \beta - \frac{5}{12} A \cdot \frac{1 + \frac{b^2}{\alpha}}{\left[\left(1 + \frac{b^2}{\alpha}\right)\left(1 + \frac{b^2}{\beta}\right) - \frac{b^4}{\alpha\beta}\right]^{5/2}} \\
 & - \frac{13}{12} A \cdot \frac{32 \frac{b^2}{\alpha}}{\left(1 + \frac{\beta}{\alpha}\right)^{5/2} \left(1 + \frac{\alpha}{\beta}\right)^{5/2} \left(1 + \frac{4b^2}{\alpha + \beta}\right)^{5/2}}. \quad (39)
 \end{aligned}$$

Hierin sind die beiden ersten Glieder kinetische und potentielle Energie des im H^4 enthaltenen Tritons; das dritte Glied ist die kinetische Energie des hinzutretenden p -Neutrons, das vierte und fünfte endlich der Beitrag der Bindung dieses Teilchens zur potentiellen Energie. Diese Formel enthält noch einen wesentlichen Fehler, der für die Hartree-Näherung charakteristisch ist: Da die Koordinaten der vier Teilchen als unabhängig voneinander behandelt werden, ist der Schwerpunkt des Systems nicht in Ruhe. Diese Wackelbewegung muß von der kinetischen Energie noch abgezogen werden; für ein Triton bedeutet das die Hinzufügung des Faktors $2/3$ zur kinetischen Energie¹⁾; für einen Kern der Masse 4, bei dem alle vier Teilchen im gleichen Zustande sind — wie z. B. He^4 — den Faktor $3/4$. Für H^4 liegt die Korrektur jedenfalls zwischen beiden Werten.

Wir verfahren nun wie folgt: Wir setzen als Korrekturfaktor durchweg $2/3$ ein, dann wird die kinetische Energie sicher zu klein. Für die Kraftkonstanten wählen wir das Wertepaar $A = 32$, $b = 1$, für das der Massendefekt des Tritons mit unserer Eigenfunktion gerade richtig wiedergegeben wird. Wir geben nun der Reihe nach verschiedene Werte von β vor und rechnen zu jedem aus, für welches α die Energie des H^4 ein Minimum wird. Anschaulich bedeutet das, daß wir das p -Neutron allmählich von außen ($\beta = 0$) an das Triton heranzuführen, wobei das Triton eine Auflockerung erfährt, d. h. der Wert von α , der dem Energieminimum entspricht, sich etwas verschiebt. In Fig. 3 sind die so erhaltenen Werte von $E(H_1^4) - E(H_1^3)$ aufgetragen; man sieht, daß diese Größe für jedes β positiv ist: Der Kern H_1^4 kann also nicht gebildet werden. Ihm einen Massendefekt zuzuordnen, der

¹⁾ Der aus der so korrigierten Hartree-Näherung folgende Ausdruck für die Energie des Tritons stimmt genau überein mit dem aus der Eigenfunktion (21) erhaltenen.

kleiner ist als der des Tritons, hat keinen Sinn, da die gezeichnete Kurve nirgends ein Minimum besitzt, also gar keine Gleichgewichtslage vorhanden ist, deren Energie man wählen könnte. Der Kern H^4 ist danach nicht etwa

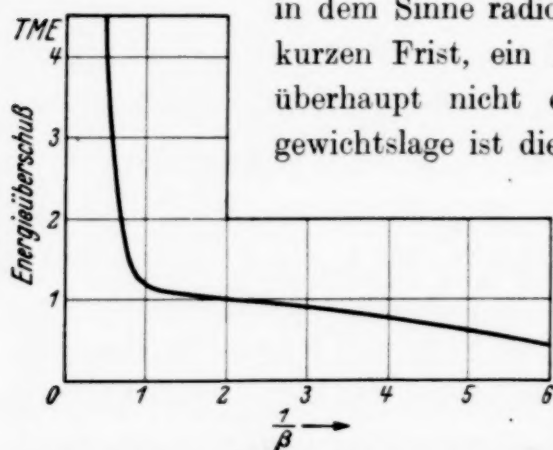


Fig. 3. Massenüberschuß des Wasserstoff 4 gegen Triton und freies Neutron.

in dem Sinne radioaktiv, daß er in einer, vielleicht sehr kurzen Frist, ein Neutron emittierte, sondern er ist überhaupt nicht existenzfähig. Die einzige Gleichgewichtslage ist die, bei der das p -Neutron unendlich weit entfernt ist; dann hat das Gebilde den Massendefekt des Tritons.

Die gezeichnete Kurve kann keinen Anspruch machen auf quantitative Richtigkeit. Einmal wird sie bei richtiger Behandlung der Schwerpunktsbewegung im ganzen Verlauf steiler und höher zu liegen kommen; andererseits kann sie noch eine geringe Senkung erfahren bei Benutzung besserer Eigenfunktionen. An dem allgemeinen Ergebnis der Instabilität dürfte sich wohl nichts mehr ändern.

Zusammenfassung.

Mit den neuen, in amerikanischen Arbeiten zuerst vorgeschlagenen Kräften zwischen den Kernbausteinen werden die leichtesten Atomkerne der Massen 2, 3 und 4 neu berechnet und im allgemeinen eine geringe Verbesserung der Übereinstimmung zwischen den aus dem Zweikörperproblem bekannten Kräften und den zur Erklärung der Massendefekte notwendigen gefunden. Außer den bisher in der Literatur gebrauchten Eigenfunktionen werden noch einige andere diskutiert und ihre charakteristischen Fehler gezeigt. Eine Aussage über die von Volz in der vorstehenden Arbeit aufgestellten Sättigungsforderungen lassen die betrachteten Atomkerne nicht zu. In Abschnitt 5 wird das experimentell bisher nicht bekannte Wasserstoffisotop 4 untersucht und gefunden, daß es sicher nicht existenzfähig ist.

Herrn Prof. Hund gebührt mein herzlicher Dank für zahlreiche anregende Diskussionen. Desgleichen bin ich den Herren Euler und Volz für manche interessante Besprechung zu Dank verpflichtet.

Leipzig, Institut f. theor. Physik der Universität, im Februar 1937.

Über die Größe der Kernkräfte.

Von **H. Volz** in Leipzig.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 16. März 1937.)

Die in ihrer gegenseitigen Größe zunächst noch unbestimmten, ladungsinvariant formulierten Kräfte zwischen schweren Teilchen³⁾ werden auf die Berechnung der Massendefekte schwerer Atomkerne angewandt. Dabei werden die aus Streumessungen sowie aus dem Massendefekt des Deuterons sich ergebenden experimentellen Tatsachen zugrunde gelegt. Durch die in § 2 formulierten Forderungen lassen sich die dann noch möglichen Kombinationen der vier Kräfte so weit einschränken, daß man jedenfalls in guter Annäherung die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} M - 2W + 2H - B &= 0, \\ 2W + B &= 0, \end{aligned}$$

die das Verschwinden der nichtsättigenden Integrale in der potentiellen Energie bewirken, als erfüllt ansehen kann. Mit Hilfe dieser beiden Gleichungen zusammen mit den aus den obigen Experimenten folgenden Beziehungen lassen sich die vier Kräfte einzeln bestimmen.

1. Einleitung. Aus den Messungen von Tuve, Heydenburg und Hafstad¹⁾ über die Streuung von Protonen an Protonen läßt sich, wie Breit, Condon und Present²⁾ gezeigt haben, der Schluß ziehen, daß zwischen zwei Protonen mit großer Genauigkeit dieselbe Kraft wirkt wie zwischen einem Neutron und einem Proton, wenn sich die beiden Teilchen jedesmal in einem *S*-Zustand mit antiparallelen Spinen befinden, d. h. wenn die Wellenfunktion, die die beiden Teilchen verknüpft, in den Raumkoordinaten der Teilchen symmetrisch, in den Spinkoordinaten antisymmetrisch ist. Diese Tatsache hat Breit und Feenberg³⁾ veranlaßt, ganz allgemein die Forderung aufzustellen, daß die Kraft zwischen zwei schweren Teilchen unabhängig davon sein soll, ob die Teilchen geladen oder ungeladen sind, und nur abhängen soll von den Symmetrieeigenschaften ihrer Eigenfunktion im Orts- und Spinraum. Die einzige Unsymmetrie soll durch die Coulombsche Wechselwirkung zwischen den Protonen gegeben sein, die wir jedoch, wenn die Teilchen genügend nahe beieinander sind, wegen der Größe der übrigen Kräfte als verhältnismäßig kleine Störung ansehen können. — Wegen der vier möglichen Verknüpfungen von Symmetrie und Antisymmetrie im Raum und im Spin müssen wir dann vier ver-

¹⁾ M. A. Tuve, N. P. Heydenburg, L. R. Hafstad, Phys. Rev. **50**, 806, 1936. — ²⁾ G. Breit, E. U. Condon, R. D. Present, ebenda, S. 846. — ³⁾ G. Breit u. E. Feenberg, ebenda, S. 850.

schiedene Kräfte zulassen. Wir können diese Kräfte darstellen durch bestimmte Kombinationen der in der Kerntheorie schon lange gebräuchlichen „Austauschkräfte“, nämlich

1. der Majorana-Kraft, die die Örter der beiden Teilchen vertauscht,
2. der Heisenberg-Kraft, die Ort und Spin vertauscht,
3. der Bartlett-Kraft, die nur den Spin vertauscht, und
4. der Wigner-Kraft, die keine Vertauschung bewirkt.

Die im obigen Sinne invariante Formulierung der vier Kräfte wurde von Breit und Feenberg¹⁾ gegeben. Wir denken uns im folgenden die vier Kräfte dargestellt durch ihre Potentiale, die wir, von den Austauschoperatoren abgesehen, in der Form

$$-M \cdot e^{-\delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k)^2}, -H \cdot e^{-\delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k)^2}, -W \cdot e^{-\delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k)^2}, -B \cdot e^{-\delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k)^2}$$

annehmen. Die Größen M, H, W und B haben die Dimension einer Energie und geben die Größe der Kräfte an, während der zweite Faktor den Abfall mit der Entfernung liefert. Wir nehmen für alle vier Kräfte dieselbe Abfallskonstante δ , also dieselbe Reichweite $r_0 = 1/\sqrt{\delta}$ an. Neben dem Gesichtspunkt der Einfachheit berechtigt uns dazu die Tatsache, daß man in den meisten Fällen über die Reichweite selbst nichts aussagen kann, vielmehr stets eine kürzere Reichweite durch eine größere Tiefe des Potentials ausgleichen kann.

Mit der Einführung dieser vier Kräfte gehen wir insofern über das experimentelle Material hinaus, als uns bis jetzt noch kein Mittel zur Verfügung steht, sie einzeln exakt experimentell zu bestimmen. Wir kennen bis jetzt aus der Theorie des Deuterons und aus Streumessungen die Kraft zwischen zwei schweren Teilchen, die sich in einem S -Zustand mit parallelen bzw. antiparallelen Spinen befinden. Es sind dies die beiden Kombinationen

$$M + W + H + B = V_1, \quad (1)$$

$$M + W - H - B = V_2. \quad (2)$$

Bei Annahme einer Kraftreichweite $r_0 = 0,77$ Elektronenradien, die wir allen folgenden Rechnungen zugrunde legen wollen, findet man (in $\text{Mc}^2/1000$): $V_1 = 40,7$, $V_2 = 20,5$. Wir setzen im folgenden das Verhältnis $V_2 : V_1 = 1/2$ und geben außerdem alle derartigen Größen in Bruchteilen von V_1 an, die wir dann mit den entsprechenden kleinen Buchstaben bezeichnen. Wir setzen also beispielsweise $v_2 = 1/2$.

¹⁾ G. Breit u. E. Feenberg, Phys. Rev. **50**, 850, 1936.

Zur Bestimmung der Größen M , W , H und B stehen bis jetzt nur die beiden Gleichungen (1) und (2) zur Verfügung. Die Erfüllung dieser beiden Gleichungen ist notwendig zur Darstellung der Streuung und des Massendefektes des Deuterons. Wie aus den Rechnungen von Flüge hervorgeht¹⁾, ist sie außerdem hinreichend zur Darstellung der Massendefekte der Kerne bis zum Atomgewicht 4. Zur genaueren Untersuchung der Kräfte ist es deshalb notwendig, Systeme mit mehr Teilchen, also schwerere Kerne zu betrachten.

Es soll nun im folgenden die Frage untersucht werden, wieweit sich die Annahme solcher Kräfte mit dem Verlauf der Massendefekte der schweren Kerne vereinbaren läßt bzw. welche weiteren Forderungen an die Kräfte zu stellen sind, um dem experimentellen Befund gerecht zu werden.

2. *Allgemeine Gesichtspunkte zur Behandlung des Problems.* Sobald wir es mit einem Mehrkörperproblem zu tun haben, steht uns keine exakte Lösung der Schrödinger-Gleichung mehr zur Verfügung, wir müssen vielmehr zu Näherungslösungen greifen. Damit können wir natürlich auch die Energie nicht mehr exakt berechnen. Da bei Anwendung des Ritzschen Verfahrens die exakte Lösung der Schrödinger-Gleichung die absolut tiefste Energie liefert, liegt die aus irgendeiner Näherungslösung berechnete Energie immer höher als die wirkliche. Wenn die Gesamtenergie negativ ist, wie bei den Kernen, erhalten wir also entweder eine ihrem Betrage nach kleinere negative oder, wenn die Näherung sehr schlecht ist, eventuell sogar eine positive Energie. Auf keinen Fall können wir erwarten, den exakten Massendefekt zu erhalten.

Dadurch wird natürlich die Frage, die wir uns hier stellen, wesentlich erschwert, ja eigentlich überhaupt erst zum Problem. Wenn sich nämlich eine zu kleine Bindungsenergie — unter Bindungsenergie verstehen wir immer den Betrag des Massendefektes — ergibt, so kann dies einmal daran liegen, daß die verwendete Näherung die Natur nur sehr schlecht wiedergibt. Es kann aber auch daran liegen, daß trotz der Verwendung einer sehr brauchbaren Näherung der Massendefekt deshalb zu klein herauskommt, weil die in Wirklichkeit vorhandenen Kräfte ganz andere sind als die von uns angesetzten. Zwischen den beiden Möglichkeiten zu unterscheiden, ist nicht ohne weiteres möglich, so daß man jedenfalls mit einem Urteil darüber, ob gewisse Kräftekombinationen möglich oder unmöglich sind, sehr vorsichtig sein muß. Exakt ausschließen lassen sich nur diejenigen Kräftekombinationen, die in irgendeinem Modell eine die wirkliche übersteigende

¹⁾ S. Flüge, ZS. f. Phys. **105**, 522, 1937.

Bindungsenergie¹⁾ ergeben. Wir wollen im folgenden versuchen, durch Forderungen allgemeiner und qualitativer Art möglichst weitgehende Einschränkungen für die möglichen Kräftekombinationen zu gewinnen. Die Forderungen, die wir zu diesem Zwecke heranziehen, sind die folgenden:

I. Wir fordern, daß es keine Kerne geben soll, die ihrer ganzen Struktur nach von den bekannten Kernen wesentlich abweichen und ebenso stabil oder stabiler als diese sind. Wir schließen beispielsweise die Möglichkeit aus, daß es zu irgendwelchen Kernen Isobare gibt, die nur aus Neutronen bestehen und ebenso stabil oder stabiler sind als die tatsächlich existierenden Kerne. Diese Forderung wird durch das Nichtvorhandensein derartiger Kerne gerechtfertigt.

II. Ganz abgesehen von der Güte der unten behandelten Hartree-Näherung soll doch wenigstens der Verlauf der Güte dieser Näherung in ihrer Anwendung auf verschieden schwere Kerne ein monotoner sein derart, daß die Hartree-Methode für leichte Kerne eine bessere Approximation darstellt als für schwere Kerne. Die Annahme eines solchen Verlaufs ist mehrfach diskutiert und läßt sich vor allem begründen durch die in den Kernen zweifellos bis zu einem gewissen Grade vorhandene α -Teilchenbildung²⁾. Diese bewirkt, daß die einzelnen Teilchen im Kerne sich nicht mehr in einem durch *alle* Teilchen bewirkten „mittleren“ Felde bewegen, wie es die Hartree-Methode voraussetzt, sondern in ihrer Bewegung auch wesentlich durch ihre nächsten Nachbarn bestimmt werden. Bei den leichtesten Kernen stimmen die beiden Auffassungen überein, während sie sich für schwerere Kerne zunehmend voneinander unterscheiden.

III. Die Thomas-Fermi-Methode soll für die schweren Kerne die Größenordnung des Neutronenüberschusses richtig liefern. Der Neutronenüberschuß der schweren Kerne wird hervorgerufen durch die Coulombsche Abstoßung der Protonen. Wegen der großen Reichweite der Coulomb-Kraft ist die Thomas-Fermi-Methode zur Berechnung der Coulombschen Abstoßung sicher wesentlich besser geeignet als zur Berechnung der durch die eigentlichen Kernkräfte bewirkten potentiellen Energie. Während also diese zu klein herauskommt, wird sich die Coulombsche Abstoßung etwa richtig ergeben und damit in verhältnismäßig erhöhtem Maße zur Wirkung kommen. Zudem ist die in Wirklichkeit vorhandene α -Teilchenbildung in den Kernen, die einem großen Neutronenüberschuß entgegenwirkt, in der Thomas-

¹⁾ Einschränkungen, die sich daraus für die Kräfte ergeben, sind schon von Breit u. Feenberg (l. c.) angegeben worden. Sie werden in den folgenden Forderungen I und II etwas genauer dargestellt. — ²⁾ H. Euler, ZS. f. Phys. **105**, 553, 1937.

Fermi-Methode nicht berücksichtigt. Es ließe sich aus diesen Gründen zunächst die Forderung vertreten, daß die Thomas-Fermi-Methode *mindestens* den experimentell beobachteten Neutronenüberschuß liefern solle. Wegen der allgemeinen Ungenauigkeit der Methode und des schwer zu erfassenden Einflusses der Oberflächeneffekte, die wieder in Richtung größeren Neutronenüberschusses wirken, wollen wir die Forderung jedoch nur dahin präzisieren, daß der Neutronenüberschuß sich nicht kleiner ergeben soll als die Hälfte des beobachteten.

IV. In den Forderungen 1 bis III liegen Einschränkungen für die möglichen Kräftekombinationen derart, daß uns nunmehr doch ein Urteil über die Güte der uns zur Verfügung stehenden Näherungsverfahren möglich ist, über die wir bei zunächst völlig beliebigen Kräften aus den am Anfang erwähnten Gründen nichts aussagen konnten. Die beste Näherung ist demgemäß [von dem Eulerschen Verfahren abgesehen] die Hartree-Methode für leichte Kerne. Diese wird für schwere Kerne zunehmend schlechter und geht für die schwersten Kerne in die Thomas-Fermi-Methode über. Die Kenntnis dieses Verlaufs führt uns dazu, noch eine weitere Forderung hinzuzufügen. Wir fordern nämlich, daß das Hartree-Modell von Heisenberg¹⁾ in seiner Anwendung auf den energetisch am besten in diesem Modell darstellbaren Kern, nämlich den O^{16} -Kern, nicht allzu schlecht sein soll, also beispielsweise eine wenigstens nicht positive Gesamtenergie liefern soll. Diese Forderung bleibt zwar in ihrer quantitativen Formulierung stets anfechtbar, ist jedoch ihrer ganzen Art nach gleichbedeutend mit der Annahme, daß die an derartige Vorstellungen anschließenden Rechnungen überhaupt einen Sinn haben.

3. *Die Energie von Kernen mit gerader Neutronen- und Protonenzahl in Hartree-Näherung.* Die Gesamtenergie eines Kerns setzt sich ganz allgemein zusammen aus der positiven kinetischen Energie der Teilchen, aus der negativen eigentlichen potentiellen Energie, die durch die Kernkräfte bewirkt wird, und aus der Coulombschen Abstoßung der Protonen. Es ist also

$$E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{Coul}}. \quad (3)$$

Die eigentlichen Kernkräfte kommen nur in der Größe E_{pot} vor. In der Hartree-Näherung, in der wir annehmen, daß die Teilchen sich unabhängig voneinander bewegen und dementsprechend als Wellenfunktion für das Gesamtsystem ein antisymmetrisiertes Produkt von zueinander orthogonalen

¹⁾ W. Heisenberg, ZS. f. Phys. **96**, 473, 1935.

Funktionen ansetzen, läßt sich die potentielle Energie ganz allgemein angeben. Bedeutet W_{nn} die potentielle Energie der Neutronen unter sich, W_{pp} diejenige der Protonen und W_{np} die potentielle Energie der Wechselwirkung zwischen Neutronen und Protonen, so ist

$$\left. \begin{aligned} -W_{nn} &= \left(\frac{m}{2} - \frac{w}{4} + \frac{h}{4} - \frac{b}{2} \right) \cdot V_1 \cdot \int \varrho_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot e^{-\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2} \cdot \varrho_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \\ &\quad + \left(-\frac{m}{4} + \frac{w}{2} - \frac{h}{2} + \frac{b}{4} \right) \cdot V_1 \cdot \int \varrho_n(\mathbf{r}) \cdot e^{-\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2} \cdot \varrho_n(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}', \\ -W_{pp} &= \left(\frac{m}{2} - \frac{w}{4} + \frac{h}{4} - \frac{b}{2} \right) \cdot V_1 \cdot \int \varrho_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') e^{-\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2} \varrho_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \\ &\quad + \left(-\frac{m}{4} + \frac{w}{2} - \frac{h}{2} + \frac{b}{4} \right) \cdot V_1 \cdot \int \varrho_p(\mathbf{r}) \cdot e^{-\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2} \cdot \varrho_p(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}', \\ -W_{np} &= \left(m + \frac{h}{2} \right) \cdot V_1 \cdot \int \varrho_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}') e^{-\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2} \varrho_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \\ &\quad + \left(w + \frac{b}{2} \right) \cdot V_1 \cdot \int \varrho_n(\mathbf{r}) \cdot e^{-\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')^2} \cdot \varrho_p(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}'. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Hierin bedeuten $\varrho_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ und $\varrho_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ die gemischten, $\varrho_n(\mathbf{r})$ und $\varrho_p(\mathbf{r})$ die normalen Dichten der Neutronen und Protonen. Die Gleichungen (4) schreiben wir einfacher

$$\left. \begin{aligned} -W_{nn} &= a_1 \cdot V_1 \cdot J'(nn) + a_2 \cdot V_1 \cdot J(nn), \\ -W_{pp} &= a_1 \cdot V_1 \cdot J'(pp) + a_2 \cdot V_1 \cdot J(pp), \\ -W_{np} &= a_3 \cdot V_1 \cdot J'(np) + a_4 \cdot V_1 \cdot J(np), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

wo die J' und J die in (4) vorkommenden Integrale bedeuten, während a_1 , a_2 , a_3 und a_4 gegeben sind durch

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{m}{2} - \frac{w}{4} + \frac{h}{4} - \frac{b}{2}; & a_2 &= -\frac{m}{4} + \frac{w}{2} - \frac{h}{2} + \frac{b}{4}; \\ a_3 &= m + \frac{h}{2}; & a_4 &= w + \frac{b}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (5a)$$

Statt der Größen m , w , h und b werden wir im folgenden diese damit eingeführten Größen a_1 bis a_4 betrachten. Die beiden experimentellen Bedingungen (1) und (2) lauten in diesen Größen

$$a_1 + a_2 = 1/8; \quad a_3 + a_4 = 7/8. \quad (6)$$

Die Integrale J' und J in (5) zeigen ein wesentlich verschiedenes Verhalten. Während nämlich die Integrale J' bei Steigerung der Teilchendichte in einem bestimmten Kern einem Grenzwert zustreben, der von der Zahl der

Teilchen abhängt, wachsen die Integrale J proportional der Dichte an und sind bei großer Dichte sehr groß gegen die Integrale J' .

4. *Beschreibung des Rechenverfahrens.* Um ein Urteil zu gewinnen über die Abweichung eines bestimmten Näherungsverfahrens von der Wirklichkeit, gehen wir von der Gleichung (3) aus, die wir so schreiben, daß auf beiden Seiten nur positive Größen stehen:

$$|E_{\text{pot}}| = E_{\text{kin}} + E_{\text{Coul}} + |E|.$$

Werden die Größen E_{pot} , E_{kin} und E_{Coul} aus irgendeiner Näherungslösung der Schrödinger-Gleichung berechnet, so ergibt sich aus dieser Gleichung $|E|$ kleiner als der experimentelle Massendefekt des untersuchten Kerns, den wir mit $|E'|$ bezeichnen. Um diesen zu erhalten, müssen wir statt V_1 , das nach (5) in E_{pot} als Faktor vorkommt, einen größeren Wert $V'_1 = q \cdot V_1$ einsetzen. Das so definierte q bestimmt sich dann aus der Gleichung

$$q \cdot |E_{\text{pot}}| = E_{\text{kin}} + E_{\text{Coul}} + |E'|$$

zu

$$q = \frac{E_{\text{kin}} + E_{\text{Coul}} + |E'|}{|E_{\text{pot}}|}. \quad (7)$$

Wenn wir in üblicher Weise in der verwendeten Wellenfunktion einen oder mehrere Parameter offen lassen, können wir diese so bestimmen, daß q seinen kleinsten Wert q_0 annimmt. Die entsprechende Wellenfunktion stellt dann innerhalb des betreffenden Funktionstypus die beste Annäherung an die exakte Lösung der Wellengleichung für das Potential $q_0 V_1$ dar. Der zugehörige Wert von q_0 hängt von den der Rechnung zugrunde gelegten Kräften sowie von dem benutzten Näherungsverfahren ab. Ergibt sich q_0 kleiner als 1, so heißt dies, daß die zugrunde gelegten Kräfte sicher nicht der Wirklichkeit entsprechen, während ein Wert von q_0 größer als 1 sowohl auf den Fehlern des Näherungsverfahrens als auch auf unrichtig angesetzten Kräften beruhen kann. Die Abweichung der Größe q_0 von 1 stellt deshalb ein gewisses Maß für die Güte der den Rechnungen zugrunde gelegten Voraussetzungen über die Kräfte sowie für die Güte des Näherungsverfahrens dar. Wir bezeichnen q_0 als den *Fehlerfaktor* unserer Rechnung.

Um bei gegebenen Voraussetzungen über die Kräfte den Massendefekt eines unbekannten Kerns abzuschätzen, wird man zunächst für einen benachbarten Kern den Wert von q_0 bestimmen, der den experimentellen Massendefekt liefert, und dann mit demselben Näherungsverfahren und dem gleichen Wert von q_0 den Massendefekt des unbekannten Kerns berechnen. Wenn es sich nur darum handelt, festzustellen, ob dieser letztere

Massendefekt größer oder kleiner als der des bekannten Kerns ist, können wir statt dessen einfacher die Berechnung der Größe q_0 beide Male mit dem experimentell bekannten Massendefekt des einen Kerns durchführen und zusehen, ob sich für den unbekannten Kern damit ein größerer oder kleinerer Fehlerfaktor ergibt. Ein kleinerer Fehlerfaktor entspricht dann größerem Massendefekt, ein größerer Fehlerfaktor kleinerem Massendefekt. Auf diese Weise lassen sich Stabilitätsvergleiche sehr einfach durchführen.

5. *Das Hartree-Modell für die Kerne O^{16} und Ca^{40} .* Als erste behandeln wir die Forderung II., die besagt, daß das Hartree-Modell mit wachsendem Atomgewicht zunehmend schlechter werden soll, und betrachten unter diesem Gesichtspunkt speziell die Kerne O^{16} und Ca^{40} . Für die einzelnen Teilchen setzen wir nach Heisenberg (l. c.) die Eigenfunktionen des räumlichen harmonischen Oszillators an. Dann erhalten wir für beide Kerne gerade abgeschlossene Schalen und die zur Berechnung der potentiellen Energie nötigen gemischten Dichten werden einfach

$$\text{für } O^{16}: \varrho_p(r, r') = \varrho_n(r, r') = 2 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} (1 + 2\alpha(r r')) e^{-\frac{\alpha}{2}(r^2 + r'^2)},$$

$$\text{für } Ca^{40}: \varrho_p(r, r') = \varrho_n(r, r') = 2 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2} \left(\frac{5}{2} - \alpha r_{12}^2 + 2\alpha^2(r r')^2 \right) e^{-\frac{\alpha}{2}(r^2 + r'^2)}.$$

Die normalen Dichten erhält man daraus, indem man $r = r'$ setzt. Die potentielle Energie läßt sich nach Gleichung (5) hier zusammenfassen zu

$$-E_{\text{pot}} = (2a_1 + a_3) \cdot V_1 \cdot J' + (2a_2 + a_4) \cdot V_1 \cdot J,$$

so daß in beiden Kernen nur die Kombinationen $(2a_1 + a_3)$ und $(2a_2 + a_4)$ vorkommen, die nach (6) durch die Beziehung

$$\underline{(2a_1 + a_3) + (2a_2 + a_4) = 9/8}$$

verknüpft sind. Wir können uns also bei der Untersuchung der Kräfte auf die Variation einer dieser beiden Größen, beispielsweise $(2a_2 + a_4)$, beschränken. Die Ausrechnung ergibt für die verschiedenen Energieanteile die in Tabelle 1 eingetragenen Ausdrücke.

Mit Hilfe dieser Ausdrücke werden nun für verschiedene Werte von $(2a_2 + a_4)$ die Fehlerfaktoren für die beiden Kerne berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 enthalten. Die Abhängigkeit des Fehlerfaktors von der Größe $(2a_2 + a_4)$ ist in Fig. 1 dargestellt. Für negative Werte dieser Größe liegen die Fehlerfaktoren, wie es unserer Forderung entspricht,

für Ca^{40} höher als für O^{16} . Mit wachsenden Werten von $(2a_2 + a_4)$ werden die Fehlerfaktoren für beide Kerne kleiner, und zwar für den Ca-Kern rascher als für den O^{16} -Kern.

Bei dem Werte $2a_2 + a_4 = +0,125$ schneidet die Ca-Kurve die O-Kurve und liegt für größere Werte von $2a_2 + a_4$ tiefer als diese. Gemäß Forderung II haben wir diese Möglichkeit auszuschließen und erhalten damit eine den Kräften aufzuerlegende Beschränkung in der Form

$$2a_2 + a_4 \text{ kleiner als } 0,125.$$

In Fig. 1 ist außerdem die Kurve eingetragen, die dem He^4 -Kern im Hartree-Modell entspricht. Hier hängt der Fehlerfaktor gar nicht von der Größe $2a_2 + a_4$ ab, sondern ist schon durch die Bedingung (6) vollständig festgelegt. Wie man

sieht, genügt die hier erhaltene Beschränkung gerade, um auch für den Fehlerfaktor des He^4 -Kerns die richtige Reihenfolge zu sichern.

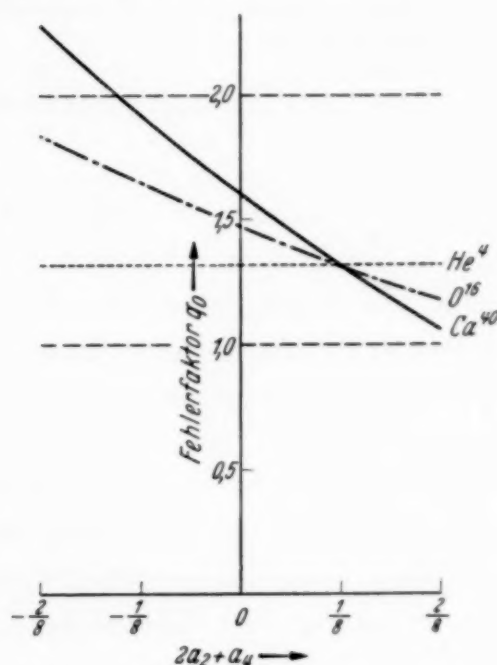


Fig. 1. Fehlerfaktoren der Kerne He^4 , O^{16} und Ca^{40} .

Tabelle 1. Die Energie der Kerne O^{16} und Ca^{40} .

	O^{16}	Ca^{40}
J'	$4 \left(\frac{\alpha}{\alpha + 2\delta} \right)^{3/2} \cdot \left(4 + \frac{15\delta^2}{(\alpha + 2\delta)^2} \right)$	$4 \left(\frac{\alpha}{\alpha + 2\delta} \right)^{3/2} \cdot \left(10 + \frac{75\delta^2}{(\alpha + 2\delta)^4} - \frac{105\delta^3}{(\alpha + 2\delta)^3} + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \delta^4}{4(\alpha + 2\delta)^4} \right)$
J	$4 \left(\frac{\alpha}{\alpha + 2\delta} \right)^{3/2} \cdot \left(1 + \frac{6\delta}{\alpha + 2\delta} + 15 \frac{(\alpha + \delta)^2}{(\alpha + 2\delta)^2} \right)$	$4 \left(\frac{\alpha}{\alpha + 2\delta} \right)^{3/2} \cdot \left(\frac{25}{4} + \frac{30}{4} \cdot \frac{9\alpha^2 + 10\alpha\delta + 5\delta^2}{(\alpha + 2\delta)^2} + \frac{105}{4} \cdot \frac{(\alpha + \delta)^2(\alpha^2 + 2\alpha\delta + 9\delta^2)}{(\alpha + 2\delta)^4} \right)$
E_{kin}	$18 \frac{h^2}{M} \alpha$	$60 \frac{h^2}{M} \alpha$
E_{Coul}	$41,5 e^2 \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}$	$\left(245 + \frac{1}{16} \right) e^2 \cdot \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}$
Mass.-Def.	130	360

Tabelle 2. Fehlerfaktoren für die Kerne O^{16} und Ca^{40} , Hartree-Methode.

$2a_2 + a_4 =$	$-2/8$	$-1/8$	0	$+1/8$	$+2/8$
Fehlerfaktor q für					
He^4	1,32	1,32	1,32	1,32	1,32
O^{16}	1,82	1,63	1,45	1,31	1,17
Ca^{40}	2,28	1,93	1,58	1,30	1,05

Die Forderung II ergibt also eine Beschränkung des Wertes von $2a_2 + a_4$ nach rechts. Entsprechend gibt die Forderung IV, wie man sofort sieht, eine Beschränkung der Werte von $2a_2 + a_4$ nach links. Die Durchführung des Variationsverfahrens ergibt diese Einschränkung, wie hier nicht weiter ausgeführt werden soll, in der Form

$$\underline{2a_2 + a_4 \text{ größer als } -0,3.}$$

Wie schon bei der Aufstellung dieser Forderung erwähnt, ist eine solche Einschränkung zwar qualitativ notwendig, doch bleibt ihre quantitative Formulierung stets willkürlich.

Die beiden Ergebnisse zusammen sagen aus, daß die Größe $2a_2 + a_4$ nur in einem gewissen Bereich variieren kann, der die Gerade $2a_2 + a_4 = 0$ enthält. Die durch die Forderung II bestimmte obere Grenze dieses Bereichs ist sehr scharf definiert, während dies für die durch Forderung IV bestimmte untere Grenze nicht zutrifft. Vielmehr würde schon eine ganz geringe Verschärfung der sehr vorsichtig formulierten Forderung IV die entsprechende Begrenzung wesentlich näher an die Gerade $2a_2 + a_4 = 0$ heranrücken. Es erscheint deshalb gerechtfertigt, in den folgenden Rechnungen die gewonnenen Ergebnisse dadurch zu berücksichtigen, daß wir $2a_2 + a_4 = 0$ setzen.

6. *Folgerungen aus den Forderungen I und III.* Zur Behandlung der Forderungen I und III ziehen wir die Thomas-Fermi-Methode heran. Die Ausdrücke, die sich in ihr für die potentielle und kinetische Energie ergeben, sind mehrfach berechnet worden. Wenn wir von Oberflächeneffekten absehen, erhalten wir die Ausdrücke¹⁾

$$\begin{aligned}
 -W_{nn} = & a_1 V_1 \cdot \frac{2N}{\sqrt{\pi} z^3} \{2 - 3z^2 + (z^2 - 2)e^{-z^2} + \sqrt{\pi} \cdot z^3 \Phi(z)\} \\
 & + a_2 V_1 \cdot \frac{6N^2}{y^6} \{ \sqrt{\pi} \cdot y^3 \Phi(y) + 2 - 3y^2 + (y^2 - 2)e^{-y^2} \},
 \end{aligned}$$

¹⁾ H. A. Bethe u. R. F. Bacher, Rev. of Mod. Physics **8**, 33, 1936.

$$-W_{pp} = a_1 V_1 \cdot \frac{2Z}{\sqrt{\pi} t^3} \{2 - 3t^2 + (t^2 - 2)e^{-t^2} + \sqrt{\pi} \cdot t^3 \Phi(t)\} \\ + a_2 V_1 \cdot \frac{6Z^2}{y^6} \{ \sqrt{\pi} \cdot y^3 \Phi(y) + 2 - 3y^2 + (y^2 - 2)e^{-y^2} \},$$

$$-W_{nn} = a_3 V_1 \cdot \frac{(N+Z)}{\sqrt{\pi} x^3} \left\{ (2 - (z^2 + zt + t^2)) e^{-1/4(z-t)^2} \right. \\ \left. - (2 - (z^2 - zt + t^2)) e^{-1/4(z+t)^2} \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{\pi}}{2} (t^3 + z^3) \cdot \Phi\left(\frac{t+z}{2}\right) + \frac{\sqrt{\pi}}{2} (t^3 - z^3) \cdot \Phi\left(\frac{z-t}{2}\right) \right\} \\ + a_4 V_1 \cdot \frac{6NZ}{y^6} \{ \sqrt{\pi} y^3 \Phi(y) + 2 - 3y^2 + (y^2 - 2)e^{-y^2} \},$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{10} \cdot \frac{\hbar^2}{M} \delta \cdot \frac{N^{5/3} + Z^{5/3}}{\left(\frac{N+Z}{2}\right)^{5/3}} \cdot x^2; \quad E_{\text{Coul}} = \frac{3}{5} \cdot \frac{Z^2 e^2}{R}.$$

Dabei ist R zunächst als ein variabler Parameter aufgefaßt, und x, y, z und t sind einfache Funktionen dieses Parameters:

$$x = \frac{3}{2} \left(\frac{\pi}{3}\right)^{1/3} \cdot \frac{(N+Z)^{1/3}}{R \sqrt{\delta}}; \quad z = \left(\frac{2N}{N+Z}\right)^{1/3} x; \quad t = \left(\frac{2Z}{N+Z}\right)^{1/3} x; \\ y = 2R \sqrt{\delta}; \quad \delta = \frac{1}{r_0^2} = 1,68.$$

Wir betrachten nun zunächst ein Gebilde, das aus 200 Neutronen besteht. Da der stabile Kern dieser Masse, Hg^{200} , einen Massendefekt von $1700 \text{ Me}^2/1000$ aufweist, fordern wir, daß der betrachtete Neutronenklumpen jedenfalls keinen größeren Massendefekt als 1700 haben solle. Setzen wir in der Weise, wie am Schluß von Abschnitt 4 erläutert, bei der Berechnung des Fehlerfaktors zunächst den Massendefekt 1700 ein, so können wir sicher sein, daß der wirkliche Massendefekt größer ist dann, wenn sich mit dem Massendefekt 1700 ein Fehlerfaktor kleiner als 1 ergibt. Das letztere ist wegen des Näherungscharakters unserer Behandlung auf jeden Fall unmöglich. Wenn wir aber annehmen, daß unser Näherungsverfahren demselben Wert von q_0 entspricht wie die entsprechende Behandlung des Hg^{200} -Kerns, für den sich (s. unten) ein Fehlerfaktor 1,7 ergibt, so erhalten wir die noch ein wenig schärfere Bedingung, daß der hier sich ergebende Fehlerfaktor nicht kleiner werden darf als 1,7. — In der potentiellen Energie W_{nn} treten nur die beiden Größen a_1 und a_2 auf, die durch die Bedingung (6) miteinander verknüpft sind. In Tabelle 3 sind für verschiedene Werte des Parameters z die Größen eingetragen, mit denen diese beiden

Tabelle 3. Der 200-Neutronenklumpen.

z	2	4	6	8
E_{kin}	2 240	8 950	20 100	35 800
$ E' $	1 700	1 700	1 700	1 700
a_1 -mal	4 750	9 850	11 860	12 960
a_2 -mal	10 550	70 000	189 500	356 000
$a_1 = \frac{1}{8}, a_2 = 0$. .	6,55	8,65	14,7	23,2
$a_1 = \frac{1}{12}, a_2 = \frac{1}{24}$. .	4,71	2,84	2,46	2,35
$a_1 = \frac{1}{16}, a_2 = \frac{1}{16}$. .	4,12	2,14	1,73	1,63
$a_1 = \frac{1}{24}, a_2 = \frac{1}{12}$. .	3,65	1,70	1,34	1,24

Größen multipliziert werden. Ferner sind eingetragen die Werte der kinetischen Energie und der Massendefekt, welch letztere zusammen den Zähler des Ausdrucks (7) liefern. — Die vier letzten Zeilen enthalten die Werte des Quotienten q , die sich für bestimmte Kombinationen a_1, a_2 ergeben. Der kleinste Wert bei einer bestimmten Kombination ist der Fehlerfaktor. Wir sehen, daß für wachsende positive Werte von a_2 der Fehlerfaktor rasch absinkt. Er erreicht den Wert 1 etwa bei $a_2 = 0,1$, den Wert 1,7 schon bei $a_2 = 0,055$. Angesichts der sehr vorsichtig formulierten Forderung I können wir sicher den zweiten Wert als äußerst zulässigen Wert von a_2 ansehen und erhalten somit eine weitere Einschränkung, der die Kräfte unterworfen sind, nämlich

$$\underline{a_2 \text{ kleiner als } 0,055.}$$

Nunmehr wenden wir uns der Forderung III zu, die den Neutronenüberschuß der schweren Kerne betrifft. In der oben beschriebenen Weise suchen wir mit Hilfe der angegebenen Ausdrücke die Fehlerfaktoren für Kerne der Masse 200, aber verschiedener Protonenzahl, und zwar für verschiedene Kräftekombinationen, die wir immer so wählen, daß $2a_2 + a_4 = 0$ ist, wie es den Ergebnissen von Abschnitt 5 entspricht. Der stabilste Kern ergibt immer den kleinsten Fehlerfaktor. Die Resultate sind in Tabelle 4 enthalten, der Verlauf der Kernstabilität in Abhängigkeit von der Protonenzahl ist für verschiedene Werte von a_2 in Fig. 2 dargestellt. Wir sehen, daß bei negativen Werten von a_2 , also wenn zwischen den Neutronen Abstoßung herrscht, ein großer Neutronenüberschuß energetisch sehr ungünstig ist. Eine kleine Asymmetrie bleibt zwar immer bestehen wegen der einseitigen Wirkung der Coulombschen Abstoßung. Bei kleinerem Betrag des negativen a_2 -Wertes verschiebt sich das Minimum nach größerem Neutronen-

überschuß hin, erreicht für $a_2 = 0$ etwa 75% des experimentellen Wertes und schon für einen außerordentlich kleinen positiven a_2 -Wert den vollen experimentellen Betrag. Angesichts der Ungenauigkeit der Thomas-Fermi-Methode dürfen wir natürlich nicht schließen, daß dieser Wert der einzig richtige ist. Wir wollen vielmehr nur solche a_2 -Werte ausschließen, die weniger

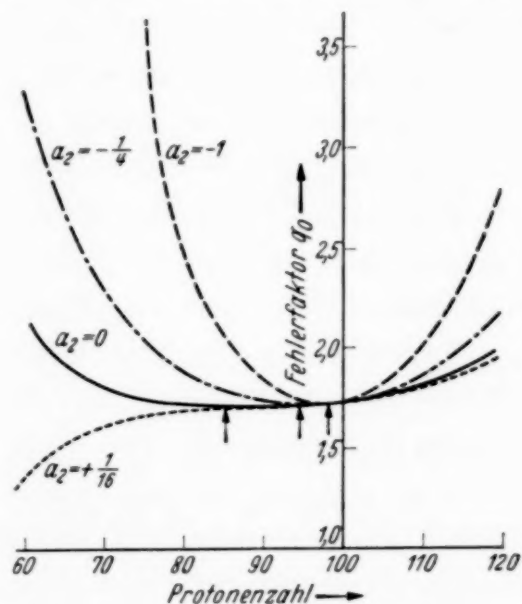


Fig. 2. Verlauf des Fehlerfaktors der Kerne der Masse 200 für verschiedene Werte von a_2 . Die Pfeile bezeichnen die Lage der Kurvenminima, also die für die betreffenden a_2 -Werte stabilsten Kerne.

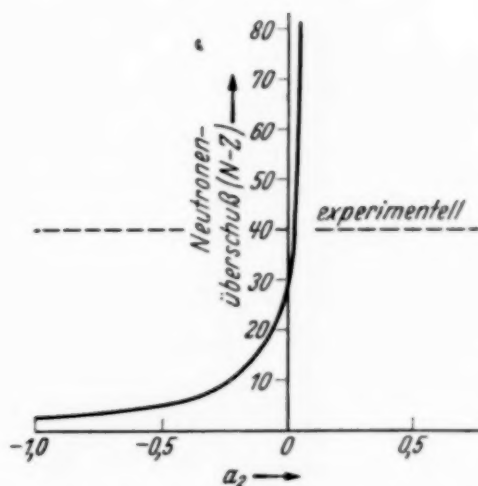


Fig. 3. Neutronenüberschuß des Kerns der Masse 200 in Abhängigkeit von a_2 .

als die Hälfte des experimentellen Neutronenüberschusses liefern würden. Aus Fig. 3 sehen wir, daß dies die folgende Einschränkung für die Kräfte ergibt:

$$\underline{a_2 \text{ größer als } -0,06.}$$

Tabelle 4. Fehlerfaktoren der Isobare der Masse 200 in der Thomas-Fermi-Methode, bei verschiedenen Werten von a_2 . Massendefekt einheitlich 1700.

$a_2 =$	- 1	- 1/4	0	+ 1/16
Fehlerfaktor für				
Ke_{60}^{200} . . .	∞	3,24	2,15	1,33
Ke_{80}^{200} . . .	2,42	1,88	1,72	1,71
Ke_{90}^{200} . . .	1,85	1,75	1,72	1,76
Ke_{100}^{200} . . .	1,74	1,74	1,74	1,74
Ke_{110}^{200} . . .	1,98	1,88	1,86	1,90
Ke_{120}^{200} . . .	2,80	2,20	1,99	2,00

7. Diskussion der Ergebnisse.

Die durch die Forderungen I bis IV den Kräften auferlegten Einschränkungen sind in Fig. 4 dargestellt. Es sei nochmals kurz wiederholt, wodurch diese Einschränkungen gefordert werden:

1. Das Gebiet I wird ausgeschlossen, da positive a_2 -Werte in diesem Gebiet eine nichtsättigende Anziehung innerhalb eines Neutronenhaufens

ergeben würden, die einen solchen Komplex stabiler machen würde als den bekannten dazu isobaren Kern.

2. Das Gebiet II ist ausgeschlossen, da die ihm entsprechenden Kräftekombinationen die Hartree-Methode für schwere Kerne besser machen würde als für die leichten, was der Forderung II widerspricht.

3. Das Gebiet III ist ausgeschlossen durch die Forderung, daß unsere Methoden überhaupt eine nicht allzu schlechte Annäherung an die Wirklichkeit sein sollen.

4. Das Gebiet IV ist ausgeschlossen, weil die entsprechenden a_2 -Werte eine nichtsättigende Abstoßung innerhalb des Neutronenüberschusses der schweren Kerne hervorrufen würden, welche diesen Neutronenüberschuß energetisch sehr ungünstig machen und deshalb einen viel zu kleinen Neutronenüberschuß ergeben würde.

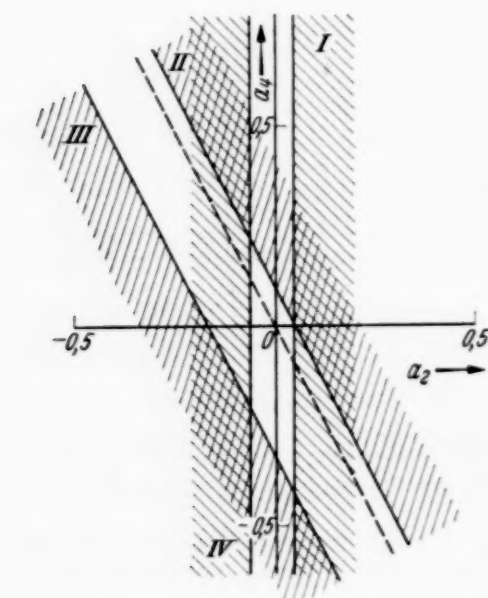


Fig. 4. Wertebereich der Größen a_2 und a_4 .
Schraffierte Gebiete sind verboten.

Wir sehen, daß die vier Forderungen genügen, um die möglichen Werte von a_2 und a_4 auf einen sehr kleinen Bereich einzuschränken. Über die genaue Lage des Wertepaares innerhalb dieses Bereichs läßt sich mit den Methoden, die uns heute zur Verfügung stehen, nichts aussagen. Jedenfalls müssen wir erwarten, daß, wenn die angenommene Invarianz der Kräfte richtig ist, ein Punkt innerhalb dieses Bereiches die richtige Kombination darstellt. Es wäre sehr unbefriedigend, für a_2 und a_4 zwei sehr kleine, von Null verschiedene Werte anzunehmen, deren Existenz sich zudem in absehbarer Zeit wohl nicht nachweisen ließe. Es liegt vielmehr nahe, aus den erhaltenen Ergebnissen zu schließen, daß a_2 und a_4 beide verschwinden. Die Beziehungen $a_2 = 0$ und $a_4 = 0$ stellen aber nach (5a) zwei zu den experimentellen Gleichungen (1) und (2) hinzutretende Gleichungen zur

Bestimmung der vier Größen m , h , w und b dar. Wir bezeichnen diese beiden Gleichungen wegen des durch sie bewirkten Verschwindens der Integrale J als die beiden Sättigungsbedingungen, die sich in den Größen M , H , W und B darstellen in der Form:

$$\begin{aligned} \text{I. } M - 2W + 2H - B &= 0, \\ \text{II. } B + 2W &= 0. \end{aligned}$$

Die beiden Gleichungen lassen sich vereinfachen zu

$$M + 2H = 0 \quad \text{und} \quad B + 2W = 0,$$

während sie in den von Euler (l. c.) benutzten Bezeichnungen die Form

$$\begin{aligned} 3 \, {}^{13}A + {}^{11}A &= 0, \\ 3 \, {}^{33}A + {}^{31}A &= 0 \end{aligned}$$

annehmen.

Aus den vier Gleichungen (1), (2), I. und II. lassen sich die vier Größen M , W , H und B vollständig bestimmen. Wir erhalten

$$M = \frac{7}{6} V_1, \quad W = -\frac{5}{12} V_1, \quad H = -\frac{7}{12} V_1, \quad B = \frac{5}{6} V_1.$$

Die potentielle Energie von Kernen mit gleicher Protonen- und Neutronenzahl war in der Majoranaschen Theorie

$$-E_{\text{pot}} = M' \cdot J' = V_1 \cdot J',$$

wenn J' das in Abschnitt 6 definierte Austauschintegral bedeutet. Mit den hier bestimmten Kräften erhalten wir

$$-E_{\text{pot}} = (2a_1 + a_3) \cdot V_1 \cdot J' = \frac{9}{8} \cdot V_1 \cdot J',$$

d. h. eine um den Faktor $\frac{9}{8}$ gegenüber Majorana vergrößerte potentielle Energie, was eine etwas bessere Wiedergabe der Massendefekte als in der Majoranaschen Theorie zur Folge hat. — Beim Vorhandensein eines Neutronenüberschusses tritt zu Integralen vom selben Typus, wie sie schon bei Majorana auftraten, noch ein Integral, das durch die Wechselwirkung der überschüssigen Neutronen unter sich bedingt wird. Dadurch wird ein Neutronenüberschuß gegenüber der alten Theorie etwas begünstigt, wir erhalten einen etwas größeren Neutronenüberschuß als dort, wodurch wieder die Übereinstimmung mit den Experimenten verbessert wird, ohne daß diese allerdings ganz hergestellt wird, was bei der Ungenauigkeit der Methode auch nicht erwartet werden kann.

8. Zusammenfassung. Die ladungs-invariant formulierten Kräfte zwischen den schweren Teilchen, die zunächst in ihrer gegenseitigen Größe noch unbestimmt sind, lassen sich durch einige allgemeine Forderungen von über-

wiegend qualitativem Charakter soweit einschränken, daß man mindestens in sehr starker Annäherung die vier Kräfte einzeln bestimmen kann. Die auf diese Weise ermittelten einschränkenden Bedingungen lassen sich zusammenfassen zu den beiden in Abschnitt 7 formulierten Sättigungsbedingungen. Die in dieser Weise vollständig bestimmten Kräfte sind in etwas besserer Weise als die Majoranasche Kraft geeignet zur Darstellung der experimentellen Tatsachen.

Herrn Prof. Dr. W. Heisenberg möchte ich für sein Interesse an diesen Überlegungen und für viele wertvolle Ratschläge herzlichst danken. Den Herren Dr. H. Euler und Dr. S. Flügge danke ich für mehrfache Diskussionen. Ferner danke ich der Tübinger Jubiläumsstiftung 1927 herzlichst für ein Stipendium, das mir den Aufenthalt in Leipzig ermöglicht.

Leipzig, Institut für theoretische Physik der Universität, den 24. Februar 1937.

Über die Art der Wechselwirkung in den schweren Atomkernen.

Von **H. Euler** in Leipzig.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 16. März 1937.)

Es werden die mittleren Massendefekte der schweren Atomkerne in einer Näherung berechnet, welche um einen Schritt über die Thomas-Fermi-Methode hinausgeht. Da die in dieser Näherung gewonnenen Massendefekte sehr viel näher an den empirischen liegen, als die aus der Thomas-Fermi-Methode erhaltenen, können die Ergebnisse dieser Arbeit als Argument für die neuen Annahmen über die Kernkräfte gelten, welche von Breit, Condon, Present, Feenberg¹⁾ und Volz²⁾ vorgeschlagen wurden.

1. Fragestellung.

Es soll in dieser Arbeit auf Grund der mittleren Massendefekte der schweren Atomkerne die Frage untersucht werden, inwieweit man davon sprechen kann, daß im schweren Kern eine Struktur aus α -Teilchen ausgebildet ist, oder daß sich die Neutronen und Protonen ungeordnet durcheinander bewegen. Die erste Annahme besagt, daß nur solche Konfigurationen der Kernkorpuskeln wahrscheinlich sind, in denen je vier Teilchen nahe beieinander liegen, während die zweite Vorstellung behauptet, daß die Wahrscheinlichkeitsfunktion des Kerns die einzelnen Teilchen als unabhängige Faktoren eines (antisymmetrisierten) Produktes enthält.

Diese Frage können wir nach der Quantentheorie in das Wellenbild übersetzen, in welchem wir den Kern als eine kontinuierliche Massenverteilung beschreiben, die aus Wellen im dreidimensionalen Raum aufgebaut wird. Im Wellenbild bedeutet die Annahme, der Kern sei eine Flüssigkeit aus *unabhängigen* Protonen und Neutronen, daß es genügt, den Erwartungswert der Massendichte an jeder Stelle im Kern zu betrachten, während die entgegengesetzte Annahme der Ausbildung einer α -Teilchenstruktur besagt, daß es auch wesentlich auf die Schwankungen der Dichte um ihren Erwartungswert ankommt. Wegen der atomistischen Struktur des Kerns wird ja die Masse in einem kleinen Teilvolumen einmal ein Proton mehr und einmal eins weniger enthalten, d. h. sie wird um ihren Mittelwert schwanken. Und um so mehr wird sie schwanken, wenn sich die elementaren Massen infolge ihrer Wechselwirkung zu Gruppen von je vierten zusammenschließen, weil sich dann einmal ein ganzes α -Teilchen mehr und einmal eins weniger in dem betrachteten Volumen befindet.

¹⁾ G. Breit u. E. Feenberg, Phys. Rev. **50**, 851, 1936; G. Breit, C. Condon u. R. Present, ebenda 825, 1936. — ²⁾ H. Volz, ZS. f. Phys. **105**, 537, 1937.

Die aus dem Erwartungswert der Dichte folgenden Erscheinungen werden schon richtig beschrieben in der klassisch-anschaulichen Grenze des Wellenbildes. Dieses klassische Wellenbild wird durchgeführt in der Hartree-Methode, welche die Bewegung einer dreidimensionalen gemischten Dichte in ihrem eigenen Potential angibt (und für schwere Kerne mit der Thomas-Fermi-Methode identisch ist).

Die Schwankungen der Dichte um ihren Erwartungswert werden in der Quantentheorie des Wellenbildes berechnet, welche den zu den kontinuierlichen Wellenerscheinungen entgegengesetzten atomistischen Charakter der Massenverteilung berücksichtigt.

Wir haben also die Frage zu untersuchen, wieweit ein Atomkern schon durch die wörtliche Durchführung des korrespondenzmäßigen Bildes, welches ihn aus anschaulichen Wellen aufbaut, also durch die Hartree-Methode, angenähert wird, und wieweit es auf die Dichteschwankungen, also die quantentheoretische Korrektur dieses Bildes ankommt.

Wir wiederholen zunächst einige von verschiedenen Autoren betonte Gesichtspunkte.

2. Bedingungen für die Güte der Hartree-Methode.

Das anschauliche Wellenbild wird in einem atomaren System immer dann eine gute Näherung sein, wenn ein Teilchen im Mittel viele andere bindet, denn dann ist der Atomismus der Masse unwichtig; und es wird eine schlechte Näherung sein, wenn es wenig andere bindet, denn dann ist die Unteilbarkeit dieser wenigen wichtig. Ein Teilchen kann nun bei gewöhnlichen Kräften viele andere binden, wenn die Dichte so groß ist, daß sich viele Teilchen innerhalb der Reichweite der Kraft befinden, die von einer Stelle der Massenverteilung ausgeht. Das Verhältnis der Reichweite a der Kräfte zum mittleren Abstand r_0 zweier Teilchen $x \approx a/r_0$ ist also dann ein Maß für die Güte ($x \gg 1$) oder den Fehler ($x \ll 1$) der Hartree-Näherung. Bei Sättigungskräften kann aber selbst unter hoher Dichte ($x \gg 1$) ein Teilchen nur ein oder zwei andere binden. Wenn Sättigungserscheinungen von Bedeutung sind, wird also die Hartree-Methode immer eine schlechte Näherung sein, und um so schlechter, je geringer die Dichte (x^3) ist.

Es ist daher verständlich, daß die Hartreeschen Berechnungen der Atomhüllen überall da, wo es nicht gerade auf Sättigungserscheinungen ankommt, eine sehr gute Annäherung an die Wirklichkeit geben, denn die Coulombschen Kräfte, welche die Atome zusammenhalten, reichen über das ganze Atom hinweg.

Ganz anders liegen die Verhältnisse dagegen in den Atomkernen, in denen die Reichweite der Kräfte (die man etwa aus Streuversuchen abschätzen kann) von derselben Größenordnung sind wie der Abstand zweier Kernteilchen (den man aus dem radioaktiven Zerfall kennt) ($x \sim 1$) und in denen außerdem nur Kräfte mit Sättigungscharakter wirken (der wegen der genäherten empirischen Unabhängigkeit des Teilchenabstandes r_0 von der Teilchenzahl angenommen werden muß). Hier wird man also erwarten, daß die Hartree-Näherung nur sehr begrenzt anwendbar ist. In der Tat ergeben die Berechnungen der schweren Kerne mit der Thomas-Fermi-Methode, wie sie von Majorana¹⁾, Heisenberg²⁾, v. Weizsäcker³⁾, Wang⁴⁾, Bethe-Bacher⁵⁾ durchgeführt wurden, nur etwa die Hälfte der potentiellen Kernbindung. Auch eine genauere Durchführung der Hartree-Methode ergibt nach Heisenberg⁶⁾ in der Grenze ∞ schwerer Kerne dieselben schlechten Resultate. Eine bessere Näherung erhielt Heisenberg nur bei den leichteren Kernen, in denen doch noch jedes Teilchen in der Nähe jedes anderen ist. An diesen Verhältnissen wird nichts Wesentliches geändert durch die neue Annahme der Amerikaner, daß im Kern zwischen zwei Protonen und zwei Neutronen noch einmal dieselben Kräfte wirken, wie zwischen Proton und Neutron⁷⁾.

3. Das Näherungsverfahren.

In den schweren Kernen müssen also die Schwankungen der Proton-Neutron-Dichte eine wesentliche Rolle spielen. Ihre Wirkung werden wir hier grob abschätzen. Wir benutzen dazu die folgenden Näherungen:

1. Wir behandeln die Schwankungen in der Proton-Neutron-Dichte nur als kleine Störung erster Ordnung, d. h. wir entwickeln nach der α -Teilchenbildung im Atomkern. Diese Reihenentwicklung, welche mit den in der Hartree-Näherung beschriebenen Kernwellen beginnt und sich dann um einen Schritt von diesem anschaulichen Bild entfernt, ist analog der WKB-Methode, welche nach den Abweichungen von dem im Bohrschen Atommodell dargestellten anschaulichen Korpuskelbild fortschreitet. Da unsere Anfangsnäherung nur etwa die Hälfte der potentiellen Energie ergibt, kann vom nächsten Schritt auch keine allzu große Genauigkeit erwartet werden.

2. Wir beschränken uns auf die schweren Kerne und in den schweren Kernen beschränken wir uns auf die Darstellung der Verhältnisse im Innern.

¹⁾ E. Majorana, ZS. f. Phys. **82**, 137, 1933. — ²⁾ W. Heisenberg, Solvaybericht. — ³⁾ C. F. v. Weizsäcker, ZS. f. Phys. **96**, 431, 1935. — ⁴⁾ F. S. Wang, ebenda **100**, 734, 1936. — ⁵⁾ H. A. Bethe u. R. F. Bacher, Rev. Mod. Phys. **8**, 33, 1936. — ⁶⁾ W. Heisenberg, ZS. f. Phys. **96**, 473, 1935. — ⁷⁾ G. Breit, C. Condon u. R. Present, l. c.

Was die Erfahrung über das Innere der schweren Kerne sagt, kann aus v. Weizsäcker¹⁾ Interpolationsformel für die Massendefekte der schweren Kerne entnommen werden, welche die gesamte empirische Bindungsenergie eines Kerns nach einfachen Gesichtspunkten einteilt in Wirkungen des Innern, der Oberfläche, der Coulomb-Abstoßung und des Neutronenüberschusses.

Tabelle 1 zeigt diese Einteilung am Beispiel des Hg^{200} mit den kürzlich von Bethe²⁾ unter der neuen Annahme großer Kernradien berechneten Konstanten der Interpolationsformel, und fügt zum Vergleich die von Bethe und Bacher³⁾ mit der älteren Annahme über die Kernradien gewonnene Einteilung hinzu.

Tabelle 1.

		Haupt- term u	Neu- tronen- über- schuß	Ober- flächen- spannung	Coulomb- Ab- stoßung	Summe
Bindungsenergie pro Teilchen des	Neue Bethesche Radien:	— 12,8 ₅	+ 0,5 ₄	+ 1,6 ₉	+ 2,3 ₅	— 8,2
Hg^{200} in $\frac{Mc^2}{1000}$	(Alte Radien:	— 14,9 ₀	+ 0,8 ₄	+ 2,4 ₃	+ 3,4 ₂	— 8,2)

Wir beschränken uns also darauf, nur die Zahl in der ersten Spalte der Tabelle 1, d. h. die Tatsache zu erklären, daß die Bindungsenergie eines Protons oder Neutrons, welches sich im Innern eines Kerns von einer gleichen geraden Zahl Protonen und Neutronen befindet, 12,85 tausendstel Masseneinheiten beträgt.

Die Extrapolation von den wirklichen schweren Kernen auf die schweren Kerne ohne Neutronenüberschuß und vom ganzen Kern auf das Kerninnere, die wir dabei der v. Weizsäcker-Betheschen halbempirischen Formel entnommen haben, erklären wir in dieser Arbeit nicht.

Wir begehen nun keinen Fehler mehr, wenn wir die Flüssigkeit im Innern des Kerns aufbauen aus ebenen Wellen, zwischen denen die Kernkräfte wirken.

4. Die Kräfte.

Über die Kräfte machen wir die neue, durch die Proton-Proton-Streuung nahegelegte Annahme der Amerikaner⁴⁾, daß zwischen Proton und Proton

¹⁾ C. F. v. Weizsäcker, ZS. f. Phys. **96**, 431, 1935. — ²⁾ H. A. Bethe, Phys. Rev. **50**, 977, 1936. — ³⁾ H. A. Bethe u. R. F. Bacher, l. c. — ⁴⁾ M. A. Tuve, N. P. Heydenberg, L. R. Hafstad, Phys. Rev. **50**, 806, 1936; G. Breit, E. U. Condon, R. D. Present, ebenda, S. 846; B. Cassen u. E. Condon, ebenda, S. 846; G. Breit u. E. Feenberg, ebenda, S. 850.

(sowie zwischen Neutron und Neutron) dieselben Kräfte bestehen wie zwischen Proton und Neutron. Dies bedeutet folgendes:

Die Kräfte, die den Kern zusammenhalten, können dargestellt werden als Summe von Kräften zwischen je zwei Teilchen. Zwei Teilchen können in vier verschiedenen Weisen Spin und Ladung einstellen, und dementsprechend gibt es vier verschiedene Typen von Kräften, die den Kernbau bestimmen: Entweder sind zwei Teilchen symmetrisch im Raum verteilt oder antisymmetrisch, was wir mit einem $+$ - oder $-$ -Index andeuten; ferner kann ihr Zustand im Spin symmetrisch oder antisymmetrisch sein, was nach der Zahl der möglichen Einstellungen als Triplett (3, erster Index von rechts) oder Singulett (1) bezeichnet wird. Und schließlich beachten wir nach F. Hund, daß die Ladung symmetrisch oder antisymmetrisch über beide Teilchen verteilt sein kann, oder in analoger Bezeichnung, daß es Ladungstripletts (3, zweiter Index von rechts) und Ladungssingulets (1) gibt. Die Symmetrie in der Ladung ist aber schon von der Symmetrie in Spin und Ort mitbestimmt durch das Paulische Ausschließungsprinzip, welches Antisymmetrie in der Gesamteigenschaft Raum-Spin-Ladung verlangt. Je zwei Teilchen des Kerns können sich also in den vier möglichen gegenseitigen Verhältnissen befinden: $^{13}A_+$, $^{11}A_+$, $^{33}A_-$, $^{11}A_-$, und in diesen vier Zuständen werden im allgemeinen verschiedene Kräfte wirken, die wir als $^{13}A_+$, $^{31}A_+$, $^{33}A_-$, $^{11}A_-$ -Kraft bezeichnen.

Statt dieser vier Kräfte $^{13}A_+$, $^{31}A_+$, $^{33}A_-$, $^{11}A_-$ werden meist gewisse Kombinationen aus ihnen betrachtet. Von Heisenberg wurde zuerst eine Kraft H benutzt, die Anziehung oder Abstoßung zwischen 2 Teilchen ergibt, je nachdem, ob die Ladung in ihnen symmetrisch oder antisymmetrisch verteilt ist (eine Kraft, die also die Ladung vertauscht). Von Wigner eine Kraft W , die in allen vier Zuständen eines Teilchenpaares Anziehung ergibt, von Majorana eine Kraft M , die ihre Vorzeichen nach der Symmetrie im Ort, und von Bartlett eine Kraft B , die ihre Wirkung nach der Symmetrie im Spin richtet (die also Ort bzw. Spin vertauscht). Diese Einteilung der Kräfte ist mit der oben gegebenen also durch die Relationen verknüpft¹⁾:

$$\begin{aligned} ^{13}A_+ &= +M + H + W + B, & 4M &= +^{13}A_+ + ^{31}A_+ - ^{33}A_- - ^{11}A_-, \\ ^{31}A_+ &= +M - H + W - B, & 4H &= +^{13}A_+ - ^{31}A_+ - ^{33}A_- + ^{11}A_-, \\ ^{33}A_- &= -M - H + W + B, & 4W &= +^{13}A_+ + ^{31}A_+ + ^{33}A_- + ^{11}A_-, \\ ^{11}A_- &= -M + H + W - B, & 4B &= +^{13}A_+ - ^{31}A_+ + ^{33}A_- - ^{11}A_-. \end{aligned}$$

¹⁾ B. Cassen u. E. U. Condon, l. c.

Die Kraft ${}^{13}A_+$ wirkt im Grundzustand des Deuterons, welches den Spin 1 hat; durch den Massendefekt des Deuterons ist daher eine Beziehung zwischen der Reichweite und der Stärke der Kraft ${}^{13}A_+$ gegeben. Die andere im Raum symmetrische Kraft ${}^{31}A_+$ wirkt im ersten angeregten Zustand des Deuterons und im (virtuellen) Grundzustand des Systems zweier Protonen oder Neutronen („Ladungstriplett Spin-Singulett“); aus der Proton-Neutron- und Proton-Proton-Streuung ist eine Beziehung zwischen der Reichweite und Stärke dieser Kraft (${}^{31}A_+$) übereinstimmend ermittelt worden. Die nächsten beiden Kräfte ${}^3A_-$, ${}^1A_-$ können aus dem Deuteron nicht genügend genau bestimmt werden, weil sie nur in einem rotierenden Zustand des Deuterons auftreten, in dem Proton und Neutron von der Zentrifugalkraft soweit auseinandergetrieben sind, daß sie bei der kurzen Reichweite der Kräfte nicht mehr viel aufeinander wirken können, was sich in der ausgeprägten Kugelsymmetrie der Zweikörperstreuung äußert.

Über die gegenseitigen Verhältnisse der vier Kraftarten werden wir die von Volz vorgeschlagenen Annahmen machen, welche später genauer besprochen werden¹⁾. Ihre Stärke und ihre als gemeinsam betrachtete Reichweite kann dann aus den Massendefekten und den Radien der schweren Kerne ermittelt werden.

5. Der Energieausdruck.

Zur Durchführung der Rechnungen wählen wir ein Gaußsches Gesetz
$$\left. \begin{aligned} e^{-\left(\frac{r_1-r_2}{a}\right)^2} &\text{ für den Abfall der Kraft zwischen } r_1, r_2, \text{ bezeichnen mit} \\ Z = N &\text{ die Protonen- und Neutronenzahl}^2) \text{ und mit} \\ r_0^3 (N + Z) \cdot \frac{4\pi}{3} = V &\text{ das Volumen}^2) \text{ des Kerns. Es bedeutet also} \\ a &\text{ die Reichweite der Kräfte und} \\ r_0 &\text{ den mittleren Abstand zweier Teilchen,} \\ x = \frac{a}{r_0} \cdot \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{\pi}{3}} &\text{ die dritte Wurzel aus der Dichte in einem unserem} \\ &\text{Problem angepaßten Maßstab.} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Die Masse, die den Kern aufbaut, zerlegen wir nach ebenen Wellen

$$\psi_{\mathfrak{P}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{\frac{i}{\hbar} \mathfrak{P} \mathbf{r}}.$$

¹⁾ H. Volz, ZS. f. Phys. **105**, 537, 1937 — ²⁾ Genauer: $Z + N$ die als groß angenommene Teilchenzahl eines aus dem Innern des Kerns herausgegriffenen würfelförmigen Teilvolumens V .

Jede ebene Welle ist charakterisiert durch einen Impuls \mathfrak{P} , dessen zugehörige Wellenlänge $\hbar/|\mathfrak{P}|$ wir in Einheiten $\hbar/|\mathfrak{p}|$ des Teilchenabstandes r_0 messen:

$$\mathfrak{P} = \frac{\hbar}{a} x \mathfrak{p} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{\pi}{3}} \frac{\hbar}{r_0} \mathfrak{p}.$$

Wir beginnen nun mit einem Näherungszustand des Kerns, in welchem die $N + Z$ tiefsten der im Volumen V möglichen ebenen Wellen besetzt sind, jede mit einem Proton und einem Neutron mit Rechts- und mit Linksspin:

$$4 \sum_{\mathfrak{P}}^{\text{bes}} = N + Z.$$

Wenn wir die Summation über diese Zustände durch eine Integration über die Impulse \mathfrak{p} ersetzen,

$$\sum_{\mathfrak{p}} = \frac{V}{h^3} \int d\mathfrak{P} = \frac{1}{4} \frac{3}{4\pi} (N + Z) \int d\mathfrak{p},$$

so repräsentiert im \mathfrak{p} -Raum ($|\mathfrak{p}| < 1$) das Innere der Einheitskugel die besetzten Zustände, ($|\mathfrak{p}| > 1$) ihr Äußeres die unbesetzten. (Dies besagt, daß die kürzeste Wellenlänge in der Ausgangsnäherung des Kerns ungefähr gleich dem mittleren Abstand zweier Teilchen ist.)

Bei der Zerlegung der potentiellen Energie des Kerns nach ebenen Wellen treten die Ausdrücke auf:

$$V_{\mathfrak{p}\mathfrak{n}}^{\mathfrak{p}'\mathfrak{n}'} = \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 \psi_{\mathfrak{p}}^*(\mathbf{r}_1) \psi_{\mathfrak{p}'}(\mathbf{r}_1) e^{-\left(\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{a}\right)^2} \psi_{\mathfrak{n}}^*(\mathbf{r}_2) \psi_{\mathfrak{n}'}(\mathbf{r}_2). \quad (2)$$

Die Wechselwirkung im Kern kann also zu Übergängen zweier Teilchen aus den zu Beginn besetzten Zuständen $\mathfrak{p}, \mathfrak{n}$ in zwei andere unbesetzte $\mathfrak{p}', \mathfrak{n}'$ führen und wird dementsprechend durch eine Matrix $V_{\mathfrak{p}\mathfrak{n}}^{\mathfrak{p}'\mathfrak{n}'}$ charakterisiert.

Die Energie des Kerns setzt sich nun, wenn wir nach der Wechselwirkung im Kern entwickeln, aus den folgenden Beträgen zusammen:

Zunächst der kinetischen Energie der einzelnen Wellen:

$$E^0 = 4 \sum_{\mathfrak{P}}^{\text{bes}} \frac{\mathfrak{P}^2}{2M} = 4 \frac{\hbar^2 x^2}{a^2} \frac{3}{2^4 \pi} (N + Z) \int_0^1 d\mathfrak{p} \frac{\mathfrak{p}^2}{2M} = \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{M a^2} x^2 (N + Z). \quad (3)$$

Die Koppelung der einzelnen Wellen erfolgt dann in erster Näherung durch den Erwartungswert der Störungsenergie für den betrachteten Ausgangszustand des Systems:

$$E^1 = \frac{1}{2} \sum_{\mathfrak{p}, \mathfrak{n}}^{\text{bes}} (V_{\mathfrak{p}\mathfrak{n}}^{\mathfrak{p}\mathfrak{n}} c_1 + V_{\mathfrak{p}\mathfrak{n}}^{\mathfrak{n}\mathfrak{p}} c_1'). \quad (4)$$

D. h. jede ebene Welle p wirkt auf jede andere ebene Welle n , wobei entweder die Impulse p, n ausgetauscht werden (V_{pn}^{pn}) oder nicht (V_{pn}^{pn}). In beiden Fällen treten gewisse Kombinationen c_1, c'_1 der Krafttypen ${}^3A_+ {}^1A_+ {}^3A_- {}^1A_-$ in Wirkung, welche die Summation über den Spin enthalten, und welche wir später bestimmen. Diese Näherung, in der nur der Erwartungswert der potentiellen Energie, d. h. der klassische Bestandteil der Proton-Neutron-Wellen betrachtet wird, ist identisch mit der Thomas-Fermi-Methode. [In der Tat findet man rückwärts durch Einsetzen von (2) in (4),

$$E^1 = \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 \left[\frac{c_1}{2} \sum_p^{\text{bes}} \psi_p^*(\mathbf{r}_1) \psi_p(\mathbf{r}_1) e^{-\left(\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{a}\right)^2} \sum_n^{\text{bes}} \psi_n^*(\mathbf{r}_1) \psi_n(\mathbf{r}_1) \right. \\ \left. + \frac{c'_1}{2} \sum_p^{\text{bes}} \psi_p^*(\mathbf{r}_1) \psi_p(\mathbf{r}_2) e^{-\left(\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{a}\right)^2} \sum_n^{\text{bes}} \psi_n^*(\mathbf{r}_1) \psi_n(\mathbf{r}_2) \right]$$

zwei Ausdrücke, die aus der gewöhnlichen und der gemischten Dichte der Flüssigkeit gebildet sind, also gerade denjenigen Teil der Wechselwirkung, den man im anschaulichen Wellenbild verstehen kann.]

In der zweiten Näherung bekommen wir eine gegenseitige Beeinflussung der ebenen Wellen des Ausgangszustandes, deren Wirkung auf die Energie durch die Formel¹⁾ gegeben wird:

$$E^2 = \frac{1}{2} \sum_{pn}^{\text{bes}} \sum_{p'n'}^{\text{unbes}} \left(- \frac{|V_{pn}^{p'n'}|^2}{E_{p'n'}^0 - E_{pn}^0} \cdot c_2 - \frac{V_{pn}^{p'n'} V_{np}^{p'n'}}{E_{p'n'}^0 - E_{pn}^0} c'_2 \right), \quad (5)$$

d. h. die Wechselwirkung führt nun dazu, daß auch der Ausgangszustand geändert wird, daß sich nämlich zwei Teilchen p, n virtuell anregen, in den Zwischenzustand p', n' übergehen, und wieder in den Ausgangszustand p, n oder n, p zurückkehren, wobei sie sich vertauschen können ($V_{pn}^{n'p'} V_{np}^{p'n'}$) oder nicht ($|V_{pn}^{p'n'}|^2$). Dieser Teil der Wechselwirkung beschreibt die Schwankungen in der Proton-Neutron-Dichte. Wir werden ihn im folgenden als „Schwankungsbindung“ bezeichnen im Gegensatz zur „Thomas-Fermi-Bindung“, welche von der vorhergehenden Näherung geliefert wird.

In diesen Gliedern gelangen gewisse, mit c_2, c'_2 bezeichnete quadratische Kombinationen der Kraftarten zur Wirkung, die wir nun berechnen: Die Kraft, die zwischen zwei Teilchen p, n bei einer bestimmten der vier Spin- und Ladungseinstellungen ${}^13A_+ {}^31A_+ {}^33A_- {}^11A_-$ wirkt, wird so oft vorkommen, wie die betreffende Einstellung von Spin und Ladung im Kern verwirklicht ist. Da in unserem Kern jeder Zustand p gerade von einem Proton und einem Neutron mit Rechts- und mit Linkspin besetzt ist, so

¹⁾ Eine ausführliche Darstellung solcher Störungsrechnungen findet sich z. B. bei Weisskopf, ZS. f. Phys. 89, 27, 1934.

kommt der Spin-Triplett- und Ladungs-Singulett-Zustand ^{13}A 1·3 mal vor, die $^{13}A_+$ -Kraft wirkt also 1·3 mal, ebenso die $^{31}A_+$ -Kraft 3·1 mal, die $^{33}A_-$ -Kraft 3·3 mal, die $^{11}A_-$ -Kraft 1·1 mal. Im ersten Glied der ersten Näherung E^1 wirkt also die Kraftkombination

$$c_1 = 3^{13}A_+ + 3^{31}A_+ + 9^{33}A_- + 1^{11}A_-.$$

In der zweiten Näherung kann z. B. die $^{13}A_+$ -Kraft die zwei Teilchen p, n nur von einem $^{13}A_+$ -Zustand in den gleichen $^{13}A_+$ -Zustand überführen und zurück. Im ersten Glied dieser Näherung tritt also die Kraftkombination auf:

$$c_2 = 3(^{13}A_+)^2 + 3(^{31}A)^2 + 9(^{33}A_-)^2 + 1(^{11}A_-)^2.$$

Die zweiten Glieder in beiden Näherungen unterscheiden sich nur dadurch von den ersten, daß in ihnen einmal die Impulse, oder was bei unserer Zerlegung dasselbe ist, die Orte der beiden Teilchen p, n vertauscht sind. Hier wirkt also die im Raum antisymmetrische Kraft $^{33}A_-^{11}A_-$ einmal mit dem entgegengesetzten Vorzeichen, so daß wir im ganzen die folgenden Kraftkombinationen bekommen:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= + 3^{13}A + 3^{31}A + 9^{33}A + 1^{11}A, \\ c_1' &= + 3^{13}A + 3^{31}A - 9^{33}A - 1^{11}A, \\ c_2 &= 3(^{13}A)^2 + 3(^{31}A)^2 + 9(^{33}A)^2 + 1(^{11}A)^2, \\ c_2' &= 3(^{13}A)^2 + 3(^{31}A)^2 - 9(^{33}A)^2 - 1(^{11}A)^2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Die Ausrechnung der Wechselwirkungsmatrix ergibt:

$$V_{pn}^{p'n'} = \frac{1}{V^2} \int_V d\mathbf{r}_1 \int_V d\mathbf{r}_2 e^{\frac{i\mathbf{x}}{a}(-\mathbf{p}\mathbf{r}_1 - \mathbf{n}\mathbf{r}_2 + \mathbf{p}'\mathbf{r}_1 + \mathbf{n}'\mathbf{r}_2) - \left(\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{a}\right)^2},$$

oder mit $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}$, $\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} = \mathbf{R}$,

$$V_{pn}^{p'n'} = \frac{1}{V^2} \int_V d\mathbf{R} e^{\frac{i\mathbf{x}}{a}(\mathbf{R}, \mathbf{p}' + \mathbf{n}' - \mathbf{p} - \mathbf{n})} \int d\mathbf{r} e^{-\frac{\mathbf{r}^2}{a^2} - \frac{i\mathbf{x}}{2a}(\mathbf{r}, -\mathbf{p} + \mathbf{n} + \mathbf{p}' - \mathbf{n}')}.$$

Das erste Integral gibt nur einen Beitrag, wenn der Exponent $\mathbf{p}' + \mathbf{n}' - \mathbf{p} - \mathbf{n} = 0$ ist, wenn also der betrachtete Übergang $p, n \rightarrow p', n'$ unter Impulserhaltung geschieht. Das zweite Integral kann in der Variablen $\mathbf{r}/a = \mathbf{u}$ von 0 bis ∞ erstreckt werden, da wir den Kern als schwer, also den

Kernradius $\sqrt[3]{V}$ groß gegen die Reichweite der Kräfte angenommen haben:

$$\begin{aligned} V_{pn}^{p'n'} &= \frac{1}{V} \cdot \delta(\mathbf{p}' + \mathbf{n}' - \mathbf{p} - \mathbf{n}) \cdot a^3 \int_0^\infty du e^{-u^2 - i\mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{p}' - \mathbf{p})}, \\ V_{pn}^{p'n'} &= \frac{2}{3\sqrt{\pi}} \frac{1}{N + Z} x^3 e^{-\frac{x^2}{4}(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2} \cdot \delta(\mathbf{p}' + \mathbf{n}' - \mathbf{p} - \mathbf{n}). \end{aligned} \quad (7)$$

Wir erhalten also, wie zu erwarten, eine Gauß-Kraft im Impulsraum. Der Exponent $-\frac{x^2}{4}(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2$ sorgt dafür, daß zwei Teilchen nur wenig aufeinander wirken, sobald sie sich so schnell gegeneinander bewegen, daß die Wellenlänge der Relativbewegung klein wird gegen die Reichweite der Kräfte. Man versteht, daß dann ihre Wirkung durch Interferenz ausgelöscht wird.

Bevor wir die Summen über die besetzten Zustände \mathbf{p} , \mathbf{n} und über die unbesetzten \mathbf{p}' , \mathbf{n}' ausführen, können wir einen der vier Vektoren \mathbf{p} , \mathbf{n} , \mathbf{p}' , \mathbf{n}' eliminieren, indem wir die Impulserhaltung durch den Ansatz vorwegnehmen:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{s}, \quad \mathbf{n}' = \mathbf{n} - \mathbf{s}. \quad (8)$$

Die Bedingung dafür, daß \mathbf{p} und \mathbf{n} besetzt, \mathbf{p}' und \mathbf{n}' unbesetzt ist, lautet nun

$$|\mathbf{p}| < 1, |\mathbf{p} + \mathbf{s}| > 1; \quad |\mathbf{n}| < 1, |\mathbf{n} - \mathbf{s}| > 1.$$

Der Vektor \mathbf{s} beschreibt die virtuelle Anregung eines Teilchenpaares \mathbf{p} , \mathbf{n} . Die zugehörige Anregungsenergie, die im Resonanznenner der zweiten Näherung auftritt, ist

$$E_{\mathbf{p}'\mathbf{n}'}^0 - E_{\mathbf{p}\mathbf{n}}^0 = \frac{\hbar^2}{a^2} x^2 \frac{\mathbf{p}'^2 + \mathbf{n}'^2 - \mathbf{p}^2 - \mathbf{n}^2}{2M} = \frac{\hbar^2}{Ma^2} x^2 (\mathbf{s}, \mathbf{s} + \mathbf{p} - \mathbf{n}).$$

Nun lassen sich die Summen durch Integrale über die unabhängigen Vektoren \mathbf{p} , \mathbf{n} , \mathbf{s} ersetzen und wir bekommen für die gesamte Energie des Kerns bis zur zweiten Näherung:

$$\begin{aligned} E = & \frac{3}{10} (N + Z) \frac{\hbar^2}{Ma^2} x^2 + \frac{3}{2^8 \pi^2 \sqrt{\pi}} (N + Z) \left[c_1 x^3 \int_0^1 d\mathbf{p} \int_0^1 d\mathbf{n} \right. \\ & \left. + c_1' x^3 \int_0^1 d\mathbf{p} \int_0^1 d\mathbf{n} e^{-\frac{x^2}{4}(\mathbf{p}-\mathbf{n})^2} \right] \\ & - \frac{Ma^2}{\hbar^2} \frac{3}{2^{11} \pi^4} (N + Z) \left[c_2 x^4 \int_0^\infty d\mathbf{s} \int_{\substack{|\mathbf{p}| < 1 \\ |\mathbf{p} + \mathbf{s}| > 1}} d\mathbf{p} \int_{\substack{|\mathbf{n}| < 1 \\ |\mathbf{n} - \mathbf{s}| > 1}} d\mathbf{n} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}\mathbf{s}^2}}{(\mathbf{s}, \mathbf{s} + \mathbf{p} - \mathbf{n})} \right. \\ & \left. + c_2' x^4 \int_0^\infty d\mathbf{s} \int_{\substack{|\mathbf{p}| < 1 \\ |\mathbf{p} + \mathbf{s}| > 1}} d\mathbf{p} \int_{\substack{|\mathbf{n}| < 1 \\ |\mathbf{n} - \mathbf{s}| > 1}} d\mathbf{n} \frac{e^{-\frac{x^2}{4}\mathbf{s}^2 - \frac{x^2}{4}(\mathbf{s} + \mathbf{p} - \mathbf{n})^2}}{(\mathbf{s}, \mathbf{s} + \mathbf{p} - \mathbf{n})} \right]. \quad (9) \end{aligned}$$

Die vier darin enthaltenen Impulsintegrale geben vier verschiedene Funktionen von x , die die Thomas-Fermi- und die Schwankungsbindung in ihrer Abhängigkeit von der relativen Dichte x^3 darstellen. Die beiden ersten wurden von Bethe und Bacher (l. c.) angegeben, die anderen werden im Anhang dieser Arbeit berechnet. Die Resultate sind in den folgenden Formeln und in Fig. 1 zusammengestellt:

$$\left. \begin{aligned} x^3 \int_0^1 dp \int_0^1 dn e^{-\frac{x^2}{4}(n-p)^2} &= \frac{2^5 \pi^2}{3} f(x), \\ f(x) &= -\frac{3}{x} + \frac{2}{x^3} + e^{-x^2} \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^3} \right) + 2 \int_0^x e^{-y^2} dy \sim \frac{1}{6} x^3 \text{ für } x \ll 1 \\ &\sim \sqrt{\pi} \text{ für } x \gg 1. \end{aligned} \right\} (10)$$

$$\left. \begin{aligned} x^4 \int_0^\infty ds \int_{\substack{|p| < 1 \\ |p+s| > 1}} dp \int_{\substack{|n| < 1 \\ |n-s| > 1}} dn \frac{e^{-\frac{x^2}{2}s^2}}{(s, s+p-n)} &= \frac{2^5 \pi^3}{3 \cdot 5} g(x), \\ g(x) &\approx 10(1 - \log 2) - \frac{5}{2} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2} \frac{1}{x^4} + 0,16 \frac{1}{x^6} \text{ für } x \geq 1,6 \\ &\text{mit einem Fehler } \lesssim 2\%, \\ g(x) &\sim \frac{5}{3} \sqrt{2\pi} x^3 \text{ für } x \ll 1. \end{aligned} \right\} (11)$$

$$\left. \begin{aligned} x^4 \int_0^\infty ds \int_{\substack{|p| < 1 \\ |p+s| > 1}} dp \int_{\substack{|n| < 1 \\ |n-s| > 1}} dn \frac{e^{-\frac{x^2}{4}s^2 - \frac{x^2}{4}(s+p-n)^2}}{(s, s+p-n)} &= \frac{2^5 \pi^3}{3 \cdot 5} k(x), \\ k(x) &\approx \frac{20}{x^4} \left\{ 1 + \frac{4}{5} \frac{1}{x^2} + \frac{54}{35} \frac{1}{x^4} - \frac{x^2}{6} e^{-\frac{1}{2}x^2} \left(1,86 + \frac{15,31}{x^2} + \frac{9,43}{x^4} + \frac{9,26}{x^6} \right) \right\} \\ &\text{für } x \geq 2 \text{ mit einem Fehler } \lesssim 2\%, \\ k(x) &\sim \frac{5}{3} \sqrt{2\pi} x^3 \text{ für } x \ll 1. \end{aligned} \right\} (12)$$

Wir erhalten also, wie zu erwarten, eine Gauß-Kraft im Impulsraum. Der Exponent $-\frac{x^2}{4}(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2$ sorgt dafür, daß zwei Teilchen nur wenig aufeinander wirken, sobald sie sich so schnell gegeneinander bewegen, daß die Wellenlänge der Relativbewegung klein wird gegen die Reichweite der Kräfte. Man versteht, daß dann ihre Wirkung durch Interferenz ausgelöscht wird.

Bevor wir die Summen über die besetzten Zustände \mathbf{p} , \mathbf{n} und über die unbesetzten \mathbf{p}' , \mathbf{n}' ausführen, können wir einen der vier Vektoren \mathbf{p} , \mathbf{n} , \mathbf{p}' , \mathbf{n}' eliminieren, indem wir die Impulserhaltung durch den Ansatz vorwegnehmen:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{s}, \quad \mathbf{n}' = \mathbf{n} - \mathbf{s}. \quad (8)$$

Die Bedingung dafür, daß \mathbf{p} und \mathbf{n} besetzt, \mathbf{p}' und \mathbf{n}' unbesetzt ist, lautet nun

$$|\mathbf{p}| < 1, |\mathbf{p} + \mathbf{s}| > 1; \quad |\mathbf{n}| < 1, |\mathbf{n} - \mathbf{s}| > 1.$$

Der Vektor \mathbf{s} beschreibt die virtuelle Anregung eines Teilchenpaares \mathbf{p} , \mathbf{n} . Die zugehörige Anregungsenergie, die im Resonanznenner der zweiten Näherung auftritt, ist

$$E_{\mathbf{p}'\mathbf{n}'}^0 - E_{\mathbf{p}\mathbf{n}}^0 = \frac{\hbar^2}{a^2} x^2 \frac{\mathbf{p}'^2 + \mathbf{n}'^2 - \mathbf{p}^2 - \mathbf{n}^2}{2M} = \frac{\hbar^2}{Ma^2} x^2 (\mathbf{s}, \mathbf{s} + \mathbf{p} - \mathbf{n}).$$

Nun lassen sich die Summen durch Integrale über die unabhängigen Vektoren \mathbf{p} , \mathbf{n} , \mathbf{s} ersetzen und wir bekommen für die gesamte Energie des Kerns bis zur zweiten Näherung:

$$\begin{aligned} E = & \frac{3}{10} (N + Z) \frac{\hbar^2}{Ma^2} x^2 + \frac{3}{2^8 \pi^2 \sqrt{\pi}} (N + Z) \left[c_1 x^3 \int_0^1 d\mathbf{p} \int_0^1 d\mathbf{n} \right. \\ & \left. + c'_1 x^3 \int_0^1 d\mathbf{p} \int_0^1 d\mathbf{n} e^{-\frac{x^2}{4}(\mathbf{p}-\mathbf{n})^2} \right] \\ & - \frac{Ma^2}{\hbar^2} \frac{3}{2^{11} \pi^4} (N + Z) \left[c_2 x^4 \int_0^\infty d\mathbf{s} \int_{\substack{|\mathbf{p}| < 1 \\ |\mathbf{p} + \mathbf{s}| > 1}} d\mathbf{p} \int_{\substack{|\mathbf{n}| < 1 \\ |\mathbf{n} - \mathbf{s}| > 1}} d\mathbf{n} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}\mathbf{s}^2}}{(\mathbf{s}, \mathbf{s} + \mathbf{p} - \mathbf{n})} \right. \\ & \left. + c'_2 x^4 \int_0^\infty d\mathbf{s} \int_{\substack{|\mathbf{p}| < 1 \\ |\mathbf{p} + \mathbf{s}| > 1}} d\mathbf{p} \int_{\substack{|\mathbf{n}| < 1 \\ |\mathbf{n} - \mathbf{s}| > 1}} d\mathbf{n} \frac{e^{-\frac{x^2}{4}\mathbf{s}^2 - \frac{x^2}{4}(\mathbf{s} + \mathbf{p} - \mathbf{n})^2}}{(\mathbf{s}, \mathbf{s} + \mathbf{p} - \mathbf{n})} \right]. \quad (9) \end{aligned}$$

Die vier darin enthaltenen Impulsintegrale geben vier verschiedene Funktionen von x , die die Thomas-Fermi- und die Schwankungsbindung in ihrer Abhängigkeit von der relativen Dichte x^3 darstellen. Die beiden ersten wurden von Bethe und Bacher (l. c.) angegeben, die anderen werden im Anhang dieser Arbeit berechnet. Die Resultate sind in den folgenden Formeln und in Fig. 1 zusammengestellt:

$$\left. \begin{aligned} x^3 \int_0^1 dp \int_0^1 dn e^{-\frac{x^2}{4}(n-p)^2} &= \frac{2^5 \pi^2}{3} f(x), \\ f(x) &= -\frac{3}{x} + \frac{2}{x^3} + e^{-x^2} \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^3} \right) + 2 \int_0^x e^{-y^2} dy \sim \frac{1}{6} x^3 \text{ für } x \ll 1 \\ &\sim \sqrt{\pi} \text{ für } x \gg 1. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} x^4 \int_0^\infty ds \int_{\substack{|p| < 1 \\ |p+s| > 1}} dp \int_{\substack{|n| < 1 \\ |n-s| > 1}} dn \frac{e^{-\frac{x^2}{2}s^2}}{(s, s+p-n)} &= \frac{2^5 \pi^3}{3 \cdot 5} g(x), \\ g(x) &\approx 10(1 - \log 2) - \frac{5}{2} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^4} + 0,16 \frac{1}{x^6} \text{ für } x \geq 1,6 \\ &\text{mit einem Fehler } \lesssim 2\%, \\ g(x) &\sim \frac{5}{3} \sqrt{2\pi} x^3 \text{ für } x \ll 1. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} x^4 \int_0^\infty ds \int_{\substack{|p| < 1 \\ |p+s| > 1}} dp \int_{\substack{|n| < 1 \\ |n-s| > 1}} dn \frac{e^{-\frac{x^2}{4}s^2 - \frac{x^2}{4}(s+p-n)^2}}{(s, s+p-n)} &= \frac{2^5 \pi^3}{3 \cdot 5} k(x), \\ k(x) &\approx \frac{20}{x^4} \left\{ 1 + \frac{4}{5} \frac{1}{x^2} + \frac{54}{35} \frac{1}{x^4} - \frac{x^2}{6} e^{-\frac{1}{2}x^2} \left(1,36 + \frac{15,31}{x^2} + \frac{9,43}{x^4} + \frac{9,26}{x^6} \right) \right\} \\ &\text{für } x \geq 2 \text{ mit einem Fehler } \lesssim 2\%, \\ k(x) &\sim \frac{5}{3} \sqrt{2\pi} x^3 \text{ für } x \ll 1. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

x	$f(x)$	$x^2 g(x)$	$x^2 k(x)$	$xf'(x)$	$x^3 g'(x)$	$x^3 k'(x)$
2	0,520	9,9	3,7	0,792	4,48	— 8,36
2,2	0,597	12,4	3,6	0,815	4,56	— 9,70
2,4	0,668	15,2	3,3	0,819	4,64	— 10,10
2,6	0,733	18,3	3,0	0,810	4,70	— 10,05
2,8	0,792	21,6	2,6	0,795	4,75	— 9,60
3	0,846	25,1	2,3	0,776	4,79	— 9,00
3,5	0,963	35,0	1,7	0,718	4,85	— 7,17
4	1,055	46,5	1,3	0,656	4,89	— 5,47
4,5	1,126	59,6	1,0	0,600	4,91	— 4,18
5	1,19	74,3	0,8	0,552	4,92	— 3,36
∞	1,77	$3,07 x^2$	0,0	0,000	5,00	0,00

(14)

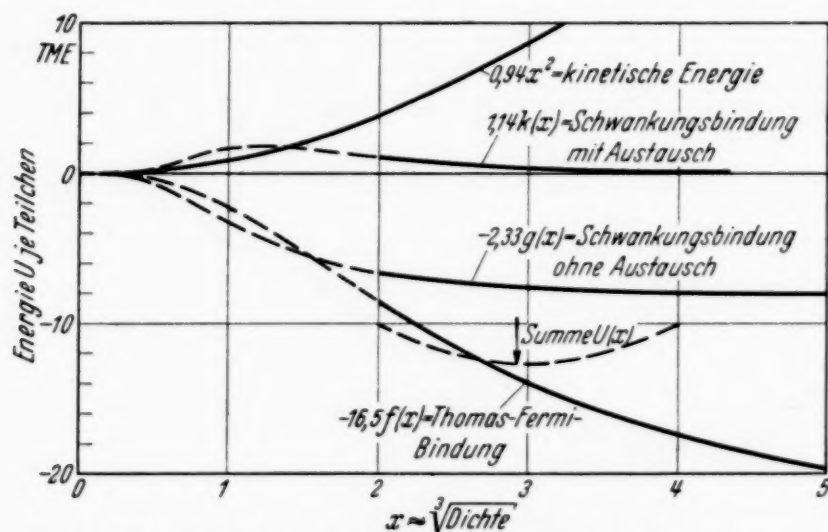


Fig. 1. Die verschiedenen Anteile der Kernenergie U als Funktion der relativen Dichte x^3 gezeichnet für eine Kraft der Stärke $A = -25,6$ TME. und der Reichweite $a = 1,33$ El. Rad.

6. Diskussion der verschiedenen Anteile der Energie. Die Volzschen Bedingungen.

Die Bindungsenergie des Kerns wird nun die folgende Funktion der relativen Dichte x^3

$$\frac{E}{N+Z} = U(x) = \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{M a^2} x^2 + \frac{1}{2^3 \sqrt{\pi}} \left[c_1 \frac{x^3}{6} + c_1' f(x) \right] + \frac{1}{2^6 \cdot 5 \cdot \pi} \frac{M a^2}{\hbar^2} [-c_2 g(x) - c_2' k(x)], \quad (15)$$

wobei die Kraftkombinationen (6) auftreten.

Ihre einzelnen Teile zeigen das folgende Verhalten:

1. Die Thomas-Fermi-Bindung ohne Impulsaustausch $\frac{1}{2^3 \sqrt{\pi}} c_1 \frac{x^3}{6}$ ist proportional der Dichte x^3 , weil jedes Teilchen gerade soviel andere binden kann, wie in den Bereich seiner Kräfte kommen.

2. Die Thomas-Fermi-Bindung mit Impulsaustausch $\frac{1}{2^3 \sqrt{\pi}} c'_1 f(x)$

wächst bei geringer Dichte ebenfalls proportional der Dichte an, strebt aber bei großer Dichte einem Sättigungswert $\frac{1}{8} c'_1$ zu. Dies liegt daran, daß zwei Teilchen im Kern ihre Impulse \mathbf{p} , \mathbf{p}' nur austauschen können, wenn ihre Geschwindigkeiten nicht sehr verschieden sind ($|\mathbf{p} - \mathbf{p}'| \lesssim 1/x$). Bei großer Dichte ($x^3 > 1$) hat aber der Kern eine hohe kinetische Energie, die Teilchen haben also zum Teil sehr verschiedene Geschwindigkeiten und jedes Teilchen kann nur mit wenigen anderen ($|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|_{\max}^3 \sim 1/x^3$) zur Wechselwirkung gelangen, was die Vergrößerung (x^3) der Bindung durch die Annäherung gerade aufhebt.

3. Die Schwankeungsbindung ohne Impulsaustausch $-\frac{1}{2^6 \cdot 5 \cdot \pi} \frac{M a^2}{\hbar^2} c_2 g(x)$

zeigt denselben Verlauf mit der Dichte. Bei geringer Dichte wächst sie mit der Dichte x^3 an, bei hoher Dichte nähert sie sich einem Sättigungswert

$-\frac{M a^2}{\hbar^2} c_2 \frac{1 - \log 2}{2^5 \cdot \pi}$. Dies hat den folgenden Grund: Die Bindung 2. Ordnung

kommt durch Übergänge der Teilchen aus in der Anfangsnäherung besetzten Zuständen ($|\mathbf{p}| < 1$, $|\mathbf{n}| < 1$) in unbesetzte ($|\mathbf{p}'| > 1$, $|\mathbf{n}'| > 1$) zustande, welche nur häufig sind, wenn die damit verbundene Impulsänderung unter einer bestimmten Grenze bleibt ($|\mathbf{p} - \mathbf{p}'| \lesssim 1/x$, $|\mathbf{n} - \mathbf{n}'| \lesssim 1/x$). Bei geringer Dichte haben nun fast alle besetzten Zustände denselben Impuls (0) und sie können daher alle in gleicher Weise in die benachbarten freien Zustände übergehen. Bei hoher Dichte aber haben die Teilchen in den zu Beginn unbesetzten Zuständen sehr hohe Geschwindigkeiten; die besetzten haben sehr verschiedene Geschwindigkeiten und nur die ($1/x$) schnellsten von ihnen können in die angeregten Zustände gelangen.

4. Die Schwankeungsbindung mit Impulsaustausch $-\frac{1}{2^6 \cdot 5 \cdot \pi} \frac{M a^2}{\hbar^2} c'_2 k(x)$,

welche bei geringen Dichten ($x^3 < 1$) ebenso anwächst wie die vorigen Glieder, fällt bei hohen Dichten ($x^3 > 1$) wieder zum Wert 0 ab. Dies liegt daran, daß die Störung 2. Ordnung durch Anregung *zweier* Teilchen (\mathbf{p} , \mathbf{n}) zustande kommt; diese zwei Teilchen aber können sich nach der Anregung nur dann austauschen, wenn ihre Impulse sich nicht sehr voneinander unterscheiden ($|\mathbf{p} - \mathbf{n}| \lesssim 1/x$), was die Zahl der wechselwirkenden Teilchen bei hoher Dichte wieder herabsetzt.

Es kann leicht abgeschätzt werden, daß die weiter folgenden Näherungen unserer Reihenentwicklung, die hier vernachlässigt sind, alle dasselbe Verhalten zeigen wie die zuletzt besprochene Funktion, daß sie nämlich bei

kleiner Dichte alle proportional der Dichte ansteigen und *bei hoher Dichte wieder gegen 0 abfallen* und um so schneller abfallen, je höher die betreffende Näherung ist.

Man sieht also, daß bei geringer Dichte alle Näherungen der Entwicklung, die mit der Thomas-Fermi-Methode beginnt, von gleicher Größenordnung sind und daß hier die Schwankungsanteile überwiegen. Daß aber bei sehr hoher Dichte der Thomas-Fermische Anteil überwiegt, obwohl hier die nächste Näherung noch von derselben Größenordnung ist. Wir können also bei geringer Dichte $x^3 < 1$ Divergenz, bei großer Dichte $x^3 > 1$ Konvergenz unseres Näherungsverfahrens erwarten im Einklang mit unseren früheren Überlegungen: Ein Kern, der künstlich auf sehr geringer Dichte gehalten wird, wird völlig in getrennte stabilere Teile, etwa α -Teilchen, zerfallen; ein Kern von hoher Dichte wird aber doch qualitativ als Proton-Neutron-Flüssigkeit aufgefaßt werden können. Daß wir uns im Gleichgewicht in dem zweiten Gebiet mittelgroßer Dichten befinden, wird sich nachher zeigen.

Unter allen Gliedern unserer Reihenentwicklung, welche die Kernbindung (bei hoher Dichte vollständig) darstellt, tritt also nur ein Glied $\frac{1}{2^3 \sqrt{\pi}} \frac{c_1}{6} x^3$ ohne Sättigungscharakter auf, das Glied aus der Thomas-Fermi-Näherung ohne Austausch. Diesem Teil der Anziehung, der proportional der Dichte x^3 anwächst, könnte bei hoher Dichte von der kinetischen Abstoßung $\frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{M a^2} x^2$ nicht mehr das Gleichgewicht gehalten werden. Es würde also zu einem völligen Zusammenbrechen des Kerns ($x \rightarrow \infty$) führen. [Bei endlich viel Teilchen natürlich nur zur Annäherung aller Teilchen bis auf die Reichweite der Kräfte: $x^3 \sim (N + Z)$.] Um dieses zu verhindern, und für alle Kerne dieselbe empirische Dichte zu erhalten, müssen wir also annehmen, daß diejenige Kombination der Kraftarten, die für dieses Glied maßgebend ist, $c_1 = 3 \text{ } ^{13}A + 3 \text{ } ^{31}A_+ + 9 \text{ } ^{33}A_- + 1 \text{ } ^{11}A$ einer Beschränkung unterworfen ist. Und damit die Sättigung auch in Kernen, die etwa nur aus Neutronen bestehen, zustande kommt, müssen wir eine analoge Beschränkung für die Kombination $^3\text{ } ^{13}A + 3 \text{ } ^{33}A$ erwarten. Die Ungleichungen, welche diese Beschränkungen zum Ausdruck bringen, wurden von Breit und Feenberg¹⁾ angegeben und von Volz²⁾ zu den beiden Gleichungen verschärft: $c_1 = 0$, $^3\text{ } ^{13}A + 3 \text{ } ^{33}A = 0$, welche behaupten, daß die ungesättigte Gesamtwirkung aller in der Ladung symmetrischen Kräfte ($^3\text{ } ^{13}A + 3 \text{ } ^{33}A$)

¹⁾ G. Breit u. E. Feenberg, l. c. — ²⁾ H. Volz, ZS. f. Phys. **105**, 537, 1937.

und die aller in der Ladung antisymmetrischen Kräfte (${}^1A + 3 {}^3A$) verschwindet. Sie reduzieren die wirksamen Kraftkombinationen auf

$$\begin{aligned} c_1 &= 0, & c_2 &= 4 [3 ({}^3A_+)^2 + ({}^1A_+)^2], \\ c'_1 &= 6 [{}^3A_+ + {}^1A_+], & c'_2 &= 2 [-3 ({}^3A_+)^2 + ({}^1A_+)^2]. \end{aligned}$$

Wenn wir noch das empirische Verhältnis ${}^3A_+ : {}^1A_+ = 1,9^*$, welches aus dem Massendefekt des Deuterons und der Proton-Proton-Streuung folgt, hinzunehmen, können wir nach Volz (l. c.) alle vier Kraftkombinationen auf eine Unbekannte ${}^3A_+ = A$ zurückführen:

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 0, & c_2 &= 13,10 A^2, \\ c'_1 &= 9,16 A, & c'_2 &= -5,44 A^2 = -0,416 c_2, & A &= {}^3A_+. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

7. Numerische Auswertung.

Die Gesamtenergie des Kerns wird nun:

$$U = \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{M a^2} x^2 + 0,646 A f(x) + 0,01308 \frac{M a_2}{\hbar^2} A^2 [-g(x) + 0,416 k(x)]. \quad (17)$$

Bei gegebener Stärke A und Reichweite a der Kraft $A e^{-\left(\frac{r}{a}\right)^2}$ kann aus der Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (18)$$

die relative Kerndichte $x^3 \left(= \left(\frac{a}{r_0} \cdot \frac{3}{2} \right)^3 \cdot \frac{\pi}{3} \right)$, also der ungefähre Kernradius $r_0 \cdot \sqrt[3]{N+Z}$, und damit aus (17) die „innere Bindung“ $U \cdot (N+Z)$ ermittelt werden.

Um umgekehrt aus den empirischen Daten U, r_0 die theoretischen Werte A, a zu bekommen, ist es zweckmäßig, die Gleichungen (17), (18) unter Einführung der Größe $T = \frac{\hbar^2}{M r_0^2}$ in etwas anderer Form zugrunde zu legen:

$$\frac{U}{T} = 0,696 + 0,646 \frac{A}{T} f(x) + 0,00565 \left(\frac{A}{T} \right)^2 x^2 [-g(x) + 0,416 k(x)], \quad (17')$$

$$0 = 1,392 + 0,646 \frac{A}{T} x f'(x) + 0,00565 \left(\frac{A}{T} \right)^2 x^3 [-g'(x) + 0,416 k'(x)]. \quad (18')$$

*) Es läßt sich aus den bisherigen Experimenten nicht entscheiden, ob dieses Verhältnis 1,9 beträgt, wie hier der Rechnung zugrunde gelegt wurde, oder 2,0, wie von Volz diskutiert wird. Doch übt dieser Unterschied keinen wesentlichen Einfluß auf die Resultate der Rechnung aus.

Wir können nun aus der 2. Gleichung zu jeder Dichte x^3 das Verhältnis A/T und damit aus der ersten Gleichung U/T bestimmen. Aus diesen dimensionslosen Beziehungen:

$x =$	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,5	4	4,5	5	∞
$-\frac{A}{T} =$	2,21	2,18	2,19	2,23	2,29	2,45	2,62	2,81	3,01	7,02
$-\frac{U}{T} =$	0,456	0,616	0,806	1,024	1,268	1,996	2,884	3,989	5,394	

erhalten wir alle weiteren Angaben durch Ähnlichkeitsbetrachtung: Um eine bestimmte Bindung U_{exp} darzustellen, müssen wir zwischen der Stärke A und der Reichweite a der Kraft die Beziehung

$$A = U_{\text{exp}} \cdot \frac{(A/T)}{(U/T)}, \quad \frac{1}{a^2} = \frac{M U_{\text{exp}}}{\hbar^2} \frac{1}{0,431 x^2} \left(\frac{T}{U} \right) \quad (19)$$

verlangen, und um einen bestimmten Teilchenabstand r_0 zu erhalten, müssen wir den Zusammenhang

$$A = T_{\text{exp}} \left(\frac{A}{T} \right), \quad \frac{1}{a^2} = \frac{1}{r_{0 \text{ exp}}^2} \cdot \frac{1}{0,431 x^2}$$

annehmen.

Wir messen im folgenden Energien in Tausendstel Masseneinheiten $\left(\frac{Mc^2}{1000} = \text{TME.} \right)$, und Längen in Elektronenradien $\left(\frac{e^2}{mc^2} = 1 \text{ El. Rad.} \right)$.

Für die Energie pro Teilchen im Kerninnern nehmen wir zunächst den von Bethe unter Voraussetzung seiner neuen Kernradien extrapolierten Wert ¹⁾ $U = -12,85 \text{ TME.}$ an. Die Bedingung, die dieser Massendefekt in unserer Näherung den Kraftkonstanten A, a auferlegt, ist in Fig. 2 eingetragen. Daneben ist die entsprechende Beziehung eingetragen, die aus diesem Wert in Thomas-Fermischer Näherung folgen würde, und die, welche sich aus dem Massendefekt des Deuterons bei exakter Auswertung ergibt. Man sieht, daß die Diskrepanz zwischen den beiden letzteren schon durch unseren einen Näherungsschritt zu etwa zwei Drittel überbrückt wird.

Schwieriger ist es, aus den Kernradien Aussagen über die Kräfte zu gewinnen:

Die Radien der natürlich-aktiven Kerne sind nach den neuen Schätzungen von Bethe $R \sim 4,62 \text{ El. Rad.}$ Dies entspricht einem mittleren Teilchenabstand von $\sim \frac{4,62}{\sqrt[3]{230}} \text{ El. Rad.}$ im Kern. Da die Teilchen aber nach

¹⁾ Tabelle 1.

v. Weizsäcker infolge der Oberflächenspannung im Kerninnern um etwa 10% näher zusammengedrückt sind als im Kernmittel, rechnen wir versuchsweise mit einem Teilchenabstand im Kerninnern von

$$r_0 = \frac{4,62}{\sqrt[3]{230}} (1 - 0,08) \text{ El. Rad.} = 0,7 \text{ El. Rad.}$$

Die Bedingung, die dieser Teilchenabstand $r_0 = 0,7$ El. Rad. den Kräften auferlegt, ist ebenfalls in Fig. 2 eingetragen. Sie trifft die Bedingung der

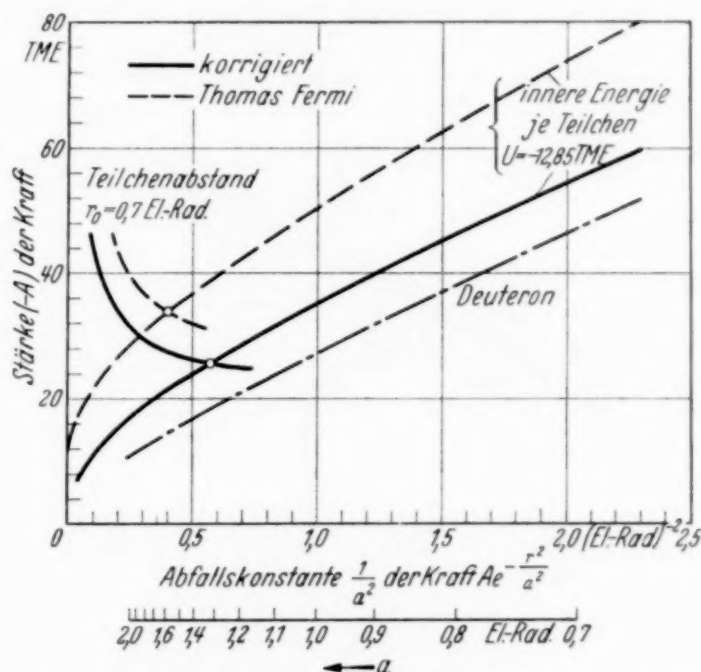


Fig. 2. Massendefekte der schweren Kerne unter der Annahme von Kräften zwischen gleichen und verschiedenen Teilchen in den Volzschen Verhältnissen.

Massendefekte — $U = 12,85$ TME. bei einer Reichweite $a = 1,33$ El. Rad. und einer Stärke der Kraft $A = 25,6$ TME. (bei dieser Reichweite folgt aus dem Massendefekt des Deuterons: $A = 18,2$ TME.), während dieselben empirischen Daten in Thomas-Fermischer Auswertung $a = 1,6$ El. Rad. und $A = 34$ TME. ergeben. (Für das Deuteron genügt bei dieser Reichweite a eine Kraft $A = 14,4$ TME.) Der Fehler der Thomas-Fermi-Methode $\left(\frac{34}{14,4} - 1\right) \cdot 100 = 136\%$ in der Kraftbestimmung wird also von deren erster Korrektur auf $\left(\frac{25,6}{18,2} - 1\right) 100 = 40\%$ herabgesetzt, wenn wir beide Näherungen bei der durch den Teilchenabstand $r_0 = 0,7$ El. Rad. gegebenen Reichweite vergleichen.

Würden wir die ältere Annahme $R = 3,2$ El. Rad. über die Kernradien zugrunde legen, so hätten wir nach Bethe¹⁾ auch eine größere Hauptbindungsenergie²⁾ — $U = 14,9$ TME. im Innern des Kerns anzunehmen, weil der größeren Coulomb-Abstoßung und Oberflächenspannung des kleineren Kerns eine stärkere Anziehung entgegenwirken muß, wenn sich derselbe gesamte Massendefekt ergeben soll. Diese älteren Annahmen können wir in unserer Näherung etwa mit einer Kraft der Reichweite $a = 0,8$ El. Rad. und der Stärke $A = 49$ TME. darstellen.

Da aber die Kernradien wegen der Dicke der Kernoberfläche nur sehr schlecht definiert sind und da sie auch nur durch vorläufige Schätzungen

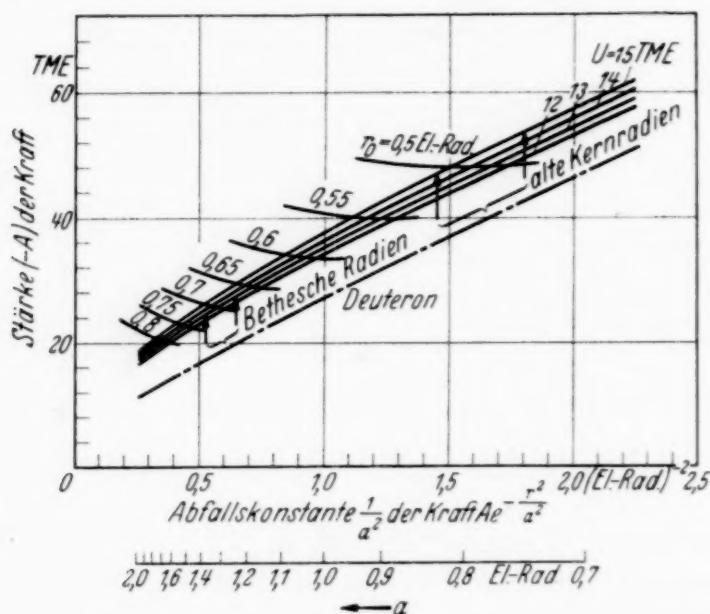


Fig. 3. Zusammenhang zwischen den halbempirischen Größen: r_0 = Teilchenabstand, U = Innere Energie pro Teilchen und den theoretischen Größen dieser Näherung: a = Reichweite, $-A$ = Stärke der Kraft ($^{13}\text{A}_+$).

aus den Zerfallsexperimenten entnommen werden können, dürfen wir die Folgerungen aus den Kernradien für die Festlegung der Reichweite nicht zu wörtlich nehmen. In Fig. 3 sind für verschiedene Werte des Teilchenabstandes r_0 und der inneren Bindungsenergie U die für die Kraftkonstanten a , A folgenden Werte eingetragen.

Anhang I.

Andere Annahmen über die Kräfte.

Wenn man im Gegensatz zu den bisher besprochenen Annahmen keine Kräfte zwischen gleichen Teilchen voraussetzt, und nur mit einer Majorana-

¹⁾ Bethe-Bacher, l. c. — ²⁾ Tabelle 1.

kraft M zwischen Proton und Neutron rechnet, sind die Kraftkombinationen (6) in (15) durch

$$\begin{aligned} c_1 &= 0, & c_2 &= 8 M^2, \\ c'_1 &= 8 M, & c'_2 &= 0 \end{aligned}$$

zu ersetzen; man erhält dann aus dem Massendefekt der schweren Kerne eine Bedingung für Reichweite und Stärke dieser Kraft M , welche in Fig. 4 dargestellt ist.

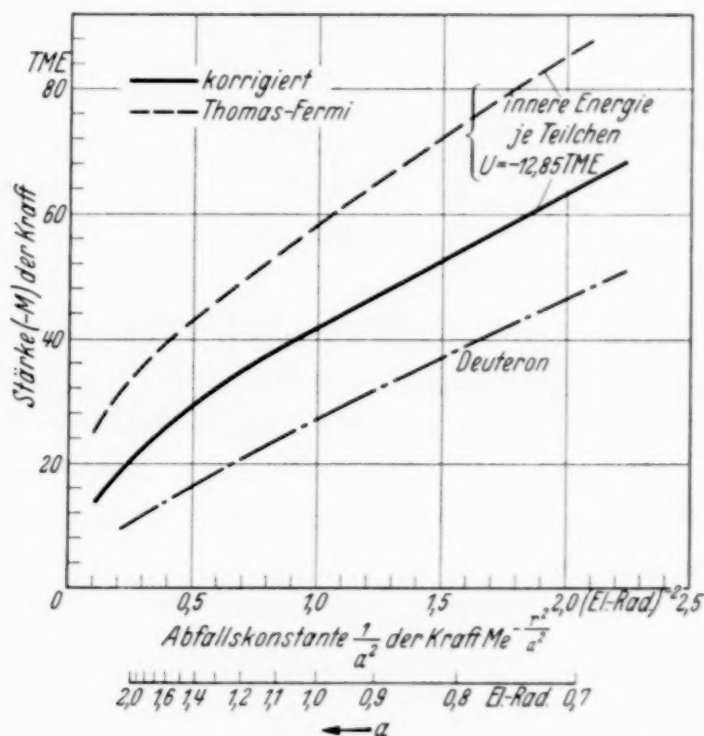


Fig. 4. Massendefekte der schweren Kerne unter Annahme einer Majoranakraft M , welche nur zwischen Proton und Neutron wirkt.

Anhang II.

Ausführung der Integrale.

Das erste Integral

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{15}{32\pi^3} x^3 \int_{-\infty}^{\infty} d\mathfrak{s} \int_{\substack{|n| < 1 \\ |n-\mathfrak{s}| > 1}} d\mathfrak{n} \int_{\substack{|p| < 1 \\ |p+\mathfrak{s}| > 1}} dp \frac{e^{-\frac{x^2}{2}\mathfrak{s}^2}}{(\mathfrak{s}, \mathfrak{s} + p - n)} \\ &= \frac{15}{32\pi^3} x^3 \int_{-\infty}^{\infty} d\mathfrak{s} e^{-\frac{x^2}{2}\mathfrak{s}^2} \int_0^{\infty} d\alpha e^{-\alpha\mathfrak{s}^2} \int_{\substack{|p| < 1 \\ |p+\mathfrak{s}| > 1}} dp e^{-\alpha(\mathfrak{s}p)} \int_{\substack{|n| < 1 \\ |n-\mathfrak{s}| > 1}} d\mathfrak{n} e^{+\alpha(\mathfrak{s}n)} \end{aligned}$$

wird mit $y = \alpha \cdot s$

$$= \frac{15}{32\pi^3} x^3 \int_0^2 ds 4\pi s^2 e^{-\frac{x^2 s^2}{2}} \frac{1}{s} \int_0^\infty dy e^{-sy} \left[\frac{2\pi}{y^3} \left\{ e^{\frac{s}{2}y} \cdot sy \right. \right. \\ \left. \left. + e^{-y} \cdot (1+y) + e^{(s-1)y} \cdot (-1-y) \right\} \right]^2 \\ + \frac{15}{32\pi^3} x^3 \int_2^\infty ds 4\pi s^2 e^{-\frac{x^2 s^2}{2}} \frac{1}{s} \int_0^\infty dy e^{-sy} \left[\frac{2\pi}{y^3} \left\{ e^y (y-1) \right. \right. \\ \left. \left. + e^{-y} (y+1) \right\} \right]^2$$

und mit $u = \frac{1}{2}s$:

$$g(x) = 2x^4 \int_0^1 du u e^{-2x^2 u^2} \left[\begin{aligned} &\log(1+u) \cdot \left[4 + \frac{15}{2}u - 5u^3 + \frac{3}{2}u^5 \right] \\ &\quad + 29u^2 - 3u^4 \\ &+ \log(1-u) \cdot \left[4 - \frac{15}{2}u + 5u^3 - \frac{3}{2}u^5 \right] \\ &\quad - 40u^2 \log 2 \end{aligned} \right] \\ + 2x^4 \int_1^\infty du u e^{-2x^2 u^2} \left[\begin{aligned} &\log(u+1) \cdot \left[4 - 20u^2 - 20u^3 + 4u^5 \right] \\ &\quad + 4u^3 + 22u \\ &+ \log(u-1) \cdot \left[-4 + 20u^2 - 20u^3 + 4u^5 \right] \\ &\quad + \log u \cdot \left[40u^3 - 8u^5 \right] \end{aligned} \right].$$

Der Teil des Integranden, der in der eckigen Klammer steht, kann durch ein Polynom approximiert werden:

$$g(x) = 2x^4 \int_0^1 du u e^{-2x^2 u^2} \left[40(1 - \log 2)u^2 - 10u^4 + \frac{4}{3}u^6 + 0,21u^8 \right] \\ + 2x^4 \int_1^\infty du u e^{-2x^2 u^2} \left[\frac{10}{3} \cdot \frac{1}{u} + \frac{1}{3} \frac{1}{u^3} + 0,16 \frac{1}{u^5} \right].$$

Hierbei wurden im Intervall $0 \leq u \leq 1$ die ersten drei Glieder der Reihenentwicklung für $u \ll 1$ und im Intervall $1 < u < \infty$ die ersten zwei Glieder der Reihenentwicklung für $u \gg 1$ entnommen, und das jeweils letzte Glied $\left(0,21 u^8; 0,16 \frac{1}{u^5}\right)$ wurde so hinzugefügt, daß der Integrand bei $u = 1$ den richtigen Wert hat. Es zeigte sich dann, daß er im ganzen Gebiet $0 \leq u \leq \infty$ um weniger als 1% von seinem durch die Logarithmusfunktionen gegebenen Wert abweicht. Die Integration über u ergibt, entwickelt für große x :

$$g(x) \approx x^4 \left[\frac{40(1 - \log 2)}{(2x^2)^2} - \frac{2 \cdot 10}{(2x^2)^3} + \frac{6 \cdot \frac{4}{3}}{(2x^2)^4} + \frac{24 \cdot 0,21}{(2x^2)^5} + e^{-2x^2} \left(0,08 \cdot \frac{1}{x^4} + \dots \right) \right]$$

und es läßt sich prüfen, daß im Gebiet $x \geq 2$ der wirklichen Kerndichten diese Entwicklung nach $1/x$ selbst unter Fortlassung des exponentiellen Gliedes bis auf 1% genau ist.

Das zweite Integral ist:

$$k(x) = \frac{15}{32\pi^3} x^4 \int_0^\infty d\mathfrak{s} \int_{\substack{|\mathfrak{p}| < 1 \\ |\mathfrak{p} + \mathfrak{s}| > 1}} d\mathfrak{p} \int_{\substack{|\mathfrak{n}| < 1 \\ |\mathfrak{n} - \mathfrak{s}| > 1}} d\mathfrak{n} e^{-\frac{x^2}{4}\mathfrak{s}^2 - \frac{x^2}{4}(\mathfrak{s} + \mathfrak{p} - \mathfrak{n})^2} \frac{1}{(\mathfrak{s}, \mathfrak{s} + \mathfrak{p} - \mathfrak{n})}$$

oder mit $\mathfrak{a} = \frac{\mathfrak{p} - \mathfrak{n}}{2}$, $\mathfrak{b} = \frac{\mathfrak{p} + \mathfrak{n}}{2}$, $\mathfrak{r} = \mathfrak{s} + \frac{\mathfrak{p} - \mathfrak{n}}{2}$:

$$k(x) = \frac{15}{4\pi^3} x^4 \int_0^\infty d\mathfrak{r} \int d\mathfrak{a} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}(\mathfrak{r}^2 + \mathfrak{a}^2)}}{r^2 - a^2} \int_{\substack{|\mathfrak{b} \pm \mathfrak{r}| \geq 1 \\ |\mathfrak{b} \pm \mathfrak{a}| \leq 1}} d\mathfrak{b}.$$

Um das durch die Vektoren \mathfrak{a} , \mathfrak{r} bestimmte Volumen $\int d\mathfrak{b}$ auszurechnen, ist es zweckmäßig, die vier Begrenzungsbedingungen $|\mathfrak{b} \pm \mathfrak{r}| \geq 1$, $|\mathfrak{b} \pm \mathfrak{a}| \leq 1$ durch vier komplexe Integrale darzustellen, welche 1 ergeben, wenn die Bedingung erfüllt ist und 0, wenn sie nicht erfüllt ist:

$$\int_{\substack{|\mathfrak{b} \pm \mathfrak{r}| \geq 1 \\ |\mathfrak{b} \pm \mathfrak{a}| < 1}} d\mathfrak{b} = \int_0^\infty d\mathfrak{b} \left(\frac{1}{2\pi i} \right)^4 \iiint \frac{d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 d\omega_4}{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4} e^{i\omega_1[(\mathfrak{b} + \mathfrak{a})^2 - 1] + i\omega_2[(\mathfrak{b} - \mathfrak{a})^2 - 1] + i\omega_3[(\mathfrak{b} + \mathfrak{r})^2 - 1] + i\omega_4[(\mathfrak{b} - \mathfrak{r})^2 - 1]}.$$

Hierin ist über ω_1 und ω_2 längs der positiv imaginären Seite der reellen ω_1 - bzw. ω_2 -Achse von $-\infty$ bis $+\infty$ zu integrieren und über ω_3 und ω_4 auf der negativ imaginären Seite. Nun läßt sich zunächst die Mitteilung über den Winkel zwischen \mathfrak{a} und \mathfrak{r} vornehmen, indem man die Integration über den Vektor \mathfrak{b} ausführt und das Resultat wieder als Integral über einen Skalar b schreibt:

$$\int_{\substack{|\mathfrak{b} \pm \mathfrak{r}| \geq 1 \\ |\mathfrak{b} \pm \mathfrak{a}| < 1}} d\mathfrak{b} = \frac{\pi}{4ar} \int_{-\infty}^{+\infty} db \left(\frac{1}{2\pi i} \right)^4 \iiint \frac{d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 d\omega_4}{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4 (\omega_1 - \omega_2) (\omega_3 - \omega_4)} \left[e^{i\omega_1[(b + a)^2 - 1] + i\omega_2[(b - a)^2 - 1] + i\omega_3[(b + r)^2 - 1] + i\omega_4[(b - r)^2 - 1]} - e^{i\omega_1[(b - a)^2 - 1] + i\omega_2[(b + a)^2 - 1] + i\omega_3[(b - r)^2 - 1] + i\omega_4[(b + r)^2 - 1]} \right].$$

Die Residuen der komplexen Integrale ergeben für fünf verschiedene Gebiete I bis V verschiedene Resultate.

	Gebiet	$-\frac{4ar}{\pi} \int db =$
I	$r > a$ $r^2 + (a-1)^2 \leq 1$	$\frac{\sqrt{1-a^2}}{\sqrt{1-r^2}} \int db 4 [b^2 + a^2 - 1] [b^2 + r^2 - 1]$
II	$r^2 + (a-1)^2 \geq 1$ $r \leq 1$ $a \leq 1$	$\frac{\sqrt{1-a^2}}{1-a} \int db 4 [b^2 + a^2 - 1] [b^2 + r^2 - 1] + \int \frac{1-a}{\sqrt{1-r^2}} db (-8ab) [b^2 + r^2 - 1]$
III	$r \geq 1$ $a + r \leq 2$	$\frac{\sqrt{1-a^2}}{1-a} \int db 4 [b^2 + a^2 - 1] [b^2 + r^2 - 1] + \int \frac{1-a}{r-1} db (-8ab) [b^2 + r^2 - 1]$ $+ \int \frac{r-1}{1-r} db (-4ab) [(b+r)^2 - 1]$
IV	$a + r \geq 2$ $(r-1)^2 + a^2 \leq 1$	$\frac{\sqrt{1-a^2}}{r-1} \int db 4 [b^2 + a^2 - 1] [b^2 + r^2 - 1] + \int \frac{r-1}{1-a} db 8br [b^2 + a^2 - 1]$ $+ \int \frac{1-a}{a-1} db (-4ab) [(b+r)^2 - 1]$
V	$(r-1)^2 + a^2 \geq 1$ $a \leq 1$	$\frac{\sqrt{1-a^2}}{1-a} \int db 8br [b^2 + a^2 - 1] + \int \frac{1-a}{a-1} db (-4ab) [(b+r)^2 - 1]$

In den neuen Variablen

$$u + v = r^2, \quad u - v = a^2$$

wird nun

$$k(x) = 15x^4 \int_0^\infty du e^{-ux^2} \cdot \varphi(u),$$

worin das Integral

$$\varphi(u) = \int \frac{dv}{v} \cdot \frac{ar}{\pi} \int db$$

über die (bei gegebenem u) durch I bis V bezeichneten Gebiete von v zu erstrecken ist. Man erhält nach längerer Rechnung für

$$u \ll 1: \varphi(u) = \frac{2}{9} \left[u^3 + \frac{1}{5} u^4 + \frac{27}{350} u^5 \right],$$

$$u = 1: \varphi(1) = \frac{4}{5} [11 \log 2 - 7] = 0,166,$$

$$u = 2: \varphi(2) = \frac{4}{3} \frac{11 \cdot \sqrt{3} - 28}{5} 2 \sqrt{2} \log \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} + 2 \log(\sqrt{3} + 2) = 0,136.$$

Da wir uns nur für die wirklichen Kerndichten $x \geq 2$ interessieren, kommt es im wesentlichen auf das Verhalten von $q(u)$ für kleine u an. Es genügt daher, die Funktion $q(u)$ im Intervall $0 \leq u \leq \frac{1}{2}$ durch die ersten drei Glieder ihrer Reihenentwicklung, und im Gebiet $\frac{1}{2} < u < \infty$ durch ein Polynom zu ersetzen, welches die richtigen Werte bei $u = 1$ und $u = 2$, und den Anschluß in Wert und Ableitung bei $u = \frac{1}{2}$ ergibt:

$$\begin{aligned} k(x) &= 15 x^4 \int_0^{1/2} du e^{-u x^2} \cdot \frac{2}{9} \left[u^3 + \frac{1}{5} u^4 + \frac{27}{350} u^5 \right] \\ &\quad + \int_{1/2}^{\infty} e^{-u x^2} du \cdot \frac{2}{9} [0,140 - 0,138 u + 2,806 u^2 - 1,060 u^3] \\ &= \frac{20}{x^4} \left\{ 1 + \frac{4}{5} \frac{1}{x^2} + \frac{54}{35} \frac{1}{x^4} \right. \\ &\quad \left. - \frac{x^6}{6} e^{-1/2 x^2} \left(1,36 + \frac{15,91}{x^2} + \frac{9,43}{x^4} + \frac{9,26}{x^6} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Die Brauchbarkeit der Approximation zeigt sich darin, daß $k(x)$ sich bei $x = 2$ nur um $1/3\%$ ändert, wenn das letzte Integral statt bis $u = \infty$ nur bis $u = 2$ erstreckt wird, und daß $k(x)$ seinen Wert bei $x = 2$ um 3% und bei $x = 3$ um 1% ändert, wenn man statt des hier benutzten Interpolationspolynoms für $\frac{1}{2} \leq u \leq \infty$ ein anderes nimmt, welches bei $u = \frac{1}{2}$ nur den Anschluß im Wert und nicht in der Ableitung gibt.

Schluß.

Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, daß einerseits die Hartree-Methode nur eine sehr schlechte Annäherung an den wirklichen Zustand des Atomkerns liefert, und daß die Wirklichkeit durch ein Modell wie Bohr und Wigner es beschrieben haben, viel richtiger dargestellt wird. Daß aber andererseits wegen des großen Einflusses der „Schwankungsbindung“ das empirische Verhalten der schweren Kerne kaum als ein Argument gegen die näherungsweise Gültigkeit der Quantenmechanik im Atomkern angeführt werden kann.

Zum Schluß möchte ich Herrn Prof. Heisenberg für seinen Rat und seine Hilfe herzlich danken, die es erst ermöglichten, die Arbeit durchzuführen. Ferner danke ich den Herren Dr. Volz und Dr. Flügge für verschiedene Diskussionen.

Leipzig, Institut für theor. Physik, 22. Februar 1937.

Ein Schlierenversuch über die Schwingungsform einer dünnen Quarzscheibe.

Von **Werner Schaaffs** in Berlin-Siemensstadt.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 5. März 1937.)

Es wird eine Schlierenmethode beschrieben, die die Schwingungsform einer dünnen Quarzscheibe in einer Flüssigkeit in sehr übersichtlicher Weise zu bestimmen gestattet.

Bei Versuchen mit dem Ultraschallgitter macht sich die Erwärmung des schwingenden Quarzes im Zusammenwirken mit seiner ponderomotorischen Wirkung auf die Beugungsbilder störend bemerkbar. Die nähere Untersuchung zeigt, wie auch schon aus älteren Versuchen bekannt ist, daß nur ein Bruchteil der Quarzoberfläche intensiv schwingt und starke Ultraschallwellen aussendet¹⁾.

Fig. 1 zeigt eine Schlierenaufnahme einer auf eine Metallplatte aufgekitteten, in Xylol schwingenden Quarzscheibe. Die an einigen Stellen

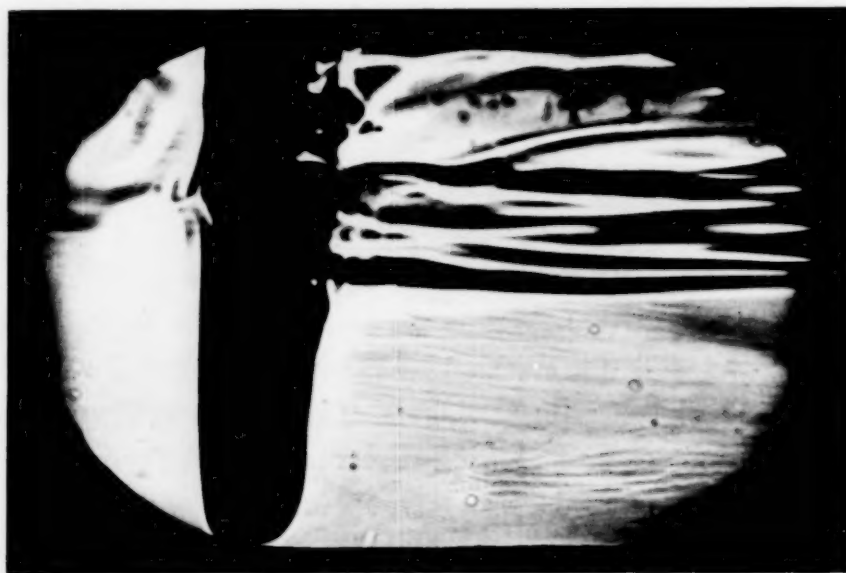


Fig. 1. Wärmeströmungen vor einem auf eine Metallplatte gekitteten schwingenden Quarz.

besonders stark erwärmte Flüssigkeit wird durch die ponderomotorische Wirkung fortgestoßen. Die Figur ist aber nur schlecht quantitativ auswertbar.

¹⁾ Vgl. A. Meissner, Phys. ZS. **28**, 621—625, 1927; H. Straubel, ZS. f. Hochfrequ. **38**, 14—27, 1931.

Eine Auswertung ist jedoch mit Hilfe der Dvorakschen Schlierenmethode in der Anordnung der Fig. 2 bequem möglich. Ein Lichtbündel, durch ein Linsensystem und eine sehr feine Blende B scharf kegelförmig gemacht, durchsetzt die durch Politur und schwache Versilberung durchsichtige Quarzscheibe Q und projiziert sie auf den Schirm S . An Stelle von S kann auch eine photographische Platte treten. Die Quarzscheibe Q ist übrigens am Rande zwischen zwei ringförmigen Elektroden gehalten.

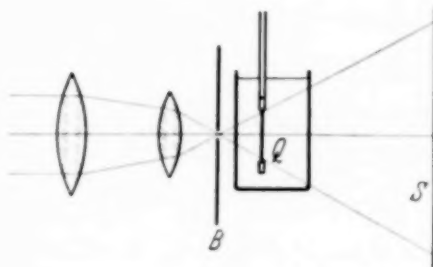


Fig. 2. Schlierenmethode zur Erzeugung der Bilder der Fig. 3a bis c.

Drehen wir den Kondensator des erregenden Schwingungskreises langsam durch, so erhalten wir, solange der Quarz schwingt, Bilder, wie sie die Aufnahmen 3a bis c zeigen. Der Quarz schwingt infolge der Dämpfung



Fig. 3a.

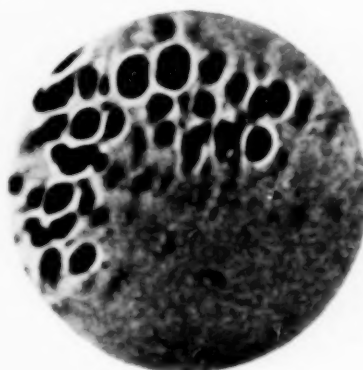


Fig. 3b.



Fig. 3c.

Fig. 3. Schwingungsformen einer dünnen Quarzscheibe, Frequenz um 13 Mill. Hertz.

in der Flüssigkeit über ein gewisses Frequenzband. Bei jeder Frequenz ist die Schwingungsform und damit auch das Bild der Figur ein anderes. Schaltet man den Sender bei einer bestimmten Schwingungsfrequenz der

Quarzscheibe ein, so entstehen zunächst im Bilde einige dunkle Flecken, die schnell ausgeprägter werden, die aus den Aufnahmen ersichtliche Form mit hellem Rande annehmen und dann ineinander verschwimmen, da die erwärmte Flüssigkeit ja vom Quarze fortgestoßen wird und beim Aufsteigen den Effekt verwischt. Man kann auf diese Weise die Schwingungsform der Quarzscheiben auch einem größeren Auditorium gut sichtbar machen.

Die Erscheinung ist so zu erklären, daß an den betreffenden Stellen die Flüssigkeit durch Erwärmung einen geringeren optischen Brechungsindex erhält als die kühlere Umgebung und daher auf das Licht eine zerstreuernde Wirkung ausübt. Ein Tropfen Xylol auf dem Boden einer mit Wasser gefüllten Küvette zeigt beim Durchleuchten den gleichen Effekt. Für die Güte der Erscheinung ist ein streng kegelförmiges Lichtbündel sehr wesentlich.

Zusammenfassend ist also zu sagen, daß wir mit der vorstehend beschriebenen einfachen Schlierenmethode ein Mittel haben, die Schwingungsformen dünner Quarzscheiben schnell und exakt ermitteln zu können.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Königl.-Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften.)

Intensitätsformeln für die Tripletbanden.

Von A. Budó in Budapest.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 11. März 1937.)

Es sind explizite Ausdrücke für die Intensitätsverteilung in den Zweigen von $^3\Sigma \longleftrightarrow ^3H$ und $^1\Sigma \longleftrightarrow ^3H$ -Banden angegeben, welche bei allen Werten der Kopplungskonstante Y des 3H -Termes gelten sollen. Entsprechende Formeln lassen sich auch für $^3H \rightarrow ^3H$ -Banden ableiten. Die nach den aufgestellten Formeln berechnete Intensitätsverteilung ist mit den Messungen an PH, $^3H \rightarrow ^3\Sigma$ -Banden verglichen und eine recht gute quantitative Übereinstimmung gefunden.

Das Problem der Intensitätsverteilung in den Multiplett-Banden zweiatomigen Moleküls haben Hill und van Vleck — wofern es sich um Terme zwischen den Hundischen Fällen $a - b$ handelt, was aber praktisch fast immer zutrifft — prinzipiell gelöst. Sie haben nämlich die Elemente der Amplitudenmatrix¹⁾ q_a und die der Energiematrix²⁾ H_a angegeben, womit auf Grund der Gleichung

$$SH_a\tilde{S}^* = W \quad (1)$$

die Energiewerte W und die Transformationsmatrix S , und dann nach

$$q = S q_a \tilde{S}^* \quad (2)$$

($S\tilde{S}^* = 1$) die Amplituden q_{ik} berechnet werden können. Bei Dublettbanden ist die Aufstellung expliziter Ausdrücke für die Intensitätsverteilung und der Vergleich mit der Erfahrung gelungen³⁾. Die Schwierigkeit für Tripletbanden liegt darin, daß wir keine einfachen Ausdrücke für die 3H -Energien kennen, die bei allen Werten der Koppelungskonstante $Y = A/B$ mit ge-

¹⁾ E. L. Hill u. J. H. van Vleck, Phys. Rev. **32**, 250, 1928; siehe Gleichung (2). — ²⁾ J. H. van Vleck, ebenda **33**, 467, 1929; siehe Gleichungen (31) bis (33). — ³⁾ R. Schmid, T. v. Neugebauer, D. v. Farkas u. Ch. Barabás, ZS. f. Phys. **65**, 541, 1930; W. Kapuscinski u. J. G. Eymers, ebenda **54**, 246, 1929; J. G. Eymers, ebenda **63**, 396, 1930; Lester T. Earls, Phys. Rev. **48**, 423, 1935.

nügender Genauigkeit gelten; die vom Verfasser abgeleiteten Formeln¹⁾ sind zu diesem Zwecke noch unbequem. Daher wählen wir die folgenden Energieausdrücke:

$$\left. \begin{aligned} \frac{W_1}{B} &= -1 + J(J+1) - [Y(Y-4) + 4J^2]^{1/2}, & \frac{W_2}{B} &= -1 + J(J+1), \\ \frac{W_3}{B} &= -1 + J(J+1) + [Y(Y-4) + 4(J+1)^2]^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Diese sind hinreichend genau und gehen für $Y = 0$ bzw. für $Y = \pm \infty$ in die exakten Formeln im Falle b bzw. a über (bei W_2 im Falle a bis auf die additive Konstante 2, was aber hier belanglos ist).

Aus diesen Werten und aus den bekannten Ausdrücken für H_a lassen sich auf Grund der Gleichung (1) die Elemente der Transformationsmatrix $S(^3II)$, in analoger Weise die der $S(^3\Sigma)$, dann nach (2) auch die Elemente von $q(^3\Sigma \longleftrightarrow ^3II)$ berechnen, deren Quadrate $|q_{ik}|^2$ (die sogenannten i -Faktoren) für die Intensitätsverteilung in den $^3\Sigma \longleftrightarrow ^3II$ -Bandenzweigen maßgebend sind. Die fertigen Ausdrücke in allen 27 Zweigen sind in der Tabelle 1 zusammengestellt. Hier und im folgenden bedeuten:

$$u_1 = [Y(Y-4) + 4J^2]^{1/2}, \quad u_3 = [Y(Y-4) + 4(J+1)^2]^{1/2} \quad (4)$$

und

$$\left. \begin{aligned} C_1(J) &= J(J+1) Y(Y-4) + 2(2J+1)(J-1)J(J+1), \\ C_2(J) &= Y(Y-4) + 4J(J+1), \\ C_3(J) &= (J-1)(J+2) Y(Y-4) + 2(2J+1)J(J+1)(J+2) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

bei normalen Termen (Y positiv); bei verkehrten Termen hingegen (Y negativ) ist der Koeffizient von $Y(Y-4)$ in $C_1(J)$ gleich $(J-1)(J+2)$ statt $J(J+1)$, in $C_3(J)$ gleich $J(J+1)$ statt $(J-1)(J+2)^2$. Die Formeln sind für alle Werte von Y gültig und enthalten als Spezialfälle die Formeln für $^3\Sigma \longleftrightarrow ^3II(b)$, $^3\Sigma \longleftrightarrow ^3II_{\text{norm}}(a)$, $^3\Sigma \longleftrightarrow ^3II_{\text{inv}}(a)$, d. h. bzw. $Y = 0, +\infty, -\infty$.

¹⁾ A. Budó, ZS. f. Phys. **96**, 219, 1935.

²⁾ Der genaue Ausdruck für $C_1(J)$ lautet:

$$C_1(J) = J(J+1) Y(Y-4) + 2(2J+1)(J-1)J(J+1) + (Y-2)[Y(Y-4) + 4J^2]^{1/2} - Y(Y-4) + 4J,$$

es ist aber die in dem Text gebrauchte Vereinfachung zulässig. Entsprechendes gilt für $C_3(J)$.

Tabelle 1.

$3\Sigma \rightarrow 3H$	$3H \rightarrow 3\Sigma$	i -Faktoren
$P_1(J)$	$R_1(J-1)$	$\frac{(J^2-1) [(J+1) u_1 - Y + 2J^2]^2}{(2J-1) C_1(J)}$
$Q_1(J)$	$Q_1(J)$	$\frac{[(J^2+J-1)u_1 + (Y-2) + 2J(J^2-1)]^2}{J C_1(J)}$
$R_1(J)$	$P_1(J+1)$	$\frac{J [J(J+2)u_1 + (J+2)(Y-2) + 2(J-1)(J+1)^2]^2}{(J+1)(2J+3) C_1(J)}$
${}^Q P_{21}(J)$	${}^Q R_{12}(J-1)$	$\frac{(J^2-1) [(J+1)(Y-2) - u_1]^2}{J C_1(J)}$
${}^R Q_{21}(J)$	${}^P Q_{12}(J)$	$\frac{(2J+1) [(J^2+J-1)(Y-2) + u_1]^2}{J(J+1) C_1(J)}$
${}^S R_{21}(J)$	${}^O P_{12}(J+1)$	$\frac{J(J+2) [J(Y-2) + u_1]^2}{(J+1) C_1(J)}$
${}^R P_{31}(J)$	${}^P R_{13}(J-1)$	$\frac{(J-1)^2 (J+1) [(J+1)u_1 - (Y-2) - 2J(J+1)]^2}{J(2J-1) C_1(J)}$
${}^S Q_{31}(J)$	${}^O Q_{13}(J)$	$\frac{[(J^2+J-1)u_1 + (Y-2) - 2(J-1)(J+1)^2]^2}{(J+1) C_1(J)}$
${}^T R_{31}(J)$	${}^N P_{13}(J+1)$	$\frac{J(J+2) [J u_1 + Y - 2J^2]^2}{(2J+3) C_1(J)}$
${}^O P_{12}(J)$	${}^S R_{21}(J-1)$	$\frac{2(J^2-1) Y^2}{(2J-1) C_2(J)}$
${}^P Q_{12}(J)$	${}^R Q_{21}(J)$	$\frac{2[J(Y-2) - 2]^2}{J C_2(J)}$
${}^Q R_{12}(J)$	${}^Q P_{21}(J+1)$	$\frac{2J [(J+1)Y - 2(2J+3)]^2}{(J+1)(2J+3) C_2(J)}$
$P_2(J)$	$R_2(J-1)$	$\frac{8(J-1)(J+1)^3}{J C_2(J)}$
$Q_2(J)$	$Q_2(J)$	$\frac{8(2J+1)(J^2+J-1)^2}{J(J+1) C_2(J)}$
$R_2(J)$	$P_2(J+1)$	$\frac{8J^3(J+2)}{(J+1) C_2(J)}$
${}^Q P_{32}(J)$	${}^Q R_{23}(J-1)$	$\frac{2(J+1) [J(Y-4) + 2]^2}{J(2J-1) C_2(J)}$
${}^R Q_{32}(J)$	${}^P Q_{23}(J)$	$\frac{2[(J+1)Y - 2J]^2}{(J+1) C_2(J)}$
${}^S R_{32}(J)$	${}^O P_{23}(J+1)$	$\frac{2J(J+2) Y^2}{(2J+3) C_2(J)}$

Tabelle 1 (Fortsetzung).

$^3\Sigma \rightarrow ^3H$	$^3H \rightarrow ^3\Sigma$	i -Faktoren
$^N P_{13}(J)$	$^T R_{31}(J-1)$	$\frac{(J^2-1)[(J+1)u_3+(Y-2)-2J(J+2)]^2}{(2J-1)C_3(J)}$
$^O Q_{13}(J)$	$^S Q_{31}(J)$	$\frac{[(J^2+J-1)u_3-(Y-2)-2J^2(J+2)]^2}{JC_3(J)}$
$^P R_{13}(J)$	$^R P_{31}(J+1)$	$\frac{J(J+2)^2[J u_3-(Y-2)-2J(J+1)]^2}{(J+1)(2J+3)C_3(J)}$
$^O P_{23}(J)$	$^S R_{32}(J-1)$	$\frac{(J^2-1)[u_3+(J+1)(Y-2)]^2}{JC_3(J)}$
$^P Q_{23}(J)$	$^R Q_{32}(J)$	$\frac{(2J+1)[(J^2+J-1)(Y-2)-u_3]^2}{J(J+1)C_3(J)}$
$^Q R_{23}(J)$	$^Q P_{32}(J+1)$	$\frac{J(J+2)[J(Y-2)-u_3]^2}{(J+1)C_3(J)}$
$P_3(J)$	$R_3(J-1)$	$\frac{(J+1)[(J^2-1)u_3+(J-1)(Y-2)+2J^2(J+2)]^2}{J(2J-1)C_3(J)}$
$Q_3(J)$	$Q_3(J)$	$\frac{[(J^2+J-1)u_3-(Y-2)+2J(J+1)(J+2)]^2}{(J+1)C_3(J)}$
$R_3(J)$	$P_3(J+1)$	$\frac{J(J+2)[J u_3-(Y-2)+2J(J+2)]^2}{(2J+3)C_3(J)}$

Tabelle 2.

Zweige	i -Faktoren		
	$^3H(a) \rightarrow ^3H(a)$	$^3H(a) \rightarrow ^3H(b)$	$^3H(b) \rightarrow ^3H(b)$
$P_1(J)$	J	$\frac{(J-1)J}{2(2J+1)}$	$\frac{(J-2)J(2J+1)}{(J-1)(2J-1)}$
$Q_1(J)$	0	0	$\frac{(J+1)(2J+1)}{J^3}$
$R_1(J)$	$J+1$	$\frac{(J-1)(J+1)}{2(2J+1)}$	$\frac{(J-1)(J+1)(2J+3)}{J(2J+1)}$
$^Q P_{21}(J)$	0	$\frac{(J-1)^2(J+1)^2}{J^2(2J+1)}$	$\frac{2J+1}{(J-1)J^3}$
$^R Q_{21}(J)$	0	$\frac{J-1}{J^2}$	$\frac{(J-1)(J+1)}{J^3}$
$^S R_{21}(J)$	0	$\frac{(J-1)(J+2)}{2J+1}$	0
$^R P_{31}(J)$	0	$\frac{(J-2)(J+1)(J+2)^2}{2J^2(2J+1)}$	$\frac{(J-1)(J+1)}{J^3(2J-1)(2J+1)}$
$^S Q_{31}(J)$	0	$\frac{2(J+2)}{J^2}$	0
$^T R_{31}(J)$	0	$\frac{(J-1)(J+2)(J+3)}{2J(2J+1)}$	0

Tabelle 2 (Fortsetzung).

Zweige	i-Faktoren		
	$^3H(a) \rightarrow ^3H(a)$	$^3H(a) \rightarrow ^3H(b)$	$^3H(b) \rightarrow ^3H(b)$
$^oP_{12}(J)$	0	$\frac{J}{2}$	0
$^PQ_{12}(J)$	0	0	$\frac{(J-1)(J+1)}{J^3}$
$^QR_{12}(J)$	0	$\frac{J+1}{2}$	$\frac{2J+3}{J(J+1)^3}$
$P_2(J)$	$\frac{(J-1)(J+1)}{J}$	$\frac{J-1}{J^2}$	$\frac{(J-1)^2(J+1)^2}{J^3}$
$Q_2(J)$	$\frac{2J+1}{J(J+1)}$	$\frac{2J+1}{J^2(J+1)^2}$	$\frac{(2J+1)(J^2+J-1)^2}{J^3(J+1)^3}$
$R_2(J)$	$\frac{J(J+2)}{J+1}$	$\frac{J+2}{(J+1)^2}$	$\frac{J^2(J+2)^2}{(J+1)^3}$
$^QP_{32}(J)$	0	$\frac{(J-2)(J-1)(J+2)^2}{2J^2(J+1)}$	$\frac{2J-1}{J^3(J+1)}$
$^RQ_{32}(J)$	0	$\frac{2(J-1)(J+2)(2J+1)}{J^2(J+1)^2}$	$\frac{J(J+2)}{(J+1)^3}$
$^SR_{32}(J)$	0	$\frac{(J-1)^2(J+2)(J+3)}{2J(J+1)^2}$	0
$^NP_{13}(J)$	0	$\frac{J(J+2)}{2(2J+1)}$	0
$^oQ_{13}(J)$	0	0	0
$^PR_{13}(J)$	0	$\frac{(J+1)(J+2)}{2(2J+1)}$	$\frac{J(J+2)}{(J+1)^3(2J+1)(2J+3)}$
$^oP_{23}(J)$	0	$\frac{(J-1)(J+2)}{2J+1}$	0
$^PQ_{23}(J)$	0	$\frac{J+2}{(J+1)^2}$	$\frac{J(J+2)}{(J+1)^3}$
$^QR_{23}(J)$	0	$\frac{J^2(J+2)^2}{(J+1)^2(2J+1)}$	$\frac{2J+1}{(J+1)^3(J+2)}$
$P_3(J)$	$\frac{(J-2)(J+2)}{J}$	$\frac{(J-2)(J-1)(J+2)}{(J+1)(2J+1)}$	$\frac{J(J+2)(2J-1)}{(J+1)(2J+1)}$
$Q_3(J)$	$\frac{4(2J+1)}{J(J+1)}$	$\frac{2(J-1)}{(J+1)^2}$	$\frac{J(2J+1)}{(J+1)^3}$
$R_3(J)$	$\frac{(J-1)(J+3)}{J+1}$	$\frac{(J-1)^2J(J+3)}{2(J+1)^2(2J+1)}$	$\frac{(J+1)(J+3)(2J+1)}{(J+2)(2J+3)}$

Um die Intensitätsverteilung auch für $^3\Pi \rightarrow ^3\Pi$ -Banden berechnen zu können, geben wir die Elemente von $S(^3\Pi)$ an. Diese sind:

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{\sqrt{J(J+1)}[u_1+(Y-2)]}{2\sqrt{C_1(J)}}, & S_{12} &= -\frac{\sqrt{2(J^2-1)}}{\sqrt{C_1(J)}}, & S_{13} &= \frac{\sqrt{(J-1)(J+2)}[u_1-(Y-2)]}{2\sqrt{C_1(J)}}, \\ S_{21} &= \frac{\sqrt{2J(J+1)}}{\sqrt{C_2(J)}}, & S_{22} &= \frac{Y-2}{\sqrt{C_2(J)}}, & S_{23} &= -\frac{\sqrt{2(J-1)(J+2)}}{\sqrt{C_2(J)}}, \\ S_{31} &= \frac{\sqrt{J(J+1)}[u_3-(Y-2)]}{2\sqrt{C_3(J)}}, & S_{32} &= \frac{\sqrt{2J(J+2)}}{\sqrt{C_3(J)}}, & S_{33} &= \frac{\sqrt{(J-1)(J+2)}[u_3+(Y-2)]}{2\sqrt{C_3(J)}}, \end{aligned}$$

wobei die ersten Indizes 1, 2, 3 auf die Zustände $K = J-1, J, J+1$, die zweiten 1, 2, 3 auf die $\Omega = 0, 1, 2$ sich beziehen. Die Amplituden q_a lassen sich aus der Tabelle 2 entnehmen; die Phasen aller Elemente von q_a können etwa positiv reell angenommen werden¹⁾. Die Formeln für die Intensitäten im allgemeinen Fall ergeben sich jetzt gemäß

$$\begin{aligned} q_{ik}(J'; J'') &= S_{i1}(J', Y') q_{a11}(J'; J'') S_{k1}(J'', Y'') \\ &\quad + S_{i2}(J', Y') q_{a22}(J'; J'') S_{k2}(J'', Y'') \\ &\quad + S_{i3}(J', Y') q_{a33}(J'; J'') S_{k3}(J'', Y'') \quad (i, k = 1, 2, 3), \quad (7) \end{aligned}$$

wo J', Y' sich auf den Anfangszustand, J'', Y'' auf den Endzustand beziehen. Die Formeln für die Grenzfälle $^3\Pi(a) \rightarrow ^3\Pi(a)$, $^3\Pi(a) \rightarrow ^3\Pi(b)$, $^3\Pi(b) \rightarrow ^3\Pi(b)$ enthält Tabelle 2, wo die $^3\Pi$ -Terme als normal angenommen sind²⁾.

Auf die Angabe der expliziten Intensitätsformeln im allgemeinen Fall kann man um so mehr verzichten, als die Erfahrung zeigt, daß bei den meisten $^3\Pi \rightarrow ^3\Pi$ -Banden die Parameter Y', Y'' der zwei Terme nur wenig verschieden voneinander sind³⁾; dann aber lassen sich die Verhältnisse leicht übersehen. Aus der Tatsache nämlich, daß $q_{a11}(J-1; J)$, $q_{a22}(J-1; J)$, $q_{a33}(J-1; J)$ unter sich und $q_{a11}(J+1; J)$, $q_{a22}(J+1; J)$, $q_{a33}(J+1; J)$ unter sich beinahe gleich sind, ferner daß wegen $S\tilde{S} = 1$ die Ausdrücke

$$\begin{aligned} S_{i1}(J', Y') S_{k1}(J'', Y'') + S_{i2}(J', Y') S_{k2}(J'', Y'') \\ + S_{i3}(J', Y') S_{k3}(J'', Y'') \end{aligned}$$

¹⁾ Vgl. Hill und van Vleck, l. c. S. 265. — ²⁾ Im Falle a entsprechen den Werten $\Omega = 0, 1, 2$ bei normalen Termen $K = J-1, J, J+1$ (d. h. die Indizes 1, 2, 3), bei verkehrten hingegen $K = J+1, J, J-1$ (d. h. die Indizes 3, 2, 1). So z. B. sind die in der Tabelle 2 unter RP_{31} gegebenen Ausdrücke bei verkehrten Termen der Reihe nach NP_{13} , P_1 , RP_{31} zu bezeichnen.

— ³⁾ So ist z. B. bei der $C^3\Pi \rightarrow X^3\Pi$, 0—0-Bande von TiO $Y' = 180$, $Y'' = 188$, bei der $C^3\Pi \rightarrow B^3\Pi$, 0—0-Bande von N_2 ist $Y' = 21,5$, $Y'' = 25,9$, bei der $B^3\Pi \rightarrow A^3\Pi$, 0—0-Bande von C_2 ist $Y' = -9,4$, $Y'' = -10,4$. Vgl. A. Budó, ZS. f. Phys. **98**, 437, 1936.

für $i = k$ dem Werte 1, für $i \neq k$ dem Werte 0 nahestehen, folgert man, daß nur die Hauptzweige P_1, P_2, P_3 und R_1, R_2, R_3 mit meßbarer Intensität vorhanden sind. Die Q -Zweige erweisen sich viel schwächer als diese, was sofort aus einem Vergleich von $q_{a ii}(J; J)$ mit $q_{a ii}(J \pm 1; J)$ folgt.

Tabelle 3 gibt die Ausdrücke für die Interkombinationsbanden $^1\Sigma \longleftrightarrow ^3\Pi$ an; sie enthält die von Schlapp¹⁾ abgeleiteten Formeln als Spezialfälle. Hier bedeutet λ eine reelle Konstante (λ entspricht bei Schlapp E/D).

Tabelle 3.

$^1\Sigma \rightarrow ^3\Pi$	$^3\Pi \rightarrow ^1\Sigma$	i -Faktoren
$^Q P(J)$	$^Q R(J-1)$	$\frac{(J+1)[J(u_1+Y-2)-2\lambda(J^2-1)]^2}{C_1(J)}$
$^R Q(J)$	$^P Q(J)$	$\frac{4\lambda^2(J-1)^2(J+1)^2(2J+1)}{C_1(J)}$
$^S R(J)$	$^O P(J+1)$	$\frac{J(J+1)^2[(u_1+Y-2)-2\lambda(J-1)]^2}{C_1(J)}$
$P(J)$	$R(J-1)$	$\frac{2(J+1)[2J+\lambda(Y-2)]^2}{C_2(J)}$
$Q(J)$	$Q(J)$	$\frac{2\lambda^2(2J+1)(Y-2)^2}{C_2(J)}$
$R(J)$	$P(J+1)$	$\frac{2J[2(J+1)+\lambda(Y-2)]^2}{C_2(J)}$
$^O P(J)$	$^S R(J-1)$	$\frac{J^2(J+1)[(u_3-Y+2)+2\lambda(J+2)]^2}{C_3(J)}$
$^P Q(J)$	$^R Q(J)$	$\frac{4\lambda^2 J^2(J+2)^2(2J+1)}{C_3(J)}$
$^Q R(J)$	$^Q P(J+1)$	$\frac{J[(J+1)(u_3-Y+2)+2\lambda J(J+2)]^2}{C_3(J)}$

Vergleich mit der Erfahrung. Quantitative Intensitätsmessungen in Triplettbanden wurden in jüngster Zeit von Nolan und Jenkins veröffentlicht²⁾. Sie haben die Intensitäten der Linien der $^3\Pi \rightarrow ^3\Sigma$, 0-0-Bande von PH gemessen und aus ihren Messungen — nachdem die Emissionstemperatur bestimmt war — die Werte der (experimentellen) i -Faktoren als Funktion der Rotationsquantenzahl J graphisch dargestellt. Nun können

¹⁾ R. Schlapp, Phys. Rev. **39**, 806, 1932. — ²⁾ P. Nolan u. F. A. Jenkins, Phys. Rev. **50**, 943, 1936. [In der Tabelle 2 dieser Arbeit haben sich einige Fehler eingeschlichen, und zwar in den Zweigen $P_1, Q_1, P_{21}, R_{23}, P_{31}, P_3$ von $^3\Pi(b) \rightarrow ^3\Sigma$.]

wir die theoretischen i -Faktoren nach unserer Tabelle 1 ausrechnen, die Konstante Y beträgt bei dem $3//$ -Term von PH $Y = -14,4^1)$. Aus den

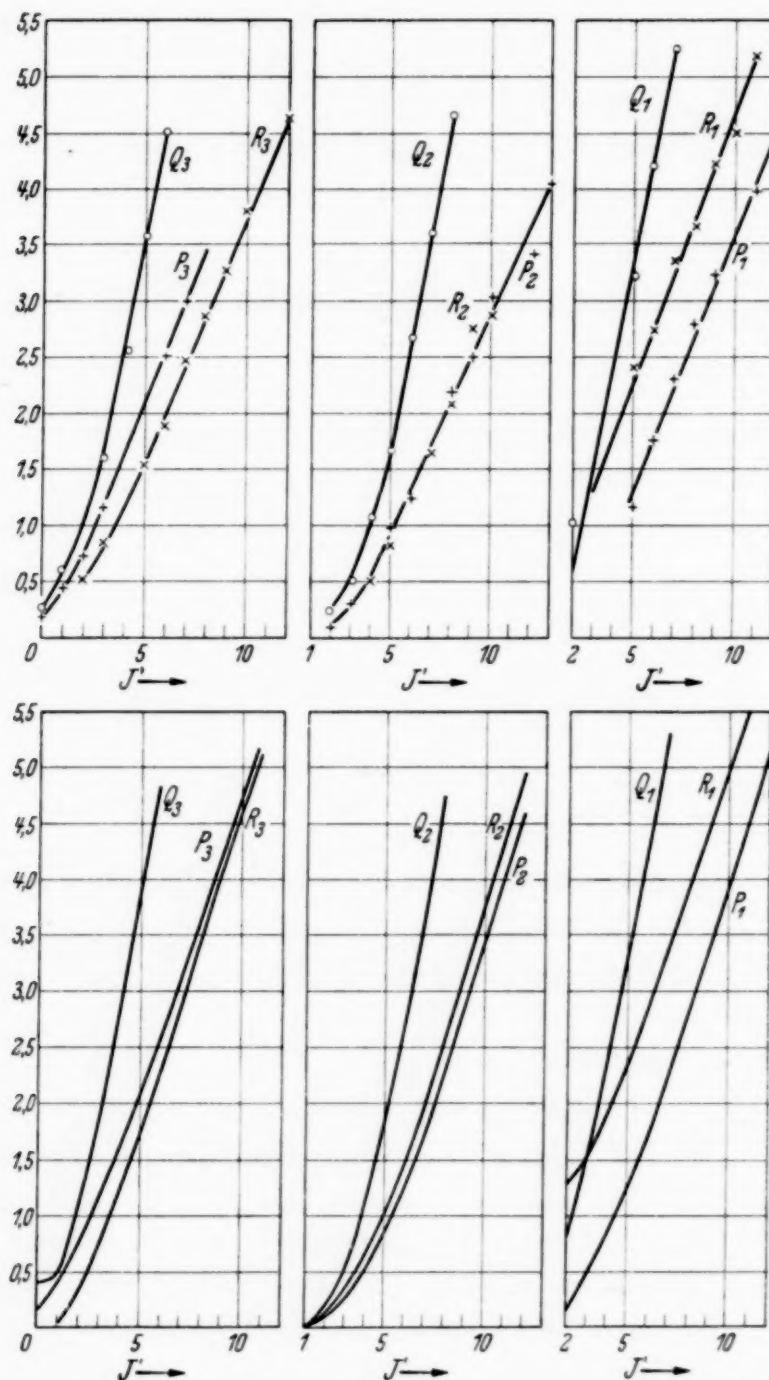


Fig. 1a.

Fig. 1a und 1b — deren oberer Teil die experimentellen Ergebnisse, der untere die nach der Tabelle 1 berechneten Kurven darstellt²⁾ — sieht man,

¹⁾ Vgl. A. Budó, l. c., Tabelle 7. — ²⁾ Die hierbei auftretende Proportionalitätskonstante wurde so gewählt, daß die gemessenen und berechneten Werte von Q_1 möglichst übereinstimmen.

daß die Übereinstimmung sehr gut ist, besonders wenn man bedenkt, daß im Spektrum mehrere Linien zusammenfallen und daß die i -Faktoren keine

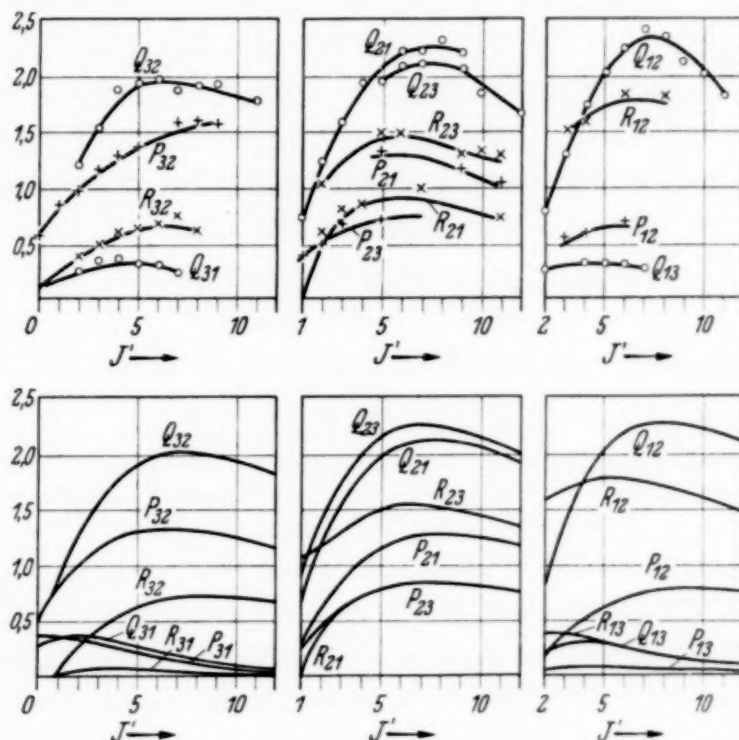


Fig. 1 b.

unmittelbar gemessenen Werte seien, vielmehr geht in diese die Ungenauigkeit der Temperaturbestimmung ein.

Vorliegende Arbeit ist im Physikalischen Institut der Königl.-Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften — das einen Teil seiner Ausrüstung dem Naturwissenschaftlichen Forschungsfonds und der Széchenyi-Gesellschaft verdankt und unter Leitung des Herrn Prof. B. Pogány steht — ausgeführt worden. Ich möchte für die Verleihung eines inländischen Forschungsstipendiums dem Königl.-Ung. Kultusministerium, insbesondere aber dem Herrn Prof. I. Rybár und für die Anregung zu dieser Arbeit dem Herrn Privatdozenten R. Schmid auch an dieser Stelle meinen besten Dank aussprechen.

(Aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für Metallforschung in Stuttgart.)

Zur Verformungsempfindlichkeit der metallischen Überstrukturen.

Von U. Dehlinger in Stuttgart.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 13. März 1937.)

Die Instabilität der regelmäßigen Atomverteilung bei Verformung wird an Hand der Vorstellungen, die früher zur Auffindung des Effektes geführt haben, mit Hilfe der Jonesschen Elektronentheorie zahlenmäßig erklärt. Besondere Verhältnisse bei CuPd und AuCu.

Wie zuerst von Dehlinger und Graf¹⁾ bei AuCu, später von Schäfer²⁾ bei FeAl, von Dahl³⁾ aus Widerstandsmessungen bei AuCu₃ und Ni₃Mn, und von Seemann⁴⁾ bei CuPd gefunden wurde⁵⁾, gehen die regelmäßigen Atomverteilungen beim Verformen (Ziehen, Walzen, Hämmern) in den Zustand regelloser Atomverteilung über.

Wie besonders von Dahl betont wird, scheint eine banale Erklärung des Effektes nicht möglich zu sein. Es ist ja zu beachten, daß bei der Verformung nicht nur die regelmäßige Atomverteilung verschwindet, sondern gleichzeitig sich auch die Gitterkonstante entsprechend ändert, so daß alle Merkmale des Zustandes, der im unverformten Material erst bei viel höheren Temperaturen im Gleichgewicht ist, im verformten bei Zimmertemperatur sich einstellen. Es muß also die freie Energie des regellosen Mischkristalls, die im unverformten Material bei Zimmertemperatur höher liegt als die der Überstruktur, im verformten tiefer als diese sein⁶⁾. Es darf demgegenüber wohl darauf hingewiesen werden, daß der Effekt bei AuCu von Graf und dem Verfasser nicht zufällig, sondern auf Grund einer Voraussage auf-

¹⁾ U. Dehlinger u. L. Graf, ZS. f. Phys. **64**, 359, 1930. — ²⁾ K. Schäfer, Naturwiss. **21**, 207, 1933. — ³⁾ O. Dahl, ZS. f. Metallkde. **28**, 133, 1936. — ⁴⁾ H. J. Seemann, Naturwiss. **24**, 618, 1936. — ⁵⁾ Nach H. Bumm u. U. Dehlinger, Metallwirtsch. **13**, 23, 1934 ist auch AuMn verformungsempfindlich, ebenso nach unveröffentlichten Versuchen von H. Bumm Fe₂NiAl. — ⁶⁾ Daher führt der Versuch von E. Schmid u. W. Boas, Kristallplastizität, S. 216, Berlin 1935, den Effekt auf die bekannte Beschleunigung von Umwandlungsvorgängen durch Verformung zurückzuführen, nicht zum Ziel.

gefunden wurde, welche sich auf die beim Studium der Zwischenzustände der Umwandlung gewonnene Erkenntnis vom Einfluß der Metallelektronen auf die Ordnungsvorgänge stützte. Die im Röntgenbild erkennbare Atomstruktur der Zwischenzustände zeigte, daß die freie Energie der Metallelektronen von der Gittersymmetrie abhängt; diese Gittersymmetrie wiederum ist gekoppelt mit dem Grad der regelmäßigen Verteilung der Atome, jedoch, wie deutlich zu erkennen war, mit dem über einen größeren Gitterbereich gemittelten, nicht mit dem örtlichen Regelmäßigkeitsgrad. Natürlich führte das auf die Vorstellung, daß die Metallelektronen nach Bloch durch das ganze Gitter durchgehende Wellen bilden, und wenn durch eine Verformung des Kristalls diese Wellen unterbrochen wurden, so mußte sich ihre freie Energie ändern und damit die Stabilität des durch diese Wellen bestimmten Zustandes aufhören.

Es war seinerzeit nicht möglich, die Veränderungen des Elektronensystems mathematisch darzustellen; dagegen wurde darauf hingewiesen¹⁾, daß auch das sonstige experimentelle Material, insbesondere die Struktur des γ -Messingtyps, einen Einfluß der Elektronen auf die Gittersymmetrie metallischer Phasen erkennen läßt²⁾. Nachdem nun Jones³⁾ sowie Hund⁴⁾ eben für diesen γ -Typ den Zustand des Elektronensystems und seine Symmetriempfindlichkeit aus der Schrödinger-Gleichung abgeleitet haben, kann auch die oben gegebene Erklärung des Verhaltens der Überstrukturen genauer ausgeführt werden.

Die Verminderung der Gittersymmetrie, welche mit der Überstrukturbildung verknüpft ist, hat nach Jones eine Verkleinerung der ersten Zone des k -Raumes zur Folge. Z. B. kann bei CuPd die erste Zone des flächenzentriert kubischen Gitters des regellos verteilten Mischkristalls insgesamt 2 Elektronen je Atom aufnehmen; die Caesiumchloridstruktur der regelmäßigen Verteilung hat die Symmetrie des einfach kubischen Gitters, in dessen erster Zone insgesamt zwei Elektronen je Grundzelle, also ein Elektron

¹⁾ Z. B. U. Dehlinger, *Ergebn. d. exakt. Naturwiss.* **10**, 325, 1931. — ²⁾ Leider wurden in den zahlreichen theoretischen Arbeiten zur Überstrukturfrage aus den Schulen von Borelius sowie von W. L. Bragg [zuletzt C. Sykes u. F. W. Jones, *Proc. Roy. Soc. London (A)* **157**, 213, 1936] die Verformungseffekte nicht beachtet, trotzdem sie mit diesen Theorien kaum zu vereinbaren sind, der atomistisch genauesten Durchführung von H. Bethe, ebenda **150**, 552, 1935, in der nur mit Kräften zwischen unmittelbar benachbarten Atomen gearbeitet wird, sogar direkt widersprechen. — ³⁾ J. Jones, *Proc. Roy. Soc. London (A)* **144**, 225, 1934. — ⁴⁾ F. Hund, *ZS. f. Phys.* **99**, 119, 1936; siehe auch R. Smoluchowski, ebenda **94**, 775; **95**, 588, 1935.

je Cu- oder Pd-Atom Platz haben. Da wir nun mit mindestens einem Außen-
elektron je Atom zu rechnen haben, ergibt sich, daß die erste Zone des
 k -Raumes in der regellosen Atomverteilung nicht vollständig, in der regel-
mäßigen dagegen bis zur Sprunggrenze vollständig ausgefüllt ist (Fig. 1).
Für die Sprunghöhe ΔE gilt nach Jones:

$$\Delta E_{hkl} = \frac{2e^2}{\pi^2 (h^2 + k^2 + l^2) a} |(Z - f)_1 + (Z - f)_2 e^{2\pi i (h m_2 + k n_2 + l p_2)} + \dots|.$$

worin a die Gitterkonstante, Z die Ordnungszahl und f der Atomfaktor
des streuenden Atoms für $\frac{\sin \vartheta}{\lambda} = \frac{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}{2a}$ ist. Die Exponentialglieder

bilden in bekannter Weise den Strukturfaktor. Für die Netzebene (100)
von CuPd, das ist diejenige Netzebene, welche die erste Zone des k -Raumes
in der Überstruktur begrenzt, berechnet sich daraus eine Sprunghöhe von

3,8 e-Volt. Für die mittlere Termsenkung
beim Übergang regellos-regelmäßig ist dann
nach Fig. 1 eine Größe von einigen hundert-
steln e-Volt zu erwarten. Da 1 Volt je Atom
gleich 23000 cal je Grammatom ist, kann die
durch die Elektronenverhältnisse entstehende
Verminderung der Gesamtenergie einige
hundert Kalorien betragen, ist also in der
Größenordnung der gesamten Wärmetönung
(der sogenannten Fehlorderungsarbeit) bei der
Umwandlung regelmäßig regellos, die nach
Sykes und Jones (l. c.) bei AuCu_3 etwa
550 cal beträgt.

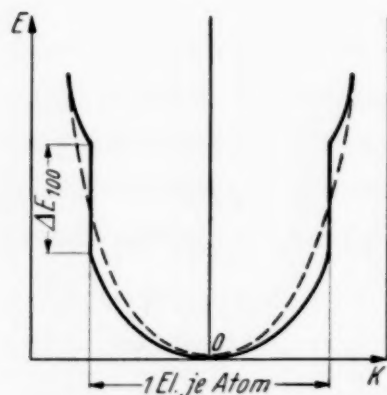


Fig. 1. Energieverteilung im
 k -Raum von CuPd.
Gestrichelt: Regellose Atom-
verteilung.
Ausgezogen: Überstruktur.

Bei einer Verformung wird das Gitter in kleine Bereiche aufgeteilt,
außerdem entstehen Gitterverzerrungen; beides ergibt analoge Zusatz-
glieder in der Fourier-Zerlegung sowohl der Massenverteilung im Gitter wie
auch des Gitterpotentials. Aus der Massenverteilung berechnen sich die
Röntgenlinien; die Zusatzglieder bedingen das Auftreten neuer Linien, der
Gittergeister, die sich nach der experimentellen Beobachtung in der Nähe
der ursprünglichen Linien anhäufen¹⁾, so daß eine Linienverbreiterung bei
der Verformung entsteht. Die Zusatzglieder des Potentials ergeben zu-
sätzliche Sprungflächen im k -Raum und können mit Hilfe der Jones'schen
Formel in Beziehung zu den neuen Röntgenlinien gebracht werden. Zur

Vereinfachung der Rechnung nehmen wir wie früher¹⁾ eine sinusförmige Gitterverzerrung der Periode $r \cdot a$ und der Amplitude $u \cdot a$ an, wo a die Konstante des ursprünglichen Gitters ist.

Der Strukturfaktor dieses „Obergitters“, in welchem wir nur mit einem (ganzzahligen) Index h' rechnen, wird dann

$$\begin{aligned}\sigma &= \sum_0^{r-1} e^{\frac{2\pi i h'}{r} \left(n + u \cos 2\pi \frac{n}{r}\right)} \\ &= J_0\left(\frac{2\pi h' u}{r}\right) \frac{\sin 2\pi \frac{h'}{r}}{2 \sin \frac{\pi h'}{r}} \\ &\quad + i J_1\left(\frac{2\pi h' u}{r}\right) \left[\frac{\sin 2\pi \frac{(h'+1)}{r}}{2 \sin \frac{\pi (h'+1)}{r}} + \frac{\sin 2\pi \frac{(h'-1)}{r}}{2 \sin \frac{\pi (h'-1)}{r}} \right] + \dots\end{aligned}$$

Darin sind J_0, J_1, \dots die Besselschen Zylinderfunktionen. Wie man leicht sieht, erhält man so für $h' = r$ eine Linie mit der Amplitude $r \cdot J_0(2\pi u)$; sie ist identisch mit der Linie $h = 1$ des ursprünglichen Gitters, die somit um den Faktor J_0 geschwächt wird²⁾. Die durch die Verzerrung entstehenden Gittergeister erhält man mit $h' \pm 1 = r, h' \pm 2 = r, \dots$; ihre Amplitude ist gleich $r \cdot J_1(2\pi u), r \cdot J_2(2\pi u), \dots$, nimmt also in größerer Entfernung von der Hauptlinie gegen Null ab. Für $u = 0,24$ wird $J_0 = J_1 = 0,55$, so daß hier die Hauptlinie und der erste Gittergeist gleiche Intensität haben. Dies entspricht größenordnungsmäßig der Röntgenbeobachtung, bei der man schon nach kleinen Verformungen eine durchaus gleichmäßig verbreiterte Linie findet. Der diesen Gittergeistern entsprechende Energiesprung im k -Raum wird nach der Jonesschen Formel

$$\Delta E_g = \Delta E_{hkl} \cdot J_1(2\pi u), \Delta E_{hkl} \cdot J_2(2\pi u), \dots$$

Er kann also schon bei verhältnismäßig kleinen Gitterverzerrungen dieselbe Größe wie der Hauptsprung erreichen. Durch die Gitterverzerrung wird also eine Reihe von Termen der ersten Zone des k -Raumes auf eine Energiehöhe gebracht, die oberhalb des Sprunges liegt. Da diese Zone im unver-

¹⁾ U. Dehlinger, ZS. f. Kristallogr. **65**, 615, 1927. Die Anhäufung kommt davon her, daß nicht, wie z. B. bei der durch die Temperaturbewegung verursachten Gitterverzerrung, alle möglichen Periodizitäten in statistischer Verteilung vorhanden, sondern einige wenige besonders stark ausgeprägt sind. —

²⁾ Bekanntlich ist $J_0(0) = 1, J_1(0) = J_2(0) = 0$. Siehe Jahnke-Emde, Funktionentafeln.

zerzten Gitter der Überstruktur vollkommen mit Elektronen besetzt war, so muß eine entsprechende Zahl von Elektronen den Sprung mitmachen, was eine Vermehrung der Gesamtenergie des Elektronensystems ergibt. Für das Elektronensystem des regellos verteilten Mischkristalls, in dem ja die Elektronenbesetzung nicht bis zu den Grenzen der ersten Zone des k -Raumes reicht, gilt dies nicht; so kann es kommen, daß infolge der Verzerrung die Gesamtenergie der regelmäßigen Verteilung größer als die der regellosen wird, also die letztere stabiler wird.

Nehmen wir an, daß nur die beiden ersten Gittergeister einen Sprung in der Größenordnung der Hauptlinie verursachen, so wird der Bruchteil der Elektronen der ersten Zone, welcher hiervon erfaßt wird, gleich $2/r$. Die Periodizität r der Gitterverzerrung können wir nach metallographischen Erfahrungen zu etwa 100 Atomabständen annehmen, so daß in einen Mosaikblock von 10^{-5} cm Kantenlänge noch einige Perioden fallen. Die mittlere Energieerhöhung pro Elektron wird für $u = 0,24$ also $0,55 \cdot \Delta E_{hkl} \cdot 2/r$, was etwa 0,03 e-Volt oder 700 cal/Mol ergibt. Wir erhalten also ohne Schwierigkeit Energieerhöhungen durch die Gitterverzerrung, die größer sind als die Fehlordnungsarbeit und so den experimentell gefundenen Effekt verursachen können.

Die Fehlordnungsarbeit wird außer dem von der oben beschriebenen Sprungfläche herrührenden Beitrag im allgemeinen noch Glieder enthalten, die von der Wechselwirkung zwischen den Atomrümpfen selbst herrühren. Besondere Verhältnisse in dieser Hinsicht zeigen sich experimentell bei CuPd; hier bricht das Existenzgebiet der Überstrukturphase mit Caesiumchloridstruktur¹⁾ bei 50 Atom-% Pd ab, d. h. die Fehlordnungsarbeit wird unstetig wesentlich kleiner, sobald in der regelmäßigen Atomverteilung nicht alle Pd-Atome von Cu-Atomen umgeben sind, sondern zwei Pd-Atome in erster Sphäre benachbart werden. Für dieses im metallischen Gebiet ungewöhnliche Verhalten bietet sich folgende Erklärung: Das Palladium und auch noch die Legierung PdCu ist temperaturabhängig paramagnetisch; das bedeutet, daß der Palladiumrumpf ein magnetisches Moment besitzt und daß das Austauschintegral zwischen diesen Rümpfen positiv ist. Die magnetische Wechselwirkung zwischen zwei Pd-Rümpfen ergibt also im paramagnetischen Fall einen positiven, somit stabilitätsvermindernden Beitrag zur Gitterenergie, der natürlich sehr viel größer ist, wenn zwei Pd-Atome in erster Sphäre zusammenkommen, als wenn ein Cu-Atom

¹⁾ C. H. Johansson u. J. O. Linde, Ann. d. Phys. **82**, 449, 1929.

dazwischen liegt. Im flächenzentrierten Gitter ist es nun auch schon unterhalb 50 Atom-% Pd nicht möglich, die beiden Atomsorten in erster Sphäre vollständig zu trennen, wohl aber im innenzentrierten, aber auch hier nur, solange nicht mehr als 50 Atom-% Pd anwesend sind. Der Unterschied in der Gesamtenergie des flächenzentrierten Gitters und des innenzentrierten mit regelmäßiger Atomverteilung, das ist die Fehlorderungsarbeit, wird also beim Überschreiten dieser Zahl plötzlich kleiner werden. Gleichzeitig wird so auch erklärt, warum bei CuPd, im Gegensatz zu den meisten anderen Überstrukturphasen der Legierungsgruppe, mit der Bildung der regelmäßigen Atomverteilung ein Übergang aus dem flächenzentrierten in das innenzentrierte Gitter verbunden ist. Da bei der Trennung der Pd-Atome voneinander auch die von dem positiven Austauschintegral herrührende gleichrichtende Kraft zwischen den Atommomenten der Pd-Rümpfe abnimmt, erklärt sich auch die beim Übergang in die regelmäßige Atomverteilung beobachtete¹⁾ beträchtliche Abnahme der paramagnetischen Suszeptibilität.

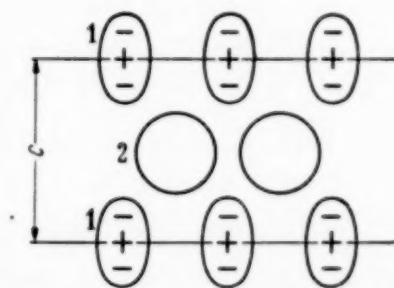


Fig. 2. Deformation aufeinanderfolgender Netzebenen im tetragonalen AuCu.

Im Gegensatz zu allen anderen daraufhin untersuchten Überstrukturphasen scheint sich bei AuCu und AuCu₃ nach den Untersuchungen des Zwischenzustandes²⁾ der Energiesprung der Elektronen an der Sprungfläche schon auszubilden, ehe die Einordnung der Atome in die regelmäßige Verteilung ganz beendet ist. Nun sind sich Cu und Au dem Atombau nach sehr viel ähnlicher als z. B. Cu und Pd; die Wechselwirkung zwischen den Atommomenten wird daher nicht als ein Übergang einzelner Elektronen von einem Atom zum anderen, sondern vielmehr als eine Deformation der Elektronenhüllen zu bezeichnen sein. Eine solche Deformation kann sich nun in regelmäßiger Verteilung etwa nach Fig. 2 im Gitter ausbilden, auch wenn die Atome selbst noch nicht alle regelmäßig verteilt sind, wenn nur die Sprungfläche der Elektronen sich schon bei einer Deformation genügend stark ausbildet und diese dadurch stabilisiert. Nennen wir $p \cdot c$ die durch die Deformation hervorgerufene Verschiebung des Schwerpunktes der einen Hälfte der Elektronenhülle (c die Gitterkonstante), so daß das Quadrupolmoment $p^2 c^2 Z/4$ wird, dann erhält man für den Elektronensprung der

¹⁾ E. Vogt, *Ergebn. d. exakt. Naturwiss.* **11**, 322, 1932. — ²⁾ U. Dehlinger u. L. Graf, *l. c.*

Reflexion (001) für eine Verteilung nach Fig. 2 nach der Jonesschen Gleichung:

$$\Delta E_{001} = \frac{2e^2}{\pi^2 c} \left[Z_1 - \frac{1}{2} f_1 e^{2\pi i p} - Z_2 + f_2 - \frac{1}{2} f_1 e^{-2\pi i p} \right] \\ = \frac{2e^2 f}{\pi^2 c} (1 - \cos 2\pi p).$$

Wir erhalten einen Sprung also auch dann, wenn die Elektronenzahlen Z und die Atomformfaktoren f der in den beiden aufeinander folgenden Netzebenen liegenden Atome 1 und 2 die gleichen sind. Zahlenmäßig erhalten wir für $f = 48$ und $c = 3,7 \text{ \AA}$ einen Sprung von $\Delta E = 1 \text{ e-Volt}$, wenn $p = 0,04$ ist, also bei einer Deformation, die in der Größenordnung der bei der Gitteränderung von AuCu gemessenen Atomradienänderungen ist. Es ist zu betonen, daß diese Deformation auch im regellos verteilten Mischkristall anzunehmen ist; dort ist sie aber regellos verteilt und gibt daher statt des Energiesprunges der Elektronen einen Beitrag zur Entropie des Gitters.

Die Charakteristik des Townsend-Stromes und die Beeinflussung der Zündspannung einer Glimmentladung durch Bestrahlung.

Von **R. Schade** in Berlin-Siemensstadt.

Mit 10 Abbildungen. (Eingegangen am 31. März 1937.)

Theoretische und experimentelle Untersuchung des Einflusses der in einer Entladung mit sehr kleiner Stromdichte zwischen parallelen, ebenen Elektroden auftretenden Raumladungen. Ergebnisse: Die Anfangscharakteristik (Charakteristik des Townsend-Stromes) ist eine fallende Gerade. Bei Bestrahlung der Kathode tritt die Zündung der Glimmentladung bei einer unterhalb der Zündspannung liegenden Spannung und bei einer bestimmten Stromdichte ein. Sowohl die Zündspannungserniedrigung als auch die Zündstromdichte ist proportional der Wurzel aus der Stromdichte des durch die Bestrahlung hervorgerufenen Photostromes. Die Auffassung von Rogowski, nach welcher diese Erscheinungen wesentlich durch die Feldstärkeabhängigkeit der Konstanten γ bestimmt sind, wird für das Gebiet niederer Drucke bestätigt.

I. Einleitung.

Die Beeinflussung der Zündbedingungen von Gasentladungen durch Bestrahlung ist Gegenstand vieler theoretischer und experimenteller Untersuchungen gewesen, ohne daß man eine abschließende Erledigung dieses Problems feststellen kann. Von Warburg¹⁾ wurde beobachtet, daß die Bestrahlung einer Funkenstrecke mit ultravioletttem Licht die Funkenverzögerung verringert. Eine Veränderung der Zündspannung durch Bestrahlung konnte Warburg in seinen Versuchen nicht feststellen. Den ersten experimentellen Nachweis der Existenz dieses Effektes lieferte Herweg²⁾. Bei Bestrahlung von Funkenstrecken und Glimmentladungen mit Röntgen- und auch mit Kathodenstrahlen ergab sich eine deutliche Verminderung der Zündspannung. Die neuere experimentelle Behandlung des Problems von Rogowski und Wallraff³⁾ führte zu folgendem Ergebnis: Die Durchschlagsspannung im homogenen Feld bei Atmosphärendruck wird bei nicht zu starker Einstrahlung proportional der Wurzel der eingestrahnten Intensität herabgesetzt. Eine spätere experimentelle Untersuchung von Fucks und Seitz⁴⁾ desselben Zusammenhanges bei niederen Drucken im Gebiete der Glimmentladungen ergab ein wesentlich anderes Resultat: Nach anfänglicher Erniedrigung der Zündspannung bei

¹⁾ E. Warburg, Ann. d. Phys. **5**, 811, 1901. — ²⁾ I. Herweg, ebenda **19**, 333, 1906. — ³⁾ W. Rogowski u. A. Wallraff, ZS. f. Phys. **97**, 758, 1935. — ⁴⁾ W. Seitz u. W. Fucks, Naturwissensch. **24**, 346, 1936; ZS. f. techn. Phys. **17**, 387, 1936; Phys. ZS. **37**, 813, 1936; ZS. f. Phys. **103**, 1, 1936.

geringer Einstrahlung kehrt sich bei stärkerer Einstrahlung der Effekt um und führt zu einer Erhöhung der Zündspannung durch Bestrahlung.

Parallel mit den experimentellen Untersuchungen verläuft die theoretische Entwicklung des Problems. Herweg¹⁾ erklärt seine Beobachtungen durch die Einwirkung von Raumladungen. Diese Feststellung bildet auch den Ausgangspunkt aller späteren Theorien. Hier sind im wesentlichen zwei Wege eingeschlagen worden, die der Untersuchung des Einflusses der Raumladung auf die gesamte Ionisierung durch Elektronen und auf die Veränderung der Kathodenfeldstärke. Der erstere Fall ist von v. Engel und Steenbeck²⁾ berechnet worden und führt zu dem Ergebnis, daß die Zündspannungserniedrigung $-\Delta U_z$ nach einem Gesetz: $-\Delta U_z = c \cdot i_0^{2/3}$ mit der Primärstromstärke i_0 ansteigen sollte. Der zweite Fall ist von Rogowski und Mitarbeitern³⁾ diskutiert worden mit dem Ergebnis: $-\Delta U_z = c \cdot i_0^{1/2}$. Die Beobachtungen von Seitz und Fucks⁴⁾ über die Zündspannungserhöhungen wurden von Rogowski und Wallraff⁵⁾ und unabhängig davon von Seitz und Fucks⁶⁾ durch besondere Eigenschaften der Elektronenionisierung zu erklären versucht.

Die vorliegende Arbeit macht es sich zur Aufgabe, die im Gebiet der Glimmentladungen bisher noch unklaren Verhältnisse zu untersuchen. Sie besteht aus einem theoretischen und einem experimentellen Teil. Die theoretische Behandlung geht von ähnlichen Voraussetzungen aus, wie sie Rogowski und Mitarbeiter für die Verhältnisse bei Atmosphärendruck gemacht haben, insbesondere wird der Einfluß der Raumladung auf die Kathodenfeldstärke als wesentlich berücksichtigt. In der methodischen Entwicklung des Problems glaube ich jedoch, indem die Townsendsche Zündbedingung zur Diskussionsgrundlage gemacht wird, einen einfacheren Weg gegangen zu sein.

II. Theoretischer Teil.

a) *Die Charakteristik des Townsend-Stromes.* Als *Townsend-Strom* wird jene selbständige Entladungsform bezeichnet, bei der noch keine merklichen Raumladungserscheinungen auftreten, bei der also noch mit der ursprüng-

¹⁾ I. Herweg, Ann. d. Phys. **19**, 333, 1906. — ²⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck, Elektrische Gasentladungen. Bd. 2, 1934 (Jul. Springer). — ³⁾ W. Fucks, ZS. f. Phys. **92**, 467, 1934; W. Rogowski u. W. Fucks, Arch. f. Elektrotechn. **29**, 362, 1935; W. Rogowski u. A. Wallraff, ZS. f. Phys. **102**, 183, 1936. — ⁴⁾ W. Seitz u. W. Fucks, Naturwissensch. **24**, 346, 1936; ZS. f. techn. Phys. **17**, 387, 1936; Phys. ZS. **37**, 813, 1936; ZS. f. Phys. **103**, 1, 1936. — ⁵⁾ W. Rogowski u. A. Wallraff, ZS. f. Phys. **102**, 183, 1936. — ⁶⁾ W. Seitz u. W. Fucks, ZS. f. techn. Phys. **17**, 387, 1936; Phys. ZS. **37**, 813, 1936; ZS. f. Phys. **103**, 1, 1936.

lichen durch die Elektrodenanordnung bestimmten Feldverteilung gerechnet werden kann. Für die Zündung und Existenz einer solchen selbständigen Entladung hat Townsend die nach ihm benannte Bedingung angegeben¹⁾, die für fast alle selbständigen Gasentladungen praktische Bedeutung gewonnen hat. Der Grund hierzu ist darin zu suchen, daß selbst bei den raumladungsbeschwerten Gasentladungen während des Entstehungsvorganges das Zündfeld noch den Verhältnissen einer raumladungsfreien Entladung entspricht. Auch bei unseren Überlegungen, bei denen gerade der Einfluß der Raumladungen als wesentlich für den Effekt berücksichtigt werden muß, bleibt die Townsendsche Zündbedingung die Diskussionsgrundlage. Der Raumladungseinfluß bei schwachen Strömen wird durch einfache Erweiterungen in sie hineingebaut. Solange durch ein solches Vorgehen die tatsächlichen Verhältnisse in der Gasentladung noch beschrieben werden können, wollen wir die Entladung auch ferner als Townsend-Entladung bezeichnen. Indem wir also hier den Einfluß von Raumladungen zulassen, weichen wir von der bisherigen Bezeichnungsweise ab. Weitere Gründe für die Notwendigkeit dieses Schrittes ergeben sich im Laufe der Untersuchung.

Townsend¹⁾ führt in seiner Theorie der Zündung folgende Größen ein:

α = mittlere Zahl der Ionenpaare, die ein Elektron durch Stoß pro cm Weg im Gasraum erzeugt;

β = mittlere Zahl der Ionenpaare, die ein positives Ion durch Stoß pro cm Weg im Gasraum erzeugt;

γ = mittlere Zahl der Elektronen, die ein positives Ion durch Stoß an der Kathode auslöst.

Nach den heutigen Erkenntnissen²⁾ ist es unmöglich, daß die positiven Ionen im Gasraum genügend Energie erhalten, um dort durch Stoß ionisieren zu können, wir können also die in der Konstanten β zum Ausdruck kommende Wirkung außer acht lassen.

Die Existenzbedingung einer selbständigen Entladung kann nach Townsend etwa folgendermaßen formuliert werden: n zu einer gewissen Zeit t die Kathode verlassende Elektronen müssen im Gasraum so viele Ionen erzeugen, daß diese in ihrer Gesamtheit beim Aufprall auf die Kathode gerade wieder n Elektronen auslösen. Dann kann sich der ganze Vorgang beliebig oft wiederholen, die Zahl der zum Elektrizitätstransport zur Verfügung stehenden Ladungsträger bleibt gleich, die Entladung brennt konstant

¹⁾ I. S. Townsend, Die Ionisation der Gase. Handbuch der Radiologie Bd. 1, 1920. — ²⁾ R. M. Sutton, Phys. Rev. **33**, 364, 1929; M. Steenbeck, Wiss. Veröff. a. d. Siemens-Konzern **8**, 83, 1930; O. Beeck, Phys. ZS. **35**, 36, 1934.

mit derselben Stromstärke. Die mathematische Fassung dieser Aussage ist die verallgemeinerte Townsendsche Zündbedingung:

$$\gamma \left(e^{\int_0^d \alpha(x) dx} - 1 \right) = 1. \quad (1)$$

Die Integration ist längs der Feldlinien von der Kathode bis zur Anode durchzuführen. Da α und γ Funktionen der Feldstärke, also auch der angelegten Spannung sind, sagt Gleichung (1) aus, daß von einer bestimmten Spannung, der Zündspannung U_0 an, sofern nur ein Ladungsträger irgendwie vorhanden ist, eine selbständige Entladung entstehen kann. Darüber hinaus ist Gleichung (1), wie schon Townsend¹⁾ betont hat — unter Voraussetzung des beschriebenen Entladungsmechanismus — die *Existenzbedingung* jeder stationär brennenden Entladung, selbst dann, wenn die ursprüngliche Feldverteilung etwa durch Raumladungen vollkommen verändert ist.

Für den Fall paralleler ebener Elektroden, in welchem die Feldstärke und damit α ortsunabhängig ist, geht diese Gleichung über in die bekannte Townsend-Beziehung:

$$\gamma_0 (e^{\alpha_0 d} - 1) = 1. \quad (2)$$

Die Größen α_0 und γ_0 sind die zu der durch die Zündspannung und den Elektrodenabstand bestimmte Feldstärke $E_0 = U_0/d$ gehörigen Werte von α bzw. γ . Gleichung (2) gilt nur für den Fall der Zündung bei Abwesenheit von feldverzerrenden Raumladungen²⁾.

Der durch Gleichung (2) gegebene Wert der Zündspannung ergibt zusammen mit dem Stromwert Null den Anfangspunkt der Charakteristik. Gehen wir von hier aus zu einem größeren Wert der Stromdichte über, so erhalten wir einen Zustand, der in zweifacher Hinsicht von dem Zustand der Zündung abweicht: Erstens ist die an den Elektroden liegende Spannung verändert und zweitens ist das Feld zwischen den Elektroden durch die nunmehr vorhandene Raumladung verzerrt. An Stelle der Gleichung (2) ist nunmehr Gleichung (1) maßgebend. Infolge der veränderten Spannung und Feldverteilung haben α und γ Werte, die von α_0 bzw. γ_0 abweichen. Zur Herleitung der Charakteristik der Entladung ist es nunmehr nur notwendig, die Größen α und γ in ihrer Abhängigkeit von Spannung und Strom-

¹⁾ I. S. Townsend, Die Ionisation der Gase. Handbuch d. Radiologie, Bd. 1, 1920. — ²⁾ Die durch die zur Aufhebung des Zündverzuges nötige Einstrahlung (z. B. Höhenstrahlung) hervorgerufene Ionisierung ist so gering, daß sie keine merklichen Raumladungen hervorruft. Bei stärkerer Einstrahlung dagegen treten die durch die Raumladungswirkung bedingten Zündspannungsänderungen auf, die in Teil IIb dieser Arbeit behandelt werden.

dichte anzugeben und in Gleichung (1) einzusetzen. Für den hier allein zu betrachtenden Fall kleiner Stromdichte wird diese Aufgabe wesentlich vereinfacht durch eine Überlegung von Rogowski¹⁾: Solange α als eine lineare Funktion der Feldstärke angesehen werden kann, ist

$$\int_0^d \alpha(x) dx = \alpha_m d,$$

wobei α_m der zur gleichen Elektrodenspannung bei unverzerrtem Feld gehörige Wert der Größe α ist. Die Elektronenionisierung wird also durch die Feldverzerrung infolge der Raumladung nicht verändert. Im Gebiete genügend kleiner Stromdichten wird dieses mit Sicherheit zutreffen, da hier die Feldstärke nur sehr wenig von der mittleren Feldstärke abweicht und α daher als linear von der Feldstärke abhängig betrachtet werden kann, ganz besonders bei Edelgasen mit der sehr geringen Krümmung ihrer $(\alpha/p, E/p)$ -Kurve²⁾. Wir können daher Gleichung (1) ersetzen durch die einfache Form

$$\gamma(e^{\alpha_m d} - 1) = 1 \quad (3)$$

in welche wir nunmehr für α_m und γ die zur Brennspannung U und Stromdichte i gehörigen Werte einzusetzen haben.

Entsprechend der linearen Abhängigkeit des α von der mittleren Feldstärke setzen wir

$$\alpha_m = \alpha_0 + c_1 \frac{\Delta U}{d}, \quad (4)$$

wobei $\Delta U = U - U_0$ die Differenz aus Brennspannung und Zündspannung ist. Ferner nehmen wir an, daß γ in dem betrachteten Gebiet als lineare Funktion der Kathodenfeldstärke E_k dargestellt werden kann:

$$\gamma = \gamma_0 + c_2 \Delta E_k, \quad (5)$$

¹⁾ W. Rogowski, Arch. f. Elektrotechn. **25**, 551, 1931; ZS. f. Phys. **100**, 9, 1936. — ²⁾ Maßgeblich für einen Einfluß der Raumladung auf die Elektronenionisierung wäre demnach die Krümmung der $\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{E}{p}\right)$ -Kurve, d. h. $\frac{d^2 \alpha}{dE^2}$. Von v. Engel und Steenbeck [Elektrische Gasentladungen. Bd. II, 1934. (Jul. Springer)] ist die Anfangscharakteristik einer solchen raumladungsbeschwerten Entladung berechnet worden, unter der Voraussetzung, daß die Größe γ unverändert bleibt. Sie erhalten $U = U_0 + ki^2$. Die Konstante k ist negativ, wenn $\frac{d^2 \alpha}{dE^2}$ positiv (Kurve links gekrümmt), die Charakteristik der Entladung ist dann fallend: raumladungs**begünstigte** Entladung. Ist aber $\frac{d^2 \alpha}{dE^2}$ negativ, dann wird k positiv, die Entladungscharakteristik steigt an: raumladungs**behinderte** Entladung. In jedem Fall ist die Charakteristik eine quadratische Funktion der Stromstärke.

wobei $\Delta E_k = E_k - U_0/d$ die Änderung der Kathodenfeldstärke gegenüber der Zündfeldstärke ist. Sie setzt sich zusammen aus der durch die Änderung der Elektrodenspannung bedingten Änderung $\Delta U/d$ und der Vergrößerung der Kathodenfeldstärke durch die Raumladung der positiven Ionen. Diese ist proportional der Stromdichte, so daß wir schreiben können:

$$\Delta E_k = \frac{\Delta U}{d} + c_3 i. \quad (6)$$

Von den drei eingeführten Konstanten ist c_1 aus der Feldstärkeabhängigkeit des α bekannt. Für c_2 liegen noch keine Messungen vor, c_3 läßt sich, wie später gezeigt werden wird, aus der Beweglichkeit der positiven Ionen berechnen.

Einsetzen von (6) in (5) ergibt:

$$\gamma = \gamma_0 + c_2 \left(\frac{\Delta U}{d} + c_3 i \right). \quad (7)$$

Indem wir nun (4) und (7) in (3) einsetzen, erhalten wir die Gleichung der Charakteristik in der Form:

$$\left\{ \gamma_0 + c_2 \left(\frac{\Delta U}{d} + c_3 i \right) \right\} \{ e^{\alpha_0 d + c_1 \Delta U} - 1 \} = 1. \quad (8)$$

Umgeformt ergibt sich:

$$\left\{ \gamma_0 + c_2 \left(\frac{\Delta U}{d} + c_3 i \right) \right\} \{ e^{\alpha_0 d} (e^{c_1 \Delta U} - 1) + (e^{\alpha_0 d} - 1) \} = 1.$$

Durch Ausmultiplizieren und unter Berücksichtigung von Gleichung (2) erhält man:

$$\gamma_0 (e^{c_1 \Delta U} - 1) + c_2 \left(\frac{\Delta U}{d} + c_3 i \right) (e^{c_1 \Delta U} - e^{-\alpha_0 d}) = 0.$$

Als erste Vereinfachung wird der zweite Summand in der letzten Klammer weggelassen, da dieser sehr viel kleiner als der erste ist. In dem im experimentellen Teil behandelten Fall ist z. B. $e^{-\alpha_0 d} = \frac{1}{14}$, $e^{c_1 \Delta U}$ dagegen ungefähr gleich Eins. Wir erhalten also:

$$\gamma_0 (1 - e^{-c_1 \Delta U}) + c_2 \left(\frac{\Delta U}{d} + c_3 i \right) = 0. \quad (9)$$

Ist $c_1 \Delta U \ll 1$, wie dies im ersten Teil der Charakteristik immer der Fall ist, so darf für $1 - e^{-c_1 \Delta U}$ geschrieben werden: $c_1 \Delta U$. Mit Hilfe dieser beiden zulässigen Vereinfachungen ergibt sich folgende Darstellung der Charakteristik:

$$\Delta U = - \frac{c_3}{\frac{1}{d} + \frac{\gamma_0 c_1}{c_2}} i = - K_1 i. \quad (10)$$

Im experimentellen Teil wird gezeigt, daß diese Darstellung die richtige Beschreibung der Charakteristik bis kurz vor dem Einsetzen der Glimmentladung ist. Würde sich die Raumladung auf die Elektronenionisierung auswirken, dann müßten Abweichungen von der linearen Beziehung von Stromstärke und Spannung auftreten (vgl. Anm. 2 auf S. 599.) Die Raumladung wirkt sich im Gebiet kleiner Ströme nur auf die Größe γ aus. Ohne diesen Einfluß gäbe es bei geringen Stromstärken im Townsend-Gebiet keine fallende Charakteristik.

Die quantitative Behandlung der vorliegenden Aufgabe erfordert eine Berechnung des Einflusses der Raumladung auf die Kathodenfeldstärke, der oben in der Konstanten c_3 zum Ausdruck gebracht wurde. Da ideal parallele Elektroden vorausgesetzt werden, handelt es sich hier um eine einfache Integration der Poissonschen Potentialgleichung für den eindimensionalen Fall. Solange sich die Entladungsform noch nicht geändert hat, jede Elektronenlawine noch nach dem Gesetz des Townsend-Stromes, $n = n_0 \cdot e^{\alpha \cdot x}$, von der Kathode aus anwächst, läßt sich die Raumladungsdichte ρ ohne Schwierigkeit angeben. Wir betrachten in Fig. 1 im Abstand x von der Kathode einen Querschnitt von 1 cm^2 . Durch diesen Querschnitt müssen sekundlich soviel Ionen hindurchgehen, wie rechts von x in dem Raum R von demselben Querschnitt erzeugt werden. Deren Anzahl ist, wenn pro sec n_0 Elektronen die Kathode pro cm^2 verlassen, $n_0(e^{\alpha d} - e^{\alpha x})$. Die dem Strom $\epsilon n_0(e^{\alpha d} - e^{\alpha x})$ entsprechende Raumladungsdichte ist:

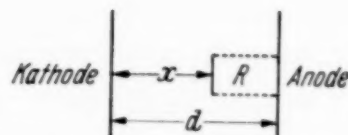


Fig. 1. Zur Berechnung der Raumladungsdichte des Townsend-Stromes.

$$\rho = \frac{n_0 \epsilon}{v} (e^{\alpha d} - e^{\alpha x}).$$

ϵ bedeutet das elektrische Elementarquantum in elektrostatischen Einheiten, v die mittlere Ionengeschwindigkeit. Damit erhalten wir die Differentialgleichung der Potentialverteilung:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 V}{dx^2} &= -4\pi\rho = -\frac{4\pi n_0 \epsilon}{v} (e^{\alpha d} - e^{\alpha x}), \\ \frac{dV}{dx} &= +\frac{4\pi n_0 \epsilon}{v} \left(\frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} - e^{\alpha d} x \right) + C_1, \\ V &= \frac{4\pi n_0 \epsilon}{v} \left(\frac{1}{\alpha^2} e^{\alpha x} - \frac{x^2}{2} e^{\alpha d} \right) + C_1 x + C_2. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Randbedingungen:

$$x = 0 : V = 0,$$

$$x = d : V = U.$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dx} = E(x) = \frac{U}{d} + \frac{4\pi n_0 \varepsilon}{dv} \left\{ e^{\alpha d} \left(\frac{d^2}{2} - \frac{1}{\alpha^2} \right) + \frac{1}{\alpha^2} \right\} \\ + \frac{4\pi n_0 \varepsilon}{v} \left(\frac{1}{\alpha} e^{\alpha x} - e^{\alpha d} x \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Dies ist die Feldstärkeverteilung einer zwischen parallelen Elektroden stationär brennenden Townsend-Entladung mit einer Elektrodenspannung U . Die Feldstärkeveränderung $\Delta E(0)$ an der Kathode durch den Einfluß der Raumladung ist:

$$\begin{aligned} \Delta E(0) &= E(0) - \frac{U}{d}, \\ &= \frac{4\pi n_0 \varepsilon}{dv} \left\{ e^{\alpha d} \left(\frac{d^2}{2} - \frac{1}{\alpha^2} \right) + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{d}{\alpha} \right\}. \end{aligned}$$

Die letzten zwei Summanden der Klammer können im allgemeinen vernachlässigt werden. Da ferner $n_0 \varepsilon \cdot e^{\alpha d} = i$ ist, erhalten wir:

$$\Delta E(0) = \frac{4\pi i}{dv} \left(\frac{d^2}{2} - \frac{1}{\alpha^2} \right).$$

Die Umrechnung in praktische Einheiten ergibt:

$$\Delta E(0)_{\text{Volt/cm}} = \frac{1,13 \cdot 10^{13}}{v} \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{1}{\alpha^2 d} \right) \cdot i \text{ Amp./cm}^2. \quad (13)$$

Durch Vergleich mit Gleichung (6) ergibt sich:

$$c_3 = \frac{1,13 \cdot 10^{13}}{v} \cdot \left(\frac{d}{2} - \frac{1}{\alpha^2 d} \right). \quad (14)$$

Voraussetzung für die obigen Überlegungen war, daß die Entladungsform dieselbe bleibt, d. h. daß die Werte von α nur wenig durch die Raum-

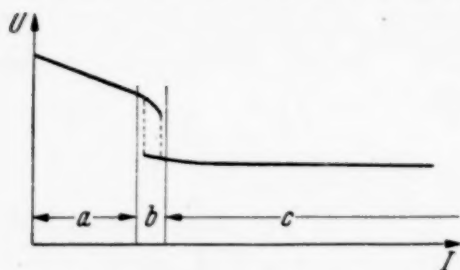


Fig. 2. Charakteristik des Townsend-Stromes und der Glimmentladung.

ladung verändert werden; die Elektronenlawinen behalten noch im wesentlichen den für die Townsend-Entladung charakteristischen Verlauf. Allein in diesem Gebiet ist die Charakteristik der Entladung eine fallende Gerade (Gebiet a in Fig. 2). Bei größeren Stromstärken beginnt die Charakteristik

stärker zu fallen (Gebiet b) und führt zu einem instabilen Übergang in eine kontrahierte Form der Entladung: die Glimmentladung. Der Teil b der

Charakteristik läßt sich nicht reversibel durchfahren, dies ist durch eine Hysteresisschleife in Fig. 2 angedeutet. Dagegen ist Teil *a* eine vollkommen stetige Funktion, bei der experimentell keinerlei Hysteresiserscheinungen und keinerlei Intermittenzen festzustellen sind. Wir haben es mit ein und derselben Entladungsform zu tun, der Townsend-Entladung, die soweit reicht, wie die Charakteristik als Gerade darstellbar ist. Diese Townsend-Entladung ist erheblich raumladungsbeeinflusst, ihre Brennspannung kann 10 bis 20 Volt niedriger sein als die Zündspannung.

Auch die Zündspannungserniedrigung von Glimmentladungen durch Bestrahlung, die wir im folgenden Teil beschreiben werden, ist ein Raumladungseffekt der Townsend-Entladung. Eine raumladungsfreie Townsend-Entladung gibt es genau genommen nicht. Der Raumladungseinfluß kann natürlich bei kleineren Stromstärken, da er linear von der Stromstärke abhängt, beliebig klein werden. Unterhalb von 10^{-7} Amp./cm² ist er z. B. in Argon von 10 mm Druck in der in Teil 3 untersuchten Anordnung fast unbeobachtbar. Darum ist es berechtigt zu sagen, daß der Entladungsaufbau bis zu dieser Stromstärke raumladungsfrei vor sich geht. Daß die Aufbauzeit der Glimmentladung im wesentlichen durch den Entwicklungsmechanismus der praktisch raumladungsfreien Townsend-Entladung (10^{-19} bis 10^{-6} Amp.) bestimmt ist, ist von dem Verfasser an einer anderen Stelle gezeigt worden¹⁾. Der Raumladungseinfluß wächst, wie oben gezeigt, zunächst linear mit der Stromstärke an. Betrachtet man jedoch den zeitlichen Verlauf des Entladungsaufbaues der Glimmentladung, die mit einem dunklen Vorstrom von 10^{-19} bis 10^{-15} Amp. beginnt und dann viele Zehnerpotenzen in der Stromstärke ansteigt, so setzt ein merklicher Raumladungseinfluß erst sehr spät und dann aber plötzlich ein, ungefähr je nach den Entladungsbedingungen bei 10^{-6} bis 10^{-4} Amp.

b) Die Zündspannungserniedrigung von Glimmentladungen durch Bestrahlung. Wird an der Kathode einer parallelen Elektrodenanordnung durch Photoeffekt ein Strom von der Stromdichte i_0 erzeugt, so wird dieser durch den Einfluß des angelegten Elektrodenfeldes im Gasraum größer werden. Die Stromdichte dieses gasverstärkten Photostromes i hängt nach Townsend²⁾ mit den oben definierten Konstanten der Gasentladung in folgender Weise zusammen:

$$i = \frac{i_0 e^{\alpha d}}{1 - \gamma (e^{\alpha d} - 1)} \quad (15)$$

¹⁾ R. Schade, Phys. ZS. **37**, 817, 1936; ZS. f. techn. Phys. **17**, 391, 1936; ZS. f. Phys. **104**, 487, 1937. — ²⁾ I. S. Townsend, Die Ionisation der Gase. Handbuch der Radiologie Bd. 1, 1920.

Voraussetzung von Gleichung (15) ist ein vollkommen raumladungsfrei verlaufender Mechanismus. Da α und γ eindeutige Funktionen der angelegten Spannung sind, ist mit Gleichung (15) der Zusammenhang von Gesamtstromstärke mit reinem Vakuumphotostrom i_0 und Elektroden-Spannung U gegeben. Qualitativ ist dieser Zusammenhang von i und U in Fig. 3a durch Kurve 2 und 3 gegeben, und zwar entspricht die Kurve 2 einem geringeren Primärstrom als die Kurve 3. Beide Kurven münden

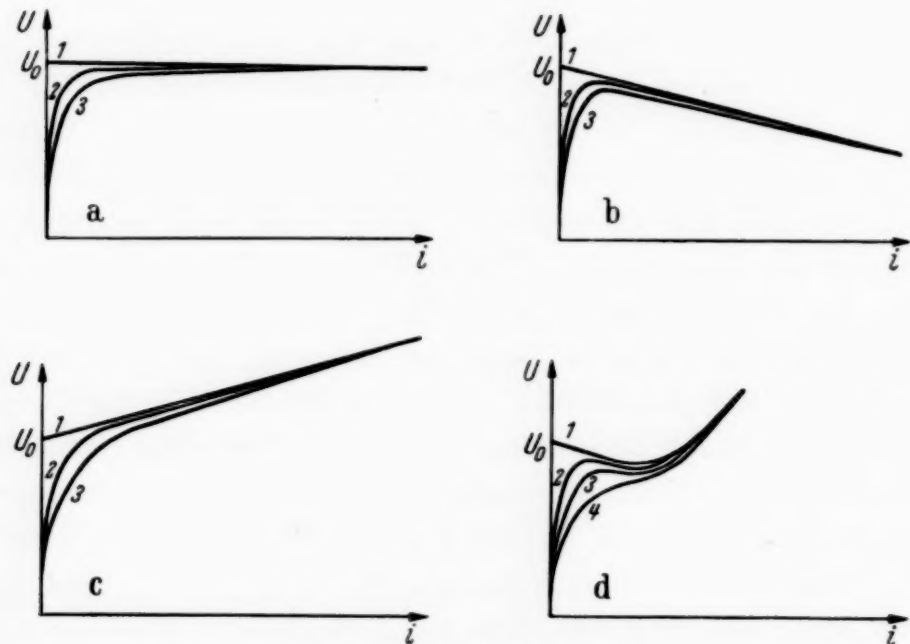


Fig. 3. Verschiedene Charakteristiken.

asymptotisch in eine Parallele zur x -Achse; diese Kurve 1 stellt die Charakteristik der selbständigen Townsend-Entladung ohne Berücksichtigung der Raumladung dar. Nach der vorliegenden experimentellen und theoretischen Untersuchung bei niederen Drucken ist die Charakteristik der Townsend-Entladung in Wirklichkeit eine fallende Gerade (Kurve 1, Fig. 3b). Hieraus ist schon zu schließen, wie der ungefähre Verlauf des gasverstärkten Photostromes in jedem Falle sein muß (Kurve 2 und 3 in Fig. 3a). Daß die Kurven 2 und 3 asymptotisch immer in die Charakteristik der selbständigen Entladung einmünden müssen, ist verständlich, denn bei größeren Entladungsstromstärken wird der gleichbleibende Photostrom immer mehr zu vernachlässigen sein.

Als Zündspannung hat man in diesem Falle jene Spannung anzusehen, bei der $dI/dU = \infty$ wird, so daß aus dem gasverstärkten Photostrom eine selbständige Entladung hervorgehen kann. Im Falle a) wäre demnach die

Zündspannung unabhängig von der Einstrahlung, im Falle b) jedoch ist dI/dU schon unterhalb U_0 unendlich. Die Zündspannungserniedrigung $-\Delta U_z$ ist hier abhängig von i_0 . Wir wollen noch die auch theoretisch erwogene Möglichkeit einer Zündspannungserhöhung durch Bestrahlung diskutieren. Von Rogowski und Wallraff¹⁾ und Seitz und Fucks²⁾ wird hierfür die ungünstige Einwirkung der Raumladung auf die integrale Elektronenionisierung als mögliche Erklärung angegeben. Hiermit wäre notwendig eine steigende Charakteristik der Entladung verbunden (Fig. 3, Fall c, Kurve 1). Die gasverstärkten Photoströme würden wie Kurve 2 und 3 verlaufen. Eine Zündspannung nach obiger Definition ist im Falle c nicht angebbar. Jedoch wird auch bei der behinderten Entladung bei genügend kleinen Stromstärken zunächst der γ -Effekt ausschlaggebend sein, weil er linear von der Stromstärke abhängt; erst bei größeren Stromstärken wird die Beeinflussung der Elektronenionisierung, die eine quadratische Funktion der Stromstärke ist, maßgeblich werden. Die allgemeinste Charakteristik der behinderten Entladung dürfte etwa wie Kurve 1, Fig. 3 d aussehen. Aus dem qualitativen Verlauf der gasverstärkten Photoströme (Kurve 2, 3, 4) ist zu erkennen, daß auch hier bei jeder Spannung im stationären Zustand die Stromstärke mit Bestrahlung größer ist als ohne Bestrahlung und daß, wenn sich eine Zündspannung im obigen Sinne angeben läßt (Kurve 1, 2, 3), diese mit Bestrahlung niedriger ist als ohne Bestrahlung. Nach dem Dargestellten erscheint, solange keine tatsächlichen Veränderungen der Kathode oder des Gasinhalts stattfinden, eine Zündspannungserhöhung durch Bestrahlung unmöglich.

Zur Berechnung der Zündspannungserniedrigung durch Bestrahlung entwickeln wir zunächst die Charakteristik des gasverstärkten Photostromes mit Berücksichtigung der Raumladungswirkung. Das angewandte Verfahren ist völlig gleichartig dem bei der Berechnung der Charakteristik der selbständigen Entladung benutzten. Genau wie wir dort die Charakteristik der raumladungsbeeinflussten Entladung aus der einfachen Townsendschen Zündbedingung dadurch erhalten haben, daß wir für α und γ die durch Spannungsänderung und Feldverzerrung abgeänderten Werte einsetzten, so haben wir jetzt die Townsendsche Gleichung für den gasverstärkten Photostrom [Gleichung (15)] durch Einsetzen der abgeänderten Werte von α und γ zu verallgemeinern. Wir haben also in Gleichung (15)

¹⁾ W. Rogowski und A. Wallraff, ZS. f. Phys. **102**, 183, 1936. —

²⁾ W. Seitz und W. Fucks, ZS. f. techn. Phys. **17**, 387, 1936; Phys. ZS. **37**, 813, 1936; ZS. f. Phys. **103**, 1, 1936.

für α den Wert α_m der Gleichung (4) und für γ den Wert nach Gleichung (7) einzusetzen. Auf diese Weise ergibt sich:

$$i = \frac{e^{\alpha_0 d + c_1 \Delta U}}{1 - \left\{ \gamma_0 + c_2 \left(\frac{\Delta U}{d} + c_3 i \right) \right\} (e^{\alpha_0 d + c_1 \Delta U} - 1)} i_0. \quad (16)$$

Gleichung (16) ist also die implizite Darstellung der Charakteristik einer halbselbständigen Entladung in der Nähe der Zündspannung U_0 mit Berücksichtigung der Raumladung. Durch Umformung wird erhalten:

$$c_2 c_3 i^2 + c_2 \left(\frac{1}{d} + \frac{\gamma_0 c_1}{c_2} \right) \Delta U \cdot i + i_0 = 0. \quad (17)$$

In der fortgelassenen Zwischenrechnung sind lediglich die beiden auch in der Untersuchung der Charakteristik des Townsend-Stromes gemachten Vereinfachungen angewandt worden.

Nach i aufgelöst ergibt sich:

$$i_{1,2} = \frac{-\left(\frac{1}{d} + \frac{\gamma_0 c_1}{c_2}\right) \Delta U \pm \sqrt{\left(\frac{1}{d} + \frac{\gamma_0 c_1}{c_2}\right)^2 - \frac{4 c_3}{c_2} i_0}}{2 c_3}. \quad (18)$$

Wir betrachten zunächst den Grenzfall $i_0 = 0$ mit den Lösungen:

$$i_1 = -\frac{\frac{1}{d} + \frac{\gamma_0 c_1}{c_2}}{c_3} \Delta U, \quad i_2 = 0.$$

i_1, i_2 ist genau die in Gleichung (10) erhaltene Charakteristik der selbständigen Entladung (Fig. 3b, Kurve 1). Ist $i_0 \neq 0$, dann stellt Gleichung (18) Kurven der Art 2, 3 dar. Negatives Wurzelvorzeichen entspricht dem gasverstärkten Photostrom, positives Wurzelvorzeichen entspricht der selbständigen Entladung. Einen der Gleichung (18) ähnlichen Ausdruck haben auch Rogowski und Mitarbeiter erhalten und entsprechend diskutiert¹⁾.

Zur Berechnung der Zündspannungserniedrigung muß das Maximum der in Fig. 3b dargestellten Kurven als Funktion von i bestimmt werden.

¹⁾ Gleichung (18) ist inhaltlich identisch gleich Formel (29) in der Arbeit von Rogowski und Wallraff (ZS. f. Phys. **102**, 183, 1936). In Formel (29) ist jedoch die physikalisch interessierende Größe, die Feldstärkeabhängigkeit von γ nicht mehr zu finden (Konstante α_2), weil diese vorher eliminiert wurde. Die von Rogowski und Wallraff ab Gleichung (30) gemachte Einführung der Raumladungsfunktion für r (in unserer Arbeit Konstante c_2) weicht von unserer Darstellung ab, weil Verfasser die Ionengeschwindigkeit proportional der Wurzel der Feldstärke annehmen; wir glauben, daß eine lineare Beziehung, zumindest in dem von uns untersuchten Druckgebiet, die Verhältnisse besser wiedergibt und rechnen mit einer konstanten Beweglichkeit.

Der diesem Maximum entsprechende ΔU -Wert ist die Zündspannungserniedrigung ΔU_z , ihr entspricht nur ein i -Wert, d. h. der Wurzelausdruck ist an dieser Stelle 0.

$$\Delta U_z = -2 \sqrt{\frac{c_3}{c_2 \left(\frac{1}{d} + \frac{\gamma_0 c_1}{c_2} \right)^2}} \sqrt{i_0} = -K_2 \sqrt{i_0}. \quad (19)$$

Durch Vergleich mit Gleichung (10):

$$K_2 = \frac{2K_1}{\sqrt{c_2 c_3}}. \quad (20)$$

Die der Zündung entsprechende Stromdichte i_z ist nach Gleichung (18) und (19):

$$i_z = - \frac{\left(\frac{1}{d} + \frac{\gamma_0 c_1}{c_2} \right)}{2 c_3} \Delta U_z,$$

$$i_z = \sqrt{\frac{i_0}{c_2 c_3}} = K_3 \sqrt{i_0}, \quad (21)$$

$$K_3 = \frac{K_2}{2 K_1}. \quad (22)$$

Von praktischer Bedeutung ist Gleichung (21) für die Anwendbarkeit gasgefüllter Photozellen. Bekannterweise läßt sich bei diesen der lichtelektrische Primärstrom nicht beliebig durch Erhöhung der Spannung vergrößern, wie dies etwa nach der Townsendschen Beziehung, Gleichung (20), zu erwarten wäre, sondern es tritt vorher eine Zündung in eine selbständige Entladungsform ein. Der maximale Verstärkungsgrad einer Photozelle mit homogenem Feld ist nach Gleichung (21):

$$\eta = \frac{i_z}{i_0} = \frac{1}{\sqrt{c_2 c_3 i_0}}. \quad (23)$$

Die begrenzte Anwendbarkeit gasgefüllter Photozellen in bezug auf Stromverstärkung ist also auf die Veränderung der Größe γ durch einsetzende Raumladung zurückzuführen (Konstante $c_2 c_3$). Wäre γ feldstärkeunabhängig ($c_2 = 0$), dann würde $\eta = \infty$ werden (Townsendsche Beziehung), oder es würden andere Einflüsse, wie etwa die Auswirkung der Raumladung auf die Elektronenionisierung, zu berücksichtigen sein.

Für die Verhältnisse in Edelgasen wird jedenfalls Gleichung (23) zutreffend sein, da nach den Ergebnissen des experimentellen Teiles die Raumladung sich im wesentlichen nur auf die Größe γ auswirkt. Außerdem stimmen die nach Gleichung (23) aus den Konstanten c_2 und c_3 berechneten

maximalen Verstärkungsgrade mit den experimentell erreichbaren gut überein. Qualitativ sind die Verhältnisse in gasgefüllten Photozellen in einer Darstellung von Campbell und Ritchie¹⁾ recht zutreffend beschrieben worden.

III. Experimenteller Teil.

a) *Aufbau.* Die untersuchten Entladungsstrecken bestanden aus parallelen Nickelelektroden von 50 mm Durchmesser. Die Anode hatte in der Mitte ein engmaschiges Nickelgitter von 20 mm Durchmesser, durch das

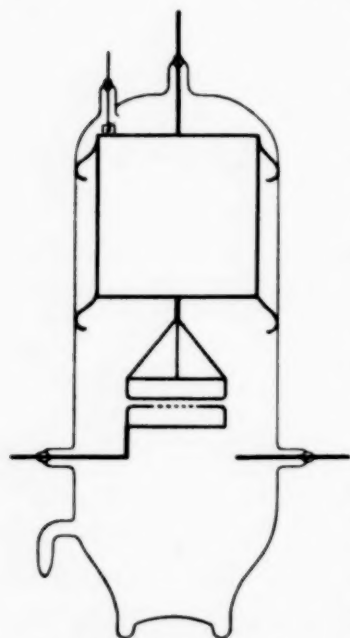


Fig. 4. Entladungsrohr.

die Kathode bestrahlt werden konnte. Fig. 4 zeigt die Elektrodenanordnung. Der an einem Haken hängende Nickelzylinder wird nach dem Ausheizen und Abziehen des Rohres ausgehakt, auf die unteren Füße aufgesetzt und auf Anodenpotential gebracht. Er hat den Zweck, etwaige Wandladungen abzuschirmen. In der angegebenen Anordnung konnten Zylinder und Elektroden einzeln gut ausgeglüht werden. Unterhalb der Anode befand sich noch ein kleiner, nicht eingezeichneter Nickelzylinder mit einem Kupfer-Bariumdraht. Dieser wurde zuletzt ausgeglüht; das herausdampfende Barium kam zum Teil durch das Anodengitter auf die Kathode und machte diese für sichtbares Licht empfindlich. Damit das untere Glasfenster nicht bedampft wurde, lag

darauf eine Glimmerscheibe, die später weggekippt werden konnte. Es wurde auch ein Rohr ohne Bariumschicht gebaut. Dieses eignet sich nur für Messungen mit ultraviolettem Licht. Im einzelnen war der Herstellungsgang der Rohre folgender:

Das ganze Rohr wurde mindestens 3 Stunden lang in einem elektrischen Ofen bei 500° C ausgeheizt und der Nickelzylinder mehrmals durch Hochfrequenz bis auf helle Rotglut ausgeglüht und dann nach Abkühlen der Elektroden das Barium verdampft. Alle Maßnahmen geschahen im Hochvakuum, Fett- und Quecksilberdämpfe waren durch eine vorgeschaltete Kühlfalle mit flüssiger Luft ausgeschaltet. Nachdem das ganze Rohr abgekühlt war, wurde mit der Einfüllung des Gases begonnen. Die Einströmgeschwindigkeit war möglichst langsam, damit etwaige Fettdämpfe von verschiedenen Hähnen in der Kühlfalle nach dem letzten Hahn ausgefroren wurden. Diese Maßnahmen sind notwendig, weil nur dadurch eine

¹⁾ N. R. Campbell u. D. Ritchie, Photoelectric Cells, London 1929.

wirkliche Konstanz der die Zündspannung bestimmenden Größen α und γ erreicht werden kann. Wenn die Zündspannung durch *vorhergehende* Entladungen bzw. Bestrahlungen beeinflusst wird, so ist dieses ein Zeichen dafür, daß sich irgend etwas im Gasinhalt (α) oder wahrscheinlicher an der Kathodenoberfläche (γ) geändert hat. Es sind dieses unkontrollierbare Erscheinungen sekundärer Natur, die sich theoretisch nicht exakt erfassen lassen. Ganz vermeiden lassen sie sich nie, es ist bekannt, daß sich die Zündspannung eines Rohres oft im Laufe der Zeit ändert, sei es durch Gasabsorption oder durch Veränderung der Kathode. Auch kurzzeitige durch andere Ursachen bedingte Nachwirkungen vorhergehender Entladungen sind unter sauberen Bedingungen vorhanden. Sie können die Zündspannung maximal um einige zehntel Volt ändern. Man kann sie ausschließen, indem für die gleiche Vorgeschichte des Rohres Sorge getragen wird, etwa dadurch, daß es immer in gleichbleibenden Abständen gezündet und gelöscht wird. Auf jeden Fall läßt es sich erreichen, daß diese hier theoretisch nicht interessierenden Nebenerscheinungen experimentell weitgehend vermieden werden. Für die quantitativen Untersuchungen wurde ausschließlich Argon als Füllgas verwandt, weil für Argon die Townsendsche Stoßfunktion $\frac{\alpha}{p} = f\left(\frac{E}{p}\right)$ außerordentlich genau durch die Messungen von Kruithoff und Penning¹⁾ bekannt ist. Verunreinigungen durch unedle Gase wurden bei der Füllung weitgehend ausgeschlossen. Außerdem ist der großflächige Bariumniederschlag in den untersuchten Rohren hierfür ein ausgezeichnetes Absorptionsmittel. Das Gas dürfte daher sehr rein gewesen sein, so daß die Anwendung der von Kruithoff und Penning gemessenen α -Werte gerechtfertigt ist.

Die Aufnahme der Charakteristik wurde nach der in Fig. 5 dargestellten Schaltung vorgenommen. Das Glühkathodenrohr R begrenzte den Strom der Entladungsstrecke G . Der Spannungsabfall $\Delta U = U_0 - U$ bei der Stromstärke I konnte direkt an einem Elektrometer E abgelesen werden. Dieses Elektrometer war geerdet. Zur Erreichung einer genügenden Meßgenauigkeit wurde der Hauptteil der an dem Rohr G liegenden Spannung kompensiert, indem an das Voltmeter V_1 eine der Zündspannung entsprechende konstante Spannung angelegt wurde; das Elektrometer E ermöglichte so die direkte Messung der relativ kleinen Spannungsänderungen bei verschiedenen Stromstärken. Durch den Schalter S konnte der Elektrometerfaden auf Eichpotential V_2 und auf Meßpotential gebracht und geerdet werden.

¹⁾ A. A. Kruithoff u. F. M. Penning, Physica 3, 515, 1936.

Bei der Aufnahme der Charakteristik ist es wichtig zu wissen, ob die gemessenen Werte von Strom und Spannung wirklich einen *stationären* Brennzustand charakterisieren, oder ob diese nur Mittelwerte einer vielleicht mit sehr hoher Frequenz schwingenden Entladung sind. Die Frequenz könnte so hoch sein, daß der Elektrometerfaden darauf nicht reagiert. Deshalb wurde mit einem Braunschen Rohr kontrolliert, ob Schwingungen auftreten. Dieses war im Gebiet des Townsend-Stromes sicher nicht der Fall. Die Schwingungen setzten erst beim Übergang in die andere Entladungsform, die Glimmentladung, ein.

Zur Bestimmung der Zündspannungsänderung durch Bestrahlung wurde die Kathode aus 30 cm Entfernung durch eine Mikroskopierlampe

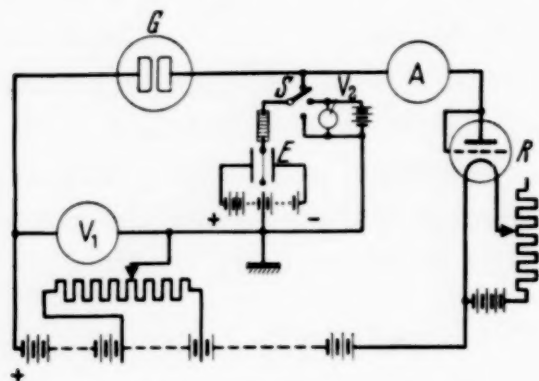


Fig. 5. Schaltbild zur Messung der Charakteristik.

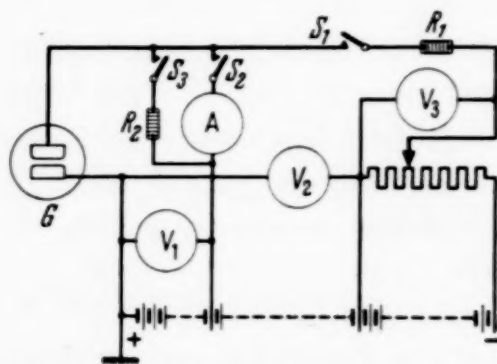


Fig. 6. Schaltbild zur Messung der Zündspannungsveränderung und der Zündstromstärke.

mit Kondensor bestrahlt, deren Intensität durch Veränderung des Widerstandes geregelt werden konnte. Als Maß der eingestrahlt Intensität diente direkt der im Rohr gemessene gasverstärkte Photostrom. Nachdem die Bestrahlungsintensität auf eine bestimmte Photostromstärke eingestellt war, wurde das Rohr in regelmäßigen Abständen durch Schalter S_1 , Fig. 6, gezündet. Dieses geschah durch den Mechanismus einer Röhrenschaltung, der in einer früheren Arbeit¹⁾ beschrieben ist. In dem untersuchten Falle war die Brenndauer und die Pausendauer je 2 sec. In den Pausen lag am Rohr über einem Hochohmwiderstand R_2 eine Restspannung V_1 von 122 Volt (Akkumulatorenbatterie). Die Zündung geschah dadurch, daß eine oberhalb der Zündspannung liegende Spannung ($V_2 + V_3$) angelegt wurde. Diese wurde langsam verringert, bis die Zündung aussetzte oder genauer gesagt, bis die Spannung so klein wurde, daß die Aufbauzeit der Entladung größer als die Schaltzeit von 2 sec wurde. Diese Spannung liegt weniger als

¹⁾ R. Schade, ZS. f. Phys. **104**, 487, 1937.

$\frac{1}{10}$ Volt oberhalb der wirklichen Zündspannung U_0 , sie kann also praktisch dieser gleichgesetzt werden. Dieses wurde auch dadurch gezeigt, daß eine weitere mehrfache Vergrößerung der Schaltdauer nur eine kaum meßbare Verringerung der Zündspannung zur Folge hatte.

Die genaue Messung der Zündspannungserniedrigung ΔU bei einer bestimmten Bestrahlungsintensität geschah in folgender Weise: Zunächst wurde die gasverstärkte Photostromstärke I des bestrahlten Rohres mit einem Spiegelgalvanometer A (Empfindlichkeit $9 \cdot 10^{-10}$ Amp./Skt. \cdot m) bestimmt. Hierbei war der Schalter S_2 geschlossen, S_1 und S_3 geöffnet. Anschließend wurde im Dunkeln in der oben beschriebenen Weise die Zündspannung festgestellt (Schalter S_2 geöffnet, S_3 geschlossen, S_1 je 2 sec geöffnet und geschlossen). Dann wurde bei eingeschalteter Bestrahlung die Zündspannung in derselben Weise gemessen; V_3 zeigte dann eine um den Betrag ΔU geringere Zündspannung an. Bei jeder Messung wurde das Rohr dann noch längere Zeit bestrahlt und periodisch gezündet, dadurch sank die Zündspannung noch um einige zehntel Volt, die gemessene Zündspannungsdifferenz mit und ohne Bestrahlung blieb jedoch innerhalb der Meßgenauigkeit genau dieselbe.

Bei der Messung der Zündstromstärke als Funktion der Einstrahlung wurde eine der Fig. 6 ähnliche Schaltung benutzt. Auch hier wurde immer erst der gasverstärkte Photostrom in der oben beschriebenen Weise bestimmt. Dann aber wurde S_2 und S_3 geöffnet und S_1 geschlossen, so daß am Rohr eine noch unterhalb der Zündspannung liegende Spannung $V_2 + V_3$ lag. Ein zwischen S_1 und R_1 liegendes Amperemeter zeigte den gasverstärkten Photostrom an. Dieser wurde durch Vergrößern von V_3 nur langsam gesteigert, bis er bei einer kritischen Stromstärke, der Zündstromstärke I_z , plötzlich sehr stark zunahm. Dieser Punkt der Instabilität wurde als Funktion der Strahlungsintensität aufgenommen.

Sowohl bei der Messung der Zündspannungserniedrigung als auch der Zündstromstärke darf R_1 eine gewisse Größe, etwa $100 \text{ k}\Omega$ nicht überschreiten, wenn die Meßergebnisse unabhängig von R_1 bleiben sollen. Bei größeren Werten von R_1 tritt eine nach den allgemeinen Stabilitätsbedingungen von Gasentladungen zu erwartende Beeinflussung der zum Zünden gehörigen Stromstärke und Gesamtspannung auf.

b) *Ergebnisse.* Im theoretischen Teil wurde nach Rogowski vorausgesetzt, daß die Feldstärkeabhängigkeit der Größe γ (Konstante c_2) im wesentlichen für die Zündspannungsbeeinflussung maßgeblich ist. Wenn diese Auffassung auch für das hier untersuchte Gebiet der Glimment-

ladungen zutreffend ist, dann sind nach Gleichung (10), (19) und (21) folgende Beziehungen zu erwarten:

$$\text{A. Anfangscharakteristik: } U = U_0 - K_1 i.$$

$$\text{B. Zündspannungserniedrigung: } U_z = U_0 - K_2 \sqrt{i_0}.$$

$$\text{C. Zündstromstärke: } i_z = K_3 \sqrt{i_0}.$$

Für die experimentelle Untersuchung bieten sich folgende Möglichkeiten:

1. *Prüfung der funktionellen Zusammenhänge A, B, C.* Fall B ist von Rogowski und Mitarbeitern bei Atmosphärendruck untersucht und bestätigt worden. Auch von Deimel¹⁾ wurde die in diesem Zusammenhang interessierende Beobachtung gemacht, daß die Zündspannungsabsenkung einer Glimmentladung proportional der Wurzel der durch eine Hilfsentladung vorhandenen Vorionisation ist. Dagegen wurden von Fucks und Seitz andere Ergebnisse bei niederen Drucken erhalten. Fall A und C sind noch nicht experimentell geprüft worden. Eine Bestätigung der von der Theorie geforderten funktionellen Zusammenhänge ist noch kein hinreichender Beweis für die Richtigkeit der theoretischen Grundlage. Eine exakte Prüfung ist erst möglich durch einen quantitativen Vergleich der gemessenen Werte von K_1 , K_2 und K_3 mit den theoretisch zu erwartenden Werten.

2. *Quantitative Prüfung von K_1 , K_2 , K_3 .* Die Konstanten K_1 , K_2 und K_3 sind drei verschiedene Funktionen der in dem theoretischen Teil definierten Größen γ_0 , d , c_1 , c_2 und c_3 . Von diesen Größen sind alle bis auf die Konstante c_2 , die Feldstärkeabhängigkeit von γ_0 , bekannt. Aus einer der drei experimentell ermittelten Konstanten, beispielsweise $K_3 = \frac{1}{\sqrt{c_2 c_3}}$, ließe sich also c_2 als einzige Unbekannte bestimmen, damit können die anderen Konstanten (K_1 und K_2) berechnet und mit den experimentell erreichten verglichen werden.

Die Charakteristik ist am einfachsten zu untersuchen, weil hier kein Eingriff in den inneren Mechanismus der Gasentladung vorgenommen wird. Bei allen Messungen in Neon und in Argon ergab sich als Anfangscharakteristik ausnahmslos eine fallende Gerade. Fig. 7 zeigt beispielsweise die Anfangscharakteristik einer Argonentladung von 10,6 mm Druck zwischen parallelen Nickelelektroden von 40 mm Durchmesser bei verschiedenen

¹⁾ C. Deimel, Phys. ZS. **37**, 610, 1936.

Abständen. Sie ist bei größeren Plattenabständen stärker fallend als bei geringeren. Diese Änderung der Konstanten K_1 ist nach Gleichung (10) zu erwarten.

Die Größe c_3 [auf Stromdichte bezogene Raumladungswirkung der positiven Ionen, Gleichung (7)] ändert sich sehr stark mit dem Abstand, weil sowohl der größere durchschnittliche Weg als auch die geringere Geschwindigkeit der positiven Ionen bei größerem Plattenabstand nach Gleichung (14)

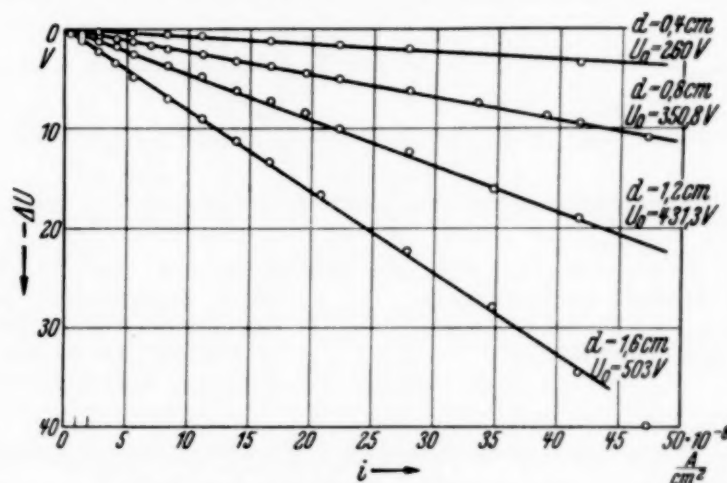


Fig. 7. Charakteristik des Townsend-Stromes bei verschiedenen Elektrodenabständen. Nickelelektroden. Argon 10,6 mm Hg.

die Raumladungswirkung bei derselben Stromdichte erhöhen. Mit Veränderung des Plattenabstandes (Änderung von E_0/p) ändern sich auch in geringerem Maß die Konstanten γ_0 und c_1 . Wird aus jeder der vier Messungen die einzige unbekannte Konstante c_2 berechnet, so ergeben sich Werte von der Größenordnung $1,7 - 2,5 \cdot 10^{-4}$.

Aus dem Ergebnis der Fig. 7 ist also zu entnehmen, daß für die Veränderung von γ tatsächlich die *Feldstärkeerhöhung* durch Raumladung an der Kathode maßgeblich ist und nicht der direkte Einfluß einer höheren Stromdichte. Würde etwa der Prozeß lediglich dadurch begünstigt werden, daß das gelegentliche Zusammenwirken mehrerer Ionen ein größeres mittleres γ bei größeren Stromdichten bedingt, dann müßte die Neigung der Geraden unabhängig vom Abstand der Elektroden sein.

Zur Prüfung der quantitativen Zusammenhänge wurden mehrere Gasentladungsrohre ähnlich Fig. 4 gebaut, in denen K_1 , K_2 und K_3 gemessen werden konnten. In Fig. 8, 9, 10 sind die an einem Rohr mit einem Plattenabstand von 0,54 cm und einer Argonfüllung von 10 mm Hg gewonnenen Ergebnisse dargestellt. Als Entladungsquerschnitt wurde zur Berechnung der Stromdichte in jedem Fall die bestrahlte Fläche von 2 cm Durchmesser in Rechnung gesetzt. Dies ist auch für die Aufnahme der Charakteristik

annähernd richtig, weil der mit Barium bedampfte Teil der Kathode wegen der geometrischen Verhältnisse der Verdampfungsanordnung nur wenig größer war. Die Primärstromdichte i_0 wurde aus dem gasverstärkten Photostrom I in folgender Weise bestimmt: An den Elektroden lag eine Spannung

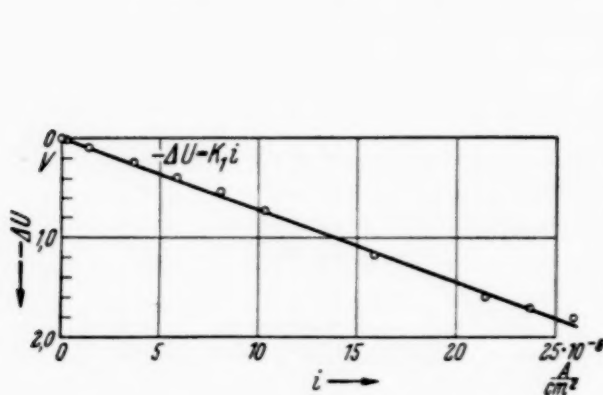


Fig. 8. Charakteristik des Townsend-Stromes. Kathode mit Barium bedampft. Argon 10 mm Hg.

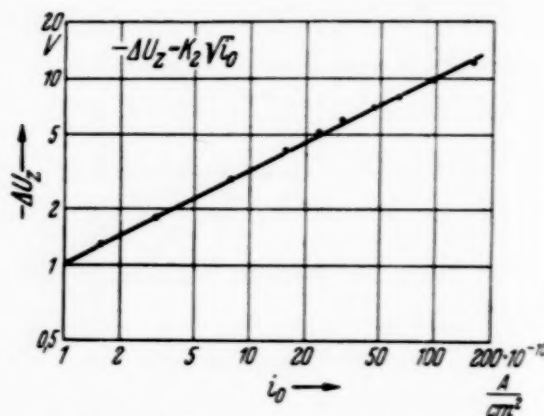


Fig. 9. Zündspannungserniedrigung als Funktion der Vakuumphotoströmdichte. Kathode mit Barium bedampft. Argon 10 mm Hg.

von 122 Volt. Der für α/p maßgebliche E/p -Wert betrug demnach 22,8. Aus den Messungen von Kruithoff und Penning¹⁾ wurde für α der Wert 1,1 entnommen. Als Gasverstärkungsfaktor ergab sich damit

$$e^{\alpha d} = 1,81$$

und

$$i_0 = \frac{I}{F \cdot e^{\alpha d}} = \frac{I}{5,68} \text{ Amp./cm}^2.$$

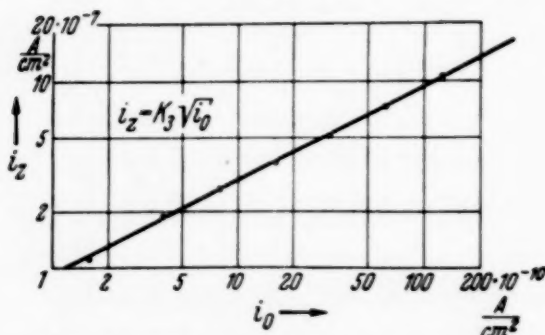


Fig. 10. Zündstromstärke als Funktion der Vakuumphotoströmdichte. Kathode mit Barium bedampft. Argon 10 mm Hg.

In den Fig. 9 und 10 mit doppelt logarithmischem Maßstab stellen die ausgezogenen Kurven Geraden von dem genauen Anstieg $\frac{1}{2}$ dar. Die Zündspannungserniedrigung und die Zündstromstärke sind innerhalb der Meßgenauigkeit proportional der Wurzel der Primärstromstärke. Für die Konstanten ergeben sich experimentell in diesem Rohr folgende Werte:

$$K_1 = 7,0 \cdot 10^6; \quad K_2 = 1,0 \cdot 10^5; \quad K_3 = 9,4 \cdot 10^{-3}.$$

Die Zündspannung U_0 betrug 229 Volt. Aus den oben angegebenen Daten von d und p ergibt sich als E_0/p -Wert:

$$\frac{E_0}{p} = 42,4.$$

¹⁾ A. A. Kruithoff u. F. M. Penning, Physica 3, 515, 1936.

Nach den Messungen von Kruithoff und Penning¹⁾ werden für α_0 und c_1 die Werte:

$$\alpha_0 = 4,90 \quad \text{und} \quad c_1 = 2,35 \cdot 10^{-2}$$

entnommen. Für γ_0 wird erhalten:

$$\gamma_0 = \frac{1}{e^{\alpha_0 d} - 1} = 7,58 \cdot 10^{-2}.$$

Die Berechnung der Konstanten c_3 geschieht nach Gleichung (14):

$$c_3 = \frac{1,18 \cdot 10^{13}}{v} \left(\frac{d}{2} - \frac{1}{\alpha^2 d} \right).$$

Die mittlere Ionengeschwindigkeit v läßt sich aus der gemessenen Beweglichkeit $b = 10^3 \frac{\text{cm/sec}}{\text{Volt/cm}}$ bei Argonionen²⁾ berechnen. In dem untersuchten Druckgebiet ist noch ein linearer Zusammenhang von Ionengeschwindigkeit und Feldstärke vorhanden:

$$v = b \cdot \frac{E_0}{p} = 10^3 \cdot 42,4.$$

Für c_3 ergibt sich:

$$c_3 = 5,06 \cdot 10^7.$$

Die einzig unbekannte Konstante c_2 läßt sich am einfachsten aus der Größe K_3 berechnen. Nach Gleichung (21) ist:

$$c_2 = \frac{1}{c_3 K_3^2} = 2,23 \cdot 10^{-4}.$$

Hiermit sind alle zur Berechnung der Konstanten K_1 und K_2 notwendigen Größen bekannt. Für K_2 ergibt sich nach Gleichung (19):

$$K_2 = 2 \sqrt{\frac{c_3}{c_2 \left(\frac{1}{d} + \frac{\gamma_0 c_1}{c_2} \right)^2}} = 0,97 \cdot 10^5.$$

Die Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert $1,0 \cdot 10^5$ ist recht befriedigend. Für K_1 wird nach Gleichung (10) erhalten:

$$K_1 = \frac{c_3}{\frac{1}{d} + \frac{\gamma_0 c_1}{c_2}} = 5,15 \cdot 10^6.$$

Gemessen wurde $K_1 = 7,0 \cdot 10^6$. Die Abweichung ist vermutlich darauf zurückzuführen, daß bei der Aufnahme der Charakteristik der Entladungs-

¹⁾ A. A. Kruithoff u. F. M. Penning, Physica **3**, 515, 1936. — ²⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck, Elektrische Gasentladungen. Bd. 1, S. 191, 1932 (Jul. Springer).

querschnitt etwas größer war als die in Rechnung gesetzte Flächengröße des Anodengitters.

Bei den in dem letzten Rohr gemachten Versuchen bestand die Kathode aus mit Barium bedampftem Nickel. Daß die Ergebnisse eine allgemeinere Gültigkeit haben, wurde durch folgende Untersuchungen bestätigt:

1. Die Anfangscharakteristik ist an *reinen* Nickelelektroden eine fallende Gerade (bisher untersuchtes Druckgebiet in Argon: $p \cdot d = 0,5 - 25$ mm Hg · cm).

2. Eine mit einer Hg-Lampe bestrahlte Gasentladungsstrecke in Argon von 10 mm Hg Druck mit *reinen* Nickelelektroden zeigte eine Zündspannungsbeeinflussung im Sinne von Gleichung (19). Hier ist wie bei den Versuchen von Fucks und Seitz naturgemäß nur der ultraviolette Teil des Lichtes wirksam.

3. Die Charakteristik in *Neon* von 10 mm Druck ist eine fallende Gerade.

4. Die Zündspannungsbeeinflussung in *Neon* von 10 mm Druck (Bestrahlung durch sichtbares Licht, mit Barium bedampfte Nickelkathode) erfolgt auch nach einem Gesetz von der Art $\Delta U_z = K_2 \cdot i_0^{1/2}$.

IV. Schlußbetrachtungen.

Mit der experimentellen Untersuchung der Charakteristik der unbestrahlten Entladung, der Zündspannungserniedrigung und Zündstromstärke der bestrahlten Entladung sind die in dem theoretischen Teil entwickelten Zusammenhänge bestätigt worden. Diese theoretische Untersuchung schloß sich eng an die Auffassung von Rogowski und Mitarbeitern¹⁾ an, daß die Feldstärkeabhängigkeit von γ als wesentlich für den Entladungsmechanismus zu berücksichtigen ist. Zur quantitativen Erfassung dieser Feldstärkeabhängigkeit von γ (Konstante c_2) mußte jedoch eine neue Darstellung gewählt werden; sie unterscheidet sich von den anderen Arbeiten durch eine einfachere Formulierung und durch eine strengere Ableitung des Raumladungseinflusses der positiven Ionen auf die Kathodenfeldstärke [Gleichungen (11) bis (14)]. Bezüglich der Art der funktionellen Zusammenhänge wird dadurch nichts geändert. Die sich ergebenden Gesetzmäßigkeiten erhalten jedoch ein einfacheres Aussehen, bei dem die physi-

¹⁾ W. Fucks, ZS. f. Phys. **92**, 467, 1934; W. Rogowski u. W. Fucks, Arch. f. Elektrotechn. **29**, 362, 1935; W. Rogowski u. A. Wallraff, ZS. f. Phys. **102**, 183, 1936.

kalischen Ursachen, die Feldstärkeabhängigkeit von α und γ , klarer in Erscheinung treten. Die in drei verschiedenen Richtungen ausgeführte experimentelle Untersuchung führte jedesmal zu dem Ergebnis, daß die Feldstärkeabhängigkeit von γ in Argon von 10 mm Druck in der Nähe der Zündspannung von der Größe $d\gamma/dE \sim 2 \cdot 10^{-4}$ ist.

Ein Versuch, diese Feldstärkeabhängigkeit von γ nach der bisherigen „Ionenstoß“-Vorstellung zu erklären, führt zu Widersprüchen. Die kinetische Energie des stoßenden Ions kann im Gebiete des Townsend-Stromes keinen Einfluß auf die Größe γ haben, weil sie an sich sehr klein ist und außerdem durch die äußere Feldstärke außerordentlich wenig geändert wird. Wird beispielsweise die Feldstärke an einer Kathode in Argon von 10 mm Druck um 1 Volt/cm erhöht, so erhält das Ion, wie sich aus der Weglängenspannung leicht ausrechnen läßt, eine mittlere kinetische Zusatzenergie von $7 \cdot 10^{-4}$ Volt. Diese Energieerhöhung bezogen auf die zur Verfügung stehende Gesamtenergie, Ionisierungsspannung über Weglängenspannung, beträgt 0,0044 %; die Größe ändert sich dagegen (mit Barium bedampft Nickel $\gamma_0 = 0,075$) um 0,27 %. Die beobachtete Feldstärkeabhängigkeit von γ muß auf andere Ursachen zurückgeführt werden. In einer anderen Arbeit¹⁾ ist auf Grund einer Untersuchung der statistischen Zündverzögerungen in Wasserstoff die Vermutung ausgesprochen worden, daß bei der Glimmentladung adsorbierte Ionen auf der Kathode nach abgeschalteter Entladung Elektronen durch Feldemission befreien.

Aus der in der vorliegenden Arbeit beobachteten Feldstärkeabhängigkeit der Konstanten γ und aus den Untersuchungen bei atmosphärischem Durchschlag²⁾, die ebenfalls eine sehr erhebliche Feldstärkeabhängigkeit von γ ergaben, darf mit einiger Wahrscheinlichkeit geschlossen werden, daß auch der γ -Mechanismus selbst eine Art Feldemission darstellt.

Es fehlt noch an genügend experimentellem Material, um eine genaue Vorstellung hierüber zu gewinnen. Es wäre z. B. möglich, daß die bis zur Rekombination an der Kathode haftenden Ionen durch ihre Bildkraft eine bestimmte von der äußeren Feldstärke unabhängige Anzahl Elektronen aus der Kathode herausholen; die Wirkung der äußeren Feldstärke würde dann darin bestehen, daß sie bestimmenden Einfluß auf die Anzahl der in die Kathode zurückkehrenden Elektronen hat. Eine andere Möglichkeit der Erklärung ist, daß das Ion, bevor es rekombiniert, eine Störstelle niederer Austrittsarbeit auf der Kathode darstellt. Hier könnte die niedere äußere

¹⁾ R. Schade, ZS. f. Phys. **104**, 487, 1936. — ²⁾ M. Knoll, F. Ollendorff u. R. Rompe, Gasentladungstabellen. Jul. Springer, 1935.

Feldstärke direkt eine Feldemission hervorrufen. Es sei erwähnt, daß die häufig verwendete, allerdings noch nicht experimentell genügend bestätigte Formel der Feldstärkeabhängigkeit von γ : $\gamma = A \cdot e^{-B/E}$ gleich der für die Feldemission maßgeblichen Funktion ist. Auch die Messungen bei atmosphärischem Durchschlag, die eine Änderung von γ mit zunehmender Durchbruchfeldstärke um 10 Zehnerpotenzen ergaben¹⁾, lassen sich nur durch eine solche Art von Feldemission verstehen.

Für eine durch adsorbierte Ionen an der Kathode eingeleitete Feldemission sprechen auch die Untersuchungen des elektrischen Durchschlages in der Nebelkammer von Flegler und Raether²⁾. Die Verfasser sind der Ansicht, daß die Entladung durch *Klebeelektronen*, die auf der Kathode haften sollen, eingeleitet wird. Der Entladungsaufbau erfolgt gleichzeitig in verschiedenen Kanälen. Die Anzahl dieser Kanäle ist *sehr stark feldstärkeabhängig*. Auch hier scheint die oben gegebene Darstellung der Wirkung adsorbierter Ionen auf der Kathode eine ungezwungenere Erklärung zu sein. Daß die Entladung bei höheren Drucken in Kanalform entstehen muß, ist hiernach ebenfalls ohne weiteres verständlich. Ein primär an der Kathode startendes Elektron erzeugt auf seinem Wege zur Anode schon eine so große Raumladung, daß hierdurch die Feldstärke an seinem Entstehungsort auf der Kathode wesentlich erhöht wird. Die Nachlieferungselektronen werden bevorzugt wieder an derselben Stelle entstehen, weil hier jedes Ion eine größere Feldemission hervorruft und außerdem die ersten Ionen aus dem Entladungsraum in unmittelbarer Nähe dieses Zündpunktes auf die Kathode auftreffen.

Bei niederen Drucken dagegen ist ganz im Gegensatz hierzu der Entladungsaufbau zunächst *homogen* (Townsend-Mechanismus), weil die durch *ein* Elektron hervorgerufene Raumladungslawine noch keine wesentliche Feldveränderung an der Kathode hervorruft. Dementsprechend ist mit einer gleichmäßigen Stromdichte auf der Kathodenfläche zu rechnen. Bei höheren Stromdichten wird auch im Gebiet niederer Drucke eine irgendwo zufällig vorhandene höhere Stromdichte im Entladungsraum von einer bevorzugten Elektronenemission an einer entsprechenden Stelle auf der Kathode Anlaß geben. Dieses kann zu einem instabilen Übergang in eine andere Entladungsform führen, und es ist nicht ausgeschlossen, daß dieser Vorgang für das Umkippen in die Glimmentladung von nicht zu vernachlässigender oder sogar entscheidender Bedeutung ist.

¹⁾ M. Knoll, F. Ollendorff u. R. Rompe, Gasentladungstabellen. Jul. Springer, 1935. — ²⁾ H. Raether, Phys. ZS. **37**, 560, 1936; E. Flegler u. H. Raether, ZS. f. techn. Phys. **16**, 325, 1935; ZS. f. Phys. **99**, 635, 1936; **103**, 315, 1936.

Abschließend soll noch kurz auf die Untersuchungen von Fucks und Seitz¹⁾ eingegangen werden. Die Verfasser haben vollkommen andersartige Ergebnisse erhalten. An Stelle der erwarteten Zündspannungs-erniedrigung traten Zündspannungserhöhungen durch Bestrahlung auf. In experimenteller Hinsicht unterscheiden sich diese Arbeiten von der vorliegenden hauptsächlich dadurch, daß nicht in abgezogenen, ausgeheizten Rohren gemessen wurde, sondern in einem mit Apiezonfett gedichteten Rezipienten. Hierdurch ist meines Erachtens die Diskrepanz der Ergebnisse zu erklären. Der geringe Dampfdruck des Apiezonfettes [vgl. Erwiderung von Fucks und Seitz²⁾ auf eine vorläufige Mitteilung meiner Ergebnisse³⁾] reicht vollkommen aus, um in kürzester Zeit auf der Kathodenoberfläche eine monomolekulare Schicht zu erzeugen, die durch Entladungen und Bestrahlungen in ihren Eigenschaften geändert werden kann. Die hiermit notwendig verbundene Änderung der Konstanten γ bedingt eine Inkonstanz der Zündspannung, welche jedoch von anderer Art als die in der vorliegenden Arbeit betrachtete ist, und die mit dem eigentlichen Mechanismus der Gasentladung nichts zu tun hat. Für die Richtigkeit dieser Deutung spricht vor allem die Tatsache, daß die von Fucks und Seitz beobachteten Veränderungen der Zündspannung auch als Folge *vorhergehender* Entladungen und vor dem Anlegen der Spannung erfolgter Bestrahlungen auftraten.

Die Arbeit wurde im Forschungslaboratorium II der Siemenswerke ausgeführt. Herrn Prof. Dr. G. Hertz danke ich für viele wertvolle Diskussionen, Herrn Dipl.-Ing. H. Büttner für die Mithilfe bei den experimentellen Untersuchungen.

¹⁾ W. Seitz u. W. Fucks, Naturwissensch. **24**, 346, 1936; ZS. f. techn. Phys. **17**, 387, 1936; Phys. ZS. **37**, 813, 1936; ZS. f. Phys. **103**, 1, 1936. —

²⁾ W. Fucks u. W. Seitz, Naturwissensch. **25**, 106, 1937. — ³⁾ R. Schade, Naturwissensch. **24**, 813, 1936.

Zur Grundlegung und Anwendung einer statistischen Metrik.

Von Arthur March in Innsbruck.

(Eingegangen am 15. Februar 1937.)

In Fortführung früherer Arbeiten wird eine vom Verfasser vorgeschlagene Raumtheorie näher diskutiert und darauf hingewiesen, daß die statistische Deutung der Metrik die früher als Korrekturglied in das metrische Gesetz aufgenommene Konstante γ entbehrlich macht. Bei der Anwendung auf die Quantenelektrodynamik erweist sich der Gesichtspunkt als wesentlich, den Ort des Elektrons innerhalb der Kugel γ als nicht definiert zu betrachten.

Der in zwei vorausgegangenen Mitteilungen¹⁾ unternommene Versuch, die in der Quantenelektrodynamik bestehenden Unendlichkeitsschwierigkeiten durch eine Abänderung der Geometrie zu überwinden, ist von der Forderung ausgegangen, daß der Begriff des Raumpunktes einer Überprüfung bedarf. Es gibt keine Vorrichtung, die es uns gestatten würde, einen mathematischen, unausgedehnten Punkt aufzuzeigen, und daher erscheint die Frage berechtigt, ob es zulässig ist, den Begriff des Punktes in der hergebrachten Weise zu verwenden. Was sich wirklich erfassen läßt, ist niemals ein Punkt P selber, sondern immer nur ein gewisses ihn umgebendes kleines Raumgebiet, das die Gesamtheit der von P nicht unterscheidbaren Punkte enthält. Macht man die Annahme, daß sich von irgendeinem Weltpunkt $P(x_1 x_2 x_3 x_4)$ alle jene Punkte $P'(x_i + dx_i)$ nicht unterscheiden lassen, für welche $g_{ik} dx^i dx^k$ positiv und kleiner als γ^2 ist, so ist das erwähnte Raumgebiet eine Kugel vom Radius γ . Und zwar in jedem Koordinatensystem; geht man durch eine Lorentz-Transformation auf ein anderes System über, so entsteht aus der Kugel nicht etwa ein Ellipsoid, sondern wieder eine Kugel, was natürlich so zustande kommt, daß unsere Grundannahme einen koordinateninvarianten Sinn hat.

Eine Theorie, die dem Begriff des Raumpunktes seine Bestimmtheit abspricht, führt folgerichtig zu einer statistischen Auffassung der Geometrie. Denn das einzige Mittel, um trotz der Unbestimmtheit, die sich vom Punkt auf das Längenmaß einer Kurve und von dort auf alle geometrischen Beziehungen überträgt, zu bestimmten Aussagen zu gelangen, besteht in der

¹⁾ ZS. f. Phys. **104**, 93, 1936; **104**, 161, 1937.

oftmaligen Wiederholung der Längenmessungen und der Festsetzung, daß unter der Länge einer Kurve der aus den Messungen gebildete Mittelwert zu verstehen sei. Das ist bereits früher auseinandergesetzt worden, aber es erscheint notwendig, die damaligen Ausführungen in einigen Punkten zu ergänzen.

Vor allem mag hervorgehoben werden, daß nicht bloß Anfangs- und Endpunkt, sondern *sämtliche* Punkte einer Kurve verwaschen sind. Es ist daher nicht möglich, bei der Messung den Maßstab exakt an die Kurve anzulegen, sondern man hat sich mit der Feststellung zu begnügen, daß jeder Punkt des Maßstabes mit einem Raumpunkt zusammenfällt, der von einem Punkt der Kurve nicht unterscheidbar ist. Die vom Maßstab getroffenen Punkte können so jede beliebige Kurve bilden, die innerhalb eines die gegebene Kurve einschließenden Fadens vom Querschnitt $\gamma^2 \pi$ verläuft. Man könnte versucht sein, daraus zu schließen, daß also durch die Messung das Mittel aus den Längen aller innerhalb des Fadens denkbaren Kurven festgestellt werde. Aber das wäre deshalb nicht richtig, weil nicht bloß die Punkte der Kurve, sondern auch die des Maßstabes unbestimmt sind, so daß „die vom Maßstab getroffenen Raumpunkte“ nicht mit den Punkten des — linear gedachten — Maßstabes identifiziert werden dürfen. Man kann von ihnen nur behaupten, daß sie innerhalb des zum linearen Maßstab gehörigen Fadens liegen. Daher hat die Länge der von den jeweils getroffenen Raumpunkten gebildeten Kurve mit der vom Maßstab angezeigten Länge nichts zu tun, was bei einer Bestimmung des „Fehlers“, den die statistische Meßweise mit sich bringt, zu beachten ist.

Aber diesem „Fehler“ nachzugehen, ist eine müßige Beschäftigung. Denn es geht nicht um die Frage, ob die vorgeschlagene Meßart sich dadurch legitimiert, daß ihre Ergebnisse mit denen einer überlieferten Methode übereinstimmen, sondern, ob ihre Anwendung unter der hier gemachten Voraussetzung einer Unbestimmtheit der Raumpunkte konsequent ist und nicht im Widerspruch mit der Forderung steht, daß die Maßzahl einer Kurvenlänge durch ein Integral über $g_{ik} dx^i dx^k$ darstellbar ist¹⁾. Für diese Darstellbarkeit ist offenbar die Additivität der vom Verfahren gelieferten Maßzahlen erforderlich. Wählen wir auf einer Kurve $P_1 P_2$ einen beliebigen Zwischenpunkt P' , so muß die Summe der für die Teilstrecken $P_1 P'$ und $P' P_2$ ermittelten Längen gleich der Länge der gesamten Strecke sein. Das trifft

¹⁾ Von der Konstanten γ , die wir ursprünglich in das metrische Gesetz aufnehmen zu müssen glaubten, sehen wir aus weiter unten angeführten Gründen fortan ab.

aber zu, weil die Messungen von P_1P' und $P'P_2$ in den Punkten der zu P' gehörigen Kugel γ lückenlos anschließen, so daß sie zusammen eine Messung von P_1P_2 ergeben.

Das Verfahren widerspricht also dem metrischen Ansatz nicht und es bleibt von ihm nur noch zu verlangen, daß es zu Maßzahlen führt, die von denen der gewöhnlichen Geometrie *praktisch* nicht verschieden sind. Daran ist aber schon deswegen nicht zu zweifeln, weil Strecken in Wirklichkeit niemals anders als nach der hier diskutierten Methode gemessen worden sind. Denn vergessen wir nicht, daß das Messen stets in der Bildung von Mittelwerten bestanden hat und daß wir hier eigentlich nichts anderes als eine Theorie der Meßfehler vertreten, die nur insofern neu ist, als die von jeher anerkannten Grenzen der Meßgenauigkeit für prinzipielle erklärt werden.

Machen wir uns weiter klar, daß es grundsätzlich belanglos ist, ob die Länge der verfügbaren Maßstäbe von einem zum nächst größeren stetig oder unstetig wächst. Das Meßverfahren ist davon ganz unabhängig und ergibt, infolge der Mittelwertbildung, auch im zweiten Fall Maßzahlen, für die *alle* Werte und nicht bloß die der Maßstablänge möglich sind. —

Hat man sich einmal die statistische Auffassung der Metrik zu eigen gemacht, so wird die Konstante γ , die wir ursprünglich als Korrekturglied in den Ausdruck für die Kurvenlänge aufgenommen hatten, entbehrlich. Es wurde bereits in der zweiten Mitteilung die Möglichkeit erwogen, sie aus dem metrischen Gesetz wieder zu streichen, weil der Zweck, zu dem sie eingeführt wurde, bereits durch den statistischen Sinn der g_{ik} erfüllt wird. Wir glaubten aber, daß durch die Weglassung des γ das Maß seine Natürlichkeit verlieren würde, weil das negative Zeichen, das durch γ für den Abstand ununterscheidbarer Punkte zustande kommt, zutreffend auszudrücken schien, daß derartigen Strecken keine inneren Maßverhältnisse zukommen. Diese Überlegung übersieht jedoch, daß das statistisch gedeutete Maß *sich nicht auf den Abstand mathematischer, sondern nur auf den von physischen Punkten bezieht*. Eine physische Strecke aber umfaßt, gleichgültig wie klein sie sein mag, stets alle Raumpunkte, die zur Ausmessung der Strecke herangezogen werden müssen, so daß es keinen Sinn hat, Strecken mit $\sqrt{g_{ik}dx^i dx^k} < \gamma$ negativ zu rechnen.

Mit dem Wegfall von γ , das alle Maßzahlen um einen konstanten Betrag verkleinerte, werden die Befürchtungen, die man für die widerspruchsfreie Durchführbarkeit der vorgeschlagenen Metrik hegen konnte, gegenstandslos. Es ist nun formal die Riemannsche Metrik wieder her-

gestellt, die aber durch die Umdeutung der Raumelemente, auf die sie angewendet wird, einen völlig neuen Sinn erhält. Sie bezieht sich nicht mehr auf den Abstand mathematischer, sondern auf den physischer Punkte, was auf das Prinzip hinauskommt, daß nun bereits in der Geometrie (und nicht erst in der Physik) nicht beobachtbare Elemente durch beobachtbare ersetzt werden.

Der Begriff des mathematischen Punktes beruht auf einem Grenzprozeß; man denkt sich ein Volumenelement immer kleiner und kleiner und versteht unter dem Punkt die Grenze, der das Volumen auf solche Art zustrebt. Es ist auffallend genug, daß sich der unbefangene Verstand von jeher gegen diesen Grenzprozeß gesträubt hat. Kein mathematischer Begriff ist der Anlaß zu so vielen Scherzen geworden wie der des ausdehnungslosen Punktes, der immer als eine wirklichkeitsfremde Abstraktion empfunden wurde. Aber solange man es ausschließlich mit makroskopischen Räumen zu tun hatte, lag kein Anlaß vor, seine Realität zu bezweifeln. Die Frage, ob es mathematische Punkte gibt oder nicht, konnte erst aktuell werden, als die Physik sich vor die Aufgabe gestellt sah, sich über die innere Beschaffenheit kleinster Teilchen bestimmte Vorstellungen zu bilden. Hier zeigte sich ein offenkundiges Versagen der hergebrachten Geometrie, und es erscheint ziemlich sicher, daß dieses Versagen auf den Begriff des Punktes zurückzuführen ist. Wenn es wahr ist, daß benachbarte Punkte nicht unterscheidbar sind, so läßt der vorhin erwähnte Grenzprozeß sich nicht beliebig weit fortsetzen, sondern findet ein natürliches Ende, sowie zwischen den Punkten des Volumenelementes keine Unterscheidung mehr möglich ist.

Es ist befriedigend, daß alle Eigenschaften, die wir dem mathematischen Punkt absprechen müssen, deshalb für die Geometrie doch nicht verloren gehen, sondern sich unverändert auf den physischen Punkt übertragen. So vor allem die Aufweisbarkeit zusammen mit der Möglichkeit, die Punkte wie früher durch *stetig variierbare* Koordinaten zu kennzeichnen. Und weiter die Trennbarkeit zweier Punkte durch ein bestimmtes Abstandsmaß auch für den Fall, daß der Abstand der Punkte beliebig klein ist.

Der in der Geometrie vollzogene Übergang vom mathematischen zum physischen Punkt bedingt eine entsprechende Umwandlung des Feldbegriffs, indem es sinnlos wird, mathematischen Raumpunkten bestimmte Werte der Feldgrößen zuzuordnen. Eine solche Zuordenbarkeit ist nur zu den physischen Punkten möglich und man könnte denken, daß man also aus den bisher verwendeten Feldgrößen gewisse Mittelwerte zu bilden hat, um

zu den wirklich beobachtbaren Größen zu gelangen. Man überzeugt sich indessen bald, daß dieser Vorgang sicher nicht sinnvoll wäre. Denn die an irgendeinem Weltpunkt $P(x\ y\ z\ t)$ tatsächlich wirksame Feldstärke wäre dann das Mittel aus den klassischen Feldstärken aller Weltpunkte, die sich von P nicht unterscheiden lassen, also dem Gebiet zwischen dem Nullkegel und der Fläche $\sqrt{g_{ik}}dx^i dx^k = \gamma$ angehören. D. h. aber, wir hätten bei der Mittelung nicht bloß die mit P gleichzeitigen Punkte der Kugel γ , sondern *jeden* Raumpunkt (für ein bestimmtes zugehöriges Zeitintervall) zu berücksichtigen, so daß die in P beobachtbare Feldstärke von der Vergangenheit und Zukunft des *gesamten* Feldes abhinge, und zwar durchaus nicht so, daß die Beiträge räumlich und zeitlich weit entfernter Punkte vernachlässigt werden könnten. Daß die winzige Unbestimmtheit der Weltpunkte eine so tiefgehende Umwandlung des Feldbegriffs notwendig machen sollte, erscheint ganz unglaublich. Man könnte an den Ausweg denken, daß nicht über das erwähnte Weltgebiet, sondern nur über die Kugel γ zu mitteln sei. Das kommt aber deswegen nicht in Frage, weil ein solcher Mittelwert beim Übergang auf ein anderes Koordinatensystem sich nicht mehr wie die ursprüngliche Feldgröße, als ein Welttensor, sondern auf eine ganz unübersichtliche Weise transformieren würde. Das wäre zwar an sich kein Widerspruch gegen das Relativitätsprinzip, würde aber die Einfachheit der Theorie vollkommen zerstören.

Die Lösung der Schwierigkeit liegt darin, daß man die in der bisherigen Theorie auftretenden Feldgrößen bereits als die *wirklich beobachtbaren*, also zu physischen Punkten gehörigen Größen zu deuten hat. Die Theorie hat von jeher ausschließlich mit den letzteren gerechnet und sie nur falsch interpretiert, indem sie verlangte, daß man mit dem Raumelement, für das die Feldgröße zuständig ist, zur Grenze Null zu gehen hat, während tatsächlich der Bereich, über den sich die Wirksamkeit der Größe erstreckt, die Kugel γ ist. Aus diesem Grund haben wir die Feldgrößen gar nicht erst umzudeuten, sondern sie samt ihren Transformationseigenschaften einfach von der bisherigen Theorie zu *übernehmen*. Und ebenso dürfen wir auch die Feldgleichungen ungeändert übernehmen, weil ja alle in diesen Gleichungen auftretenden Differentialquotienten auch in unserer Metrik sinnvoll bleiben.

Was sich ändert, ist lediglich der Sinn, in welchem der Begriff: Ort des Elektrons, zu verstehen ist. Da auf diesen Sinn im folgenden alles ankommt, bedarf er einer genauen Erklärung. Wir legen dabei die Vorstellung eines *unausgedehnten* Elektrons zugrunde, weil die Annahme einer Ausdehnung die Durchführung einer relativistisch-invarianten Theorie des in Wechsel-

wirkung mit der Strahlung befindlichen Elektrons nicht zuließe. Aber die unausgedehnte Partikel realisiert jetzt jeweils nicht mehr einen mathematischen, sondern einen physischen Raumpunkt. Die Aussage: das Elektron befindet sich zur Zeit t an der Raumstelle xyz , soll demnach bedeuten, daß sein Weltpunkt im Gebiet zwischen dem zu $xyzt$ gehörigen Nullkegel und der Fläche $\sqrt{g_{ik}} dx^i dx^k = \gamma$ liegt. Aber er ist innerhalb dieses Gebietes *nicht definiert*, was im selben Sinn zu verstehen ist wie etwa der Mangel an Definition, der nach der Quantenmechanik für den (physischen) Ort des Umlaufelektrons in einem stationären Atomzustand besteht. Das Elektron hat demnach auch innerhalb der Kugel γ keinen bestimmten Ort. Jeder Versuch, hinter der Nichtdefiniertheit in irgendeiner Form den Begriff des mathematischen Raumpunktes zu verstecken, indem man z. B. nur eine Unkenntnis des genauen Ortes annimmt, führt zu Widersprüchen und zu einem Versagen der Theorie. Es ist also beispielsweise unzulässig, eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür anzunehmen, daß der Weltpunkt des Elektrons in der Nähe einer gewissen Raum-Zeitstelle zu suchen sei. Wie wir sehen werden, wird diese Unbestimmtheit — im Gegensatz zu denen, die in der Quantenphysik auftreten — auch bei der Messung des vom Elektron ausgehenden Feldes nicht aufgehoben, indem es kein Mittel gibt, um vom Feld auf den genauen Ort des Elektrons zurückzuschließen.

Daß es auf die Nichtdefiniertheit des Elektronenortes so wesentlich ankommen muß, kann uns nicht wundern, da in ihr das eigentlich Neue der Theorie liegt. Die Annahme einer Unbestimmtheit in dem Sinn, daß ein genauer Ort zwar existiert, aber uns nur nicht bekannt ist, könnte ebenso wenig zu neuen Erkenntnissen führen als etwa die kinetische Gastheorie der Mechanik inhaltlich etwas Neues hinzuzufügen vermag. Durch die Bildung von Mittelwerten allein könnten wir falsche Gesetze nicht richtigstellen. Wohl aber scheint dies auf Grund einer Theorie möglich, die mit der Voraussetzung eines bestimmten Elektronenortes bricht.

Es läßt sich dann zunächst unmittelbar einsehen, daß ein in einem System K ruhendes Atom keine Wellenstrahlung emittieren kann, deren Wellenlänge $\lambda \leq \gamma$ ist. Denn wie immer auch die Strahlung zustande kommen mag, auf jeden Fall ist ihr Ausgangspunkt innerhalb γ nicht definiert. Das bedeutet für die emittierte Strahlung eine Unbestimmtheit der Phasenkonstante im Betrag von $2\pi \frac{\gamma}{\lambda}$, so daß für $\lambda \leq \gamma$ der Vorgang seine Definition als Wellenbewegung verliert. Ein ruhendes Atom vermag daher keine Photonen mit $\lambda \leq \gamma$, also mit einer Energie oberhalb hc/γ

($= 3 \cdot 10^8$ e-Volt, wenn $\gamma = e^2/mc^2$ angenommen wird) zu emittieren. Daraus darf man aber nicht, wie das in der zweiten Mitteilung geschehen ist, den Schluß ziehen, daß es Photonen mit $\lambda \leq \gamma$ überhaupt nicht gibt. Sie können nämlich von *bewegten* Atomen emittiert (und absorbiert) werden, wie man erkennt, wenn man die Emission eines Photons mit $\lambda > \gamma$ auf ein solches Koordinatensystem K' bezieht, in welchem $\lambda' < \gamma$ ist. Die a. a. O. angestellte Überlegung, wonach bei diesem Übergang die Welle sich in ein konstantes statisches Feld verwandeln soll, trifft nicht zu. Es sieht allerdings, bei flüchtiger Überlegung, zunächst so aus, als ob eine Welle mit $\lambda \leq \gamma$ der Auflösung der Metrik entginge und daher niemals beobachtet werden könnte. Tatsächlich ergibt aber die Beobachtung für jeden Punkt $P(xyz)$ und jeden Augenblick t eine bestimmte Erregung und es besteht von vornherein nicht der geringste Grund, die Möglichkeit auszuschließen, daß diese Erregung das Gesetz einer Wellenbewegung mit beliebig kleiner Wellenlänge erfüllt. Sonach kann man nicht behaupten, daß Photonen mit $\lambda \leq \gamma$ nicht existieren; wohl aber, daß sie mit ruhenden Atomen weder durch Emission noch Absorption in Wechselwirkung treten können.

Das genügt aber, um in der quantenmechanischen Theorie der Hohlraumstrahlung die unendlich große Nullpunktsenergie zum Verschwinden zu bringen. Diese Energie kommt bekanntlich so zustande: Denkt man sich die Strahlung in einen (ruhenden) Hohlraum, etwa einen würfelförmigen Kasten, mit absolut spiegelnden Wänden eingeschlossen, so kann sich die Strahlung innerhalb des Kastens nur in Form einer Reihe von stehenden Wellen mit Wellenlängen $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \dots$ abspielen. Jede dieser Wellen läßt sich, nach dem Jeansschen Satz, als ein Oszillator von der gleichen Schwingungszahl auffassen, was von der Theorie dazu benutzt wird, auf das System die Methoden der Quantenmechanik anzuwenden, indem jeder der Oszillatoren quantisiert wird. Das führt aber zu einer Nullpunktsenergie vom Betrag $\frac{1}{2}(h\nu_0 + h\nu_1 + \dots)$, die unendlich groß ist, solange unendlich viele λ zugelassen werden. Unsere Theorie verhindert das, indem sie den λ eine untere Grenze setzt. Zwar haben wir eben gehört, daß auch sie Wellen mit beliebig kleinem λ nicht verbietet; aber solche Wellen können mit ruhender Materie nicht in Wechselwirkung treten, so daß sie von den Wänden des Kastens nicht reflektiert werden. Daher können sie in der Hohlraumstrahlung nicht auftreten und für die Nullpunktsenergie ergibt sich damit ein endlicher Wert.

Es ist für diese Überlegung wesentlich, daß der Ort der Lichtquelle als innerhalb gewisser Grenzen nicht definiert vorausgesetzt wird. Die

Annahme eines bestimmten, nur nicht bekannten Ortes, der innerhalb der Kugel fortwährend wechselt, wäre nicht ausreichend. Denn es ließe sich dann durch eine Wahrscheinlichkeitsbetrachtung zeigen, daß in der vom Elektron emittierten Strahlung auch Wellen mit $\lambda \leq \gamma$ nachweisbar sein müßten, allerdings mit einer Intensität, die infolge der Interferenz der von den verschiedenen Punkten der Kugel ausgehenden Wellen mit abnehmendem λ rasch auf Null sinken würde. Aber das könnte die Quantenmechanik nicht hindern, für diese Wellen wie bisher eine Nullpunktsenergie anzunehmen. Für sie kommt es lediglich auf die Frage an, ob die Wellen *möglich* sind oder nicht und es würde nicht das mindeste nützen, zwar die Möglichkeit zugeben zu müssen, aber eine merkliche Intensität zu leugnen. Für die Quantenmechanik wäre sie im Gegenteil sehr groß, nämlich nicht kleiner als $h\nu/2$.

Das einzige Mittel, die kurzen Wellen wirklich aus der Welt zu schaffen, besteht darin, dem Elektronenort die Definition zu nehmen. Es liegt nahe, dagegen einzuwenden, daß auch dies nichts nützen könne, weil bei einer Messung des Feldes sich doch notwendig ein ganz bestimmter Ausgangspunkt herstellen müsse. Auf diesen Einwand ist folgendes zu sagen: Die in einem bestimmten Raumpunkt zu einer bestimmten Zeit vorgenommene Messung ergibt allerdings eine Feldstärke, die einem ganz bestimmten (innerhalb der Grenzen γ möglichen) Ort des Elektrons entspricht; aber dieser Ort ist für jede an anderer Stelle und zu anderer Zeit angestellte Messung ein anderer, so daß die Ausmessung des gesamten Feldes die Unbestimmtheit $2\pi \frac{\gamma}{\lambda}$ der Phasenkonstante nicht behebt und ein Schluß auf den zur Zeit t vom Elektron eingenommenen Ort unmöglich wird.

Wie aus den obigen Überlegungen hervorgeht, läßt sich das Problem der Hohlraumstrahlung nicht von sich aus, sondern nur im Zusammenhang mit dem des Elektrons lösen. Strahlung und Elektron sind als ein unteilbares Ganzes zu nehmen, dessen Teile nicht isoliert betrachtet werden dürfen. Daher bildet die Frage nach der Existenz von Photonen beliebiger Wellenlänge nur eine Teilfrage des allgemeineren Problems, das sich mit Strahlung und Elektron in ihrer gegenseitigen Wechselwirkung befaßt. In quantenmechanischer Formulierung stellt sich dieses von Pauli und Heisenberg gelöste Problem folgendermaßen dar. Gegeben seien n Elektronen mit Koordinaten x_i, y_i, z_i ($i = 1, 2, \dots, n$) in einem durch die Feldstärken \mathfrak{E} und \mathfrak{H} beschriebenen Feld. Wir betrachten Elektronen und Strahlung als ein quantenmechanisches System und stellen zunächst die Observablen

desselben fest. Es gehören zu ihnen außer den erwähnten Koordinaten $x_i y_i z_i$ (abgekürzt \mathbf{r}_i) die entsprechenden Impulse $\mathbf{p}^{(i)}$ sowie für jedes Elektron je vier Größen $\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \alpha_3^{(i)}, \beta^{(i)}$, die seinen Spinzustand beschreiben; weiter die Feldstärken $\mathfrak{E}, \mathfrak{H}$, die wir uns für den betrachteten Augenblick als Funktionen der Koordinaten xyz gegeben denken. Die Quantenmechanik faßt alle diese Größen als Operatoren auf, die auf den Zustandsvektor wirken. Beziehen wir diesen Vektor auf das zu den Koordinaten $x_i y_i z_i$ gehörige Hauptachsensystem, so ist $\mathbf{p}^{(i)} = \frac{\hbar}{c} \text{grad}^{(i)}$. An Stelle dieser $\mathbf{p}^{(i)}$ verwendet man besser Operatoren $\pi^{(i)}$, definiert durch $\pi^{(i)} = \frac{\hbar}{c} \text{grad}^{(i)} + \frac{e}{c} \Phi(x_i y_i z_i)$, unter $\Phi(xyz)$ das (als Operator aufgefaßte) Vektorpotential des Feldes verstanden. Die $\alpha_k^{(i)}, \beta^{(i)}$ sind die aus der Dirac-Theorie bekannten Matrizen, die in der Gleichung

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \alpha_1 \frac{\partial \psi}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial \psi}{\partial y} + \alpha_3 \frac{\partial \psi}{\partial z} + i \frac{mc}{\hbar} \beta \psi = 0$$

auftreten. Sie genügen den Vertauschungsrelationen:

$$\alpha_m^{(i)} \alpha_n^{(k)} + \alpha_n^{(k)} \alpha_m^{(i)} = 2 \delta_{ik} \cdot \delta_{mn}; \quad \alpha_m^{(i)} \beta^{(k)} + \beta^{(k)} \alpha_m^{(i)} = 0; \quad (\beta^{(i)})^2 = 1. \quad (1)$$

Zwischen den $\pi^{(i)}$ und \mathbf{r}_i bestehen, wie aus der Definition des $\pi^{(i)}$ hervorgeht, die Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} \pi_m^{(i)} \pi_n^{(k)} - \pi_n^{(k)} \pi_m^{(i)} &= \delta_{ik} \frac{\hbar}{i} \frac{e}{c} H_{mn} & (n, m = 1, 2, 3), \\ \pi_m^{(i)} \mathbf{r}_n^{(k)} - \mathbf{r}_n^{(k)} \pi_m^{(i)} &= \delta_{ik} \cdot \delta_{mn} \frac{\hbar}{i}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Dabei sind unter $\mathbf{r}_1^{(k)}, \mathbf{r}_2^{(k)}, \mathbf{r}_3^{(k)}$ die Koordinaten $x_k y_k z_k$ und unter H_{mn} jene Komponente von \mathfrak{H} zu verstehen, die dem Indexpaar mn im schiefsymmetrischen Feldtensor entspricht. Für $\mathfrak{E}, \mathfrak{H}$ gelten die Vertauschungsrelationen:

$$\left. \begin{aligned} E_m(\mathbf{r}) \cdot E_n(\mathbf{r}') - E_n(\mathbf{r}') \cdot E_m(\mathbf{r}) &= 0, \\ H_{ik}(\mathbf{r}) \cdot H_{i'k'}(\mathbf{r}') - H_{i'k'}(\mathbf{r}') \cdot H_{ik}(\mathbf{r}) &= 0, \\ E_m(\mathbf{r}) \cdot H_{ik}(\mathbf{r}') - H_{ik}(\mathbf{r}') \cdot E_m(\mathbf{r}) &= \frac{\hbar e}{i} \left(\delta_{mi} \frac{\partial}{\partial x_k} - \delta_{mk} \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Sie ergeben sich, wenn man die Hohlraumstrahlung mit Jeans als ein System von ungekoppelten Oszillatoren auffaßt und diese nach den Methoden

der Quantenmechanik behandelt. Ferner sind die $\alpha_m^{(i)}, \beta^{(i)}$ natürlich mit allen übrigen Operatoren vertauschbar, ebenso die \mathbf{r}_i mit den Feldstärken. Für die $\pi^{(i)}$ und die Feldstärken aber hat man, um zu einer widerspruchsfreien Theorie zu gelangen, für den Fall eines punktförmigen Elektrons anzunehmen:

$$\left. \begin{aligned} \pi_m^{(i)} \cdot H_{kl}(\mathbf{r}) - H_{kl}(\mathbf{r}) \cdot \pi_m^{(i)} &= 0, \\ \pi_m^{(i)} \cdot E_n(\mathbf{r}) - E_n(\mathbf{r}) \cdot \pi_m^{(i)} &= (-e) \frac{\hbar}{i} \delta_{mn} \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Ein quantenmechanisches System ist eindeutig bestimmt, sowie man außer den Vertauschungsrelationen für die Variablen noch die Hamilton-Funktion H weiß. H ergibt dann für die zeitliche Änderung irgendeiner Observablen f die Beziehung $\dot{f} = \frac{i}{\hbar} (Hf - fH)$. Und das zu lösende Kunststück besteht nun darin, H so zu wählen, daß für die zeitliche Änderung der Observablen \mathfrak{E} und \mathfrak{H} die Maxwell'schen Gleichungen gelten:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{H}(\mathbf{r})}{\partial t} + \text{rot } \mathfrak{E}(\mathbf{r}) &= 0, \\ -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}(\mathbf{r})}{\partial t} + \text{rot } \mathfrak{H}(\mathbf{r}) &= (-e) \sum_{i=1}^n \alpha^{(i)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Für die $\alpha^{(i)}$ muß sich, entsprechend der Dirac-Theorie, aus H die Bedeutung $\alpha^{(i)} = \frac{1}{c} \dot{\mathbf{r}}_i$ ergeben, so daß die rechte Seite der zweiten Gleichung (5) den durch c dividierten Stromvektor darstellt. Außerdem muß \mathfrak{E} und \mathfrak{H} noch den Gleichungen genügen:

$$\text{div } \mathfrak{H}(\mathbf{r}) = 0; \quad \text{div } \mathfrak{E}(\mathbf{r}) + e \sum \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) = 0, \quad (6)$$

die in der Quantenmechanik insofern eine andere Stellung einnehmen als die Gleichungen (5), als sie keine Ableitung nach der Zeit enthalten und daher nicht aus H zu gewinnen sind; sie sind daher als Nebenbedingungen zu betrachten. Da sie für jeden Augenblick t gelten sollen, müssen die zeitlichen Ableitungen der linken Seiten von (6) verschwinden, d. h. H muß mit diesen Operatoren vertauschbar sein.

Alle eben an H gestellten Forderungen lassen sich nun durch den Ansatz erfüllen:

$$H = c \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^n (\alpha_k^{(i)} \pi_k^{(i)} + m c \beta^{(i)}) + \frac{1}{2} \int (\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2) dv, \quad (7)$$

der, wie man sich durch Ausrechnen von

$$\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} (H \mathfrak{E} - \mathfrak{E} H) \quad \text{und} \quad \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} (H \mathfrak{H} - \mathfrak{H} H)$$

überzeugt, wirklich die Maxwellschen Gleichungen (5) liefert, mit (6) vertauschbar ist und weiter für die $\dot{\mathbf{r}}_i$ die Werte $c \boldsymbol{\alpha}^{(i)}$ ergibt. Damit ist aber die Aufgabe, das aus Elektronen und Strahlung bestehende System zu quantisieren, gelöst, indem der Ausdruck (7) sowie die Vertauschungsrelationen (1) bis (4) für dieses System dieselbe Rolle spielen wie etwa für den harmonischen Oszillator die Hamilton-Funktion $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2} q^2$ zusammen mit $p q - q p = \frac{\hbar}{i}$. Und es ist weiter Pauli und Heisenberg der ebenso wichtige wie schwierige Nachweis gelungen, daß die Theorie relativistisch invariant ist, was wegen der ungleichwertigen Behandlung, die in ihr (wie in jeder quantenmechanischen Theorie) der Zeit vor den Koordinaten zuteil wird, von vornherein sehr fraglich erscheint. Tatsächlich stellt sich aber heraus, daß beim Übergang auf ein anderes Koordinatensystem alle Gleichungen unverändert bleiben, wenn $\mathfrak{E}\mathfrak{H}$ als schiefsymmetrischer Tensor, die Größen $\alpha_k^{(i)} \beta^{(i)}$ zusammen mit $i \beta^{(i)}$ aber, und ebenso die $\pi_k^{(i)}$ zusammen mit $i \sum_{k=1}^3 \alpha_k^{(i)} \pi_k^{(i)} + m c \beta^{(i)}$ als Vierervektoren transformiert werden.

Aber die Theorie führt zu einer unendlich großen Eigenenergie des Elektrons. Denn für den rotationsfreien Teil von \mathfrak{E} folgt ja aus (6):

$$\mathfrak{E} = e \operatorname{grad} \sum \frac{1}{r_i} \quad \text{und damit} \quad \frac{1}{2} \int \mathfrak{E}^2 dv = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{e^2}{r_{ik}},$$

unter r_{ik} den Abstand der Punktladungen i und k verstanden; in der Summe sind für $i = k$ unendlich große Glieder enthalten, die durch die Rückwirkung jedes Elektrons auf sich selbst zustande kommen. Man kann versuchen, diesen Gliedern dadurch einen endlichen Wert zu sichern, daß man das Elektron nicht als punktförmig, sondern als ausgedehntes Gebilde betrachtet. Das käme darauf hinaus, die in (4), (5) und (6) auftretende Funktion $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ durch eine Funktion $D(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ zu ersetzen, der nicht bloß für $\mathbf{r} = \mathbf{r}_i$, sondern auch noch in einer gewissen Nachbarschaft dieser Stelle von Null verschiedene Werte zukommen, so zwar, daß das Integral über $D(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ den Wert 1 hat. Das Produkt $-e \cdot D(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ wäre dann nichts anderes als die Ladungsdichte ϱ . Aber die Einführung einer wirklichen

Ladungsdichte, die entsprechend dem Vierervektor $\frac{e \mathbf{v}}{c}$, $i \rho$ mit den $\alpha_k^{(i)}$ zu einem Vierervektor $D\alpha$, iD zusammenzuschließen wäre, ist deswegen ausgeschlossen, weil dann jedem Punkt des ausgedehnten Elektrons ein eigenes Paar von konjugierten Observablen \mathbf{r} und \mathbf{p} zugeordnet werden müßten, womit wir den Boden der Dirac-Theorie verlassen würden. Im Rahmen dieser Theorie könnte einer endlichen Ausdehnung des Elektrons nur durch eine *skalare* Funktion $D(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ Rechnung getragen werden und die würde notwendig die Invarianz der Theorie zerstören. Denn ein skalar D verwandelt sich durch eine Lorentz-Transformation in eine Funktion der Koordinaten *und* der Zeit, so daß beim Übergang auf ein System K' die D enthaltenden Gleichungen nicht in sich selbst übergingen.

Die hier auftretenden, scheinbar unüberwindlichen Schwierigkeiten werden durch die Idee eines innerhalb der Auflösungskraft der Metrik nicht definierten Elektronenortes überraschend einfach gelöst. Sie bedingt für das Feld eine grundsätzliche Unbestimmtheit, die sich im Formalismus dahin auswirkt, daß in den Gleichungen (3), (4), (5) und (6) statt des $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ eine Funktion $D(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ auftritt, die innerhalb des Gebietes γ nicht definiert ist, außerhalb desselben überall verschwindet und von der sich weiter nur aussagen läßt, daß das über γ genommene Integral $\int D d\mathbf{v}$ den Wert 1 hat. Durch den Übergang auf ein anderes Koordinatensystem ändert sich an der Art dieser Funktion nichts, da ja dem Elektronenort in allen Koordinatensystemen dieselbe Unbestimmtheit zukommt. Im besonderen hat eine Lorentz-Transformation nicht zur Folge, daß D abhängig von der Zeit wird. Auf solche Art gewinnen wir eine (wenn auch nicht definierte) Funktion D , die dem Elektron eine endliche Selbstenergie gibt, ohne dabei die Invarianz der Theorie zu zerstören.

Aus $D(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ entsteht, und zwar in jedem Koordinatensystem, eine *bestimmte* Funktion von xyz , sowie wir das Feld messen. Denn die in einem Augenblick t vorgenommene Ausmessung des Feldes ergibt für jede Raumstelle Feldstärken, die ganz bestimmten Orten der Elektronen entsprechen, wobei aber diese Orte mit der Stelle der Messung sich regellos innerhalb γ verändern. Da sie sich außerdem noch regellos mit der Zeit ändern, so gehört zu jedem Augenblick t eine andere Funktion $D(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$. Die Messung beansprucht immer eine gewisse Zeit, so daß in Wirklichkeit niemals ein bestimmtes $D(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$, sondern immer nur das Mittel aus allen möglichen D zur Beobachtung gelangt. So wird schließlich die Unbestimmtheit des Feldes durch Mittelung wieder in Bestimmtheit verwandelt.

Es wurde bereits in einer früheren Mitteilung die Vermutung geäußert, daß die Unbestimmtheit der Raumpunkte nichts mit der Unvollkommenheit unserer Meßmittel zu tun hat, sondern in der Struktur des Raumes begründet ist. Die vorliegende Untersuchung scheint diese Auffassung zu bestätigen. Es kommt, wenn man sich nicht in Widersprüche verwickeln will, darauf an, den Begriff des mathematischen Raumpunktes als eine reine Abstraktion zu betrachten, die physikalisch nicht realisierbar ist. In diesem Sinne ist es zu verstehen, daß der Ort des Elektrons innerhalb eines Gebietes γ grundsätzlich unbestimmt bleibt, das Elektron also innerhalb dieses Raumes gewissermaßen überall und nirgends ist. Das entzieht sich aller Anschaulichkeit und darf als ein Hinweis darauf gelten, daß die Vorstellung einer Kugel γ nur einen Notbehelf darstellt, der ein nicht näher analysierbares Raumelement durch ein anschauliches Bild zu erfassen versucht.

Wie entstehen die Nordlichtteilchen?

Von Hannes Alfvén in Upsala.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 25. Februar 1937.)

Einleitung. — Wie bekommen die Nordlichtteilchen ihre Energie? — Wie können die Teilchen von der Sonne entweichen? — Beziehungen zur kosmischen Strahlung. — Zusammenfassung.

Nach der klassischen Hypothese von Birkeland wird das Nordlicht durch geladene Teilchen verursacht, die von der Sonne hinausgeschleudert sind und die Atmosphäre der Erde treffen. Durch die Einwirkung des irdischen Magnetfeldes auf die Teilchen können diese die Erde nur in ganz bestimmten Zonen um die magnetischen Pole erreichen. Nach den theoretischen Berechnungen von Störmer¹⁾ ist der Polabstand Θ der Nordlichtzone durch

$$\sin \Theta = \sqrt[4]{\frac{4 R_0^2 H \varrho}{M_0}} \quad (1)$$

gegeben, wo R_0 die Entfernung vom Erdmittelpunkt bis zur oberen Atmosphäre und M_0 das Dipolmoment der Erde ist. $H \varrho$ ist ein Maß für die Energie der Teilchen. Nun ist der Polabstand der Zone maximaler Nordlichtfrequenz etwa gleich 20° . Dies gibt nach (1)

$$H \varrho \approx 0,7 \cdot 10^6 \cdot I \text{ cm}$$

für die Teilchen, die das Nordlicht erzeugen. Wenn die Teilchen Elektronen sind — und dies ist ja aus vielen Gründen das wahrscheinlichste —, so entspricht dies einer Energie von etwa $2 \cdot 10^8$ e-Volt. Natürlich kann man in dieser Weise nur die Größenordnung der Energie bestimmen, denn die Zone maximaler Nordlichtfrequenz ist ja nicht scharf bestimmbar und einer Veränderung in Θ um nur 3 bis 4° entspricht eine Veränderung von $H \varrho$ und von der Energie um einen Faktor 2.

Störmer lehnt aber die Annahme einer so großen Energie ab. Erstens waren bei der Entwicklung seiner Theorie keine Strahlenarten von einer solchen Energie bekannt, und ferner zeigten die Messungen von gewissen Nordlichtformen (schmalen Strahlen), daß ihr $H \varrho$ -Wert kleiner als $10^4 I \text{ cm}$ sein muß. Das erste Argument ist ja nun veraltet, und das zweite dürfte auch nicht haltbar sein. Denn die schmalen Strahlen brauchen ja nicht von den primären Nordlichtteilchen erzeugt zu sein, und es ist ja gar nicht merkwürdig, wenn Sekundärteilchen eine so kleine Energie haben. Es gibt

¹⁾ Vgl. *Ergebn. d. kosm. Phys., Suppl.-Bd. I, S. 1, 1931.*

also keine Ursache, das Ergebnis der Theorie zu bezweifeln, daß die primären Teilchen eine Energie von einigen hundert Millionen Elektronenvolt haben.

Nun ist die Frage, wie diese Strahlung erzeugt wird. Schon Birkeland nimmt an, daß sie von der Sonne ausgeht. Die sehr deutliche Korrelation zwischen Sonnenflecken und Nordlichtern (wenigstens an mittleren Breiten) zeigt auch, daß die Strahlung irgendwie durch die Sonnenflecken bedingt ist. Ein Emissionsmechanismus, der die hier verlangten Energien gibt, ist jedoch noch nicht bekannt.

Swann¹⁾ hat zwar den Versuch gemacht, zu zeigen, daß gerade in dem Augenblick, wo ein Sonnenfleck zu entstehen beginnt, das wachsende Magnetfeld der Flecke durch Induktion sehr schnelle Teilchen erzeugen kann. Da aber die Nordlichter nicht mit der Entstehung, sondern etwa mit der Meridianpassage der Sonnenflecken Korrelation zeigen und da ferner Swanns Rechnungen kaum stichhaltig sind, dürfte seine Erklärung nicht zutreffen.

Bei der Behandlung der Emission der Nordlichtteilchen von der Sonne hat man zwei verschiedene Fragen zu beantworten:

1. Wie bekommen die Teilchen ihre große Energie?

2. Wie können die Teilchen von der Sonne entweichen? — Denn nach den Messungen von Hale und Mitarbeitern ist die Sonne — ebenso wie die Erde — von einem Magnetfeld umgeben, dessen Stärke am Sonnenäquator von der Größenordnung 10 Gauß ist. In diesem Felde haben die Nordlichtteilchen einen Krümmungsradius von nur etwa 1 km, so daß sie das Feld nicht durchdringen können, und also wenigstens nicht direkt von den Sonnenflecken zur Erde gehen können.

Wie bekommen die Nordlichtteilchen ihre Energie?

Da nach dem oben Erörterten die Energie der Nordlichtteilchen von der Größenordnung einiger 10^8 e-Volt ist, so ist es natürlich unmöglich, daß sie z. B. direkt durch die hohe Sonnentemperatur oder durch Eruptionen u. dgl. erzeugt sind. Eine mögliche Erklärung ist dagegen vielleicht, daß die hinausgeschleuderten Teilchen durch Kernreaktionen erzeugt sind, aber eine konsequente Durchführung einer solchen Hypothese scheint auf viele Schwierigkeiten zu stoßen.

Nun wurde neulich gezeigt, daß selbst die sehr großen Energien (10^{10} bis 10^{11} e-Volt) der kosmischen Strahlung durch elektromagnetische Erscheinungen in zwei sich relativ gegeneinander bewegendende Magnetfelder

¹⁾ Phys. Rev. **43**, 217, 1933.

erklärt werden können¹⁾. Es liegt auf der Hand, zu versuchen, auch die Erzeugung von Nordlichtteilchen durch einen ähnlichen Prozeß zu erklären. Denn wenn es an der Sonne einen Flecken gibt — und dies ist ja gewissermaßen die Voraussetzung für das Auftreten des Nordlichts —, so hat man mit zwei verschiedenen Magnetfeldern zu tun: Dem allgemeinen Magnetfeld und dem Feld der Sonnenflecke.

Wir müssen nun zunächst die Eigenschaften der Magnetfelder der Sonne näher diskutieren.

Das allgemeine Magnetfeld der Sonne. Viele Forscher haben versucht, das allgemeine Magnetfeld der Sonne nach verschiedenen Methoden zu bestimmen. Die zuverlässigste Untersuchung ist ohne Zweifel die Messung vom Zeeman-Effekt im Sonnenspektrum durch Hale, Seares, van Maanen, Ellerman²⁾. Da die Verschiebung der Spektrallinien in dem schwachen Magnetfeld sehr klein ist, mußten außerordentlich viele und sorgfältige Messungen gemacht werden, um den Effekt nachzuweisen. Sie zeigen aber sehr deutlich, daß die Sonne ein Feld von demselben allgemeinen Charakter wie das der Erde, d. h. ein Dipolfeld, hat. Die gemessenen Spektrallinien geben aber verschiedene Werte für die Feldstärke am Pol, die zwischen Null und 55 I schwanken. Da die Feldstärke eine Funktion der Intensität der Spektrallinien (und deshalb auch der Höhe in der Sonnenatmosphäre) zu sein scheint, deuten die Verfasser die Meßergebnisse in der Weise, daß die magnetische Feldstärke sehr schnell bei wachsender Höhe in der Sonnenatmosphäre abnimmt. In einer Schicht von nur etwa 200 km sollte die Feldstärke von 55 I auf 10 I abnehmen. Da aber eine elementare Betrachtung über den magnetischen Fluß leicht zeigt, daß dies physikalisch unmöglich ist, müssen die Messungen anders gedeutet werden. Man kann also wahrscheinlich das Sonnenfeld in guter Annäherung als ein Dipolfeld betrachten. Doch ist es natürlich zweifelhaft, welche Feldstärke am Pol für die Berechnung des Dipolmoments zugrunde gelegt werden soll. Wenn wir den Mittelwert von etwa 25 I brauchen, wird das Dipolmoment

$$\frac{25}{2} \cdot (6,96 \cdot 10^{10})^3 = 4,2 \cdot 10^{32} I \text{ cm}^3.$$

Die Magnetfelder der Sonnenflecken sind viel stärker (bis zu 4000 I) und deshalb auch besser bekannt. Die Sonnenflecken treten oft paarweise auf, wobei der eine Fleck ein magnetischer Nordpol und der andere ein Südpol ist, aber es gibt auch einzelne Flecke, die entweder Nord- oder Südpol sein können.

¹⁾ Nature **138**, 761, 1936; **139**, 245, 1937; ZS. f. Phys. **105**, 319, 1937. —

²⁾ Astrophys. Journ. **47**, 206, 1918.

Für unsere Überlegungen ist es von Interesse zu untersuchen, wie sich das allgemeine Magnetfeld und das Fleckenfeld zusammensetzen. Der Einfachheit halber behandeln wir den Fall, bei dem die Sonne nur einen einzelnen Fleck hat, der sich in der Nähe des Äquators befindet. Das allgemeine Feld kann durch das Feld von einem Dipol (Moment $= a_S$) im Sonnenzentrum dargestellt werden, und wir können auch annäherungsweise das Sonnenfleckfeld durch ein Dipolfeld ersetzen. Dieser Dipol (Moment $= a_F$) befinde sich in dem Fleck (vielleicht am besten ein wenig unterhalb der Sonnenoberfläche) und seine Richtung sei radial. Das Fleckenfeld ist zwar viel stärker als das allgemeine Feld, aber nur in einem ziemlich kleinen Gebiet. Das Moment a_F ist deshalb sicherlich viel kleiner als a_S und dürfte

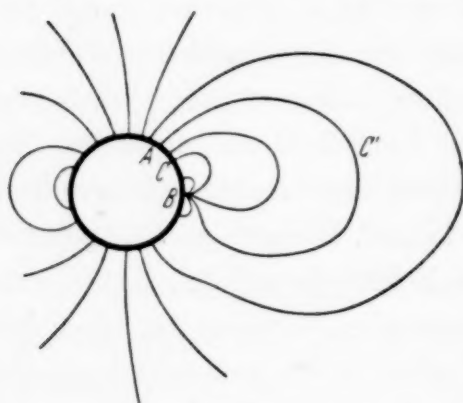


Fig. 1.

nur für große Flecke $0,1 a_S$ übersteigen. Fig. 1 gibt ein qualitatives Bild davon, wie sich unter diesen Annahmen das allgemeine Feld und das Fleckenfeld zusammensetzen. Der Fleck befindet sich in B.

Die Bewegungen geladener Teilchen in der Nähe der Sonne sind nun weitgehend durch das Magnetfeld bestimmt. Denn selbst Teilchen mit einer so großen Energie wie die Nordlichtteilchen

($H \rho \sim 10^6 T \text{ cm}$) haben im Magnetfeld einen Krümmungsradius ($\sim 10^5 \text{ cm}$), der sehr viel kleiner ist als z. B. der Sonnenradius ($7 \cdot 10^{10} \text{ cm}$). Die Teilchen können deshalb im allgemeinen die magnetischen Kraftlinien nicht schneiden. Dagegen können sie ziemlich unbehindert einer Kraftlinie folgen, wobei sie eine Spiralbewegung um die Kraftlinie ausführen. Man kann sich deshalb die Kraftlinien außerhalb der Sonne gewissermaßen als leitende Drähte vorstellen, denen die geladenen Teilchen folgen müssen und die sie nicht verlassen können. Die Sonne selbst ist wegen der hohen Ionisation auch ein guter Leiter.

Bei der Rotation um die Achse wird nun die Sonne infolge des allgemeinen Magnetfeldes elektrisch polarisiert (von einem festen System gesehen). Der Potentialunterschied zwischen Pol und Äquator ist (vgl. z. B. Abraham-Becker, Theorie der Elektrizität II, S. 335)

$$E = -\frac{1}{c} \int_A^B (\vec{v} [\vec{B} d\vec{s}]) = \frac{1}{c} \int_A^B v H_1 ds, \quad (2)$$

wo v die Geschwindigkeit der Bewegung, H_1 die Vertikalkomponente des Magnetfeldes und c die Lichtgeschwindigkeit ist. Das Integral kann längs eines Sonnenmeridians vom Pol zum Äquator genommen werden.

Wird nun die Polgegend und der Äquator durch einen Leiter $AC'B$ vereinigt, der der Rotation *nicht* folgt, so hat man in der Schleife $ACBC'A$ eine elektromotorische Kraft nach (2), genau so wie bei einer Unipolarmaschine. Wenn aber der Leiter $AC'B$ der Rotation folgt, so bekommt man auch eine elektromotorische Kraft in der Schleife $AC'B$. Diese würde die erste genau kompensieren, so daß die gesamte elektromotorische Kraft gleich Null würde, *falls die Sonne wie ein starrer Körper rotierte*. Dies trifft aber nicht zu, denn die Winkelgeschwindigkeit der Rotation ist größer am Äquator als in höheren Breiten. Eine elektromotorische Kraft wird deshalb durch den Unterschied in der Rotationsgeschwindigkeit erzeugt und diese beträgt

$$E = \frac{1}{c} \int_A^B r (\omega - \omega_0) H_1 ds, \quad (3)$$

wo ω_0 die Winkelgeschwindigkeit des Äquators (und also auch des Sonnenfleckes und des „Leiters“ $AC'B$) und ω die Winkelgeschwindigkeit ist bei einer Breite, die in dem Abstand r von der Rotationsachse liegt.

Man kann die Sache auch in der folgenden Weise betrachten. Die Äquatorgegend zusammen mit dem Leiter $AC'B$ befinde sich in Ruhe, während die höhere Breite mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_0 - \omega$ rotiere. Die elektromotorische Kraft dieser Unipolarmaschine ist durch (3) gegeben. Wenn dann auch das ganze System mit der Geschwindigkeit ω_0 rotiert, so kann sich die elektromotorische Kraft natürlich nicht ändern.

Bei der Berechnung der elektromotorischen Kraft E nach (3) teilen wir sie in den von dem allgemeinen Feld herrührenden Teil E' und den vom Fleckenfeld herrührenden Teil E'' . Es ist also $E = E' + E''$.

Wir berechnen zunächst

$$E' = \frac{1}{c} \int_A^B r (\omega - \omega_0) H_1 ds,$$

wo $H_1 = \frac{2 a_s}{R_\odot^3} \sin \varphi$ (R_\odot = Sonnenradius, φ = Breite). Ferner ist $r = R_\odot \cos \varphi$ und $ds = R_\odot d\varphi$. Die Winkelgeschwindigkeit ω ist aus den astronomischen Beobachtungen zu entnehmen. Nach Maunder¹⁾ ist

$$\omega = \frac{\pi}{180 \cdot 0,864 \cdot 10^5} \{14,49 - 1,78 \sin^2 \varphi - 3,16 \sin^4 \varphi\}.$$

¹⁾ Monthly Not. of R. A. S. 84, 431.

Dann wird E' in Volt ausgedrückt:

$$E' = 2,4 \cdot 10^8 \left\{ 1,78 \int \sin^3 \varphi \cos \varphi d\varphi + 3,16 \int \sin^5 \varphi \cos \varphi d\varphi \right\},$$

wo $R_{\odot} = 7 \cdot 10^{10}$ cm, $a_s = 4,2 \cdot 10^{33}$ I cm^3 und $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec eingesetzt sind. Die Integrale sind zwischen den beiden Punkten zu nehmen, wo die Kraftlinie („Leiter“) die Sonnenoberfläche schneidet. Da wir angenommen haben, daß der Sonnenfleck sich in der Nähe des Äquators befindet, so ist die eine Integrationsgrenze $\varphi = 0$. Wenn der andere Schnittpunkt bei der Breite φ_1 liegt, so ist

$$E' = 2,4 \cdot 10^8 \{ 0,445 \sin^4 \varphi_1 + 0,527 \sin^6 \varphi_1 \} \text{ Volt.}$$

Der Wert von E' hängt also in der folgenden Weise von φ_1 ab:

φ_1	50°	60°	70°	80°	90°
E'	0,6	1,1	1,7	2,2	$2,4 \cdot 10^8$ Volt

Die Berechnung von E'' stößt auf Schwierigkeiten. In großer Entfernung von dem Flecken kann wohl die Feldstärke H'' des Fleckenfeldes durch ein Dipolfeld dargestellt werden, aber in dem Fleck selbst würde das $H'' = \infty$ geben. Ferner muß man beachten, daß die unmittelbare Nähe der Flecke einen Wirbel darstellt, was infolge des magnetischen Feldes eine zusätzliche Polarisierung gibt. E'' hängt also so stark von der Detailstruktur des Fleckes ab, daß eine genaue Berechnung unmöglich ist. Im allgemeinen dürfte E'' dasselbe Vorzeichen wie E' haben, und es kann auch etwa dieselbe Größenordnung erreichen. Der Wert von $E = E' + E''$ ist deshalb gewöhnlich größer als E' , aber doch von derselben Größenordnung, obwohl er bei den verschiedenen Sonnenflecken binnen ziemlich weiter Grenzen variieren kann.

Wir haben also gefunden, daß die resultierende elektromotorische Kraft unserer Unipolarmaschine von der Größenordnung einiger hundert Millionen Volt ist. Nun ist der Teil ACB der Schleife ein guter Leiter, so daß beinahe der ganze Spannungsfall auf die Strecke $AC'B$ kommt. Da nun geladene Teilchen sich auf diesem Wege frei bewegen können, so werden sie von der ganzen Spannung beschleunigt. *In dieser Weise können also Elementarteilchen eine Energie von einigen hundert Millionen Elektronenvolt erhalten.*

Bei den Berechnungen ist der Einfachheit halber vorausgesetzt, daß der Sonnenfleck einfach ist und sich in der Nähe des Äquators befindet. Man sieht leicht ein, daß dies für die Theorie nichts Wesentliches ist.

Wie können die Teilchen von der Sonne entweichen?

Wir müssen nun ferner untersuchen, wie diese geladenen Teilchen von der Energiequelle bis zur Erde kommen können. Die Spannungsdifferenz zwischen den beiden Enden der Kraftlinie treibt Elektronen von der polaren Gegend zum Äquator und positive Ionen in der entgegengesetzten Richtung. Wenn die Elektronen bei den Sonnenflecken am Äquator angelangt sind, so haben sie die maximale Energie E . Es scheint aber nicht möglich, einen Prozeß zu finden, wodurch diese Elektronen ohne nennenswerten Energieverlust die Sonne verlassen können. Andererseits haben die positiven Teilchen die Energie E , wenn sie sich dem polnahen Schnittpunkt zwischen der Kraftlinie und der Sonnenoberfläche nähern. Da sie hier in Richtung zunehmender magnetischer Feldstärke gehen, so wird die Spirale, die sie um die Kraftlinie beschreiben, immer flacher, so daß sie in der Nähe der Sonnenoberfläche halten und sogar umkehren können [vgl. z. B. die Demonstrationsexperimente von Villard¹⁾, wo ein Strahl geladener Teilchen in der Nähe eines Magnetpols umkehrt!]. Nun ist es ja so, daß geladene Teilchen, die sich in einem Magnetfeld bewegen und einer elektrischen Feldstärke unterworfen sind, sich senkrecht zu dieser Feldstärke bewegen. Wenn es also zufolge Raumladungen (die ja bei jeder Entladung auftreten) eine Feldstärke in Richtung eines Breitenkreises gibt, so bewegen sich die Teilchen in Richtung des Meridiankreises. Viele der positiven Teilchen „diffundieren“ also polwärts und während dieses Prozesses bleibt ihre Energie beinahe unverändert. Die Kraftlinien, um die sie nun ihre Spiralbahn beschreiben, gehen aber nicht mehr von der Polgegend zum Sonnenfleck, sondern von der einen Polgegend zur anderen, so daß die Teilchen einer Kraftlinie entlang zwischen den Polen pendeln. In einem beliebigen Punkt auf einer solchen Kraftlinie finden wir also positive Teilchen, die von dem Sonnenfleck gekommen sind, aber natürlich auch Elektronen, die von der Polgegend, wo die Kraftlinie die Sonnenoberfläche schneidet, emittiert sind. Die Energie der Elektronen und der positiven Teilchen hängt von dem elektrostatischen Potential des Punktes im Verhältnis zur Sonne ab, aber wir wissen doch, daß die Summe der Energien eines Elektrons und eines positiven Teilchens immer gleich E sein muß.

Was geschieht nun, wenn diese Elektronen und positiven Ionen die Erde treffen? Wenn wir in einer Kathodenstrahlröhre einen isolierten Schirm in den Weg des Kathodenstrahls setzen, so wird dieser gewöhnlich

¹⁾ Ann. de phys. (7) 4, 429, 1908.

nicht negativ aufgeladen, sondern hat ungefähr dasselbe Potential wie die Anode [vgl. H. Strübig¹⁾]. Dies kommt daher, daß er so viele Sekundärelektronen aussendet, daß die durch die Primärelektronen zugeführte Ladung kompensiert wird. Wenn aber ein Schirm von einem Strahl positiver Ionen getroffen wird, so ladet er sich positiv auf, denn die positiven Teilchen können keine positiven (wohl aber negative!) Sekundärteilchen erzeugen. Wird nun der Schirm gleichzeitig von Elektronen und positiven Ionen beschossen, so muß man deshalb erwarten, daß er sich so weit positiv aufladet, daß die positiven Ionen ihn mit einer vernachlässigbar kleinen Geschwindigkeit treffen oder ganz abgestoßen werden. In Analogie mit dieser Erscheinung hat man also zu erwarten, daß das Potential der Erde sich so einstellt, daß die Elektronen mit der ganzen Energie E die Erde treffen. Die theoretischen Überlegungen zeigen also, daß *die Erde von Elektronen mit einer Energie von einigen 10^8 e-Volt getroffen werden soll. Dies ist mit der aus der geographischen Lage der Nordlichtzone berechneten Energie in gutem Einklang.*

Beziehungen zur kosmischen Strahlung.

Die Vermutung ist oft ausgesprochen, daß die kosmische Strahlung denselben Ursprung hat wie das Nordlicht. Eine Beobachtung von Regener²⁾, daß bei der Anwesenheit eines großen Sonnenfleckes die gemessene Strahlungsintensität in der oberen Atmosphäre sich vergrößert, macht eine solche Annahme wahrscheinlich. Da aber keine sichere Korrelation zwischen kosmischer Strahlung und Sonnenaktivität besteht, kann höchstens ein kleiner Teil der kosmischen Strahlung aus unserer Sonne stammen. Dagegen ist nach Swann³⁾ denkbar, daß andere Sterne „Nordlichtteilchen“ aussenden können, die so energiereich sind, daß sie uns als kosmische Strahlen erreichen. Wenn man aber nicht den Emissionsmechanismus der Nordlichtteilchen von unserer Sonne kennt, so kann natürlich die Extrapolation zu den möglichen Energien der Teilchen von anderen Sternen nur eine Vermutung sein.

Wenn man nun unsere Theorie auf die Verhältnisse der Sterne anzuwenden versucht, so kommt man zwar nicht viel weiter, denn von den in Formel (3) eingehenden Größen sind sowohl das Magnetfeld als auch der Unterschied der Rotationsgeschwindigkeit bei verschiedenen Breiten ganz unbekannt. Da aber die physikalischen Verhältnisse bei den Sternen sich oft sehr viel von

¹⁾ H. Strübig, ZS. f. Phys. **97**, 538, 1935. — ²⁾ E. Regener, Phys. ZS. **34**, 820, 880, 1933. — ³⁾ Phys. Rev., **1**, c.

denen unserer Sonne unterscheiden, dürfte jede von diesen Größen den Wert an der Sonne vielleicht um eine Zehnerpotenz überschreiten können. Dies ist genug, um uns ins Energiegebiet der kosmischen Strahlung zu bringen. (Auch eine Vergrößerung des Sternradius vergrößert die Energie.) Diese dürfte also nicht nur bei der Rotation der Doppelsterne, sondern auch bei der Rotation von vielen Einfachsternen erzeugt werden. In beiden Fällen sind die Prozesse prinzipiell von derselben Art, obwohl sie sich ziemlich verschieden gestalten.

Zusammenfassung.

Um die Entstehung des Nordlichts zu erklären, muß man annehmen, daß die Erde von einer Elektronenstrahlung getroffen wird, die von der Sonne ausgeht. Die geographische Lage der Nordlichtzone zeigt, daß die Energie der Strahlung einige 10^8 e-Volt beträgt.

Es wird ein Versuch gemacht, die Erzeugung von so energiereichen Teilchen in der Sonne zu erklären. Da die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne eine Funktion der Breite ist, so erzeugt das allgemeine Magnetfeld der Sonne eine elektrische Polarisierung, so daß die Spannung des Äquators (in einem der Sonnenrotation folgenden Koordinatensystem) etwa $2 \cdot 10^8$ Volt höher als die der Pole ist. Solange das Magnetfeld ungestört bleibt, kann keine Entladung stattfinden. Wenn aber das Magnetfeld eines Sonnenfleckes das Feld deformiert, so beginnt eine Entladung, die durch die als unipolarer Induktor wirkende Sonne unterhalten wird. Bei dieser Entladung werden Teilchen mit Energien von der Größenordnung einiger 10^8 e-Volt erzeugt, und sie können durch das Magnetfeld der Sonne hinausdiffundieren und endlich die Erde treffen — wo sie Nordlicht erzeugen!

Es ist durchaus möglich, daß Sterne, die ein stärkeres Magnetfeld, größeren Unterschied in der Rotationsgeschwindigkeit und größere Dimensionen als unsere Sonne haben, noch viel schnellere Teilchen aussenden, die zur kosmischen Strahlung beitragen.

Upsala, Physikalisches Institut der Universität, im Februar 1937.

Bemerkungen
zu den Arbeiten von A. Ehmert: „Zum Richtungseffekt
der Ultrastrahlung. I.“¹⁾ und „Über den Sternzeitgang
der Ultrastrahlungsintensität. II.“²⁾.

Von J. Barnóthy in Budapest.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 29. Januar 1937.)

In Fig. 1 ist ein Intensitätsverlauf mit rein statistischen Schwankungen³⁾ nach der Methode von Ehmert gemittelt und aufgelöst dargestellt. Die gute Zerlegbarkeit der gemessenen Kurve in wenige rein theoretisch abgeleitete Glockenkurven, die durchschnittliche Entfernung der Maxima von $5,6^h$ mit einer Streuung von bloß $0,6^h$ und die Durchschnittshöhe der Glockenkurven — die gleich dem 1,6fachen Wert des statistischen

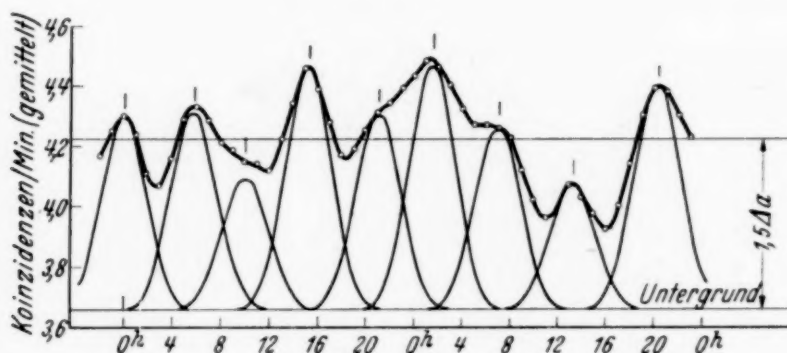


Fig. 1.

Fehlers (Δa) eines Punktes der nicht gemittelten Kurve ist — sind sämtlich Merkmale, die sowohl aus Fig. 1 ablesbar, wie auch nach theoretischen Erwägungen⁴⁾ eine zwingende Folge des angewendeten Mittelungs- und Auflösungsverfahrens auf eine Kurve mit rein statistischen Schwankungen sind. Dieselben Merkmale finden wir auch bei den gemittelten Kurven in Fig. 3 (I)

¹⁾ A. Ehmert, ZS. f. techn. Phys. **16**, 1935, Nr. 11. — ²⁾ A. Ehmert, ZS. f. Phys. **101**, 260, 1936. — ³⁾ Die Punkte der Kurve wurden so gewonnen, daß nacheinander folgende Werte einer unserer Meßreihen auf kleine Papierstücke aufgeschrieben gut durcheinandergeschüttelt wurden. Die so erhaltenen Schwankungen entsprechen also der der Ultrastrahlung, ohne irgendeine systematische Periodizität zu besitzen. — ⁴⁾ Wegen Platzmangel mußte von der Beweisführung hier abgesehen werden.

und werden von Ehmert zum Teil als Beweise für den richtungsbedingten Ursprung der Maxima angesehen.

In I Fig. 3 werden die Meßkurven zweier verschiedener Apparate verglichen und die gute Übereinstimmung des Zeitpunktes der Maxima und ihrer Absolutintensitäten als weitere Beweise angesehen. Dasselbe Ergebnis ist auch bei dem Vergleich zweier Kurven mit rein statistischen Schwankungen zu erwarten, auf die das Ehmertsche Verfahren angewendet wurde. Denn wegen der kleinen Streuung ($0,6^h$) der durchschnittlichen Entfernung der Maxima ist eine gute Übereinstimmung der Zeitpunkte aller Maxima — wenn irgendein Maximum in den beiden Kurven zur

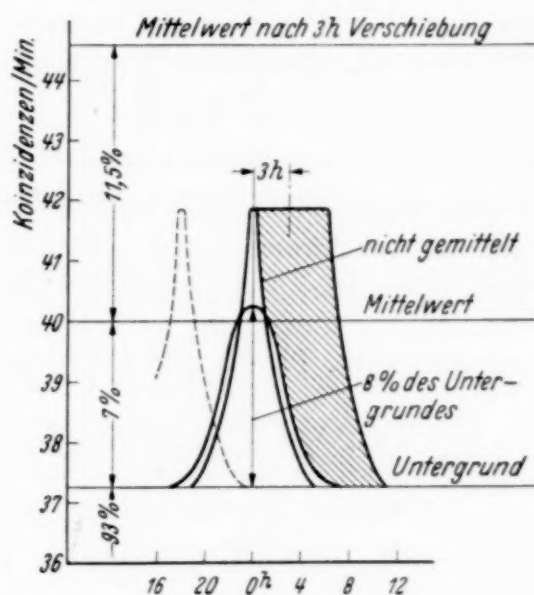


Fig. 2.

Deckung gebracht wird — selbstverständlich, und die gute Übereinstimmung der Absolutintensitäten folgt aus dem zufälligen Umstand, daß die statistische Schwankung der oberen Kurve zu der der unteren und somit auch die Höhe der statistisch bedingten Maxima sich wie 1 : 3, die Reduktionsfaktoren der zugehörigen Apparate aber wie 3 : 1 verhalten. Übrigens ist die untere Kurve um 4^h nach rechts verschoben, während der Barometerverschiebungseffekt nach II Fig. 2 eine Verschiebung um 2^h nach links erfordern würde.

Nach dem Erklärungsversuch des Barometerverschiebungseffektes kommt die Verschiebung für jedes einzelne Maximum dadurch zustande, daß weitere weichere Strahlen die Apparatur erreichen. In Fig. 2 ist bei gleichen Verhältnissen wie in Arbeit I Fig. 3, obere Kurve (durchschnittliche Höhe der nicht gemittelten Maxima 11,5% d. M.), die Verschiebung eines

Maximums um 3^h so dargestellt, daß die nötige Mehreinstrahlung (schraffiert) nach Möglichkeit klein ausfalle. Die durch die Luftdruckänderung $-\Delta B$ bei einem Barometereffekt $BE = -0,36\%$ pro mm Hg verursachte Gesamtintensitätserhöhung ΔJ setzt sich zusammen: aus der Mehreinstrahlung, die notwendig ist, um die Verschiebung von 3^h zu bewirken (11,5%), und aus dem Barometereffekt des Untergrundes [$BE_u =$ wenigstens $-0,3\%$ pro mm Hg]¹⁾

$$\Delta J = BE \cdot \Delta B = 0,93 \cdot BE_u \cdot \Delta B + 11,5\%.$$

Aus der Formel folgt, daß für eine Verschiebung von 3^h eine Barometererhöhung von mindestens 145 mm Hg erforderlich ist, wogegen man aus II Fig. 2 für dieselbe Verschiebung eine Barometerstandsänderung von 26 mm Hg abliest. Dieselbe Berechnung auf die untere Kurve von I Fig. 3 angewendet (Höhe der nicht gemittelten Maxima 21 % d. M.) ergibt für 3^h Verschiebung 220 mm Hg-Änderung, gegen 14 mm Hg nach II Fig. 2.

Mit den obigen Darlegungen möchte ich nur auf Umstände hinweisen, die meiner Ansicht nach bei der Anwendung des Ehmertschen Verfahrens und bei der Beweisführung in Betracht zu ziehen sind.

Budapest, Institut für exper. Physik der Universität.

¹⁾ J. Barnóthy u. M. Forró, ZS. f. Phys. **100**, 746, 1936.

Über die spektrale Intensität schwarzer Strahlung im Bereiche hoher Schwingungszahlen.

Von **Erich Kretschmann** in Königsberg i. Pr.

Mit 1 Abbildung. (Eingegangen am 11. März 1937.)

Bestimmt man die spektrale Intensität schwarzer Strahlung im Gebiete kurzer Wellen durch Zerlegung innerhalb eines endlichen Zeitabschnitts oder mißt man sie durch die Zahl der von ihr erzwungenen Quantensprünge von Atomen oder Molekülen, so erhält man neben der aus dem Planckschen Gesetz folgenden spektralen Intensität jeweils eine zusätzliche, aber untrennbar mit ihr verbundene „Streuintensität“, deren Größenverhältnis zu jener mit zunehmender Schwingungszahl über alle Grenzen wächst. (Zahlenbeispiele: Abschnitt IIa, Tabelle 1 und IIb, Tabelle 2.) Die Streuintensität erzeugt unsymmetrische Übergangshäufigkeiten von Atomen zwischen je zwei Zuständen.

I. Allgemeines über spektrale Intensitätsbestimmung.

Bekanntlich läßt sich aus einem breiteren Spektrum die Strahlungsintensität einer bestimmten Schwingungszahl niemals mit vollkommener Schärfe aussondern oder messen. Die grundsätzliche obere Grenze des Erreichbaren ist bestimmt durch die zeitliche oder räumliche Länge des Abschnitts der Strahlung, der von der zerlegenden oder messenden Vorrichtung zugleich erfaßt wird. Sie ist z. B. durch die Basisbreite eines Prismas, die Lichtwegdifferenz zwischen dem ersten und dem letzten Teilstrich eines Gitters oder, bei unmittelbarer Messung, z. B. durch die Verweilzeit eines selektiv absorbierenden Atoms im Ausgangszustand gegeben.

Kein natürliches Mittel kann dabei die Strahlung eines gegebenen Zeitabschnitts schärfer zerlegen und genauer bestimmen als die Fouriersche Analyse, mittels deren ja die dem erfaßten Strahlungsstück zukommenden spektralen Intensitäten erst begrifflich festgelegt werden.

Ein Maß für die unvermeidliche Unschärfe jeder auf eine endliche Zeitstrecke beschränkten Strahlungszerlegung gewinnt man demnach, wenn man von einer „rein monochromatischen“ Strahlung der Form:

$$f_{\omega} \cos(\omega t - \vartheta_{\omega}) \quad (1)$$

einen Abschnitt der zeitlichen Länge τ nach Fourier zerlegt und feststellt, welche Intensität dabei auf eine beliebige von ω verschiedene Frequenz Ω fällt.

Die Rechnung ist bekannt: Man hat für beliebige $f(t)$ als Fourier-Amplitude der Zeit t bis $t + \tau$ und der Frequenz Ω :

$$C_{\Omega} = \frac{1}{\pi} \int_t^{t+\tau} f(t) e^{i\Omega t} dt = A_{\Omega} + iB_{\Omega}^1). \quad (2)$$

Die zugehörige Intensität ist:

$$U_{\Omega} = \frac{\pi}{\tau} |C_{\Omega}|^2 \quad (3)$$

und erfüllt die wichtige Bedingung, daß die Gesamtintensität:

$$U = \int_0^{\infty} U_{\Omega} d\Omega = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} dt f(t)^2 \quad (4)$$

ist. Hiernach ergibt sich für die monochromatische Strahlung (1) die gesuchte Intensität zu:

$$\bar{U}_{\Omega}^{\omega} = \frac{f_{\omega}^2}{2\pi\tau} \left\{ \frac{1 - \cos[(\Omega - \omega)\tau]}{(\Omega - \omega)^2} + \frac{1 - \cos[(\Omega + \omega)\tau]}{(\Omega + \omega)^2} \right\} \equiv \frac{f_{\omega}^2}{2} R, \quad (5)$$

wobei die von der zufälligen Lage des Anfangszeitpunktes t von τ herrührenden Schwankungen bereits durch Mitteln beseitigt sind.

Der in (5) auftretende „Resonanzfaktor“

$$R = \frac{1}{\pi\tau} \left\{ \frac{1 - \cos[(\Omega - \omega)\tau]}{(\Omega - \omega)^2} + \frac{1 - \cos[(\Omega + \omega)\tau]}{(\Omega + \omega)^2} \right\} \quad (6)$$

bildet das Maß der Unschärfe der Zerlegung oder der Intensitätsstreuung von der Frequenz ω auf Ω . Seine Form ist bekannt. R ist symmetrisch in $\pm \omega$ und $\pm \Omega$. Als Funktion von ω im Bereich $\omega > 0$, $\Omega > 0$ betrachtet, fällt R von seinem Hauptmaximum ($\approx \tau/4\pi$) bei $\omega = \Omega$ auf nahezu Null bei $\omega = \Omega \pm 2\pi/\tau$ und weiterhin wellenförmig und im Mittel annähernd wie $1/(\Omega - \omega)^2$ ab.

In Übereinstimmung mit (4) gilt:

$$\int_0^{\infty} d\omega R = \int_0^{\infty} d\Omega R = 1. \quad (6a)$$

Sei nun eine stationäre Strahlung in einem Raumpunkte als Summe unendlich vieler Wellen der Form (1) gegeben:

$$f(t) = \sum_0^{\infty} f_{\omega} \cos(\omega t - \vartheta_{\omega}) \quad (7)$$

¹⁾ Das ist also die Fouriersche Zerlegung der Funktion, die zwischen t und $t + \tau$ gleich $f(t)$ und außerhalb dieses Bereichs gleich Null ist.

mit Frequenzen, die überall sehr dicht aufeinanderfolgen, und statistisch voneinander unabhängigen Phasenkonstanten, so daß im Zeitmittel

$$\overline{f^2} = \sum_0^{\infty} \frac{f_{\omega}^2}{2} \quad (7a)$$

ist. Dann hat man in einem kleinen, aber viele Einzelwerte von ω enthaltenden Frequenzbereich Ω bis $\Omega + d\omega$ erstens eine „Eigenintensität“

$$\bar{u}_{\Omega} = \frac{1}{d\omega} \sum_{\Omega}^{\Omega+d\omega} \frac{f_{\omega}^2}{2} \quad (8)$$

und zweitens die innerhalb der endlichen Zeitstrecke τ bestimmbare Intensität, die nach (5) und (8) im Mittel über verschiedene Anfangspunkte von τ gleich

$$\bar{U}_{\Omega} = \sum_0^{\infty} \frac{f_{\omega}^2}{2} R = \int_0^{\infty} d\omega \bar{u}_{\omega} R \quad (9)$$

ist. Die beiden Intensitäten fallen nach (6) annähernd zusammen, wenn τ so groß und das Maximum von R bei $\omega = \Omega$ daher so schmal ist, daß man $\bar{u}_{\omega} = \bar{u}_{\Omega}$ aus dem Integral in (9) herausnehmen darf¹⁾.

Allgemein, bei beliebigem Unterschiede der spektralen Intensitäten \bar{U}_{Ω} und \bar{u}_{Ω} , gilt nach (9) und (6a)

$$\int_0^{\infty} d\Omega \bar{U}_{\Omega} = \int_0^{\infty} d\omega \bar{u}_{\omega} \quad (10)$$

oder kürzer:

$$\bar{U} = u = \sum_0^{\infty} \frac{f_{\omega}^2}{2} \quad (10a)$$

nach (8), d. h. die Gesamtintensität der Strahlung ist unabhängig von der Zerlegungszeit τ , sofern nur die zeitlichen Schwankungen bei U ausgeglichen sind.

II. Eigenintensität und Streuintensität der Hohlraumstrahlung.

Wir betrachten jetzt schwarze Strahlung, die wir uns theoretisch am einfachsten durch die elektromagnetischen Eigenschwingungen eines von vollkommenen Spiegeln umschlossenen Hohlraums beim Höchstwert ihrer Entropie gegeben denken. Der Ausdruck (1) mag dem Feld einer Eigenschwingung in einem festen Punkte des Innern proportional und $f_{\omega}^2/2$ ihr

¹⁾ In voller Strenge kann das freilich erst mit $\tau \rightarrow \infty$ erreicht werden, wobei sich aber \bar{U}_{Ω} in die Intensitäten der Einzelwellen auflöst. Man muß also \bar{U}_{Ω} zunächst über den Definitionsbereich $d\omega$ von \bar{u}_{Ω} mitteln und dann den Grenzwert dieses Mittels für $\tau \rightarrow \infty$ bilden. Dieser ist genau gleich \bar{u}_{Ω} .

Beitrag zur Energiedichte dort sein. Dann ist nach dem Planckschen Gesetz die durch (8) definierte spektrale Eigenintensität der Energiedichte:

$$\bar{u}_\omega = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{h \omega}{e^{kT} - 1}, \quad (11)$$

wobei $h\omega = h\nu$, also wie üblich $h = h/2\pi$ ist. Die Energiedichte der Gesamtstrahlung ist:

$$u = \frac{\pi^2 k^4 T^4}{15 c^3 h^3}. \quad (12)$$

a) Die Streuintensität bei spektraler Zerlegung der Strahlung. Es soll nun die während der Zeitspanne τ meßbare Intensität U_Ω an einer Stelle

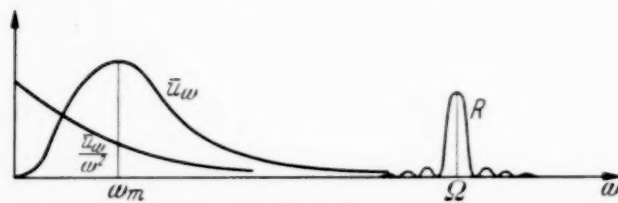


Fig. 1.

im kurzwelligen Ende des Spektrums bestimmt werden, an der \bar{u}_Ω schon sehr klein gegen seinen Höchstwert ist. Außerdem sei $\tau \Omega \gg 1$ und so groß, daß innerhalb eines Frequenzbereichs, etwa

$\Omega - \varepsilon < \omega < \Omega + \varepsilon$, der neben dem Höchstwert des Resonanzfaktors R noch alle mit diesem vergleichbaren Werte von R umfaßt, sich \bar{u}_ω nur verhältnismäßig wenig ändert. Dann zerlegt man das Integral (9) für \bar{U}_Ω , wie Fig. 1 anschaulich zeigt, zweckmäßig in einen Teil mit großem \bar{u}_ω und kleinem R und einen Teil mit großem R und kleinem \bar{u}_ω :

$$\bar{U}_\Omega = \int_0^{\Omega - \varepsilon} d\omega \bar{u}_\omega R + \int_{\Omega - \varepsilon}^{\infty} d\omega \bar{u}_\omega R. \quad (13)$$

Der zweite Teil ist der gewöhnlich allein berücksichtigte. Nach (6a) und dem soeben Gesagten ist:

$$\int_{\Omega - \varepsilon}^{\infty} d\omega \bar{u}_\omega R = \bar{u}_\Omega. \quad (13a)$$

Der erste Teil

$$\bar{U}'_\Omega = \int_0^{\Omega - \varepsilon} d\omega \bar{u}_\omega R \quad (13b)$$

stellt die „Streuintensität“ bei Fourierzerlegung dar oder den von den Eigenintensitäten entfernter Frequenzen zu \bar{U}_Ω gelieferten Beitrag. Diese Streuintensität läßt sich unter der Voraussetzung, daß

$$\Omega \gg \omega_m = \text{Frequenz des Höchstwertes von } \bar{u}_\omega$$

ist, ebenfalls sehr leicht annähernd bestimmen. Denn unter der genannten Voraussetzung darf man den Ausdruck (6) für R annähernd unter Aus-

gleich seiner periodischen Schwankungen und Vernachlässigung von ω^2 gegen Ω^2 ersetzen durch

$$R = \frac{2}{\pi \tau \Omega^2} \quad (6')$$

und erhält damit sofort:

$$\bar{U}'_{\Omega} = \frac{2u}{\pi \tau \Omega^2}. \quad (14)$$

Somit ist im ganzen:

$$\bar{U}_{\Omega} = \bar{u}_{\Omega} + \frac{2u}{\pi \tau \Omega^2}. \quad (15)$$

Das Verhältnis von Streuintensität zu Eigenintensität wird nach (11), (12) und (14), wenn man noch abkürzend

$$x = \frac{\hbar \Omega}{k T} \quad (16)$$

setzt und natürlich 1 gegen e^x vernachlässigt:

$$Q \equiv \frac{\bar{U}'_{\Omega}}{\bar{u}_{\Omega}} = \frac{2\pi^3}{15} \frac{\hbar}{k T} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{e^x}{x^5}. \quad (17)$$

Man sieht, daß Q mit zunehmendem x und Ω für jedes endliche τ über alle Grenzen wächst. Wo die Streuintensität die Eigenintensität einholt, hängt von der Temperatur T und der Zerlegungszeit τ ab.

In Tabelle 1 sind für diesen Punkt, $Q = 1$, einige Zahlwerte von T , τ , x und der zu x und T gehörenden Wellenlänge λ zusammengestellt.

Die für τ gewählten Werte entsprechen Lichtwegstrecken von 3 m bzw. 3 cm. Diese Ausdehnungen müßten also ideale Zerlegungsgeräte haben, um bestenfalls die in Rechnung gesetzten Auflösungsschärfen

Tabelle 1.

T (Grad)	τ (sec)	x	λ ($\mu = 10^{-3}$ mm)
6000	10^{-8}	31,8	0,076
6000	10^{-10}	26,2	0,092
1000	10^{-10}	24,0	0,6

zu erreichen. Der Höchstwert von \bar{u}_{Ω} liegt bei $x = 2,95$, folglich liegen die angegebenen Wellenlängen dem Gebiete merklicher Strahlungsintensität nicht allzu fern und die letzte zu $T = 1000^{\circ}$ gehörige fällt mitten ins sichtbare Gebiet. Trotzdem ist eine tatsächliche Feststellung des Unterschieds zwischen gemessener und theoretischer Strahlungsintensität wohl kaum möglich, da bei den in Frage kommenden Werten von x die Intensität an sich schon äußerst klein ist. Im Bereich der bisher ausgeführten Messungen ist der genannte Unterschied jedenfalls ganz unbedeutend¹⁾.

¹⁾ Das gilt auch für die Messungen im Ultraroten. Daten und Literatur siehe z. B. Müller-Pouillet (letzte Auflage) II, 2, 1, S. 1401 ff.

Grundsätzlich aber ist festzustellen: Der vom Planckschen Strahlungsgesetz geforderte exponentielle Abfall der Strahlungsintensität bei unbegrenzt wachsender Frequenz setzt eine unendliche Zerlegungszeit voraus: Die innerhalb einer endlichen Zeitspanne τ bestimmbare spektrale Strahlungsintensität fällt mit $\Omega \rightarrow \infty$ nach (15) und (11) nur wie $1/\Omega^2$ ab.

b) *Der Beitrag der Intensitätsstreuung zu Übergangswahrscheinlichkeiten von Atomen.* Wichtiger indessen als das Auftreten der Streuintensität bei der Strahlungszerlegung ist es wohl, daß sie¹⁾ auch wirksam wird, wenn Atome oder Moleküle durch die schwarze Gesamtstrahlung zu Quantensprüngen angeregt werden. Ihre Wirksamkeit hierbei ergibt sich sogar bei richtiger Ausrechnung der bekannten quantenmechanischen Ansätze für den Vorgang als erheblich stärker, als das oben berechnete Verhältnis von Streuintensität zu Eigenintensität erwarten läßt.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein ruhendes Atom oder Molekül von seinem gegebenen einfachen Anfangszustand zur Zeit t in einen bestimmten anderen einfachen Zustand mit einer um $h\Omega$ größeren oder kleineren Energie durch Strahlung der Eigenintensität \bar{u}_ω während der Zeit t bis $t + \tau$ gebracht wird, ist auf die Zeiteinheit bezogen nach der Quantenmechanik einfach²⁾:

$$\eta = \frac{\Omega^2 M^2}{3 \hbar^2} \int_0^\infty d\omega \bar{u}_\omega \frac{R}{\omega^2}, \quad (18)$$

wobei M der Betrag des zu dem Übergang gehörenden elektrischen Moments des Atoms ist.

Die durch R nach (6) hier eingehende Zeitspanne τ ist für die Bestimmung des tatsächlichen Wertes von η gleich der mittleren Verweilzeit

¹⁾ Strenggenommen wird, wie aus dem Folgenden hervorgeht, eine dem Maße nach verschiedene (bei gegebenem τ , Ω und T), aber dem Entstehungsprinzip nach gleiche zusätzliche Intensität wirksam, die ich weiterhin ebenfalls als „Streuintensität“ bezeichne. Was an jeder Stelle gemeint ist, wird dadurch wohl nicht zweifelhaft.

²⁾ Siehe Joh. v. Neumann, Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik. Berlin, J. Springer, 1932, S. 154 (Formel für Θ_k) und S. 155 [Formel für $w_{k\bar{k}}(\varrho)$ (in der das rechts im Nenner stehende \hbar^2 gestrichen werden muß)]. Die Übersetzung der v. Neumannschen Bezeichnungen in meine wird durch folgende Gleichungen gegeben:

$$2\pi\varrho = \omega, \quad J(\varrho) d\varrho = \bar{u}_\omega d\omega, \quad t = \tau, \quad 2\pi\nu_{k\bar{k}} \equiv 2\pi\nu_{\bar{k}k} = \Omega,$$

$$\frac{1}{t} \Theta_k = \eta, \quad \left(\left| \sum_{\bar{k}}^l e_{\bar{k}} Q_{\bar{k}}^x \right|^2 + \dots \right) = M^2.$$

Die Beiträge der „spontanen“ Übergänge sind in (18) natürlich fortgelassen.

des Atoms im Anfangszustand zu setzen, als der Zeit, während deren die Strahlung auf das Atom unter den angenommenen Bedingungen im Mittel wirkt¹⁾.

Die Ausrechnung des Integrals in (18) erfolgt für Frequenzen Ω , bei denen \bar{u}_ω/ω^2 bereits klein gegen seinen Höchstwert geworden ist, wie oben die von \bar{U}_Ω mittels der bei Gleichung (13) angegebenen Zerlegung. Da nach (11) der Höchstwert von \bar{u}_ω/ω^2 schon bei $\omega = 0$ liegt, darf man jetzt Ω sogar kleiner als vorher wählen (siehe Fig. 1).

Die nächste Umgebung von Ω , die aber vermöge $\Omega\tau \gg 1$ alle beträchtlichen Werte von R umfaßt, liefert nach (6a) zu η den Beitrag

$$\eta_0 = \frac{M^2 \cdot \bar{u}_\Omega}{3 \hbar^2}. \quad (19)$$

Dieser Teil der Übergangswahrscheinlichkeit ist meines Wissens bisher allein berücksichtigt worden²⁾.

Zu ihm kommt aber der vom übrigen Frequenzbereich mit kleinem R und großem \bar{u}_ω nach Ω hin gestreute Teil η^* von

$$\eta = \eta_0 + \eta^*. \quad (20)$$

Er kann wie oben \bar{U}'_Ω mit dem ausgeglichenen Werte

$$R = \frac{2}{\pi \tau \Omega^2} \quad (6')$$

leicht annähernd berechnet werden. Aus (18) und weiter mittels (11) ergibt sich so

$$\eta^* = \frac{2}{3\pi} \frac{M^2}{\hbar^2} \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^\infty d\omega \frac{\bar{u}_\omega}{\omega^2} = \frac{2}{3\pi^3} \cdot \frac{M^2 k^2 T^2}{c^3 \hbar^3} \cdot \frac{1}{\tau} \int_0^\infty \frac{dx \cdot x}{e^x - 1},$$

oder

$$\eta^* = \frac{1}{9\pi} \frac{M^2 k^2 T^2}{c^3 \hbar^3} \cdot \frac{1}{\tau}. \quad (21)$$

Das Verhältnis der gestreuten zur ungestreuten Übergangswahrscheinlichkeit wird nach (21) und (19)

$$q \equiv \frac{\eta^*}{\eta} = \frac{1}{3\pi} \cdot \frac{k^2 T^2}{c^3 \cdot \hbar \bar{u}_\Omega} \cdot \frac{1}{\tau}$$

¹⁾ Die mathematischen Voraussetzungen bei Ableitung von (18) verlangen sogar ein erheblich kleineres τ . Vgl. v. Neumann, a. a. O., S. 151/152. Physikalisch maßgebend ist aber jedenfalls die mittlere Verweilzeit. — ²⁾ Siehe z. B. Joh. v. Neumann, a. a. O., S. 156.

und mittels (11)

$$q = \frac{\pi}{3} \frac{\hbar}{kT} \cdot \frac{e^x}{x^3} \cdot \frac{1}{\tau} \quad \text{wieder mit} \quad x = \frac{\hbar \Omega}{kT}. \quad (22)$$

Die mittlere Verweilzeit τ hängt von den Umständen des Einzelfalls ab. Für Übergänge von höherer zu tieferer Energie wird man aber mit dem klassischen Werte

$$\tau = \frac{3 m c^3}{2 e^2} \cdot \frac{1}{\Omega^2} = \frac{3 m c^3}{2 e^2} \cdot \frac{\hbar^2}{k^2 T^2 x^2}$$

für die „natürliche Lebensdauer“ des Anfangszustandes in der Regel die richtige Größenordnung treffen¹⁾.

Setzt man diesen Wert in (22) ein, so folgt:

$$q = \frac{2 \pi e^2 k T}{9 m c^3 \hbar} \cdot \frac{e^x}{x}. \quad (22a)$$

Der Punkt $q = 1$ oder $\eta^* = \eta_0$ wird hiernach mit den in den Zeilen der Tabelle 2 zusammengestellten Zahlen erreicht.

Tabelle 2.

T (Grad)	x	λ (μ)	$\overline{\nu}$	τ (sec)
1000	24,2	0,60	2,0	$1,6 \cdot 10^{-8}$
3000	23,0	0,21	5,9	$2,0 \cdot 10^{-9}$
6000	22,3	0,11	11,6	$0,52 \cdot 10^{-9}$

$\overline{\nu}$ bedeutet hier die Anzahl der e-Volt der Übergangsenergie. Man sieht an diesen Zahlen und an den Werten von λ , daß die Stufenhöhen nicht größer sind als die zwischen äußeren Atomschalen gewöhnlichen. Einer Änderung von τ gegenüber, sind x , λ und $\overline{\nu}$, wie aus (22) leicht zu entnehmen, recht unempfindlich. Vergrößert man τ z. B. auf das Zehnfache, so bleiben die Veränderungen von x , λ und $\overline{\nu}$ dabei unter 14% ($q = 1$ festgehalten). Andererseits genügt eine verhältnismäßig geringfügige Vergrößerung von x und $\overline{\nu}$ also Verkleinerung von λ bei festem τ um q bereits groß gegen 1 zu machen.

Das dürfte besonders stark bei Ionisierung von Atomen durch Strahlung ins Gewicht fallen. Doch soll die Rechnung hier nicht durchgeführt werden.

Die übliche Vernachlässigung der Intensitätsstreuung bei Bestimmung der durch schwarze Strahlung erzeugten Übergangswahrscheinlichkeiten ist also nur in einem beschränkten Spektralbereich zulässig.

¹⁾ Siehe Max Born, Optik, S. 427ff. Berlin 1933.

c) *Streuintensität und selektive Absorption.* Bei den bisherigen Betrachtungen ist angenommen, daß die schwarze Strahlung in ihrer Gesamtheit auf ein Zerlegungsgerät oder auf Atome mit einer bestimmten, großen Übergangsfrequenz Ω trifft. Dabei tritt Streuintensität bei hohen Frequenzen nur als Begleiterscheinung der bei niedrigeren Frequenzen vorhandenen im Mittel weit stärkeren Strahlungsintensitäten auf. Man könnte daher wohl erwarten, daß sich die Streuwirkung beseitigen lasse, indem man die Gesamtstrahlung, die jetzt auf eine Fortpflanzungsrichtung beschränkt sei, vor ihrer Zerlegung und vor der Prüfung ihrer Intensität im kurzwelligen Gebiete auf einen idealen Körper fallen läßt, der den Hauptteil der Strahlungsenergie, von der Frequenz Null bis zu einer erheblich hinter dem Intensitätsmaximum liegenden Frequenz hin vollständig absorbiert, den kurzwelligen Rest der Strahlung dagegen ungeschwächt hindurch läßt. Dann, so könnte man meinen, müßte sich bei der hindurchgekommenen Strahlung die Eigenintensität ungestört von Streuwirkungen bestimmen lassen.

Bei genauerem Zusehen indessen erkennt man, daß dieser naheliegende Weg doch nicht zum Ziele führen kann. Denn die selektive auf einen engeren oder weiteren Bereich des Spektrums beschränkte Absorption muß jedenfalls auch durch Atomanregungen und ähnliche auf Resonanz zwischen Strahlung und Absorber berührende Vorgänge bewirkt werden, die sich einzeln in beschränkten Zeitspannen abspielen. Ist es aber so, dann kann die absorbierte Intensität nicht die Eigenintensität der Strahlung sein, die schon zu ihrer Definition eine unendliche Zeit verlangt, sondern für jede Frequenz eine davon verschiedene, einer endlichen Zerlegungszeit entsprechende Intensität. Sei τ die mittlere Zerlegungszeit, deren zugehörige Intensitäten \bar{U}_ω , über den Absorptionsbereich integriert, die im ganzen absorbierte Energie richtig darstellen, dann bestimme ich \bar{U}_ω für dasselbe τ auch außerhalb des Absorptionsgebietes und erhalte nach (10)

$$\int_0^\infty d\omega (\bar{U}_\omega - \bar{u}_\omega) = 0.$$

Außerhalb des Absorptionsgebietes, im Bereich großer Frequenzen, haben wir eine positive Streuintensität $\bar{U}_\omega - \bar{u}_\omega$ gefunden. Folglich ist im Absorptionsgebiet die absorbierte Intensität im Mittel kleiner, und zwar gerade soviel kleiner als die Eigenintensität, daß aus dem Energieüberschuß dieser über sie die Streuintensität des Außenbereichs bestritten werden kann. Dabei soll der Absorber in seiner Art durchaus vollkommen sein, das heißt: wenn man der durch ihn hindurchgegangenen Strahlung einen

zweiten Absorber der gleichen Art entgegenstellt, so soll dieser nichts mehr absorbieren¹⁾. Denke ich mir statt seiner aber einen anderen zweiten Absorber aufgestellt, der in dem ganzen vom ersten nicht erfaßten Frequenzbereich ebenso vollkommen und selektiv arbeitet wie jener²⁾, so nehmen beide zusammen genau die ganze Strahlungsenergie auf. Die Teilung erfolgt aber nicht nach Maßgabe der Eigenintensität, sondern einer davon verschiedenen Meßintensität, dem oben definierten \bar{U}_ω ; die Streuintensität ist also nicht beseitigt.

Die Unwahrscheinlichkeit der hiermit gezogenen Schlußfolgerung löst sich auf, sobald man sich vergegenwärtigt, daß für jeden Abschnitt der Strahlung von gegebener zeitlicher Länge τ , die zu τ gehörenden \bar{U}_ω seine allein wirkliche Intensitätsverteilung vollständig darstellen, während die Eigenintensitäten strenggenommen erst für eine Strahlung von unendlicher Dauer Wirklichkeit werden. So betrachtet muß es vielmehr als von vornherein ausgeschlossen erscheinen, die Eigenintensität durch eine gleichgültig wie zusammengesetzte Vorrichtung in Strenge zu messen, die, so vollkommen sie sonst sein mag, mit ihrer räumlichen Ausdehnung samt Verweilzeiten oder Abklingungszeiten ihrer elementaren Strahlungsempfänger, jeweils nur einen zeitlich begrenzten und in der Regel sehr kleinen Abschnitt der Strahlung erfassen und zerlegen kann.

III. Die Frage des Energiegleichgewichts von Atomen unter dem Einfluß der Streuintensität.

Zum Schluß mag noch ein kurzer Blick auf die wichtige Frage nach der Wirkung der Streuintensität auf das Energiegleichgewicht zwischen Strahlung und Materie geworfen werden.

Für zwei einfache durch j und k bezeichnete Quantenzustände eines Atoms sei jetzt η_{jk}^* die durch Streuintensität verursachte Übergangswahrscheinlichkeit je Zeiteinheit in der Richtung $j \rightarrow k$ und η_{kj}^* die umgekehrte. τ_j und τ_k seien die mittleren Verweilzeiten des Atoms in den beiden Zuständen oder deren Lebenszeiten. Dann ist nach IIb Gleichung (21):

$$\eta_{jk}^* = \frac{1}{9\pi} \frac{M^2 k^2 T^2}{c^3 \hbar^3} \cdot \frac{1}{\tau_j} \quad \text{und} \quad \eta_{kj}^* = \frac{1}{9\pi} \frac{M^2 k^2 T^2}{c^3 \hbar^3} \cdot \frac{1}{\tau_k}.$$

¹⁾ Hier ist durchweg von der in höherer Ordnung kleinen Streuintensität abgesehen, die auch aus dem Bereich kleiner Intensitäten in den Restbereich übergeht. Andernfalls dürfte man überhaupt nicht von selektiven Absorbern sprechen. — ²⁾ Natürlich unter entsprechenden Bedingungen. Die von einem außerhalb des Absorptionsgebietes liegenden Strahlungsmaximum herrührende Streuintensität geht mit dem Maximum durch den besten Absorber.

Die Norm M^2 des zu dem Zustandspaar gehörenden elektrischen Moments ist von der Richtung des Übergangs unabhängig. Somit ist

$$\tau_j \eta_{jk}^* = \tau_k \eta_{kj}^* = \frac{1}{9\pi} \frac{M^2 \cdot k^2 T^2}{c^3 \hbar^3} \equiv \alpha_{kj} = \alpha_{jk} \quad (23)$$

zugleich die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Atom durch die Streuintensität während der Zeit τ_j von j nach k oder auf gleiche Weise während der Zeit τ_k von k nach j befördert wird. Da nun aber die mittleren Verweilzeiten τ_j und τ_k gerade die Zeitspannen sind, in denen die Wahrscheinlichkeit, daß das Atom seinen Zustand überhaupt, irgendwie und irgendwohin, verläßt zu Eins wird, so gibt die Zahl α_{kj} zugleich an, welcher Bruchteil der bei j beginnenden Übergänge durch Streuintensität verursacht ist und nach k führt, und welcher Bruchteil der bei k beginnenden Übergänge auf gleiche Weise nach j . Dieser Bruchteil oder diese relative Wahrscheinlichkeit ist unabhängig von den mittleren Lebensdauern der beiden Zustände und von der Übergangsrichtung, dagegen durch M^2 von der Wahl des Zustandspaares abhängig.

Unter gewöhnlichen Umständen ist sie sehr klein, nämlich für $T = 1000^0$ und $M = e \cdot 10^{-8}$ cm gleich $4,9 \cdot 10^{-13}$. Deswegen darf aber die Wirkung der Streuintensität auf die Energieverteilung der Atome keineswegs allgemein vernachlässigt werden. Denn es ist zu bedenken, daß in $\tau_j \eta_{jk}^*$ die Zahl der durch Streuintensität von j nach dem gegebenen Endzustand k geführten Übergänge, gemessen ist an der Gesamtzahl der in derselben Zeit von j aus irgendwie und nach irgendeinem Endpunkte hin erfolgenden Übergänge. Ist z. B. j ein bereits angeregter Zustand mit verhältnismäßig kleiner Lebensdauer und k ein um einige e-Volt höher liegender Zustand, so kann es nach den in Tabelle 2 (IIb) angegebenen Zahlen und Gleichung (22) leicht eintreten, daß die Übergänge $j \rightarrow k$ weit überwiegend durch Streuintensität bewirkt werden, während das kleine Verhältnis ihrer Anzahl zur Zahl der überhaupt von j aus erfolgenden Übergänge durch die große Menge der spontanen Übergänge von j in den Grundzustand oder andere tiefer als j liegende Zustände des Atoms herauskommt¹⁾.

Es seien jetzt sehr viele Atome der gleichen Art unabhängig voneinander im thermischen Gleichgewicht mit der Hohlraumstrahlung. Dann ist das Gleichgewicht für die Atome gegeben durch ihre Verteilung auf die

¹⁾ Die spontanen Übergänge verhalten sich der Anzahl nach zu den durch die Eigenintensität der Hohlraumstrahlung bewirkten bekanntlich wie $e^x - 1$ zu 1 mit $x = \hbar\omega/kT$. Man sieht aus den Zahlen in Tabelle 2, wie leicht hier z. B. $e^x = 10^{12}$ für $x = 27,6$ und ähnliche Werte erreicht werden.

verschiedenen einfachen Quantenzustände. Im beliebigen Zustande j seien im Mittel n_j Atome. Das Gleichgewicht wird von der Streuintensität *dann und nur dann* nicht gestört, wenn die Anzahl der von ihr in der Sekunde von j nach irgendeinem anderen Zustande k gebrachten Atome gleich ist der Zahl der von ihr irgendwoher nach j zurückgeschafften Atome, das heißt:

$$n_j \sum_k \eta_{jk}^* = \sum_k n_k \eta_{kj}^*,$$

oder nach (23):

$$\frac{n_j}{\tau_j} \sum_k \alpha_{kj} = \sum_k \frac{n_k}{\tau_k} \alpha_{kj}. \quad (24)$$

Diese Bedingung muß für jeden Zustand j erfüllt sein. Zerfallen die Zustände in Gruppen der Art, daß nur Zustände derselben Gruppe miteinander unmittelbar oder mittelbar durch erlaubte Übergänge ($\alpha_{kj} \neq 0$) verbunden sind, so setzt (24) wegen des Verschwindens von α_{kj} bei allen von einer Gruppe zur anderen führenden Übergängen immer nur die Zustände der einen Gruppe, aus der j gewählt ist, miteinander in Beziehung. Wir können uns daher weiterhin auf die Betrachtung einer Gruppe beschränken.

Verlangen wir nun, dem „Symmetriegesetz der Übergangswahrscheinlichkeiten“ vertrauend, daß die Streuintensität bei jedem Zustandspaar einzeln genommen das Gleichgewicht der Atomübergänge ungestört läßt, so sind in (24) die einzelnen Summenglieder links und rechts einander gleichzusetzen und die Bedingung verschärft sich zu

$$\frac{n_j}{\tau_j} = \frac{n_k}{\tau_k} \quad \text{oder} \quad \frac{n_j}{n_k} = \frac{\tau_j}{\tau_k}. \quad (25)$$

Die Besetzungszahlen der Zustände sollen sich also verhalten wie die Verweilzeiten¹⁾.

Das ist indessen sicherlich nicht der Fall. Denn die n_j verhalten sich (wenigstens annähernd) wie $e^{-E_j/kT}$ (E_j = Energie des Zustands j). Dagegen sind die τ_j umgekehrt proportional zu den Gesamtzahlen der von den Zuständen aus in der Zeiteinheit erfolgenden Übergänge, und diese Zahlen sind bei angeregten, nicht gerade metastabilen Zuständen nicht wesentlich größer als die Zahlen der spontanen Übergänge. Die Häufigkeit dieser schließlich wächst zwar gemäß ihrer bekannten Übergangswahrscheinlichkeit mit der dritten Potenz der Sprunghöhe, das wäre $\sim E_j^3$, nimmt außer-

¹⁾ Allgemein gilt bekanntlich im Gleichgewicht nur $\frac{n_j}{n_k} = \frac{z_j \tau_j}{z_k \tau_k}$, wo die Zahlen z_j und z_k angeben, wie oft die Zustände j bzw. k innerhalb derselben großen Zeitspanne von einem Atom aufgesucht werden. Diese „Besuchszahlen“ sollen also nach (25) für alle Zustände gleich sein.

dem bei wachsendem E_j zugleich mit der Zahl der tieferliegenden Energiestufen zu und schließlich noch mit dem Quadrat der elektrischen Momente der Übergänge, aber alles zusammen kann niemals $1/\tau_j$ proportional zu $e^{E_j k T}$ machen, wie es nach (25) sein müßte. Folglich gilt (25) nicht und es gilt somit für die durch Streuintensität verursachten Quantensprünge eines Atoms auch *nicht* das Symmetriegesetz der Übergangswahrscheinlichkeiten¹⁾, aus dem (25) folgte.

Wenn also die Streuintensität die Energieverteilung der Atome nicht stört, so nur in der Weise, daß zwar die notwendige Gleichgewichtsbedingung (24) erfüllt wird, aber zugleich einseitige Übergangswahrscheinlichkeiten erzeugt werden. Diese aber sind in jedem Falle zu erwarten.

Ob tatsächlich keine Störung des bekannten Energiegleichgewichts zwischen Atom und Strahlung durch die Streuintensität eintritt und wie groß sie andernfalls ist, mag noch dahingestellt bleiben.

Königsberg i. Pr., den 8. März 1937.

¹⁾ Die Bedingungen des Gesetzes (siehe P. Jordan, Statistische Mechanik, S. 22ff. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1933) sind bei den hier betrachteten Übergängen auch nicht erfüllt. Die zur Übergangswahrscheinlichkeit des Atoms beitragenden Photonen führen nach dem in Abschnitt IIb Ausgeführten viel kleinere Quantensprünge aus als das Atom. Dadurch kommt dann die symmetriestörende Abhängigkeit der Übergangswahrscheinlichkeiten ν_{jk}^* und ν_{kj}^* von τ_j und τ_k herein.

Die Schallgeschwindigkeiten von Lösungen und ihre Beziehungen zur Schallgeschwindigkeit des gelösten Stoffes.

Von **Werner Schaaffs** in Berlin-Siemensstadt.

Mit 11 Abbildungen. (Eingegangen am 23. März 1937.)

Schallgeschwindigkeiten in reinen Flüssigkeiten und in Mischungen. — Schallgeschwindigkeiten in Lösungen und Extrapolationsverfahren zur Schallgeschwindigkeitsbestimmung gelöster Substanzen. — Experimenteller Beweis des Extrapolationsverfahrens für unterkühlte Flüssigkeiten. — Allgemeine Theorie des Extrapolationsverfahrens. — Zusammenfassung.

Die Schallgeschwindigkeit einer Mischung von Flüssigkeiten hängt vom Mischungsverhältnis und von den Schallgeschwindigkeiten der Komponenten ab. Aus mehreren ihrer Werte läßt sich leicht auf die Schallgeschwindigkeit der Komponenten schließen. Vermögen wir entsprechend aus einer Lösung einen Schluß auf die Schallgeschwindigkeit des gelösten Stoffes zu ziehen, so haben wir damit eine neue Methode zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Stoffen und Aggregatzuständen, für die wir sonst keine Bestimmungsmöglichkeit hatten, gefunden. Die vorliegende Arbeit dient im wesentlichen der Behandlung dieser Methode.

Zur Messung der Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten bedienen wir uns des von Lucas und Biquard sowie Debye und Sears entdeckten Schallgittereffektes¹⁾. Fig. 1 zeigt die Versuchsanordnung. Grünes monochromatisches Licht aus dem Spektrum einer Quecksilberlampe fällt auf einen fein verstellbaren Spalt S . Das von S ausgehende Lichtbündel durchsetzt in einer Breite von ungefähr 5 mm eine Küvette K , die aus zwei genau ebenen und spannungsfreien, an ein U-förmiges Glasstück gepreßten Spiegelglasplatten besteht. Eine Linse A bildet den Spalt in einer Ebene E , in der ein Mikrometerfaden fein verschiebbar ist, ab. Der Schwingquarz Q sendet die Ultraschallwelle aus. Ist α der Winkel zwischen ursprünglichem Lichtstrahl und dem Beugungsbilde n -ter Ordnung, λ_0 die Wellenlänge des Lichtes, A die des Schalles und n die Ordnungszahl, so gilt

$$\sin \alpha = \frac{n \lambda_0}{A}.$$

¹⁾ R. Lucas u. P. Biquard, Journ. de Phys. et le Radium **3**, 464—477, 1932; P. Debye u. F. W. Sears, Proc. Nat. Acad. Amer. Soc. **18**, 409—414, 1932.

Für sehr kleine Winkel α ist $\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = x/f$, wenn x der Abstand der Beugungsbilder und f die Brennweite der abbildenden Linse bedeuten. Ferner ist $\lambda = u/v$, wenn u die Schallgeschwindigkeit und v die Schallfrequenz sind. Daraus folgt

$$u = n \cdot \lambda_0 \cdot v \cdot f \cdot \frac{1}{x}$$

oder

$$u = L \cdot \frac{1}{x}.$$

Die Versuchskonstante L hat in den vorliegenden Messungen den Wert

$$L = 176505 \pm 315 \text{ cm}^2/\text{sec}$$

für $n = 1$ und $v = 16381000 \pm 27000$ Hz. Der mittlere Fehler der einzelnen Messungen von u beträgt, sofern nichts anderes angegeben ist, 2‰ der verzeichneten Werte.

Die eigentliche Halterung des Schwingquarzes Q , der sich, um störende Wärmeströmungen zu vermeiden, zweckmäßig in einem mit einer Glimmer-

folie als Fenster verschlossenen Kasten befindet, ist aus Fig. 1 a hinreichend ersichtlich. Die beiden Ringe r_1 und r_2 führen der schwach versilberten Quarzscheibe Q die Spannung zu. Die Federn f drücken den Ring r_2 mit dem Quarz Q fest an r_1 an. g sind kleine Glasstäbchen.

Da die Beugungsbilder des Schallgittereffektes sich in ihrer Intensität nur dann gleichmäßig um das Bild nullter Ordnung gruppieren, wenn Schall- und Lichtstrahl genau aufeinander senkrecht stehen, muß der Schwingquarz sich an dem schwenkbaren Gestell H , das diese Lage einzustellen gestattet, befinden. Die Hälfte des Abstandes der beiden Beugungsbilder erster Ordnung wurde stets für die Berechnung der Schallgeschwindigkeit verwertet. In der Aufnahme der Fig. 1 b gibt das mittlere Bild ein

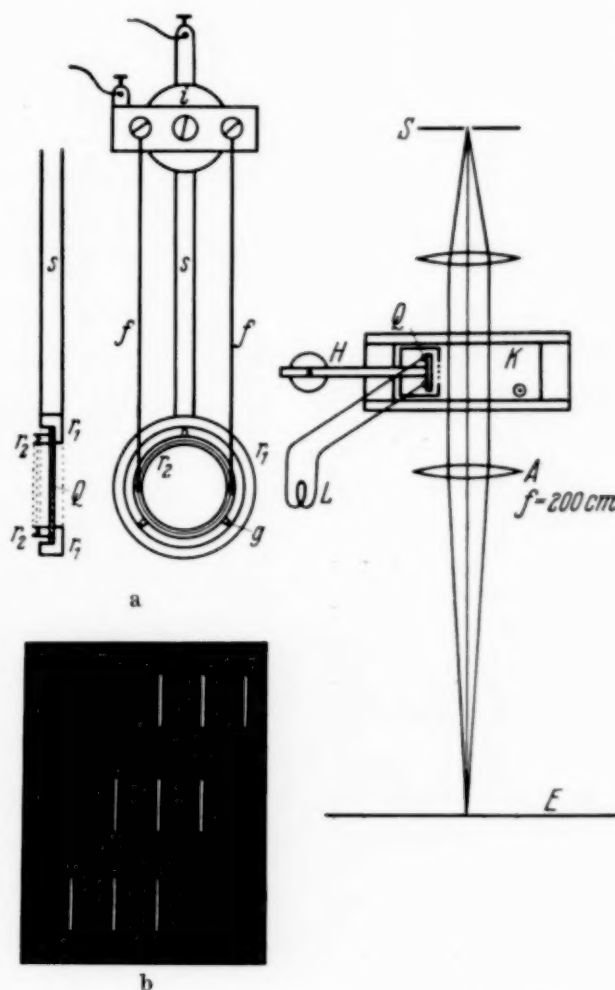


Fig. 1. Grundsätzliche Versuchsanordnung.
Fig. 1a. Halterung des Quarzes. Fig. 1b. Schallgittereffekt bei Veränderung des Winkels zwischen Schall- und Lichtstrahl.

Beispiel des Schallgittereffektes, wenn Licht und Schall aufeinander senkrecht stehen. In den anderen beiden Bildern schließen Schall und Lichtstrahl einen kleinen Winkel miteinander ein¹⁾.

Mittels der Spule *L* wird der Quarz lose an einen starken und stabil arbeitenden Gegentaktsender angekoppelt.

Tabelle 1. Schallgeschwindigkeiten in Flüssigkeiten (mittlerer Fehler 2⁰/₁₀₀).

Stoff	Formel	Temperatur in t °C	<i>u</i> in m/sec Schall- geschwindigkeit
Methylalkohol	CH ₃ OH	19,5	1127
Äthylalkohol	C ₂ H ₅ OH	18,8	1177
n-Butylalkohol	C ₄ H ₉ OH	19,4	1267
i-Butylalkohol	C ₄ H ₉ OH	19,2	1234
i-Amylalkohol	C ₅ H ₁₁ OH	19	1271
Hexylalkohol	C ₆ H ₁₃ OH	20,6	1322
Methylenchlorid	CH ₂ Cl ₂	20	1109
Chloroform	CHCl ₃	15,5	1021
Bromoform	CHBr ₃	20	1005
Kohlenstofftetrachlorid	CCl ₄	14,5	948
		19,1	946
		8	1395
Benzol	C ₆ H ₆	10	1383
		17,5	1342
		20	1331
Toluol	C ₆ H ₅ CH ₃	17	1349
Chlorbenzol	C ₆ H ₅ Cl	19,5	1290
Nitrobenzol	C ₆ H ₅ NO ₂	20,1	1477
Anilin	C ₆ H ₅ NH ₂	16,8	1688
o-Dichlorbenzol	C ₆ H ₄ Cl ₂	19,7	1295
m-Xylol	C ₆ H ₄ (CH ₃) ₂	19,5	1359
o-Nitrotoluol	C ₆ H ₄ CH ₃ NO ₂	19,7	1476
m-Nitrotoluol	C ₆ H ₄ CH ₃ NO ₂	20,2	1488
Naphthalin	C ₁₀ H ₈	100	1276 *
Aceton	CO(CH ₃) ₂	19,7	1202
Äthyläther	(C ₂ H ₅) ₂ O	19	1017
i-Amylacetat	CH ₃ COOC ₅ H ₁₁	15	1247
Amylbromid	(CH ₃) ₂ CHCH ₂ Br	16,7	1068
Acetylentetrabromid	C ₂ H ₂ Br ₄	19	1028
Äthyljodid	C ₂ H ₅ J	19,4	871
Cumol	C ₆ H ₃ (CH ₃) ₃	16	1417
		13,5	1217
Paraldehyd	(CH ₃ ·COH) ₃	17	1200
		19,3	1189
Dest. Wasser	H ₂ O	17	1467

*) Mittlerer Fehler bei Naphthalin bei 100⁰: 2⁰/₁₀₀.

¹⁾ Siehe auch W. Korff, Phys. ZS. **20**, 708—720, 1936.

In der Tabelle 1 sind eine Reihe von Schallgeschwindigkeiten in Flüssigkeiten, die mittels des Schallgittereffektes bestimmt wurden, zusammengestellt. Die in der 3. Spalte verzeichneten Temperaturen sind mit den zugehörigen Schallgeschwindigkeiten willkürlich aus mehreren Messungen herausgegriffen worden. Bei einer Reihe von Stoffen ist der Temperaturkoeffizient der Schallgeschwindigkeit im Bereiche der Zimmertemperatur der gleiche wie ihn Freyer, Hubbard und Andrews mit dem akustischen Interferometer von Pierce dort ermittelt haben¹⁾. Die verwendeten Stoffe sind die jeweils reinsten von Schering-Kahlbaum hergestellten.

Die sogenannte Mischungsregel verlangt oder legt jedenfalls nahe, daß in Mischungen und Lösungen die Schallgeschwindigkeit mit den Gewichtsprozenten des gelösten Stoffes linear ansteigt. Da es für das weiter unten beschriebene Extrapolationsverfahren von großem Interesse ist zu wissen, wie weit diese Regel erfüllt ist, wurden eine ganze Reihe von Gemischen auf ihre Schallgeschwindigkeit hin untersucht. Einige Ergebnisse dieser Untersuchungen für die Mischungen von je einem Mol zweier Flüssigkeiten miteinander sind aus Tabelle 2 zu ersehen. Die Mischungsregel nimmt in diesem Falle die einfache Gestalt an:

$$M_1 u_1 + M_2 u_2 = (M_1 + M_2) \cdot u_{12},$$

wenn M_1 und M_2 die Molekulargewichte und u_1 und u_2 die Schallgeschwindigkeiten der Komponenten bedeuten; u_{12} ist die Schallgeschwindigkeit der Mischung.

Tabelle 2. Schallgeschwindigkeit in Mischungen (1 Mol: 1 Mol).

Mischung	t °C	u_{12} gemessen	u_{12} berechnet
Toluol-Äthyläther	14	1220	1220
Kohlenstofftetrachlorid-Aceton . .	19	1015	1017
Benzol-Chloroform	16,4	1151	1146
Anilin-Aceton	14,3	1505	1512
Benzol-Kohlenstofftetrachlorid . .	18,6	1093	1082
Anilin-Äthyläther	14,2	1379	1405
Aceton-Nitrobenzol	18,6	1358	1397
Äthylalkohol-Bromoform	16,5	932	980
Methylalkohol-Glyzerin	17	1627	1763
Methylalkohol-Wasser	16,5	1572	1254

Wie schon aus der Tabelle ersichtlich ist, versagt die Mischungsregel in zahlreichen Fällen und ist daher zur rechnerischen Lösung der schwierigeren Fälle des nachstehend beschriebenen Verfahrens absolut unbrauchbar.

¹⁾ E. B. Freyer, J. C. Hubbard u. D. H. Andrews, Journ. Amer. chem. Soc. **51**, 759—770, 1929.

Die Kurve, die die Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit einer Mischung bzw. Lösung vom Gehalt ihrer Komponenten darstellt, heiße die Schallkennlinie der Mischung oder Lösung. Die Fig. 2 gibt eine Reihe von Schallkennlinien der Mischungen des Benzols und Kohlenstofftetrachlorids mit anderen organischen Flüssigkeiten wieder. Die Linien der Benzolmischungen konvergieren für Benzol darum nicht, weil sie nicht bei genau gleicher Temperatur aufgenommen worden sind.

Die Fig. 2 mit ihren Schallkennlinien von Flüssigkeitsgemischen legt folgenden Schluß nahe: Angenommen, Benzol und Kohlenstofftetrachlorid

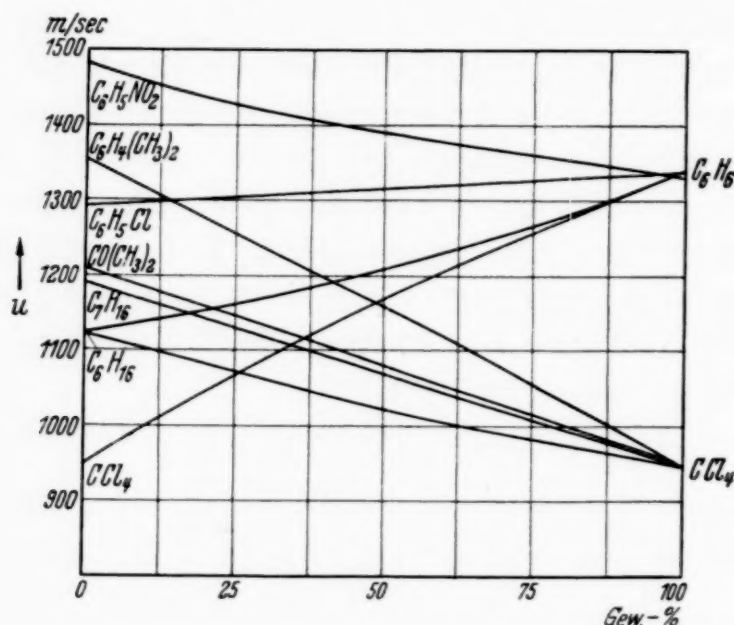


Fig. 2. Schallkennlinien einiger Gemische mit Benzol und Kohlenstofftetrachlorid.

wären feste Substanzen und die entsprechenden Kennlinien in ihrem linken Teile realisierbar gewesen, wäre es dann nicht möglich, durch Extrapolation von den aufgenommenen Kurvenstücken aus ein Maß für die Schallgeschwindigkeit des ursprünglich festen und dann in der Flüssigkeit gelösten Stoffes zu erhalten? Unter diesem Gesichtspunkt wurde eine ganze Reihe von Lösungen durchgemessen. Da eine eingehende Diskussion des Problems im letzten Abschnitt folgt, möge einstweilen der für die gelöste Substanz erhaltene Schallgeschwindigkeitswert als Extrapolationswert bezeichnet werden.

Die Fig. 3 bis 6 zeigen eine Auswahl von Kennlinien der Lösungen von fünf organischen Stoffen in organischen Lösungsmitteln und in Wasser. Die Art des Lösungsmittels ist stets am linken, des gelösten Stoffes am rechten Rande der Ordinaten verzeichnet. Die Konzentration ist in Gewichtsprozenten angegeben.

An Hand dieser Schallkennlinien sei das Extrapolationsverfahren aus-
einandergesetzt. Soweit die aufgenommenen Kennlinienstücke gerade Linien
sind, wie im Falle der Lösungen des p-Dichlorbenzols, hat natürlich nur eine
lineare Extrapolation einen Sinn. Weisen die Punkte eines Kennlinien-
stückes auf eine Krümmung hin, so ist eine Extrapolation um so unsicherer

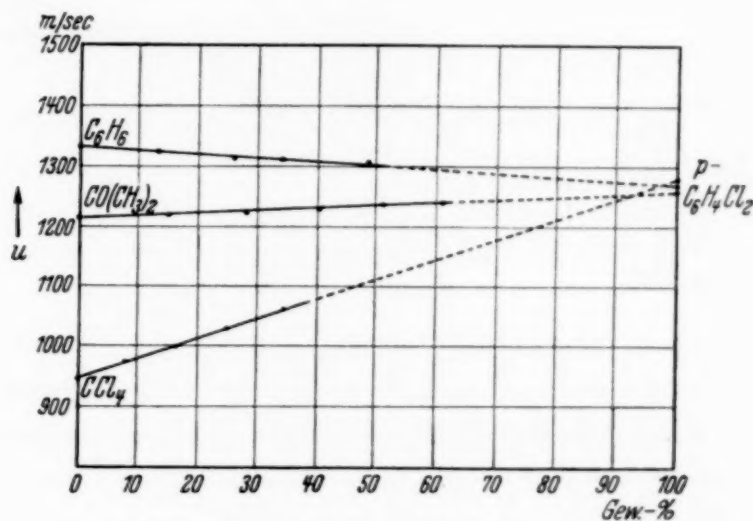


Fig. 3. Isotherme Schallkennlinien von p-Dichlorbenzollösungen.

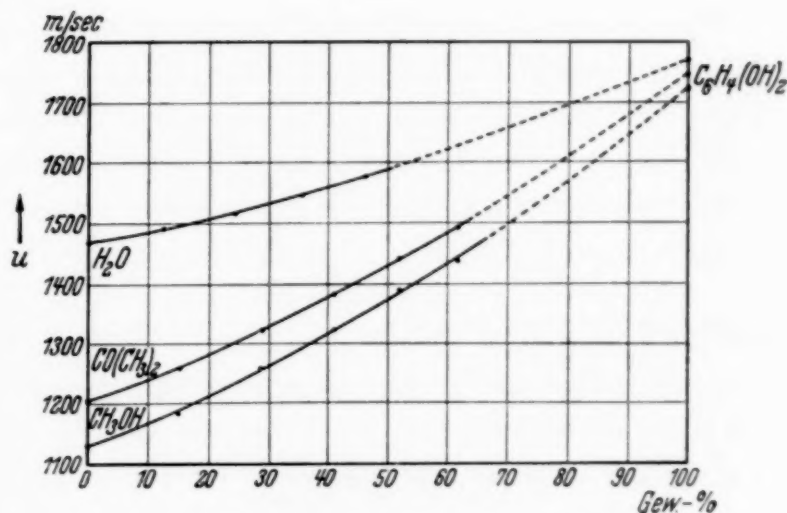


Fig. 4. Isotherme Schallkennlinien von Resorcinlösungen.

auszuführen, je stärker diese Krümmung ist. Je kürzer ferner die einzelnen Kennlinienteile sind, um so mehr muß man aufnehmen, um eine gewisse Sicherheit des Verfahrens zu gewährleisten. Wenn die oben nachgeprüfte Mischungsregel im allgemeinen gut erfüllt wäre, würde das Extrapolationsverfahren eine sehr erwünschte Unterstützung erfahren. Das ist jedoch, wie schon gezeigt worden ist, nicht der Fall. Daher ist es zweckmäßig,

das Extrapolationsverfahren möglichst auf solche Stoffe zu beschränken, die eine hinreichend gute Löslichkeit und damit eine genügend lange Kennlinie aufweisen. Die Kennlinien sind durch die Meßpunkte als glatte Kurven gelegt worden. Die Abweichungen einzelner Punkte von den Kurven

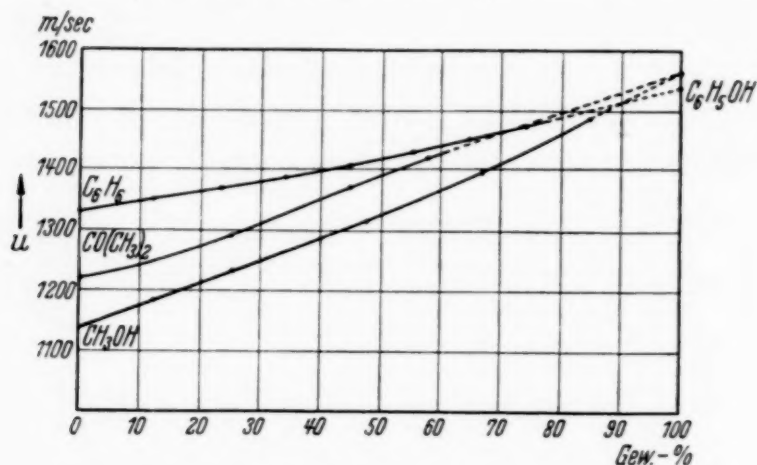


Fig. 5. Isotherme Schallkennlinien von Phenollösungen.

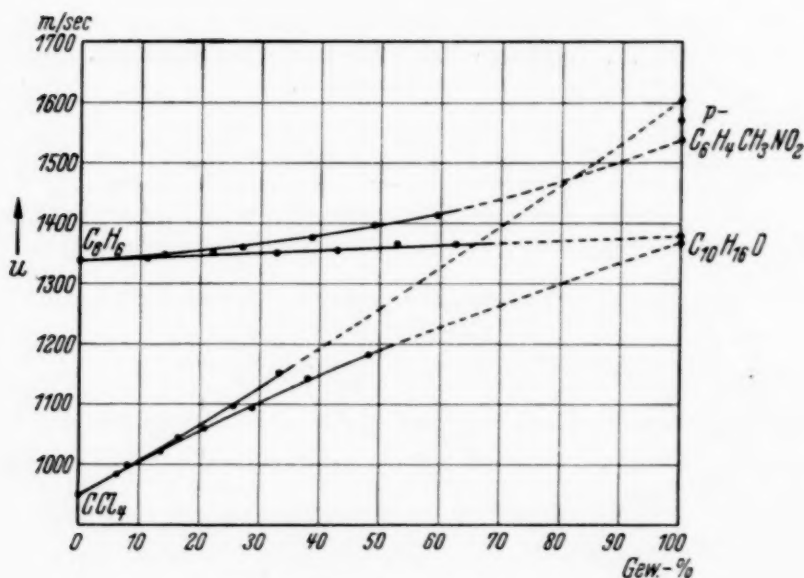


Fig. 6. Isotherme Schallkennlinien von Kampfer und p-Nitrotoluollösungen.

beruhen nicht auf Meßfehlern. Würde man nämlich Punkt für Punkt durchmessen, so ergäben sich Kurven mit häufigen Ausbuchtungen, die unter anderem auf Komplexbildungen der Moleküle zurückzuführen wären. Da diese kleinen Abweichungen für das Extrapolationsverfahren unwesentlich sind, genügt es, immer nur so viele Punkte aufzunehmen, wie für die Extrapolation ausreichend erscheinen. Auf Grund von Untersuchungen über die Gestalt der Kennlinien von Gemischen organischer Flüssigkeiten

können wir von den Kennlinienbruchstücken der Lösungen aus im wesentlichen so extrapolieren, als ob die ganze Kennlinie in bezug auf ihre Mitte symmetrisch gestaltet wäre. Da die Messungen zu verschiedenen Zeiten gemacht worden sind, sind die Temperaturen der Kennlinien nicht immer gleich. Der dadurch für den mittleren Extrapolationswert verursachte Fehler liegt aber bis auf die Schallkennlinien der Phenollösungen innerhalb der Genauigkeit des ganzen Verfahrens.

In der Tabelle 3 sind die Ergebnisse des Extrapolationsverfahrens an zwölf verschiedenen Stoffen zusammengestellt. Bei der Berechnung des mittleren Fehlers sind die in der Tabelle nicht angegebenen Fehler der einzelnen Messungen mit berücksichtigt worden. Aus der letzten Spalte ist zu ersehen, bis zu welcher Konzentration die Schallkennlinie aufgenommen wurde.

Ein Musterbeispiel für das Extrapolationsverfahren stellen die Schallkennlinien der Phenollösungen dar (vgl. Fig. 5). Man erkennt hier deutlich, wie der Extrapolationswert mit zunehmender Temperatur fällt. Eine so gute Löslichkeit wie das Phenol zeigen natürlich nur wenige Stoffe. Bei zahlreichen Substanzen ergibt das Extrapolationsverfahren aber um so bessere Ergebnisse, je höher die Versuchstemperaturen liegen. Die Löslichkeit nimmt mit steigender Temperatur oft stark zu.

Für die letzten sechs Stoffe der Tabelle 3 kommt zur Bestimmung des Extrapolationspunktes praktisch nur die Aufnahme der Kennlinie ihrer wässerigen Lösung in Frage. Dementsprechend ist auch der mittlere Fehler erheblich größer. Die Extrapolation ist übrigens so erfolgt, daß der reziproke Wert der Schallgeschwindigkeit in Abhängigkeit von den Volumenprozenten des gelösten Stoffes gemessen wurde. Für Harnstoff, Urotropin, Rohrzucker und Rhamnose sind dabei die Kennlinien linear.

Es war oben die Vermutung geäußert worden, daß die Extrapolationspunkte die Schallgeschwindigkeiten der gelösten festen Stoffe sein könnten. Dieses kann unter Umständen der Fall sein, ist es aber bei der obigen — isothermen — Art der Kennlinienaufnahme im allgemeinen nicht. Die naheliegendste Annahme ist die, daß der Extrapolationswert der obigen Schallkennlinien die Schallgeschwindigkeit des unterkühlt-flüssigen Zustandes des gelösten Stoffes — unabhängig von seiner Herstellbarkeit — angibt. Wir können jedenfalls feststellen, wie groß die Schallgeschwindigkeit sein müßte, wenn dieser Zustand sich verwirklichen ließe. Diese Annahme soll durch Versuche bestätigt werden. Die Extrapolationswerte müssen ja auf der Fortsetzung der Temperaturkurve der Schallgeschwindigkeit über den Schmelzpunkt hinaus nach tieferen Temperaturen zu liegen. Die beiden

nachfolgend beschriebenen Apparate stellen Spezialausführungen für den Schallgittereffekt zur Messung bei tieferen und höheren Temperaturen dar.

Tabelle 3. Ergebnisse des Extrapolationsverfahrens zur Bestimmung von Schallgeschwindigkeiten.

Gelöster Stoff	Lösungs- mittel	Tem- peratur in °C	Extra- polations- wert in m/sec	Mittlerer Extra- polations- wert in m/sec bei t °C	Mittlerer Fehler in m/sec	Max. Gew.- % ₀
p-Dichlorbenzol p-C ₆ H ₄ Cl ₂	C ₆ H ₆ CO(CH ₃) ₂ CCl ₄	19,0 17,8 19,3	1270 1258 1280	1270 m/sec bei 18,7°	± 10	48,4 61,0 34,2
Phenol C ₆ H ₅ OH	CO(CH ₃) ₂ CH ₃ OH C ₆ H ₆	16,4 16,4 19,8	1568 1563 1538	1565 m/sec bei 16,4° 1538 m/sec bei 19,8°	± 1 ± 2	57,4 84,5 74,0
Resorcin C ₆ H ₄ (OH) ₂	H ₂ O CO(CH ₃) ₂ CH ₃ OH	18,3 19,6 19,0	1770 1747 1725	1744 m/sec bei 19°	± 18	46,0 61,75 61,75
Kampfer C ₁₀ H ₁₆ O	C ₆ H ₆ CCl ₄	18,6 18,0	1380 1370	1375 m/sec bei 18,3°	± 13	62,6 48,1
p-Nitrotoluol p-C ₆ H ₄ CH ₃ NO ₂	C ₆ H ₆ CCl ₄	19,0 18,2	1538 1606	1572 m/sec bei 18,6°	± 27	59,3 34,6
Naphthalin C ₁₀ H ₈	C ₆ H ₅ NO ₂ C ₆ H ₆ C ₆ H ₅ Cl CO(CH ₃) ₂ CCl ₄	21,3 19,6 20,4 20,2 18,9	1557 1550 1540 1622 1580	1570 m/sec bei 20,1°	± 15	28,9 30,4 30,8 26,6 19,3
Harnstoff CO(NH ₂) ₂	H ₂ O	17,3	m/sec 2166		Mittl. Fehler 5 % der angege- benen Werte	Max. Vol.-% ₀ 40
Urotropin (CH ₂) ₆ N ₄	H ₂ O	18	2134			40
Rohrzucker C ₁₂ H ₂₂ O ₁₁	H ₂ O	15,9	2263			50
Rhamnose C ₆ H ₁₂ O ₅	H ₂ O	16,6	2366			30
Zinksulfat ZnSO ₄ + 7H ₂ O	H ₂ O	19,1	2894			40
Magnesiumsulfat MgSO ₄ + 7H ₂ O	H ₂ O	19	2825			35

Im ersteren Falle wird die Schallgeschwindigkeit mit der Anordnung der Fig. 7 bestimmt. Die Apparatur gestattet auch bei recht tiefen Temperaturen eine bequeme Messung und ist dem Pierceschen Interferometer überlegen. Auf dem Stativ *St* steht ein die Kältemischung *K* enthaltender Topf (gegebenenfalls ein Dewar-Gefäß). In ihn taucht das mit der Versuchssubstanz *F* gefüllte Gefäß *H* ein. Die übrigen Teile des Apparates, die aus einer schematisch angedeuteten Einstellvorrichtung *E* für die Reflexionsprismen *P*, einem quaderförmigen polierten Glasblock *B*, dem oberflächenversilberten Spiegel *S* und der Platte *Pl* mit dem Glasfenster *G*, dem Quarz *Q* und einem Thermometer bestehen, sind fest mit einem Gestell verbunden. Vor Beginn des Versuchs wird die Kältemischung *K* mit dem Gefäß *H* und der Versuchssubstanz *F* hochgeschoben, bis *H* gut an *Pl* anschließt. Der ganze Apparat tritt an die Stelle der Küvette der Fig. 1. Der Verlauf des Lichtes ist aus der Figur zu ersehen. Die Schallwelle verläuft zwischen *B* und *S* senkrecht zum Lichtstrahl und spaltet ihn dasselbst auf. Der Block *B* verhindert eine Kräuselung der

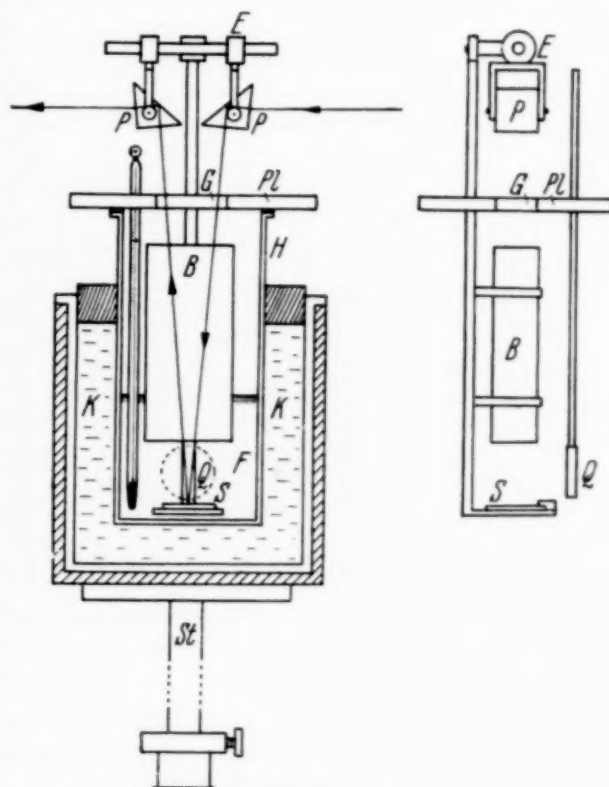


Fig. 7. Apparat zur Schallgeschwindigkeitsmessung bei tieferen Temperaturen.

Oberfläche von *F* durch Erschütterungen der Umgebung und damit ein Zittern der Beugungsbilder im Beobachtungsmikrometer. Durch die Abschließung des Raumes in *H* über *F* durch die Platte *Pl* mit dem Fenster *G* wird verhindert, daß sich Wasser auf dem kalten Glasblock *B* niederschlägt und durch Lichtzerstreuung eine Messung unmöglich macht.

Mit dieser Apparatur wurde das Extrapolationsverfahren an Paraldehyd und Benzol nachgeprüft. Der linke Teil der oberen Zeichnung der Fig. 8 zeigt die isotherme Kennlinie der Lösung des Paraldehyds in Methylalkohol bei 0° C. Im rechten Teil wird die Temperaturkurve der Schallgeschwindigkeit von Paraldehyd oberhalb seines Schmelzpunktes bei 12,4° C bis auf 0° C extrapoliert.

Im unteren Beispiel der Fig. 8 ist nur die Temperaturkurve des bei $5,5^{\circ}\text{C}$ schmelzenden Benzols gezeichnet und ihr Extrapolationspunkt für 0°C mit dem aus Lösungen ermittelten verglichen worden.

Der erste Teil der Tabelle 4 enthält die genauen Daten der Messungen. Sie zeigen mit hinreichender Genauigkeit, welche Bedeutung dem Extrapolationswert bei isothermen Kennlinien zukommt, nämlich der Schallgeschwindigkeitswert des unterkühlt-flüssigen Zustandes zu sein.

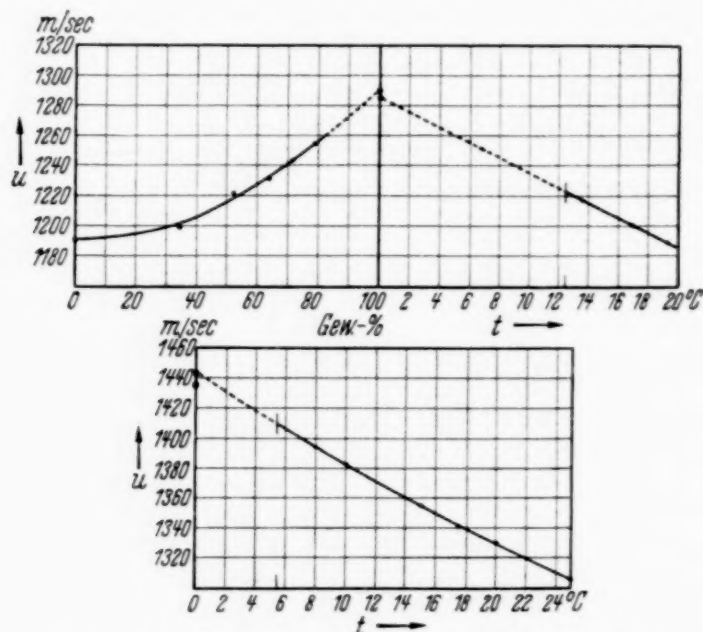


Fig. 8. Isothermes Extrapolationsverfahren und Temperaturkurven von Paraldehyd (oben) und Benzol (unten).

Tabelle 4. Schallgeschwindigkeiten von unterkühlten Flüssigkeiten.

Substanz	Schmelztemperatur	Extrapolation für $t^{\circ}\text{C}$	Aus Lösung extrapoliert	Aus Temperaturkurven extrapoliert
Paraldehyd . .	$+ 12,4^{\circ}$	0°	$1290 \pm 3 \text{ m/sec}$	$1286 \pm 5 \text{ m/sec}$
Benzol . . .	$+ 5,5$	0	1436 ± 8	1443 ± 3
p-Nitrotoluol .	$+ 57,5$	$18,6$	$1572 \pm 27 \text{ m/sec}$	$1575 \pm 15 \text{ m/sec}$
p-Dichlorbenzol	$+ 52,9$	$18,7$	1270 ± 10	1272 ± 20

Unter Beibehaltung des Schallgittereffektes als Mittel zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit kann zur Messung bei höheren Temperaturen die Anordnung der Fig. 9 benutzt werden. Die zu untersuchende Substanz wird in einem eisernen Gefäß T , das natürlich chemisch nicht angegriffen werden darf, geschmolzen. Das Schmelzen geschieht durch einen Bunsenbrenner oder durch einen übergeschobenen elektrischen Ofen. Man erhitzt die Schmelze zweckmäßig bis über die höchste Temperatur, bei der man noch

messen will. Nach Abstellen der Heizung hat dann T soviel Wärmekapazität, daß die Temperatur ganz langsam absinkt und die Schallgeschwindigkeitsmessungen ruhig und regelmäßig vorgenommen werden können. Durch die Öffnungen \ddot{o} — \ddot{o} kann der Lichtstrahl ein- und austreten. Von innen nach außen folgen aufeinander ein Asbestring, ein Gummiring (g), ein Quarzglasfenster (F), wieder ein Gummiring und ein Asbestring (a) und schließlich die Hohlschraube s , die die Ringe fest an das Fenster drückt. Wenn es die Natur der Schmelze erfordert, ist das Gummi durch anderes Material zu ersetzen.

Die Quarzscheibe Q liegt in einer Vertiefung eines Metallstückes und wird daran durch zwei federnde Zuführungen und das Metallplättchen P fest angedrückt. Die Geschwindigkeit des Rührers R muß so einreguliert werden, daß die Flüssigkeit, die durch die Erwärmung starke Schlierenbildung zeigt, sehr gut durcheinander gewirbelt wird. Sie darf nicht zu hoch sein, um Luftwirbel und Blasen zu vermeiden, aber auch nicht zu niedrig, da sonst die Beugungsbilder nicht ruhig stehen, sondern hin und her wandern.

Die Anordnung kann bis zu Temperaturen von mehreren hundert Grad benutzt werden. Die nachfolgende Tabelle 5 gibt einige mit ihr gemessene Schallgeschwindigkeiten wieder. In der Fig. 10 sehen wir die Temperaturkurven des p-Nitrotoluols und p-Dichlorbenzols bis in den Bereich der Zimmertemperatur extrapoliert. Die beiden Kreise geben die aus den Lösungen dieser Stoffe gewonnenen Extrapolationspunkte wieder. Auch hier erweist sich die Übereinstimmung als ausgezeichnet. Im zweiten Teile der Tabelle 4 findet sich der Vergleich der so auf zwei Methoden gewonnenen Extrapolationspunkte.

Wir kommen nunmehr zu einer grundsätzlichen Erörterung über Bedeutung und Anwendung des oben am unterkühlt-flüssigen Aggregatzustande experimentell klargelegten Extrapolationsverfahrens. Wir wollen

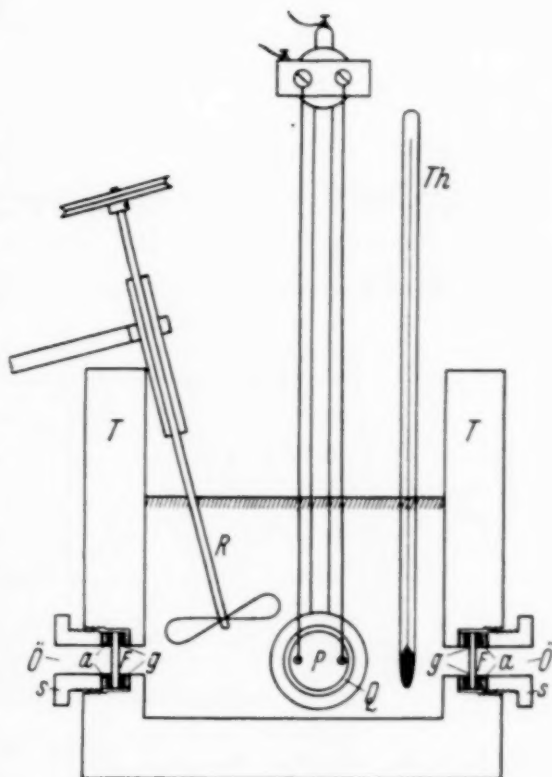


Fig. 9. Apparat zur Schallgeschwindigkeitsmessung bei höheren Temperaturen.

Tabelle 5. Schallgeschwindigkeiten in Schmelzen (mittlerer Fehler 0,7% der angegebenen Werte).

Paraffin		p-Nitrotoluol		p-Dichlorbenzol	
t °C	u m/sec	t °C	u m/sec	t °C	u m/sec
65	1325	63	1373	72	1082
75	1282	67	1363	84	1050
93	1210	74	1335	94	983
103	1175	95	1277	150	837
135	1092	98	1267		
		123	1191		
		126	1176		

insbesondere zeigen, unter welchen Umständen es uns die Ermittlung der Schallgeschwindigkeit des festen Aggregatzustandes gestatten muß.

Es sei angenommen, daß uns für eine Temperatur T unterhalb des Schmelzpunktes der unterkühlt-flüssige, amorphe und kristalline Zustand

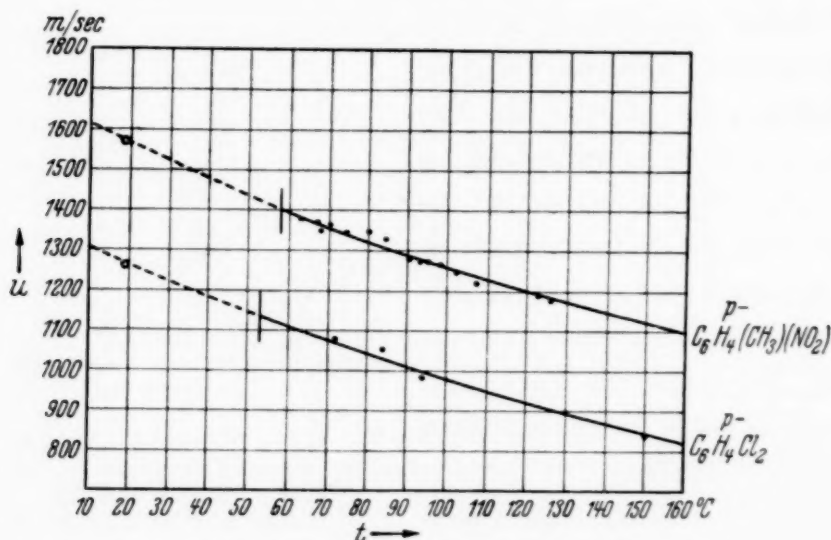


Fig. 10. Schallgeschwindigkeiten in Schmelzen von p-Nitrotoluol und p-Dichlorbenzol.

eines Stoffes zur Verfügung ständen. Dabei soll das kristalline Aggregat des Stoffes so feinkörnig und die Kriställchen darin so regellos verteilt sein, wie sich nur irgendwie ermöglichen läßt. Alle drei Zustandsformen sind dann in bezug auf die Schallgeschwindigkeit als isotrop zu bezeichnen und die unterkühlt-flüssige Form habe den Wert u_{e1} , die amorphe den Wert u_{e2} und die kristalline den Wert u_{e3} . Lösen wir davon zur Temperatur T gleiche Gewichtsmengen in einer Flüssigkeit mit der Schallgeschwindigkeit u_0 , so ergibt sich, daß die Schallgeschwindigkeiten der Lösungen von gleicher Größe sind, denn diese unterscheiden sich ja physikalisch und chemisch in nichts mehr voneinander. So ergeben dann auch bei dieser Temperatur T

die Schallgeschwindigkeiten der Lösungen verschiedener Konzentration eine isotherme Schallkennlinie, deren einzelne Punkte nichts über den früheren Aggregatzustand des gelösten Stoffes aussagen und deren Extrapolationswert in seiner Bedeutung zunächst unklar bleibt. Lösen wir aber zwei Substanzen bekannter Schallgeschwindigkeit bei gleicher Anfangstemperatur in verschiedenen Verhältnissen ineinander und wollen nachträglich aus den Schallgeschwindigkeiten der Lösungen einen Schluß auf die der Komponenten ziehen, so müssen wir unbedingt *einer Bedingung* genügen, daß nämlich alle physikalischen Eigenschaften der Ausgangsstoffe, die sich auch in den

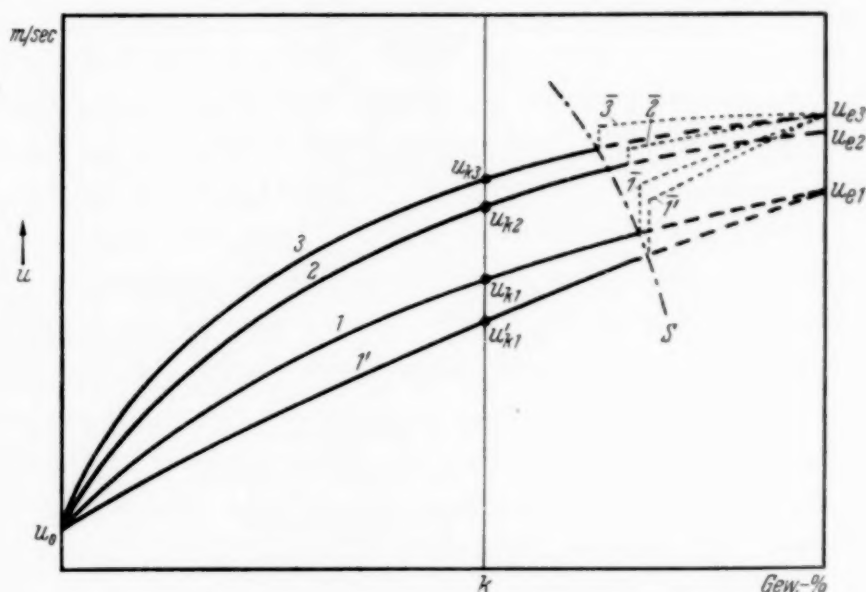


Fig. 11. Schallkennlinien und Extrapolation.

Schallgeschwindigkeiten der Komponenten bei der gegebenen Anfangstemperatur ausdrücken können, bei den nachfolgenden Mischungen und Messungen in irgendeiner Form noch wirksam bleiben und von ihnen nichts verloren geht. Die Gitterenergien z. B., die eine kristalline Phase vor einer flüssigen bei gleicher Temperatur auszeichnen, mögen sich in Wärmeenergien, die eine Temperatur- und damit auch Schallgeschwindigkeitsänderung verursachen, umsetzen. Experimentell ausgedrückt lautet unsere Bedingung: Lösen und Messen muß in einem Apparat vor sich gehen, der die durch Wärmetönungen beim Lösen erzeugten Temperaturen hält. Es ist klar, daß diese Wärmetönung bei der Lösung des unterkühlt-flüssigen Zustandes anders als etwa bei der Lösung des kristallinen sein muß. Für die Konzentration K (Fig. 11) sei demgemäß die Schallgeschwindigkeit der Lösung der unterkühlten Phase des Stoffes u_{K1} , der amorphen u_{K2} und der kristallinen u_{K3} . Allgemein ergebe Kurve 1 die Schallkennlinie des ersten, Kurve 2 die des zweiten und Kurve 3 des dritten Falles an. Diese drei

— adiabatischen — Schallkennlinien verbinden also die Schallgeschwindigkeit des Lösungsmittels u_0 mit den Schallgeschwindigkeiten der drei Phasen des zu lösenden Stoffes und sind bei gleichen Temperaturen der Endpunkte für diese drei Phasen charakteristisch. Da nun aber von einer bestimmten Sättigungskonzentration ab der zu lösende Stoff ausfällt, können wir nur Bruchteile der Kennlinien herstellen. Ihre Extrapolation führt dann allein zu dem gesuchten Schallgeschwindigkeitswert.

Da zumeist die kristalline Form eines Stoffes vorliegt, wird sich bei hinreichender Löslichkeit Kurve 3 und damit u_{e3} immer ermitteln lassen. Bei mehreren kristallinen Modifikationen gibt es verschiedene Kennlinien des Typus 3 und verschiedene u_{e3} -Werte. Kurve 2 wird sich wohl nur in wenigen Fällen aufnehmen und u_{e2} daraus bestimmen lassen. Kennlinie 1 braucht dagegen überhaupt nicht aufgenommen werden, da die viel leichtere Verwirklichung der isothermen Kennlinie 1' in der Extrapolation den gleichen Wert u_{e1} ergibt. Aus der Schallkennlinie 1' kann, wie schon oben gesagt wurde, einerseits nicht mehr eindeutig auf einen bestimmten Aggregatzustand des ungelösten Stoffes geschlossen werden, da die Isothermie alle Besonderheiten ausgelöscht hat, andererseits findet sich jedoch in der Extrapolation ein molekular völlig ungeordneter, einer Flüssigkeit äquivalenter Zustand bei der Temperatur T . Dieser Zustand ist aber identisch mit dem der unterkühlten Flüssigkeit des gelösten Stoffes bei der Temperatur T und fällt folglich zusammen mit dem Extrapolationswert der Kennlinie 1. Darum genügt es, im experimentellen Teil die einfachere Kurve 1' für die Durchführung des Extrapolationsverfahrens am unterkühlten flüssigen Zustand aufzunehmen. Auch die Kurven 2 und 3 scheinen in der Extrapolation auf einen flüssigkeitsgleichen Molekularzustand bei der Temperatur T zu führen. Er kann aber nicht mit dem aus 1 und 1' ermittelten identisch sein, denn die Umkehrung des ganzen Verfahrens muß ja wieder auf die Kurven 2 und 3 und nicht etwa auf Kurve 1 führen. Hat also der Extrapolationspunkt der Kennlinien 2 und 3 strenggenommen vielleicht keinen physikalischen Sinn, so ist er doch seinem Werte nach die Schallgeschwindigkeit des festen amorphen und kristallinen Zustandes eines Stoffes. Stellt man sich auf den Standpunkt, daß eine Flüssigkeit kein kondensiertes Gas, sondern nach neueren Forschungen ein quasi-kristallines Gebilde sei, so ist es entgegen den Aussagen der beiden letzten Sätze durchaus verständlich, daß die Extrapolation die Schallgeschwindigkeit eines kristallinen Zustandes ergeben kann.

Normalerweise lassen sich die Kennlinien 1, 1', 2 und 3 nur bis zu den Sättigungskonzentrationen auf Kurve S verwirklichen. Von dort ab löst

sich ein Teil des zu lösenden Stoffes nicht mehr und verbleibt etwa als kristalline feste Masse in der Lösung. Vermögen wir diese Masse durch intensivste Ultraschallbestrahlung gleichmäßig in der Flüssigkeit zu verteilen¹⁾, so ließe sich im Pierceschen Interferometer mit Schallwellen geringer Intensität die Schallgeschwindigkeit dieses quasiisotropen Mediums bestimmen. Wir erhielten dann wenigstens noch einen Teil der Kurven $\bar{1}$, $\bar{1}'$, $\bar{2}$ und $\bar{3}$ und könnten auf u_{e1} , u_{e2} und u_{e3} schließen. Diese Kurven sind von den normalen Kennlinien nur durch einen Schallgeschwindigkeitssprung bei den Sättigungskonzentrationen zu erreichen.

Im Unterschied der Schallkennlinien 1 und 3 und vor allem ihrer Extrapolationswerte u_{e1} und u_{e3} macht sich die Schmelz- bzw. Erstarrungswärme wesentlich bemerkbar. Der absolute Betrag der Differenz $u_{e3} - u_{e1}$ kann ein gewisses Maß für die Schmelzwärme bei der betreffenden Temperatur T und umgekehrt sein. Man kann ungefähr abschätzen, wie groß wohl der Unterschied zwischen den beiden Schallgeschwindigkeiten sein mag.

Wenn bei der Herstellung der Lösungen eines Stoffes die auftretenden Wärmetönungen nur gering oder kaum nachzuweisen sind, so fallen die Kennlinien 1, 2, 3 praktisch mit $1'$ zusammen und die Differenzen zwischen u_{e1} , u_{e2} , u_{e3} fallen in die Fehlergrenzen der Extrapolation. Dies ist beispielsweise für Kampfer, Rhamnose und Rohrzucker ganz gut erfüllt. Mit einer Genauigkeit von 5% des angegebenen Wertes sind demnach die Schallgeschwindigkeiten von festem polykristallinen

Kampfer bei 19° C \sim 1380 m/sec,

Rhamnose bei 17° C \sim 2400 m/sec,

Rohrzucker bei 16° C \sim 2300 m/sec.

Um Schallgeschwindigkeiten, die mit den aus einem Extrapolationsverfahren ermittelten vergleichbar sind, auf andere Weise zu erhalten, kann man die piezoelektrischen Eigenschaften einiger Substanzen verwerten. Die Extrapolation ergibt die Schallgeschwindigkeit eines feinkörnigen polykristallinen Gebildes. Diese wird voraussichtlich einem aus den Schallgeschwindigkeiten sämtlicher Kristallrichtungen errechneten Mittelwert gleich sein. So wurden aus den Schallgeschwindigkeiten einer Reihe verschieden geschnittener Kristallquader der Mittelwert ermittelt und für zwölf Urotropinkristalle der Wert 2306 m/sec, für fünf Rhamnosekristalle der Wert 2593 m/sec gefunden. Für den unterkühlt-flüssigen Zustand des Urotropins war oben 2134 m/sec angegeben worden. Die Schallkennlinie

¹⁾ Vgl. B. Claus, ZS. f. techn. Phys. 15, 74, 1934; 16, 80, 202, 1935.

des festen Urotropins (Typus 3, Lösung in H_2O) weicht nicht sehr viel von der isothermen (Typus 1') ab. Größenordnungsmäßig ist also die Übereinstimmung recht gut. Das gleiche gilt für den Vergleich des obenstehenden Wertes für feste Rhamnose von ~ 2400 m/sec mit dem aus piezoelektrischen Messungen stammenden von ~ 2600 m/sec.

Die Reflexion einer Schallwelle an einem festen Körper ist zur Schallgeschwindigkeitsbestimmung auswertbar¹⁾. Ein schmaler Schallstrahl wird an einem ebenen, polierten Untersuchungsobjekt reflektiert. Direkte und reflektierte Welle spalten ein feines intensives der Oberfläche desselben parallel laufendes Lichtbündel dem Schallgittereffekt entsprechend auf. Das Untersuchungsobjekt befindet sich dabei in einem flüssigen Medium, dessen Dichte und Schallgeschwindigkeit durch Zusetzen geeigneter Stoffe so lange variiert werden, bis die Beugungsbilder der reflektierten Welle verschwinden. Dann sind die Produkte aus Dichte und Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit und im festen Stoffe einander gleich und die Schallgeschwindigkeit des letzteren kann bestimmt werden. Leider zeigt sich, daß die untersuchten Stoffe ein so hohes Schallabsorptionsvermögen haben, daß eine merkliche Reflexion in einem weit größeren Bereiche ausbleibt, als es an sich wünschenswert wäre. Es läßt sich nur feststellen, daß z. B. die Schallgeschwindigkeiten festen polykristallinen Kampfers, Naphthalins und Resorcins in einem Bereiche liegen, der etwa 10% des oben für die unterkühlte Flüssigkeit angegebenen Wertes nicht überschreitet und unter 20% nicht fällt.

Zu einer genauesten Prüfung des Extrapolationsverfahrens an festen Stoffen wird sich daher wohl nur die Anwendung der Methoden des Schäfer-Bergmannschen Interferenzverfahrens²⁾ eignen.

Es sei noch folgende wichtige Bemerkung gemacht: Das Extrapolationsverfahren schließt die Möglichkeit des Eingehens der Umgrenzung der Versuchssubstanzen in das Ergebnis vollkommen aus. Es hat keinen Sinn, festen und flüssigen Zustand in bezug auf ihre Schallgeschwindigkeiten vergleichen und in Beziehung zueinander setzen zu wollen, wenn für den festen Zustand die Eindeutigkeit dadurch aufgehoben ist, daß etwa für Stäbchenformen verschiedenen Querschnitts verschiedene Schallgeschwindigkeiten gelten. Nur in einem theoretisch unbegrenzten, praktisch gegen die Wellenlänge hinreichend großen festen Medium ist die Schallgeschwindigkeit ein-

¹⁾ Die Totalreflexion wird ausgenutzt in einer Arbeit von Bez-Bardili, ZS. f. Phys. **96**, 761, 1935. — ²⁾ Cl. Schäfer u. L. Bergmann, Naturwiss. **22**, 685, 1934, sowie zusammen mit E. Fues u. H. Ludloff, Berl. Ber. **14**, 222, 1935.

deutig und mit der in Flüssigkeiten auch eindeutig vergleichbar. Die Extrapolation ergibt eindeutige Werte und diese gehören dem ausgedehnten festen Medium zu.

Es ist noch zu sagen, daß die Kennlinien und Extrapolationspunkte durchaus nicht die aus Fig. 11 ersichtliche Lage zueinander zu haben brauchen. Die Figur gibt nur eine von verschiedenen Möglichkeiten wieder.

Zusammenfassung.

Nach einer Reihe von Messungen der Schallgeschwindigkeit in einfachen und zusammengesetzten Flüssigkeiten wird an den Schallkennlinien von Lösungen ein Extrapolationsverfahren, das die Schallgeschwindigkeit gelöster Substanzen zu bestimmen gestattet, entwickelt. Für den unterkühlt-flüssigen Zustand wird dieses Verfahren mit zwei Spezialapparaturen geprüft und für richtig befunden. Das Extrapolationsverfahren wird sodann auf Grund theoretischer Überlegungen auch auf feste Substanzen ausgedehnt. Das noch geringe Zahlenmaterial spricht auch hier für die Brauchbarkeit der neuen Methode, Schallgeschwindigkeiten in Stoffen und Zuständen zu ermitteln, die bislang kaum zugänglich waren.

Die vorliegende Arbeit wurde im Institut für angewandte Elektrizität der Universität Göttingen ausgeführt. Dem Leiter des Instituts, Herrn Prof. Dr. Max Reich, sei für die Unterstützung dieser Arbeit herzlichst gedankt. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die Verleihung eines halbjährigen Stipendiums.

Beiträge zur Analyse des Vorganges der technischen Magnetisierung¹⁾.

II. Teil: Bedeutung der Wechselwirkung der Elementarbereiche für die technischen Magnetisierungskurven, insbesondere für solche mit makroskopischen Sprüngen.

Von **K. H. R. Weber** in Berlin.

Mit 10 Abbildungen. (Eingegangen am 25. März 1937.)

Über die Wechselwirkung der Elementarbereiche. — Messungen zur Klärung der Wirksamkeit des inneren Feldes und der inneren Materialveränderung, die schließlich zu makroskopischen Sprüngen Anlaß gibt. — Theoretisches über den Zusammenhang von innerem Feld und makroskopischen Sprüngen. — Prüfung der Beziehung zwischen innerem Feld und makroskopischen Sprüngen. — Ergebnis der Untersuchung.

§ 1. Über die Wechselwirkung der Elementarbereiche. Im I. Teil der Untersuchung wurde eine charakteristische Abweichung der experimentellen Ergebnisse von den Ergebnissen der Weiss'schen Theorie der technischen Magnetisierungskurve festgestellt (§ 2 und 4). Die berechneten Kurven weisen eine Unstetigkeitsstelle der Suszeptibilität — Knickstelle — auf, die für alle auf- und absteigenden Äste bei ein und derselben Feldstärke liegt. Dagegen besitzen die an einem mechanisch vorbehandelten und unter mechanischen Spannungen stehenden Nickeldraht gemessenen Kurven Knickstellen, die mit dem Feld proportional der Magnetisierung verlagert liegen.

Wie im I. Teil schon angedeutet wurde, bestehen keine Schwierigkeiten, die Weiss'sche Theorie so zu erweitern, daß sie diesem experimentellen Ergebnis gerecht wird. Man führt zu diesem Zweck ein zusätzliches magnetisierendes Feld in die Weiss'sche Theorie ein, dessen Größe proportional der Magnetisierung ist. Wir nannten dieses Feld im I. Teil „inneres Feld“ und setzten

$$H_i = N_i I, \quad (1)$$

wobei N_i die Konstante des inneren Feldes bedeutet. Geometrisch ist die Einführung des inneren Feldes gleichbedeutend mit einer Scherung der Magnetisierungskurven parallel zur H -Achse. Auf diese Weise entstand aus den Weiss'schen theoretischen Magnetisierungskurven die Fig. 1. Die Geraden g lassen die angebrachte Scherung und damit die gewünschte Verlagerung der Knickstellen erkennen. Neben der Nullkurve und der

¹⁾ I. Teil: Experimente zur Weiss'schen Theorie der technischen Magnetisierungskurve, ZS. f. Phys. **98**, 155—180, 1936.

maximalen Schleife sind zwei symmetrische Schleifen dargestellt, die mit abnehmendem Maximalfeld geringere Höhe und Breite besitzen. Auf dem aufsteigenden Ast der maximalen Schleife beginnen (strichpunktiert) mehrere unsymmetrische Schleifen.

Zur Erinnerung an die im I. Teil gemachten Ausführungen sei erwähnt, daß die in Fig. 1 dargestellten Magnetisierungskurven nur aus irreversiblen Elementarprozessen aufgebaut sind. In dem gezeichneten Beispiel herrscht kugelsymmetrische Verteilung der Magnetisierungsrichtungen der Elementarbereiche. Für diese ist das kritische Feld H_k einheitlich gleich 10 O angenommen. Die remanente Magnetisierung I_R , gleich der halben Sättigungsmagnetisierung I_∞ , beträgt 250 CGS . N_i hat den Wert $0,01$.

Felder, die ähnlich dem hier eingeführten inneren Feld wirken, sind in der Theorie des Magnetismus keineswegs neu. So leitete Weiss¹⁾ die den Ferromagnetismus charakterisierende Erscheinung der spontanen Magnetisierung aus der Theorie des Paramagnetismus von Langevin²⁾ dadurch ab, daß er eine molekulare Wechselwirkung annahm. Diese stellte er durch ein molekulares inneres Feld dar, das die magnetisierende Wirkung eines außen angelegten Feldes beträchtlich unterstützt und so in der Lage ist, die gegenüber dem Paramagnetismus große ferromagnetische spontane Magnetisierung hervorzurufen. Fig. 2 zeigt unter a) die Magnetisierungskurve für paramagnetische Körper nach Langevin, bei der das magnetisierende Feld H gleich dem außen angelegten H_a ist. b) gibt die spontane Magnetisierung wieder, die bei einem genügend großen inneren molekularen Feld H_m durch

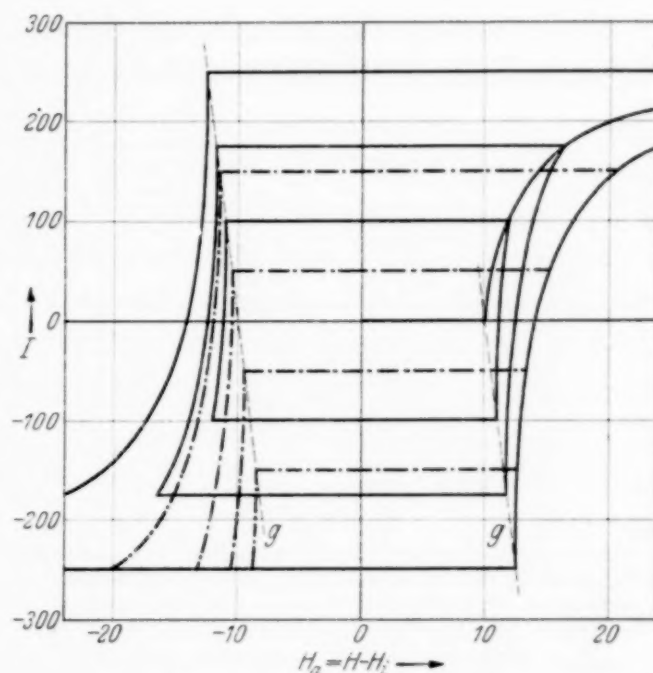


Fig. 1. Theoretische Magnetisierungskurven bei Darstellung der Wechselwirkung der Elementarbereiche durch ein zusätzliches der Magnetisierung proportionales inneres Feld. Die Kurven ergeben sich durch eine Scherung der Weisschen theoretischen technischen Magnetisierungskurven parallel zur H -Achse (Scherungsgerade g).

¹⁾ P. Weiss, Journ. d. Phys. (4) **6**, 616—690, 1907; Phys. ZS. **9**, 362—363, 1908. — ²⁾ P. Langevin, Ann. chim. Phys. (8) **5**, 70—127, 1905.

Scherung der Kurven a erhalten wird (Scherungslinie g). (Bei kleinen Feldern ergeben sich drei Kurvenstücke, die praktisch zur Abszisse parallel liegen.) Diese Ableitung war lange Zeit sehr unbefriedigend, da man sich den Ursprung des großen molekularen Feldes nicht erklären konnte, das in der Größenordnung von 10^7 O liegen mußte. Heute erscheint dieses Problem nach Entdeckung der Austauschkräfte durch Heisenberg¹⁾ einer Lösung zugeführt zu sein.

Ähnliche Schwierigkeiten treten für das oben eingeführte innere Feld, welches die Wechselwirkung zwischen den spontan magnetisierten Elementar-

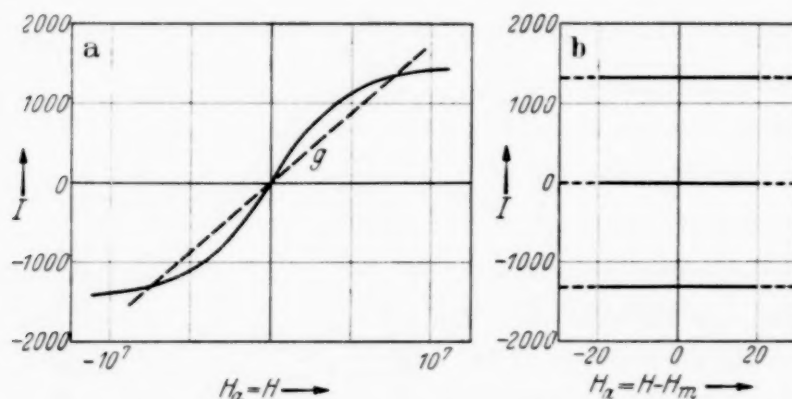


Fig. 2. a) Theoretische Magnetisierungskurve paramagnetischer Körper nach Langevin (Maßstab größenordnungsmäßig). b) Spontane Magnetisierung eines Ferromagnetikums, die sich durch Scherung der Kurve a (Scherungslinie g) ergibt. Die Scherung ist gleichbedeutend mit der Einführung des Weiss'schen molekularen inneren Feldes, das die Wechselwirkung der atomaren magnetischen Momente kennzeichnet.

bereichen berücksichtigt, nicht auf. Denn dieses zur Erklärung des experimentellen Ergebnisses benötigte Feld ist verhältnismäßig klein und liegt in der Größenordnung von Koerzitivfeldern. Das innere Feld auf die Wechselwirkung der Elementarbereiche zurückzuführen, erscheint schon dadurch nahegelegt, daß die Weiss'sche Theorie die strenge Voraussetzung der Unabhängigkeit der Elementarbereiche macht, während diese doch dicht gelagert anzunehmen sind. Um so mehr wird man verhältnismäßig geringe Abweichungen des Experiments von der Weiss'schen Theorie, wie sie im I. Teil festgestellt werden konnten, auf eine Wechselwirkung zwischen den Elementarbereichen zurückführen²⁾.

Über die Beziehung der Wechselwirkung der Elementarbereiche zum inneren Feld ($H_i = N_i I$) läßt sich folgendes sagen. Die in der Umgebung eines bestimmten Elementarbereiches E liegenden Elementarbereiche rufen

¹⁾ W. Heisenberg, ZS. f. Phys. **49**, 619—636, 1928. — ²⁾ Wie fruchtbar eine solche Betrachtungsweise sein kann, hat von Auwers, Ann. d. Phys. (5) **17**, 121—145, 1933, gezeigt, indem es ihm gelang, die merkwürdige Form der Magnetisierungskurven des Perminvar zu deuten.

am Orte von E ein Feld H_i hervor. H_i ist abhängig von der Orientierung der Elementarbereiche in der Umgebung von E . Diese Orientierung fehlt im magnetisch neutralen Zustand des Materials, so daß sich am Orte von E die Felder der umliegenden Elementarbereiche gegenseitig kompensieren, d. h. für $I = 0$ ist $H_i = 0$. Bei zunehmender Magnetisierung tritt eine Orientierung der Elementarbereiche in der Umgebung von E ein und diese ruft am Orte von E ein Feld hervor, das man in erster Näherung und in Anlehnung an das Experiment als proportional der Magnetisierung, d. h. proportional der zunehmenden Orientierung der Elementarbereiche in der Umgebung von E , annehmen muß. In welchem Umfange dieses einfache Gesetz Gültigkeit hat, wird in der vorliegenden Untersuchung nicht entschieden. Im nächsten Paragraphen wird noch einiges darüber zu sagen sein.

Die Wechselwirkung der Elementarbereiche wurde von Gans¹⁾ diskutiert. Sie äußert sich danach in einem „inneren Feld“ und einem „Streufeld“. Das in der vorliegenden Untersuchung eingeführte innere Feld ist hiermit identisch. Das Streufeld bedeutet im Vergleich zum inneren Feld eine Verfeinerung der Vorstellung über die Wechselwirkung der Elementarbereiche; es kann aufgefaßt werden als die im entmagnetisierten Zustand eines Ferromagnetikums vorhandene restliche Wechselwirkung. Das Streufeld ist demnach eine für jeden Elementarbereich charakteristische Konstante, die aber von Elementarbereich zu Elementarbereich verschieden sein kann. Wie Gans zeigt, erlaubt die Annahme der gleichzeitigen Wirkung der beiden Felder, den Verlauf der maximalen Schleife, der Nullkurve und der idealen Kurve bei einem normalen Ferromagnetikum in guter Annäherung zu beschreiben. Dabei ist gerade das Streufeld von ausschlaggebender Bedeutung, denn es gestattet, die für die Form der Magnetisierungskurve eines gewöhnlichen Ferromagnetikums bedeutsame Erscheinung zu erklären, daß die Elementarbereiche auch in einem dem absoluten Betrag nach abnehmenden äußeren Feld umspringen können.

In der vorliegenden Untersuchung werden wir im wesentlichen nur das innere Feld diskutieren, dessen abgesonderte Betrachtung sich bereits als fruchtbar erweisen wird²⁾.

¹⁾ R. Gans, Schriften d. Königsberger Gel. Ges. II, 6, S. 59—79, 1929/30.

— ²⁾ Wenn man die das Streufeld berührenden Erscheinungen untersuchen will, wäre ein weiterer Punkt zu beachten. Die Weiss'sche Theorie enthält neben der Voraussetzung der Unabhängigkeit der Elementarbereiche weiterhin die der Konstanz des kritischen Feldes H_k im ganzen Ferromagnetikum. Dieser Punkt bedürfte daher mindestens gleichzeitig einer Klärung, da eine Nichtkonstanz von H_k der Wirkung des Streufeldes teilweise entsprechen würde (Abrundung der Knickstellen).

§ 2. Messungen zur Klärung der Wirksamkeit des inneren Feldes und der inneren Materialveränderung, die schließlich zu makroskopischen Sprüngen Anlaß gibt. Wir sahen die einfachste Form der Wechselwirkung der Elementarbereiche in der Existenz eines inneren Feldes,

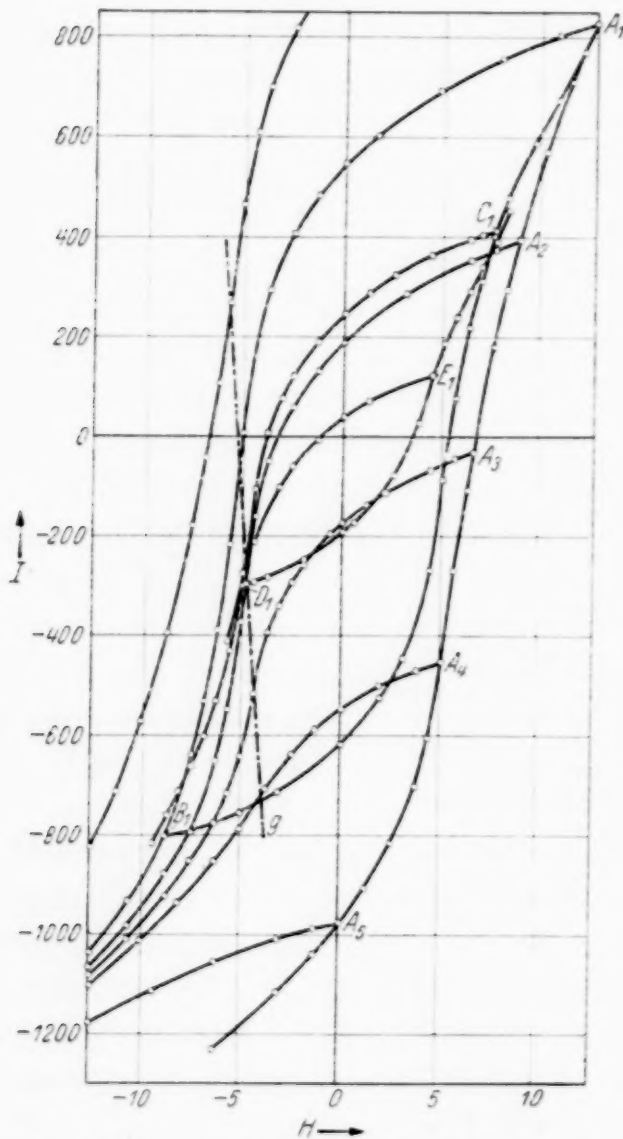


Fig. 3. Magnetisierungskurven von normalem Eisendraht im Gebiete der maximalen Schleife mit vorherrschend irreversiblen Elementarprozessen. Bei A_1 , A_2 , A_3 , A_4 und A_5 des aufsteigenden Astes beginnen unsymmetrische Schleifen erster Art, bei B_1 , C_1 , D_1 und E_1 solche zweiter, dritter, vierter und fünfter Art. Die Gerade g verbindet die Punkte größter Suszeptibilität der absteigenden Äste der maximalen Schleife und mehrerer unsymmetrischer Schleifen.

der in dem ganzen magnetischen Zustandsgebiet nur dem Sinne nach mit dem Verlauf der Weiss'schen theoretischen Kurven übereinstimmt. Für die Angleichung der Theorie müßte berücksichtigt werden: das nicht einheitliche kritische Feld H_k der Elementarbereiche, die

in einer Schar Weiss'scher theoretischer Magnetisierungskurven (Fig. 1) eine Verlagerung der Knickstellen mit dem Felde und proportional der Magnetisierung hervorruft. Eine Messung, die diese Erscheinung zeigte, ist im I. Teil (Fig. 9, S. 168) eingehend besprochen worden. Es entsteht die Frage, ob eine Wirksamkeit des inneren Feldes auch in anderen Fällen beobachtet werden kann.

Nehmen wir zunächst den Fall normalen Eisens. In Fig. 3 sind magnetometrisch gemessene (vgl. I. Teil, § 3) Magnetisierungskurven eines normalen Eisendrahtes wiedergegeben. Auf dem aufsteigenden Ast der maximalen Schleife beginnen bei A_1 , A_2 , A_3 , A_4 und A_5 unsymmetrische Schleifen erster Art (vgl. I. Teil, § 1, S. 157), ferner bei B_1 , C_1 , D_1 und E_1 solche zweiter, dritter, vierter und fünfter Art. Die Kurven zeigen den bekannten Verlauf,

Wechselwirkung der Elementarbereiche (inneres Feld und Streufeld) und die reversible Magnetisierung. Die Wirksamkeit eines inneren Feldes scheint in Fig. 3 jedenfalls nicht in einfacher Weise erkennbar zu sein. Vielleicht könnte man die eingezeichnete Gerade g hiermit in Zusammenhang bringen. Sie verbindet die Punkte größter Suszeptibilität auf den absteigenden Ästen der maximalen Schleife und mehrerer unsymmetrischer Schleifen. Eine präzise Klarstellung eines Zusammenhanges kann hier jedoch wegen des ungeklärten Zusammenwirkens der angeführten Faktoren nicht gegeben werden.

Zum Zwecke der besseren Verständigung wird im folgenden die im I. Teil eingeführte Bezeichnung „Knickstelle“ auf den Grenzfall ausgedehnt, daß an einer solchen Stelle ein makroskopischer Sprung vorhanden ist. Dem Kurvenbild nach ist dies gerechtfertigt. Auch im Sinne der Weiss'schen Theorie unterscheiden sich Knickstelle und Sprungstelle nur unwesentlich dadurch, daß es sich im ersten Falle um das Einsetzen der Sprünge weniger, günstig orientierter Elementarbereiche handelt, im zweiten um das Einsetzen der Sprünge einer großen Gruppe.

In Fig. 4 und 5 sind Messungen an Nickeldrähten wiedergegeben, bei denen neben der maximalen Schleife jeweils eine unsymmetrische Schleife aufgenommen ist. Hier zeigt sich im Gegensatz zu der Messung im I. Teil, daß nur bei den Kurven mit den größten Sprüngen eine Felddifferenz der Knickstellen von maximaler und zugehöriger unsymmetrischer Schleife andeutungsweise festzustellen ist. Es seien zunächst nähere Angaben zu den Kurven gemacht.

Die in Fig. 4 und 5 dargestellten Messungen sind an reinem Nickel gemacht, das nach dem von Forrer¹⁾ angegebenen Verfahren vorbehandelt wurde. Nickeldraht von etwa 0,5 mm Stärke wird kurze Zeit durch elektrischen Strom geglüht und dann kalt bis zum Zerreißen gereckt. Man findet danach leicht Drahtstücke von etwa 20 cm Länge mit über die ganze Drahtlänge mechanisch und magnetisch gleichmäßigen Eigenschaften. Nach dieser Vorbehandlung ergaben sich die in Fig. 4, I und Fig. 5, I dargestellten Magnetisierungskurven mit einem Koerzitivfeld von 37 O und einer ziemlich hohen Remanenz von $I_R = 300$ CGS. Bei der Messung wurde sehr darauf geachtet, daß der Draht nicht etwa unter einer Zugspannung stand. Es zeigte sich nämlich, daß die allein durch Reibung in der Einspannvorrichtung für den Draht auftretende geringe Zugspannung genügte, um die Remanenz um 5 bis 10% zu verringern.

¹⁾ R. Forrer, Journ. de Phys. et le Radium (6) 7, 109—124, 1926.

Die Messungen wurden im allgemeinen magnetometrisch gemacht (vgl. I. Teil, § 3). Zur Untersuchung von Magnetisierungssprüngen wurde auch die ballistische Methode hinzugezogen. Das durchgesteuerte Feld betrug bis etwa 1000 O. Die Messungen sind jedoch nur bis 40 bzw. 90 O wiedergegeben.

Fig. 4, II bis IV stellt Magnetisierungskurven bei verschiedenen starken *Biegungsspannungen* dar. Jede der Kurven II bis IV ist an einem

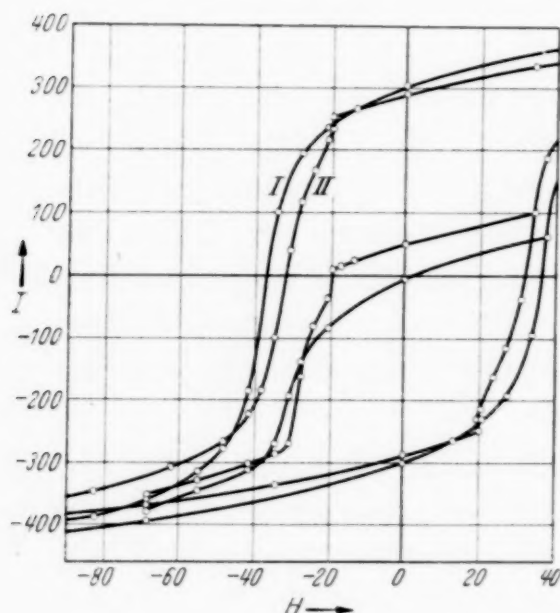


Fig. 4 a.

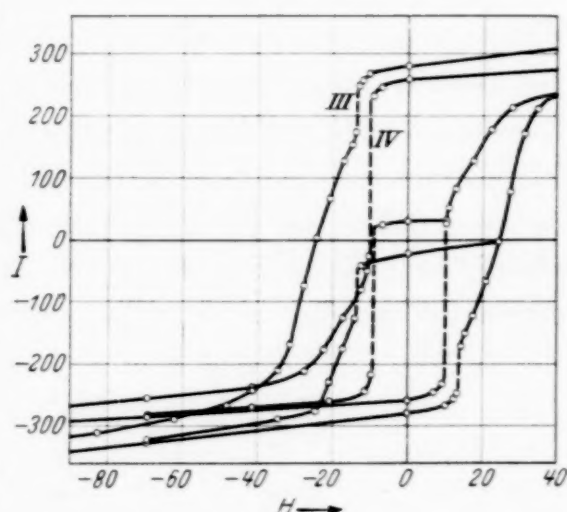


Fig. 4 b.

Fig. 4 a und 4 b. Magnetisierungskurven von vorbehandeltem Nickeldraht unter *Biegungsspannungen*. Maximale Schleife und unsymmetrische Schleife. I: vorbehandeltes Ausgangsmaterial; II bis IV: zunehmende Biegungsspannung.

besonderen Draht aufgenommen, um einen eindeutigen Ausgangszustand zu sichern. Ein solcher Draht wurde auf einen Zylinder von bestimmtem Radius ϱ_Z gewickelt und behielt dann nach Entspannung eine bestimmte remanente Krümmung mit dem Krümmungsradius ϱ_R . In der Tabelle sind diese Werte für die Proben I bis IV angegeben. Die Drähte wurden, nachdem sie eine remanente Krümmung erhalten hatten, in eine Kapillare geschoben und durch diese in gestreckter Lage gehalten.

ϱ_Z cm	ϱ_R cm	Fig. 4	ϱ_Z cm	ϱ_R cm	Fig. 4
∞	∞	I	3,3	5,5	III
4,8	19,0	II	1,0	1,5	IV

Die Kurven zeigen, daß die Remanenz vom Werte 300 CGS bei nicht beanspruchtem Material auf den Wert 260 CGS bei der Probe IV sinkt.

Die allgemeine Erklärung hierfür liegt in der zunehmenden Orientierung der Elementarbereiche, die unter Zugspannung stehen, senkrecht zur Drahtachse. Probe II zeigt bereits einen scharfen Knick, hervorgerufen durch die mit zunehmender Vereinheitlichung der mechanischen Spannungen zunehmende Vereinheitlichung der kritischen Feldstärke H_k der Elementarbereiche. Orientierung allein würde hierzu noch nicht ausreichen. Da in den Kurven II bis IV die Knickstellen zunehmend nach kleineren Feldern rücken, ist zu schließen, daß zunehmende mechanische Spannungen das kritische Feld H_k der Elementarbereiche verkleinern. Die absteigenden Äste der unsymmetrischen Schleifen sind, in Übereinstimmung mit der Weiss'schen Theorie, kongruent mit den entsprechenden Kurvenstücken der maximalen Schleife (siehe I. Teil, S. 161). Augenfällig ist im besonderen auch die Übereinstimmung der Größe der Sprünge in maximaler und unsymmetrischer Schleife. In beiden Schleifen liegen in den Kurven II und III die Knickstellen bei derselben Feldstärke. Erst in der Kurve IV zeigt sich eine geringe gegenseitige Verlagerung, die wir oben mit der Wirksamkeit des inneren Feldes in Zusammenhang brachten. Hierauf kommen wir nach Besprechung der zweiten Meßreihe zurück.

In charakteristischer Weise verschieden von den in Fig. 4 dargestellten Messungen an gebogenem Nickeldraht sind die in Fig. 5 wiedergegebenen an *tordiertem* Nickeldraht. Die Messungen sind in diesem Falle an ein und demselben Draht gemacht, der ebenfalls, wie oben beschrieben, nach Forrer vorbehandelt wurde. Es betragen die Drehwinkel für 1 cm Drahtlänge bei Kurve (Fig. 5):

I	II	III	IV
0°	2,25°	9°	18°

Die Remanenz steigt mit zunehmender Torsion von $I_R = 300$ auf $I_R = 340$ CGS. Während bei idealer *Biegungsbeanspruchung* des Drahtes die Remanenz schließlich den halben Sättigungswert (etwa 250 CGS) annimmt, gilt für ideale *Torsionsbeanspruchung* $I_R = 500/\sqrt{2} = 354$ CGS. Wie Schütz¹⁾ nämlich bemerkte, tritt bei Torsionsbeanspruchung eine Orientierung der Elementarbereiche unter 45° gegen die Drahtachse ein.

Im übrigen gilt im wesentlichen das, was auch zu den Kurven bei Biegungsbeanspruchung gesagt wurde. Die Orientierung unter 45° bringt es mit sich, daß noch Elementarbereiche mit einem Winkel $< 45^\circ$ vorhanden

¹⁾ W. Schütz, ZS. f. Phys. 78, 697—703, 1 & 2.

sind. Deswegen geht die Suszeptibilität mit größer werdendem Feld praktisch stetig auf den Wert ∞ an der Sprungstelle. Die Magnetisierungskurven weisen also eine deutliche Krümmung vor Einsatz eines Sprunges auf, ganz

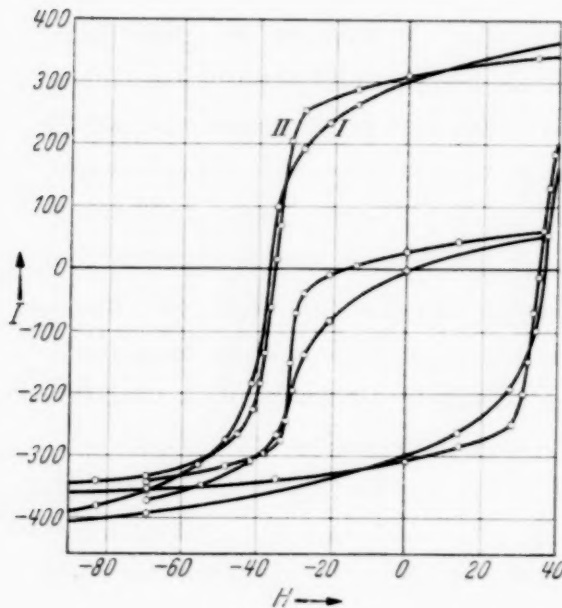


Fig. 5 a.

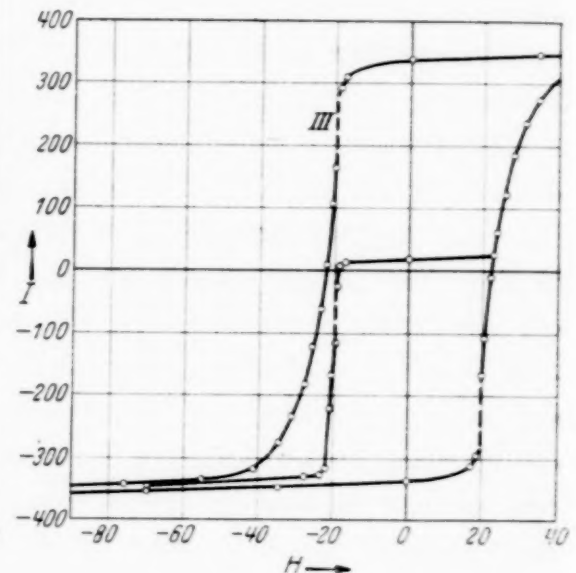


Fig. 5 b.

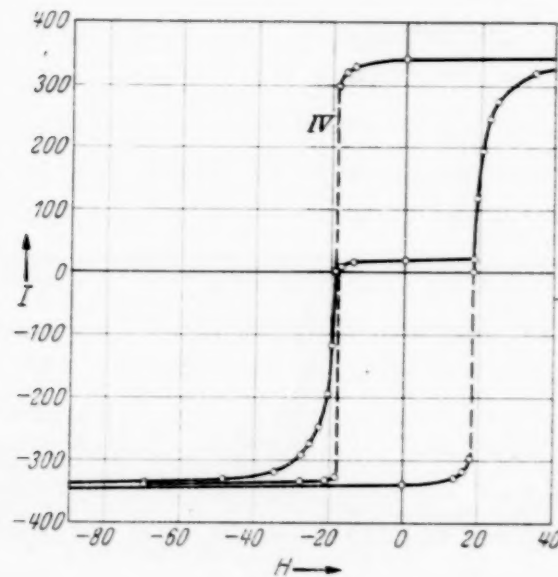


Fig. 5 c.

Fig. 5 a, 5 b und 5 c. Magnetisierungskurven von vorbehandeltem Nickeldraht unter *Torsions*-spannungen. Maximale Schleife und unsymmetrische Schleife. I: vorbehandeltes Ausgangsmaterial; II bis IV: zunehmende Torsionsspannung.

im Gegensatz zu Fig. 4, in welchem Falle $\varepsilon = 0$ gilt. Auch aus dem Verlauf der Magnetisierungskurven nach erfolgtem Sprung geht der Unterschied zwischen biegungs- und torsionsbeanspruchtem Material hervor. Die Ansammlung der Elementarbereiche unter großen Winkeln bei Biegung bedingt

eine verhältnismäßig geringe Magnetisierungsänderung nach erfolgtem Sprung. Im Gegensatz dazu nimmt bei Torsion die Zahl der Elementarbereiche mit großem ε ab und deswegen nähert sich nach erfolgtem Sprung die Magnetisierung verhältnismäßig schnell der Sättigung. Die hier nur überschläglich betrachteten Verhältnisse lassen sich nach dem im I. Teil, § 5 benutzten Verfahren auch quantitativ verfolgen.

In bezug auf das kritische Feld H_k der Elementarbereiche ist ein interessanter Vergleich zwischen den Messungen Fig. 4 und 5 möglich. Wegen der in dem einen Fall zunehmenden Orientierung der Elementarbereiche unter 45° zur Drahtachse gilt die Stelle der größten Suszeptibilität als durch die 45° -Elementarbereiche hervorgerufen. Diese Stelle gibt nicht den H_k -Wert der Elementarbereiche an, vielmehr ist der Meßwert mit $\cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}$ zu multiplizieren, um den H_k -Wert zu liefern. Wenn nun die H_k -Werte für gebogenen und tordierten Draht übereinstimmen — was wegen des für beide Meßreihen gleich gewählten Ausgangsmaterials der Fall sein müßte —, werden sich in den Kurven der Fig. 4 und 5 die Feldwerte der größten Suszeptibilität um den Faktor $\sqrt{2}$ unterscheiden. Das ist in der Tat in guter Annäherung der Fall. Die Feldwerte der größten Magnetisierungsänderung gehen in Fig. 5 in den Kurven II bis IV von 31 auf 18 O herunter und liefern damit für H_k die Werte 21 bis 12,5 O. Im Vergleich fallen die in Fig. 4 direkt ablesbaren H_k -Werte von 20 auf 10 O.

Die beiden in Fig. 4 und 5 dargestellten Meßreihen liefern das hier besonders interessierende Ergebnis, daß keineswegs eine Feldverschiebung der Knickstellen der maximalen Schleife und der zugehörigen unsymmetrischen Schleife vorhanden ist, wie das den Messungen im I. Teil nach zu erwarten gewesen wäre. Das unterschiedliche Ergebnis muß auf die verschiedene Vorbehandlungsart des Ausgangsmaterials zurückgeführt werden, die die Ausbildung eines inneren Feldes mehr oder weniger zu begünstigen scheint. Nur die Kurven IV mit etwa 50%igen Sprüngen zeigen eine geringe Verlagerung der Knickstellen. Makroskopische Sprünge scheinen überhaupt mit dieser Erscheinung untrennbar verknüpft zu sein, wie in der Literatur in großer Zahl wiedergegebene Messungen zeigen, z. B. in den Arbeiten von Forrer¹⁾, von Auwers²⁾, von Schmoller³⁾ u. a. Es sind hier meist nicht unsymmetrische Schleifen, sondern symmetrische wiedergegeben. Jedoch äußert sich die Wirksamkeit eines inneren Feldes in beiden Fällen gleich, wie die theoretischen Kurven in Fig. 1 zeigen.

¹⁾ R. Forrer, Journ. d. Phys. et le Radium (6) 7, 117, Fig. 11, 1926.
— ²⁾ O. von Auwers, ZS. f. techn. Phys. 14, 318, Fig. 8, 1933. — ³⁾ F. von Schmoller, ZS. f. Phys. 93, 47, Fig. 19; 48, Fig. 20, 1935.

Die Messungen dieses Paragraphen deuten also im Zusammenhang mit vielen in der Literatur vorhandenen darauf hin, daß hauptsächlich bei Magnetisierungskurven mit makroskopischen Sprüngen die Wirksamkeit eines inneren Feldes zutage zu treten scheint. Wir werden uns daher im folgenden Paragraphen besonders diesem Falle zuwenden.

§ 3. *Theoretisches über den Zusammenhang von innerem Feld und makroskopischen Sprüngen.* Die Feststellung des vorigen Paragraphen, daß Magnetisierungskurven mit makroskopischen Sprüngen auf eine Wirksamkeit

des inneren Feldes hindeuten, veranlaßt uns, weitere Folgerungen aus der Einführung eines inneren Feldes in die Weiss'sche Theorie zu ziehen und experimentell zu prüfen. Bei näherer Betrachtung ergibt sich hier ein neuer Gesichtspunkt. Da das innere Feld proportional der Magnetisierung angenommen ist, schafft das einfache graphische Verfahren der Scherung leicht einen Überblick über die durch das innere Feld in den Weiss'schen Kurven hervorgerufenen möglichen Erscheinungen. In Fig. 1 wurde hiervon bereits Gebrauch gemacht. Mit dem Wert $N_i = 0,01$ stellt die Figur einen Grenzfall dar, in welchem die Magnetisierungskurven in den Knickstellen gerade die Suszeptibilität ∞ besitzen. Bei größerem N_i und damit größerer Scherung ändert sich das Bild nun vollkommen; es entstehen Kurvenstücke

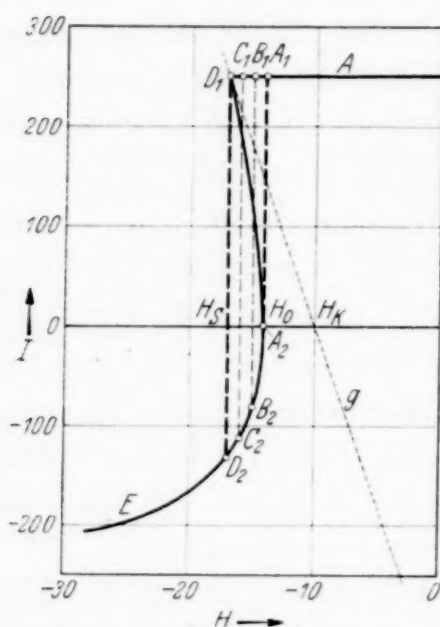


Fig. 6. Die Einführung eines der Magnetisierung proportionalen inneren Feldes in die Weiss'sche Theorie der technischen Magnetisierungskurve bedingt bei genügend großem inneren Feld einen Bereich mit den Feldgrenzen H_0 und H_k , in welchem die Magnetisierung auf dem Kurvenstück $D_1 A_2$ als labil anzunehmen ist. Magnetisierungsänderungen erfolgen dann von H_0 bis H_k sprunghaft, z. B. $A_1 A_2$, $B_1 B_2$, $C_1 C_2$, $D_1 D_2$.

mit negativer Suszeptibilität, da z. B. der Punkt $H = H_k$, $I = 0$ immer an derselben Stelle bleibt. In Fig. 6 ist dieser Fall für eine Hälfte der Magnetisierungsschleife und für $N_i = 0,028$ gezeichnet. Der Grad der Scherung ist an der Scherungsgeraden g erkenntlich. Wie bei früheren theoretischen Beispielen ist wiederum angenommen: $H_k = \text{const} = 10 \text{ O}$, kugelsymmetrische Verteilung der Magnetisierungsvektoren der Elementarbereiche und $I_\infty = 500 \text{ CGS}$. Die Magnetisierungskurve enthält das Stück $D_1 A_2$ mit negativer Suszeptibilität. Das Feld bei D_1 sei mit H_s , das bei A_2 (Suszeptibilität ∞) mit H_0 bezeichnet. (Daß A_2 auf der Abszisse liegt, ist durch die

Wahl von N_i bedingt.) Zwischen H_0 und H_s entsprechen jedem Feldwert drei Magnetisierungswerte, die entweder auf A_1D_1 oder D_1A_2 oder A_2D_2 liegen. Wir machen nun die Annahme, daß die Magnetisierungskurve von D_1 bis A_2 nicht stabilen Zuständen des Ferromagnetikums entspricht. Dann sind in dem Feldbereich von H_0 bis H_s nur sprunghafte Übergänge von einem Punkte auf A_1D_1 nach einem auf A_2D_2 möglich. Der Sprung D_1D_2 beim Felde H_s ist als zwangsläufig erfolgend anzusehen, da er bei einem von Null anwachsenden Felde überhaupt die letzte Möglichkeit eines Überganges darstellt. Der sprunghafte Übergang von einem stabilen Zustand auf A_1D_1 in einen entsprechenden stabilen auf A_2D_2 bedarf offenbar eines besonderen Anlasses. Diesen könnte man sich auf folgende Weise erreicht denken. Wir stellen ein Feld $H_0 \leq H < H_s$ ein, so daß die Magnetisierung des Ferromagnetikums auf dem Stück A_1D_1 liegt, etwa bei A_1 oder B_1 oder C_1 . Das Feld eines *kleinen Bezirkes* des Ferromagnetikums wird nun zusätzlich auf den Betrag H_s gebracht, so daß dort zwangsläufig ein Sprung erfolgt. Man kann annehmen, daß hierdurch das übrige Ferromagnetikum seinen Anstoß zur Ummagnetisierung bekommt. Hierbei ergibt sich die Vorstellung, daß sich von der „Keimstelle“ aus der Vorgang der Ummagnetisierung ausbreitet. Ein Sprung beim Felde H_0 setzt also ein, wenn an irgendeiner Stelle des Ferromagnetikums das Feld H_0 um den Betrag $H_s - H_0$ auf H_s erhöht wurde. Nach dieser Vorstellung nimmt das zusätzliche anregende Feld beim Vorhandensein der magnetisierenden Felder H_0 bis H_s vom Werte $H_s - H_0$ linear bis auf Null ab, da bei H_s ein Sprung zwangsläufig erfolgt. Für unser Ferromagnetikum erhalten wir also unterschiedliche Magnetisierungsschleifen, je nach der Feldgröße, bei der wir einen Sprung anregen. In Fig. 6 sind beispielsweise folgende Magnetisierungskurven gezeichnet: $A-A_1-A_2-B_2-C_2-D_2-E$; $A-B_1-B_2-C_2-D_2-E$; $A-C_1-C_2-D_2-E$; $A-D_1-D_2-E$.

Falls ein Ferromagnetikum nicht vollkommen homogen ist und die Felder H_s in verschiedenen Teilen voneinander abweichen, so wird nach unserer Vorstellung über die Auslösung eines Sprunges der zwangsläufige Sprung bei dem kleinsten vorkommenden H_s stattfinden, denn für Gebiete mit größerem H_s befinden wir uns dann in deren Feldbereich H_s bis H_0 . Ist H_0 im ganzen Ferromagnetikum nicht konstant, so wird sich der in Fig. 6 vorhandene erste große Sprung (A_1A_2) aus einer Reihe nacheinander erfolgender Sprünge zusammensetzen.

An einer sprunghaften Ummagnetisierung beteiligt sich an den verschiedenen Stellen des Feldbereiches H_0 bis H_s eine unterschiedliche Menge von Elementarbereichen; und zwar bei H_0 wegen der geringeren Magneti-

sierungsänderung weniger, bei H_s mehr. D. h. in bezug auf die magnetischen Vorzugsrichtungen der Elementarbereiche, daß zunehmend von H_0 bis H_s Elementarbereiche mit größerem Neigungswinkel ε gegenüber der Feldrichtung von der sprunghaften Ummagnetisierung erfaßt werden. In dem in Fig. 6 gezeichneten Beispiel springen bei H_0 die zwischen 0 und 45° , bei H_s die zwischen 0 und 60° orientierten Elementarbereiche um. Eine Ausnahme macht hier der später zu besprechende Grenzfall, daß alle Vorzugsrichtungen parallel liegen.

Die Sprünge in Fig. 6 sind allein durch das innere Feld bedingt und ergeben sich, obwohl die magnetischen Vorzugsrichtungen der Elementarbereiche nach Voraussetzung kugelsymmetrisch verteilt sind. Wird umgekehrt die Kurve $A_1 D_1 D_2 E$ allein nach der Weiss'schen Theorie, also ohne Annahme eines inneren Feldes beurteilt, so zeigt sich, daß scheinbar etwa drei Viertel aller Elementarbereiche in ihren magnetischen Vorzugsrichtungen einheitlich orientiert sind und daß, falls ε gleich Null ist, H_k etwa 17 O beträgt. Man würde auf diese Weise also zu falschen Ergebnissen kommen. Es erhebt sich die Frage, wie sich bei Annahme der Wirksamkeit eines inneren Feldes die Scherungsgerade g und damit H_k bestimmen läßt. Offenbar kann in Fig. 6 bei unbekanntem H_k g beliebig gewählt werden. Eine Lösung dieser Frage ergibt sich später bei Betrachtung der ganzen magnetischen Zustandsebene.

Wie schon gesagt, enthält Fig. 6 die Voraussetzungen: kugelsymmetrische Verteilung der Magnetisierungsvektoren der Elementarbereiche und $H_k = \text{const.}$ Am Wesen der durch das innere Feld hervorgerufenen Erscheinung ändert sich aber nichts, wenn irgendeine andersartige Orientierung oder nichtkonstantes H_k vorliegt. Sogar eine einen Sprung erzeugende Orientierung der Elementarbereiche kann vorhanden sein. Immer aber wird durch die das innere Feld berücksichtigende Scherung ein Feldgebiet entstehen, in welchem bei jeder Feldstärke ein makroskopischer Sprung hervorgerufen werden kann. Orientierung der Elementarbereiche allein ergibt immer nur eine einzige Feldstärke, bei der ein makroskopischer Sprung möglich ist¹⁾.

Wir betrachteten bisher nur die Erscheinungen, die das innere Feld bei der maximalen Schleife hervorruft. Fig. 7 zeigt unter den Voraussetzungen wie bei Fig. 6 die Wirkung des inneren Feldes in der ganzen magnetischen

¹⁾ Es gibt einen Grenzfall, in welchem auch das innere Feld nur eine einzige Sprungfeldstärke bewirkt, wenn nämlich eine Magnetisierungskurve geradlinig verläuft und das innere Feld durch Scherung gerade die Suszeptibilität ∞ hervorruft.

Zustandsebene. Es sind nur die sich zwangsläufig ergebenden Sprünge gezeichnet. Wie für die maximale Schleife näher erläutert, ist auch hier jedem der Sprünge ein Feldgebiet vorgelagert, in welchem durch Anregung Sprünge hervorgerufen werden können. Um die Figur nicht zu verwirren, ist nur bei der maximalen Schleife die für das labile Gebiet maßgebliche Kurve h eingezeichnet. Abgesehen von der Nullkurve sind die Sprünge auf allen Schleifen gleich groß. Die kleinste symmetrische Schleife bildet

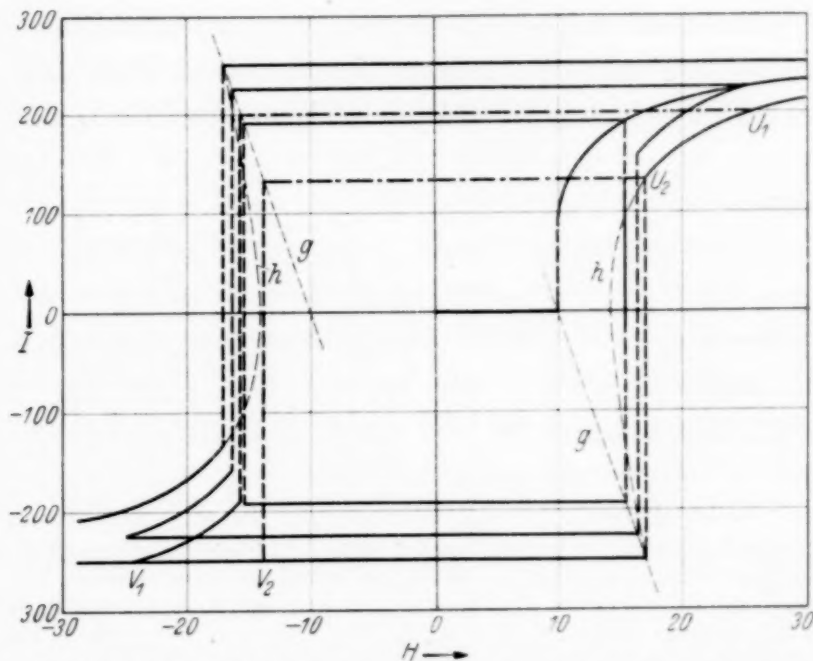


Fig. 7. Die magnetische Zustandsebene mit den hauptsächlich möglichen Sprüngen, die sich durch Einführung des inneren Feldes in die Weiss'sche Theorie der technischen Magnetisierungskurven ergeben und geometrisch durch Scherung der Weiss'schen Kurven erhalten werden (Scherungslinie g). Auch die Nullkurve besitzt einen Sprung. Im übrigen sind die Sprünge alle von gleicher Größe. Gezeichnet sind neben der maximalen Schleife zwei symmetrische Schleifen U_1V_1 und U_2V_2 . Zu jedem dargestellten maximalen Sprung gehört noch ein ganzes labiles Feldgebiet, wie es bei der maximalen Schleife durch Kurve h angedeutet ist, und in dem wie in Fig. 6 durch Anregung weitere Sprünge möglich sind.

genau ein Rechteck und stellt gleichzeitig die Grenzkurve dar, die sich bei einer Entmagnetisierung eines solchen Materials ergeben würde. Denn Entmagnetisierung bedeutet ja aufeinanderfolgendes Durchlaufen immer kleiner werdender symmetrischer Schleifen, wobei man hier von einer bestimmten Feldamplitude ab auf einer Remanenzgeraden parallel zur Abszisse stecken bleiben würde. Die Theorie liefert für die Anfangsmagnetisierung auf der Nullkurve auch kleinere symmetrische Schleifen als sie durch Entmagnetisierung erhalten werden können. Auf eine Eintragung in Fig. 7 wurde jedoch wegen ihrer geringen Bedeutung verzichtet. Die kleinste unsymmetrische Schleife ist durch U_2V_2 gegeben.

Fig. 7 zeigt, wie obige Frage nach der Bestimmung von H_k bei Wirksamkeit eines inneren Feldes beantwortet werden kann. Die Verbindungslinie g der Knickstellen aller Schleifen ist identisch mit der Scherungsgeraden. Ihr Schnittpunkt mit der Abszisse gibt das Feld H_k an, jedenfalls wenn kugelsymmetrische Richtungsverteilung der Elementarbereiche vorausgesetzt werden kann. Ein anderer praktischer Fall wird im nächsten Paragraphen besprochen werden.

Besonders einfach sind die Verhältnisse in einem Ferromagnetikum, in welchem die Elementarbereiche einheitliches H_k und einheitliche Orientierung besitzen. Ohne inneres Feld verhält sich ein solches Ferromagnetikum wie ein einzelner Elementarbereich und wie in Fig. 8a gezeichnet. Bleibt aber

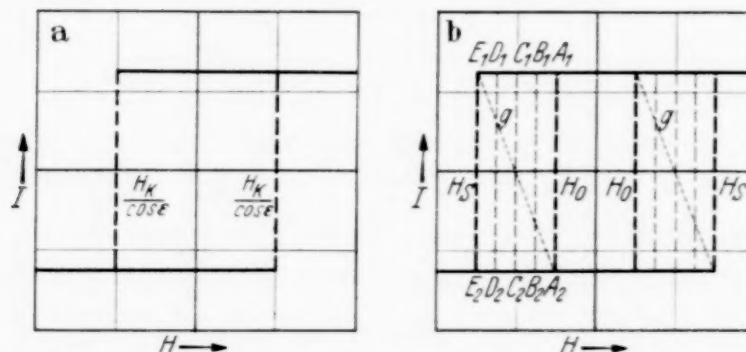


Fig. 8. a) Theoretische Magnetisierungskurve bei völliger Gleichrichtung aller Elementarbereiche unter dem Winkel ϵ zur Feldrichtung und bei für alle gleichem kritischem Feld H_k . b) Wie a), jedoch bei Vorhandensein eines inneren Feldes. Durch Anregung sind im ganzen Bereiche H_0 — H_s Sprünge möglich, z. B. A_1A_2 , B_1B_2 , C_1C_2 , D_1D_2 . Das kritische Feld H_k der Elementarbereiche errechnet sich aus $\cos \epsilon \cdot [(|H_0| + |H_s|)/2]$.

trotz Orientierung die Selbständigkeit der Elementarbereiche erhalten und äußert sie sich auf Grund der Wechselwirkung durch ein inneres Feld, so ergeben sich die in Fig. 8b dargestellten Verhältnisse. Die Magnetisierungsschleife unterscheidet sich ihrer Form nach nicht von Fig. 8a, jedoch ist dem maximalen Sprungfeld H_s ein bis H_0 reichendes Feldgebiet vorgelagert, in dem durch zusätzliche Anregung vorzeitig Magnetisierungssprünge ausgelöst werden können. Das kritische Feld der Elementarbereiche H_k ist gegeben durch:

$$H_k = [(|H_s| + |H_0|)/2] \cdot \cos \epsilon. \quad (2)$$

§ 4. Prüfung der Beziehung zwischen innerem Feld und makroskopischen Sprüngen. Bei der Entstehung eines makroskopischen Sprunges, hervorgerufen durch das innere Feld, ist nach den Ausführungen des vorigen Paragraphen weder vorzugsweise Orientierung in bestimmter Richtung, noch ein konstantes kritisches Feld H_k der Elementarbereiche im Ferromagnetikum erforderlich. Denn die Weiss'sche theoretische Magnetisierungs-

kurve, die sich bei einer beliebigen Annahme ergeben würde, kann immer durch die das innere Feld einführende Scherung so verändert werden, daß Kurvenstücke mit negativer Suszeptibilität auftreten. In diesem Sinne ist eine Untersuchung an Materialien unter *mechanischen Spannungen* jedoch kaum möglich, da hier wahrscheinlich Orientierung und einheitliches H_k Hand in Hand gehen. Für eine alleinige Wirkung des inneren Feldes ohne gleichzeitige Orientierung spricht ein Versuch mit *thermisch* vorbehandeltem Material. Es wurde ein längeres Stück eines normalen Eisendrahtes in einem Vakuum von wenigen mm Quecksilber Luft mittels Wechselstromes etwa 1 Stunde auf einer Temperatur gehalten, die im Dunkeln eben sichtbarer Rotglut entspricht. Geringe mechanische Spannungen, die wegen der Notwendigkeit der Führung des Drahtes in einem Rohr schwer vermeidbar sind, dürften für den magnetischen Effekt nicht verantwortlich sein. Ein so vorbehandeltes Eisen hat eine Magnetisierungsschleife [vgl. Preisach¹⁾] mit Stücken großer Suszeptibilität derart, daß die Schleife einer Weiss'schen theoretischen Magnetisierungskurve ähnlich wird. Die thermische Vorbehandlung deutet demnach auf eine Vereinheitlichung des kritischen Feldes H_k der Elementarbereiche hin. Es ließ sich vermuten, daß bei geeigneter thermischer Vorbehandlung auch ein Sprung in der Magnetisierungsschleife auftreten könnte. In der Tat befand sich unter dem vorbehandelten Draht ein Stück von 20 cm Länge (0,5 mm Durchmesser), das einen Sprung von 10% der doppelten Remanenz aufwies. Der Sprung wurde ballistisch festgestellt und seine Lage auf der Magnetisierungskurve magnetometrisch (I. Teil, § 3) bestimmt. Er lag im mittleren Teil des Astes der Magnetisierungsschleife. Zur Feststellung des Sprunges war eine sehr langsame Änderung des Feldes nötig, da die Suszeptibilität oberhalb und unterhalb des Sprunges sehr groß war. Es ist daher erklärlich, daß früheren Beobachtern, die keinen Grund hatten, eine Anomalie zu vermuten, solche Sprünge entgangen sind²⁾. Das Ergebnis dieses Versuchs kann als Wirksamkeit des inneren Feldes gedeutet werden, da die Annahme einer Orientierung der Elementarbereiche durch allein thermische Vorbehandlung nicht plausibel erscheint. Ob hier ein Feldbereich mit auslösbaren Sprüngen existiert, wurde nicht untersucht³⁾.

Das innere Feld ergänzt die übliche Vorstellung über das Entstehen von makroskopischen Sprüngen, nach der ein der Größe des Sprunges ent-

¹⁾ F. Preisach, Ann. d. Phys. **3**, 743, Fig. 3, 1929. — ²⁾ Über Magnetisierungssprünge nach ausschließlich thermischer Vorbehandlung wurde wohl zuerst von R. Forrer u. J. Martak, Journ. d. Phys. **3**, 408—436, 1932, berichtet. — ³⁾ Vgl. Anm. S. 688.

sprechender Teil der Elementarbereiche, die alle das gleiche kritische Feld H_k besitzen sollen, so geordnet ist, daß diese bei einem gewissen Felde gleichzeitig umspringen können. Man wird vermuten können, daß ein Zusammenhang zwischen der Orientierung, der Größe von H_k und der Stärke des inneren Feldes besteht, jedoch können darüber in der vorliegenden Untersuchung keine Erkenntnisse mitgeteilt werden.

Die im vorigen Paragraphen (Fig. 6) eingeführten Felder H_s und H_0 lassen sich mit den Beobachtungen von Sixtus und Tonks¹⁾ in Zusammenhang bringen. H_0 entspricht der kritischen Feldstärke, H_s der Startfeld-

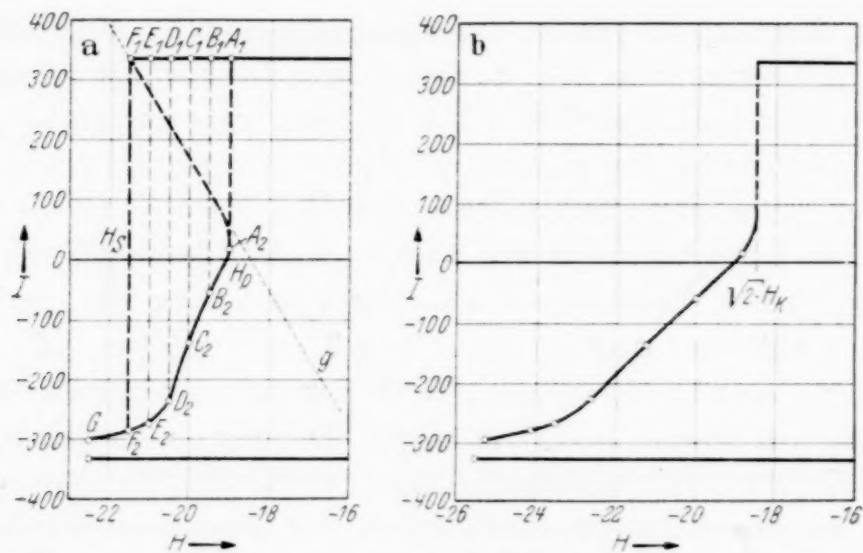


Fig. 9. a) Magnetisierungskurve eines tordierten Nickeldrahtes mit 93%igem Sprung und mehreren nach Sixtus und Tonks angeregten Sprüngen, deren Endpunkte die Magnetisierungskurve $A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2, G$ bilden. g Scherungslinie zur Elimination des inneren Feldes. b) Magnetisierungskurve mit einem einzigen möglichen Sprung, die sich nach Elimination des inneren Feldes aus a) ergibt. So läßt sich das kritische Sprungfeld H_k der Elementarbereiche ablesen und die Verteilung der Magnetisierungsvektoren der Elementarbereiche erkennen.

stärke. Sixtus und Tonks fanden, daß sich ein Ferromagnetikum mit Sprung in einem ganzen Feldbereich H_0 bis H_s in labilem Zustand befindet. Bei dem Felde H_s erfolgt ein Sprung automatisch. Ist jedoch das Gesamtfeld kleiner als H_s , so bedarf es eines lokalen Anstoßes, damit ein Sprung ausgelöst wird. H_0 ist das kleinste auf die ganze Probe wirkende Feld, bei dem überhaupt ein Sprung angeregt werden kann. Die Ummagnetisierung breitet sich bei der Anregungsstelle beginnend mit endlicher Geschwindigkeit nach den Seiten aus. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit erreicht dabei für H_0 ihren Grenzwert Null und für H_s ihren größten Wert.

¹⁾ K. J. Sixtus u. L. Tonks, Phys. Rev. **37**, 930—958, 1931; **42**, 419—435, 1932.

In einer in Fig. 9a wiedergegebenen Messung wurde der Versuch gemacht, das Stück A_2D_2 der theoretischen Kurve in Fig. 6 zu messen. Auf die Feststellung dieser Kurve, die durch die Endpunkte der Sprünge gegeben ist, wurde von anderen Beobachtern offenbar kein Wert gelegt. Die Messung wurde an einem tordierten Nickeldraht mit der im I. Teil, § 3 angegebenen Versuchsanordnung gemacht. Es liegt im Wesen dieser magnetometrischen Messung, daß die durch Torsion nicht beanspruchten und in Klemmen befindlichen beiden Enden des Drahtes, die etwa 2% der Gesamtlänge ausmachen, mit in die Messung eingehen. Wenn der Draht nach genügender Torsion einen Sprung zeigt, wirken die Enden wegen ihrer im günstigen Sinne unterschiedlichen Magnetisierung als Anregung für einen Sprung, ebenso wie ein zusätzliches Spulenfeld. Diese nachteilige Wirkung wurde vermieden, indem dicht an den Enden kleine Magnetisierungsspulen von 6 Windungen eines 0,15 mm starken Kupferdrahtes aufgebracht wurden. Das Feld dieser Spulen wurde dem Feld der großen Magnetisierungsspule entgegen geschaltet. Es ergab sich hierbei eine bedeutende Erhöhung des Feldes H_s , so daß sich der Bereich $H_s - H_0$ etwa verdoppelte. Von einer bestimmten Stromstärke in den Endspulen ab wurde das maximale Sprungfeld nicht mehr größer. Daraus wurde die Berechtigung zu dem Schluß abgeleitet, daß der Einfluß der Enden ausgeschaltet war.

Die Meßpunkte sind in Fig. 9a durch kleine Kreise wiedergegeben. Danach liegt das kleinste Gesamtfeld H_0 , bei dem die Anregung eines Sprunges gerade noch möglich war, bei etwa 19 Ø: $A_1 - A_2$. Mit zunehmendem Gesamtfeld folgen die Sprünge: $B_1 - B_2$, $C_1 - C_2$, $D_1 - D_2$, $E_1 - E_2$ und schließlich der Sprung $F_1 - F_2$ bei der Feldstärke $H_s = 21,5 \text{ Ø}$, der ohne zusätzliche Anregung erfolgt und dessen Größe 93% der doppelten Remanenz beträgt. Im Anschluß an einen der Sprünge verlief die Magnetisierung jeweils auf der Kurve $A_2B_2C_2D_2E_2F_2G$.

Dieses Meßergebnis ist offenbar im Prinzip in guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Bild in Fig. 6. Die wechselseitigen Beziehungen sind leicht erkennbar. Einer besonderen Betrachtung bedarf nur das Kurvenstück D_1A_2 der Fig. 6. Eine entsprechende Messung¹⁾ können wir in Fig. 9a nicht aufweisen. Wir wissen aber, daß der tordierte Nickeldraht einen

¹⁾ F. Hülster, ZS. f. techn. Phys. 13, 516—531, 1932, macht einen interessanten Versuch, Magnetisierungskurven mit negativer Suszeptibilität zu messen. Die Messungen möchten wir jedoch in unserem Sinne als Bestätigung für die Existenz des Kurvenstückes D_1A_2 , Fig. 6 oder F_1A_2 , Fig. 9a mit negativer Suszeptibilität ansehen. Hülster dagegen hofft die Kurve negativer Suszeptibilität nachweisen zu können, die sich bei der Weiss'schen Ableitung der spontanen Magnetisierung durch ein molekulares inneres Feld (vgl. S. 677)

großen Prozentsatz unter 45% orientierter Elementarbereiche enthalten muß und daher wird die F_1 und A_2 verbindende Kurve im wesentlichen gerade verlaufen. Denn nur so läßt sich durch eine wie in Fig. 9a verlaufende Scherungslinie g das innere Feld derart eliminieren, daß nach Scherung eine Magnetisierungskurve mit Sprung nach der Form der Fig. 9b entsteht. Diese Kurve hat bei 18,5 Ø einen verhältnismäßig kleinen Sprung, der allein durch die orientierten Elementarbereiche hervorgerufen ist und der das kritische Feld H_k der Elementarbereiche nach Division durch $\sqrt{2}$ unmittelbar angibt. Aus dieser Kurve läßt sich ähnlich wie im I. Teil, § 5 die Richtungsverteilung der Magnetisierungsvektoren der Elementarbereiche ableiten. Wesentliches Interesse hat jedoch nur die Feststellung, daß in dem hier gemessenen tordierten Nickeldraht die Vorzugsrichtungen der Elementarbereiche etwa nur zu 40% in gleiche Richtung gebracht sind und daß der 93%ige Sprung auf die Wirkung des inneren Feldes zurückzuführen ist.

Es ist noch ergänzend zu bemerken, daß Sixtus und Tonks¹⁾ den Wert von H_0 aus Geschwindigkeits-Feldmessungen durch Extrapolation ermittelten und nicht unmittelbar bestimmen konnten. Entsprechend liegt der Fall hier. Der Wert H_0 entspricht der Stelle, an welcher die Größe der Sprünge plötzlich sehr stark abnimmt oder gar nicht mehr einsetzt. Diese Bestimmung hat nicht die Genauigkeit wie bei Sixtus und Tonks, doch ist das im Rahmen der vorliegenden Betrachtung nicht wesentlich, da die Unsicherheit von H_0 nur etwa 10% der Felddifferenz $H_s - H_0$ ausmacht.

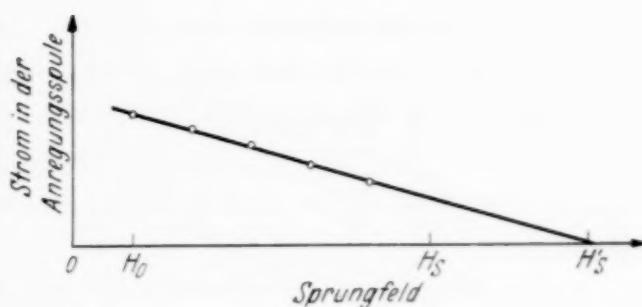
Die Anregung eines Sprunges wurde bei unserer Messung durch eine Spule bewirkt, die etwa in der Mitte des Drahtes lag und aus sechs Windungen eines 0,15 mm starken Kupferdrahtes bestand. Wegen der Dimensionen der Spule läßt sich keine genaue Aussage darüber machen, bei welchem zusätzlichen Feldwert eigentlich ein Sprung ausgelöst wurde. Wenn man nur den Strom in der Spule betrachtet, so läßt sich die in Fig. 10 dargestellte Beziehung messen. Es ist dort der jeweilige Strom in der Anregungsspule bei der zugehörigen Sprungfeldstärke aufgetragen. Charakteristisch ist die lineare Abhängigkeit. Bemerkenswert ist, daß beim Gesamtfeld H_s , bei dem ein Sprung bereits ohne Anregung einsetzt, der Strom in der Anregungs-

aus der Theorie des Paramagnetismus von Langevin ergibt (vgl. Fig. 2). Diese Ableitung so zu erweitern, daß sich die ganze Magnetisierungsschleife eines Elementarbereiches ergibt, scheint aber unmöglich zu sein, da sich dabei wegen der Größe des molekularen inneren Feldes ein ungeheuer großes Sprungfeld für den Elementarbereich (H_k) ergeben müßte. Im I. Teil, S. 162, Anm. 2 wurde auf eine Frage bei der Ableitung von Sprungprozessen in Elementarbereichen hingewiesen.

¹⁾ K. J. Sixtus u. L. Tonks, vgl. Anm. S. 692.

spule nicht Null ist, sondern erst beim Felde H'_s . Es kann dies so gedeutet werden, daß der Draht selbst eine Keimstelle besitzt, deren maximales Sprungfeld gleich H_s ist und die, bei der bei dem Felde H_s stattfindenden lokalen Ummagnetisierung, den Sprung über den ganzen Draht auslöst (ähnlich, wie bei der oben besprochenen Wirkung der Enden des Drahtes). Diese Betrachtungsweise läßt sich auch auf die Wirkungsweise einer Anregungsspule ausdehnen. Man kann sagen, zur Anregung eines Sprunges ist es notwendig, daß die Anregungsspule *lokal* eine solche Vergrößerung des allgemeinen Feldes hervorruft, daß an dieser kleinen Stelle unabhängig vom übrigen Draht zwangsläufig eine Ummagnetisierung stattfindet, die dann den Sprung des übrigen Drahtes auslöst. Diese Vorstellung ergab sich ebenfalls in den theoretischen Überlegungen des § 3. Die dort abgeleitete

Fig. 10. Die lineare Abhängigkeit von Strom in der Anregungsspule und Gesamtfeld, in welchem sich die Drahtprobe bei der Auslösung der sprunghaften Ummagnetisierung befindet. Die Meßpunkte gehören zu den in Fig. 9 wiedergegebenen Sprüngen. Durch Extrapolation ergibt sich ein maximales Sprungfeld H'_s , das größer als H_s ist. Dies läßt auf das Vorhandensein einer Keimstelle im Draht selbst schließen.



lineare Abhängigkeit des anregenden Feldes von der Felddifferenz zwischen magnetisierendem Feld und dem Felde H_s wird hier durch die in Fig. 10 wiedergegebene Messung bestätigt.

Die bisherigen Messungen dieses Paragraphen bezogen sich auf makroskopische Sprünge, die an maximalen Schleifen auftraten. Außerdem sind bekanntlich experimentell auch Sprünge auf anderen Magnetisierungskurven festgestellt worden. Es muß dazu auf die in der Literatur vorhandenen Figuren verwiesen werden¹⁾. Das Charakteristische bei all diesen Messungen ist die Abhängigkeit der Sprungfeldstärke von der Größe der Felddurchsteuerung oder auch Remanenz bei symmetrischen und unsymmetrischen Schleifen. Diese Erscheinung wird jedoch kaum diskutiert. Sie ist qualitativ in guter Übereinstimmung mit den im vorigen Paragraphen besprochenen theoretischen Magnetisierungskurven. Demnach ruft das innere Feld die Unterschiede zwischen maximaler, symmetrischer und unsymmetrischer Magnetisierungsschleife hervor. Bekannt ist ebenfalls die Unmöglichkeit der Entmagnetisierung eines Ferromagnetikums mit makro-

¹⁾ R. Forrer, Anm. 1, S. 685; O. v. Auwers, Anm. 2, S. 685; F. v. Schmoller, Anm. 3, S. 685.

skopischem Sprung. Im vorigen Paragraphen wurde eine Erklärung hierfür gegeben.

Während Sprünge bei symmetrischen und unsymmetrischen Schleifen verhältnismäßig einfach zu beobachten sind, stößt die Messung der Nullkurve mit ihrem Sprung, der von der Theorie vorausgesagt wurde, wegen der Unmöglichkeit der Entmagnetisierung auf Schwierigkeiten. Nur wenn sich ein Material bis zur ersten magnetischen Messung in magnetisch neutralem Zustand bewahren ließe, wäre die Beobachtung der Nullkurve möglich. Experimentelle Untersuchungen liegen hierüber nicht vor.

Der im vorigen Paragraphen besprochene Spezialfall einer Magnetisierungskurve mit 100%igen Sprüngen ist sehr schön verifiziert in Messungen von Preisach¹⁾, die an geglühtem Permalloy unter Zugspannung gemacht wurden. Von einer bestimmten Zugspannung ab haben die Magnetisierungskurven genau Rechteckform. Von hier aus wächst H_s mit zunehmender Zugspannung, während H_0 konstant bleibt. Nach unserer Betrachtungsweise besagt das, daß die kritische Feldstärke der Elementarbereiche wegen $H_k = \cos \varepsilon \cdot [(|H_s| + |H_0|)/2]$ [Gleichung (2), S. 690] mit zunehmender Zugspannung wächst, da ε als konstant anzunehmen ist; ebenso wächst das innere Feld wegen der größer werdenden Differenz $H_s - H_0$.

§ 5. *Ergebnis der Untersuchung.* Im I. Teil der Untersuchung zur Analyse des Vorganges der technischen Magnetisierung ergab sich, daß die Weiss'sche Theorie der technischen Magnetisierungskurven imstande ist, die Beobachtung im wesentlichen zu erklären. Eine charakteristische Abweichung des Experiments, die in den verlagerten Knickstellen bestand, bildete den Ausgangspunkt für die Untersuchung im vorliegenden II. Teil.

Zunächst wurde gezeigt (Fig. 1), wie nach Erweiterung der Weiss'schen Theorie durch ein die Wechselwirkung der Elementarbereiche berücksichtigendes inneres Feld, das proportional der Magnetisierung ist, die experimentellen Ergebnisse des I. Teils besser wiedergegeben werden. Neue Messungen an andersartigem Material (Fig. 3, 4, 5) ergaben dann, daß das innere Feld im allgemeinen nicht auf so einfache Weise wie im I. Teil in den Magnetisierungskurven zutage tritt. Erst Magnetisierungskurven mit großen Sprüngen lassen allgemein in übersichtlicher Weise auf die Wirksamkeit eines inneren Feldes schließen. Im Verlauf der Untersuchung konnte dann gezeigt werden, daß die durch ein inneres Feld erweiterte Theorie in der Lage ist, qualitativ und in anschaulicher Weise sowohl die Sprungprozesse in der ganzen magnetischen Zustandsebene (Fig. 7) als

¹⁾ F. Preisach, Phys. ZS. **33**, 920, Fig. 10e u. 10f, 1932; ZS. f. techn. Phys. **13**, 515, Fig. 2e u. 2f, 1932.

auch die besonderen Verhältnisse in dem dem Felde H_s benachbarten Feldgebiet (Fig. 6) zu beschreiben. So konnte die von Sixtus und Tonks entdeckte Möglichkeit der Auslösung von Sprüngen durch lokale äußere Einwirkung auf eine Drahtprobe mit der Wechselwirkung der Elementarbereiche in Zusammenhang gebracht werden.

Es scheint demnach die technische Magnetisierung bei vorbehandelten Materialien mit großen Sprüngen durch die Weiss'sche Theorie in Verbindung mit dem inneren Feld befriedigend wiedergegeben zu sein. Daß hier allgemein die Wechselwirkung der Elementarbereiche in so einfacher Weise durch ein inneres Feld dargestellt wird, dürfte mit der Orientierung und mit der Konstanz der kritischen Feldstärke H_k der Elementarbereiche in Zusammenhang stehen. Bei normalen Materialien müssen weitere Faktoren wirksam sein. Diese sind nach den bisherigen Erkenntnissen zu suchen in: 1. unterschiedlichem kritischen Feld H_k der Elementarbereiche, 2. komplizierterer Wechselwirkung der Elementarbereiche (Ganssches Streufeld), 3. der reversiblen Magnetisierung. In dieser Richtung scheint eine Fortführung der Untersuchung erfolgversprechend zu sein.

Herrn Prof. Dr. W. Schütz bin ich für seine Anteilnahme auch am vorliegenden II. Teil der Untersuchung zu Dank verpflichtet.

Ein Zusammenhang zwischen Wirkungsquerschnitten für langsame Neutronen.

Von R. Fleischmann in Heidelberg.

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 27. März 1937.)

Zwischen dem Wirkungsquerschnitt, mit dem Resonanzneutronen einer Substanz in Bor absorbiert werden, und dem Wirkungsquerschnitt, mit dem thermische Neutronen (Gruppe C) in der Substanz absorbiert werden, besteht ein Funktionszusammenhang (Fig. 3).

Bekanntlich werden langsame Neutronen von vielen Kernen leicht eingefangen. Unter „langsamen“ Neutronen sind dabei solche zu verstehen, die beim Durchgang durch wasserstoffhaltige Substanzen einen großen Teil ihrer kinetischen Energie durch elastische Zusammenstöße verloren haben. Man weiß heute, daß ein großer Teil von ihnen Energien besitzt, die der Wärmebewegung der Moleküle entsprechen. Dieser Anteil ist besonders leicht in Cadmium absorbierbar und wird nach Fermi als Gruppe C bezeichnet.

Es hat sich herausgestellt¹⁾, daß Einfangprozesse jeweils zwei Absorptionsgebiete besitzen. Das eine liegt bei thermischen Energien, das zweite ist ein selektives Resonanzmaximum bei einer für die verschiedenen Stoffe charakteristischen Neutronenenergie. Zunächst lassen sich diese selektiven Gebiete nach der Größe der Resonanzenergie ordnen. Das geschieht nach Frisch und Placzek²⁾ und nach Weekes, Livingston und Bethe³⁾ mit Hilfe der Absorptionskoeffizienten der Resonanzneutronen in Bor oder Lithium. Man nimmt an, daß diese umgekehrt proportional zur Geschwindigkeit (proportional $E^{-1/2}$) der Neutronen sind. Für die in Cadmium absorbierten Neutronen ist mit guten Gründen anzunehmen, daß das zugehörige Resonanzmaximum im Gebiet der thermischen Energien liegt⁴⁾. Diese Angabe legt den Proportionalitätsfaktor fest und ermöglicht eine Angabe von Resonanzenergien in e-Volt.

Wir wollen im folgenden zwei Größen in Beziehung setzen: 1. Die Absorbierbarkeit *thermischer* Neutronen (Gruppe C) in gewissen Stoffen. Wir bezeichnen den Massenabsorptionskoeffizienten mit μ_C , den Wirkungsquerschnitt mit $\sigma_C = \mu_C \cdot A/L$, dabei ist A = Atomgewicht des Stoffes, L = Loschmidtsche Zahl. 2. Die Absorbierbarkeit der im gleichen Stoff

¹⁾ E. Amaldi, u. E. Fermi, Ric. Sci. **6** (2), 443, 1935; **7** (1), 56, 1936; L. Szillard, Nature **136**, 950, 1935. — ²⁾ O. R. Frisch u. G. Placzek, Nature **137**, 357, 1936. — ³⁾ D. F. Weekes, M. St. Livingston u. H. A. Bethe, Phys. Rev. **49**, 471, 1936. — ⁴⁾ G. A. Fink, J. R. Dunning u. G. B. Pegram, Phys. Rev. **49**, 103, 1936.

selektiv absorbierbaren Neutronen in Bor. Wir bezeichnen den zugehörigen Wirkungsquerschnitt mit $\sigma_B = \mu_B \cdot A'/L$; dabei ist $A' =$ Atomgewicht des Bors, $L =$ Loschmidtsche Zahl. Fig. 1 und 2 zeigen die zugehörigen Meßanordnungen.

Gewisse Stoffe werden mit verschiedenen Halbwertszeiten aktiviert. Bei Ag entstehen z. B. zwei radioaktive Isotope. Das eine besitzt das Atom-

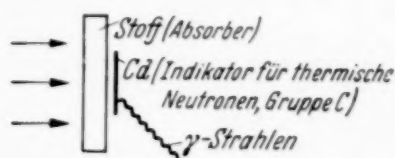


Fig. 1. Bestimmung von σ_C .

Anstelle des Nachweises der thermischen Neutronen durch die Cd- γ -Strahlen wird meist die Differenz der Aktivierung irgendeines Elementes mit und ohne Cd-Filter verwendet.



Fig. 2. Bestimmung von σ_B .

Cd als Absorber für thermische Neutronen vorgeschaltet.

gewicht 110 und die Halbwertszeit 22 sec, das andere das Atomgewicht 108 und die Halbwertszeit 2,3 min¹). In solchen Fällen müssen wir die Größe σ_C auf die beiden Prozesse aufteilen nach dem Häufigkeitsverhältnis, mit dem die verschiedenen Prozesse ablaufen. Dieses ist gleichbedeutend mit dem Verhältnis der Anfangsaktivitäten einer unendlich dünnen Schicht nach einer

Tabelle 1. Häufigkeitsverhältnis für Umwandlung durch thermische Neutronen.

Stoff	Halbwertszeiten	Verhältnis	Beobachter
29 Cu	5 min, 10 h	6,5 : 1	Segrè ²⁾
35 Br	18 min, 4,2 h, 24 h	8 : 3,5 : 1	Johnson u. Hamplin ³⁾
45 Rh	44 sec, 3,9 min	11 : 1	Segrè ²⁾
47 Ag	22 sec, 2,3 min	76 : 24	Amaldi u. Fermi ⁴⁾
49 In	13 sec, 54 min	2 : 3	Amaldi u. Fermi ⁵⁾
75 Re	20 h, 85 h	1 : 4,2	Kurtschatow u. Mitarb. ⁶⁾
77 Ir	19 h, 68 d	etwa 1 : 2 bis 1 : 4	Amaldi u. Fermi ⁷⁾

Bestrahlungszeit mit thermischen Neutronen, die groß ist gegen die Halbwertszeiten. Die Häufigkeitsverhältnisse sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Bei Ir wurde ein roher Wert aus der Häufigkeit der Gruppen (numerosity)

¹⁾ E. Fermi u. Mitarbeiter, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 483, 1934 (Existenz); W. Bothe u. W. Gentner, Naturwiss. **25**, 126, 1937 (Zuordnung). — ²⁾ E. Segrè, Ric. Scient. **7** (1), 389, 1936. — ³⁾ C. H. Johnson u. F. T. Hamblin, Nature **138**, 504, 1936. — ⁴⁾ E. Amaldi u. E. Fermi, Phys. Rev. **50**, 899, 1936. — ⁵⁾ l. c. aus Aktivierbarkeit (activability). — ⁶⁾ J. W. Kurt-schatow, G. D. Latyshev, L. M. Nemenov, I. P. Selinov, Phys. ZS. d. Sowjetunion **8**, 589, 1935. — ⁷⁾ l. c. aus Häufigkeit der Gruppe C (numerosity).

Tabelle 2. Wirkungsquerschnitte für langsame Neutronen in 10^{-24} cm².

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Stoff	μ_B (cm ² /g) Amaldi, Fermi	μ_B (cm ² /g) v. Halban, Preiswerk	μ_B (cm ² /g) E_r (e-Volt) Goldsmith, Rasetti		σ_C Amaldi, Fermi	σ_C Dunning u. Mitarb.	σ_C	σ_B
33 As	26 h		0,49	84		8,6	8,6	8,7
53 J	25 min		0,50	80		9,4	9,4	8,9
29 Cu	5 min		~0,57	62			6,5	~10,2
	12 h		—				1	—
47 Ag	22 sec		2,8	2,5			34,7	50
	2,3 min		0,54	69		55	11,5	9,6
35 Br	18 min		0,57	62			7,5	10,2
	4,2 h		—				3,3	—
	36 h		—				1	—
25 Mn	150 min		0,73	37		14,3	14,3	13,0
75 Re	20 h		0,83	30		89	17	15,8
	~85 h		—				72	—
79 Au	2,7 d		2,8	2,5		88	71,5	50
49 In	13 sec		~3	2,2		—	57	~53
	54 min		3,8	1,38			85	68
77 Ir	19 h		3,5	1,6		285	100—60	62
	68 d		—				200—250	—
45 Rh	44 sec		4,15	1,16		115	118	74
	3,9 min		~4,6	~1			11	~82
48 Cd	—		28	0,026		3 000	2 700	500
64 Gd	—		(~32) ¹⁾			22 200	22 200	570

¹⁾ Eigene Vergleichsmessung gegen Cd.

verwendet. Bei der Größe σ_B ist keine Aufteilung vorzunehmen, denn sie bezieht sich nach der Art ihrer Bestimmung jeweils auf einen einzigen Prozeß.

Es soll nun gezeigt werden, daß zwischen den Größen σ_C und σ_B ein monotoner Funktionszusammenhang besteht. Die von verschiedenen

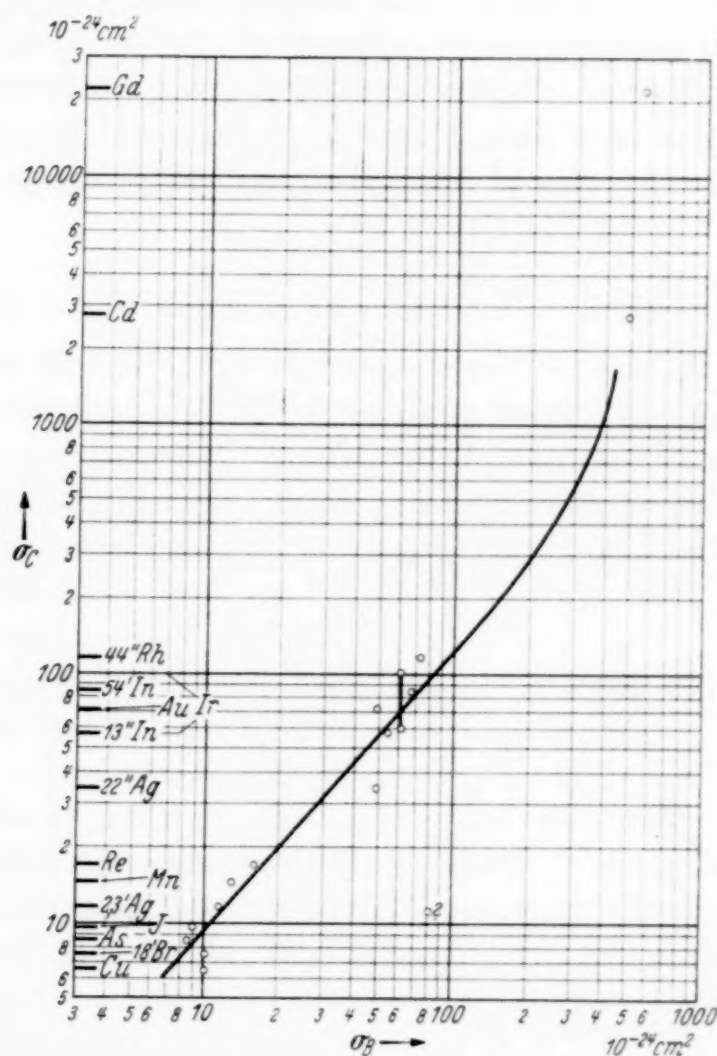


Fig. 3. Wirkungsquerschnitte für langsame Neutronen.

Zusatz bei der Korrektur. Nach R. Jäckel (ZS. f. Phys. **104**, 762, 1937) erhält man für Wolfram ($24,5^b$) $\sigma_B = 20,4$; $\sigma_C = 27,3$. Nach Dunning u. Mitarbeitern ist $\sigma_C = 23$. Es ergibt sich ein Punkt, der gut zur Kurve paßt.

Forschern¹⁾ für die beiden Größen bestimmten Werte sind in Tab. 2 zusammengestellt. Die von Fermi und Amaldi gemessenen σ_C entsprechen genau der oben gegebenen Definition. Sie werden deshalb bevorzugt verwendet. Die

¹⁾ E. Amaldi u. E. Fermi, l. c.; H. v. Halban u. P. Preiswerk, Nature **137**, 905, 1936; **138**, 163, 1936; H. H. Goldsmith u. F. Rasetti, Phys. Rev. **50**, 328, 1936; J. R. Dunning, G. B. Pegram, G. A. Fink u. D. P. Mitchell, Phys. Rev. **48**, 265, 1935.

Aufteilung in Spalte 8 entspricht den Häufigkeitsverhältnissen von Tabelle 1. Um vergleichbare Werte zu haben, sind für Spalte 9 nur die Messungen von Goldsmith und Rasetti (Spalte 4) zugrunde gelegt. Die Werte von Spalte 8 und 9 sind in Fig. 3 in doppellogarithmischem Maßstab aufgetragen. Man erkennt deutlich, daß zwischen beiden Größen ein *monotoner Funktionszusammenhang* besteht.

Über den Zusammenhang zwischen Wirkungsquerschnitt und Neutronenenergie bestehen theoretische Aussagen von Breit und Wigner¹⁾, die mit Messungen von Fermi und Amaldi²⁾ gut verträglich sind. Nach Breit und Wigner ist für Einfangprozesse

$$\sigma(E) = E^{-1/2} \cdot W_1(E) = E^{-1/2} \cdot \frac{C\alpha}{(E - E_r)^2 + \alpha^2},$$

dabei ist E die laufende Neutronenenergie, E_r die Energie der Resonanzstelle, C eine Konstante, α die Halbwertbreite. C und α sind Parameter über die zunächst nicht verfügt wird. Der Faktor $E^{-1/2}$ rührt von der verschiedenen Aufenthaltsdauer der Neutronen in Kernnähe her und ist dieser proportional. W wird als Wechselwirkungswahrscheinlichkeit bezeichnet. Wir spalten auch

für den $B(n, \alpha)$ -Prozeß aus der Abhängigkeit von $\sigma_B(E)$ den Faktor $E^{-1/2}$ ab und setzen $\sigma_B = E^{-1/2} \cdot W_2(E)$. Man nimmt bisher stets an, daß $W_2(E) = \text{const}$ ist.

Es ist leicht zu sehen, daß der Wirkungsquerschnitt für thermische Neutronen σ_C proportional der Größe $W_1(0)$ ist, falls $E_r \gg kT$ ist. Sei $N(E)$ die Energieverteilung der thermischen Neutronen, dann ist.

$$\sigma_C = \text{const} \int N(E) \cdot E^{-1/2} W_1(E) dE.$$

Da $N(E)$ nur für Energien bis einige kT merklich von Null verschieden ist, braucht das Integral nur über dieses Gebiet erstreckt zu werden. Dort ändert sich $W_1(E)$ nicht merklich und kann als Faktor vor das Integral gezogen werden. Es ist also $\sigma_C \sim W_1(0)$. Demnach ist für σ_C der Ausläufer von $W_1(E)$ maßgebend. In Fig. 4 ist der Verlauf von $W_1(E)$ und von $\sigma_B(E)$ schematisch eingetragen. Der Zusammenhang in Fig. 3 besagt also

$$W_1(0) = f(\sigma_B(E_r)).$$

¹⁾ G. Breit u. E. Wigner, Phys. Rev. **49**, 519, 1936. — ²⁾ E. Amaldi u. E. Fermi, Ric. Scient. **7** (1), Nr. 11–12, 1936; Phys. Rev. **50**, 899, 1936.

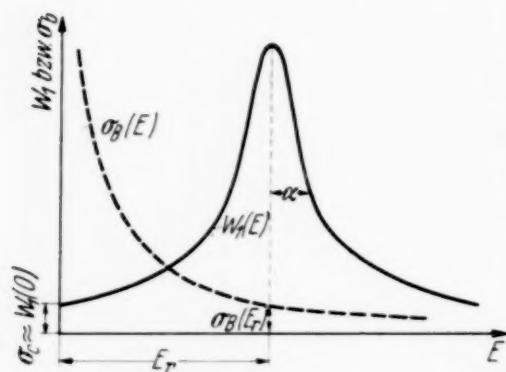


Fig. 4. Verlauf von $W_1(E)$ und $\sigma_B(E)$ schematisch.

Über die genaue Form von $W_1(E)$ brauchten wir keinerlei Annahmen zu machen. Setzen wir nun die Breit-Wignersche Formel voraus, so wird daraus:

$$\frac{C \cdot \alpha}{E_r^2 + \alpha^2} = f(\sigma_B(E_r)) = f(E_r^{-1/2} \cdot W_2(E_r)).$$

Für Ag und Au ist bekannt¹⁾, daß $\alpha \ll E_r$ ist. Es ist berechtigt, diese Ungleichung für alle Stoffe, deren Resonanzmaximum nicht bei thermischen Energien liegt (alle untersuchten außer Cd und Gd) vorauszusetzen. Dann kann auf der linken Seite α^2 im Nenner vernachlässigt werden und es entsteht:

$$C \cdot \alpha = f(E_r).$$

Wir wollen uns für die weitere Diskussion auf den in Fig. 3 geradlinigen Teil beschränken. Für diesen gilt

$$\sigma_C \sim W_1(0) = \text{const} \cdot (\sigma_B(E_r))^{1,1}.$$

Zur Vereinfachung nehmen wir eine gewisse Ungenauigkeit in Kauf und ersetzen den Exponenten 1,1 durch 1,0. Durch Einsetzen der Breit-Wignerschen Formel und von σ_B ergibt sich dann mit $\alpha \ll E_r$

$$C \cdot \alpha = \text{const} \cdot E_r^{3/2} \cdot W_2(E_r).$$

Wenn man einerseits, wie bisher stets, $W_2(E)$ konstant annimmt, so wäre $C \cdot \alpha = \text{const} \cdot E_r^{3/2}$. Würde man andererseits annehmen, daß $C \cdot \alpha = \text{const}$ ist, so wäre $W_2(E_r) = \text{const} E_r^{-3/2}$, oder $\sigma_B \sim E_r^{-2}$. Damit würde sich eine neue Energieskala für langsame Neutronen ergeben, die Resonanzenergien wären dann wesentlich kleiner als bisher angenommen wurde. Dazu würden die von Amaldi und Fermi¹⁾ aus Diffusionsversuchen bestimmten Verhältnisse von Resonanzenergien besser passen. Möglicherweise würde auch der Temperatureinfluß auf die Gruppen A und B²⁾ dann leichter verständlich sein.

Herrn Prof. Dr. Bothe danke ich herzlich für wertvolle Diskussionen.

Heidelberg, Institut für Physik am Kaiser Wilhelm-Institut für medizinische Forschung.

¹⁾ E. Amaldi u. E. Fermi, Phys. Rev. **50**, 899, 1936. — ²⁾ A. Arsenjewa-Heil, O. Heil, C. H. Westcott, Nature **138**, 462, 1936.

Über Anregung und Emission der Atomgrenzkontinua¹⁾.

Von **Hans Bartels** in Hannover.

(Eingegangen am 2. April 1937.)

Es wird gezeigt, daß die Rekombinationstheorie *grundsätzlich* nicht in der Lage ist, eine Darstellung der Grenzkontinua und ihrer Eigenschaften zu geben, d. h. auch dann nicht, wenn man sie durch irgendwelche Zusatzannahmen ergänzt. Es wird ferner gezeigt, daß sich die wesentlichen Eigenschaften der Kontinua im Rahmen der Wellenmechanik durchaus befriedigend darstellen lassen, wenn man die Lösungen der Wellengleichung im kontinuierlichen Eigenwertbereich gerade so wie die Lösungen im diskontinuierlichen Bereich als Beschreibung stationärer Zustände deutet. Die Notwendigkeit dieser Deutung wird begründet. Es besteht die Möglichkeit, die auf dieser Grundlage gewonnene Theorie zur Darstellung der Störungen zu erweitern.

1. Die Problemstellung. Wenn man in einem der typischen Serienspektren die Linien einer Serie bis herauf gegen die Seriengrenze verfolgen kann, so zeigt sich, daß die Linien in Nähe der Seriengrenze zu einem Kontinuum zusammenwachsen und daß sich dieses Kontinuum bis weit über die errechnete Seriengrenze hinaus verfolgen läßt. Derartige Kontinua hat man sowohl in Absorption wie in Emission gefunden. Ausgangspunkt für die Deutung dieser Kontinua war bisher eine These, die schon Bohr bei Begründung seiner Atomtheorie ausgesprochen hatte, und die sich folgendermaßen formulieren läßt:

Bei *Absorption* einer Frequenz, die größer ist als die Grenze der Absorptionsserie, wird das Elektron auf eine Hyperbelbahn gehoben. Das Atom wird also zerlegt in ein Ion und ein freies Elektron, das den Unterschied zwischen der absorbierten Energie und der Ionisierungsenergie als kinetische Energie aufnimmt. Da die Hyperbelbahnen nicht gequantelt sind, findet die diskontinuierliche Folge der Absorptionslinien jenseits der Seriengrenze ihre Fortsetzung in einer kontinuierlichen Folge von Absorptionsfrequenzen. Die *Emission* im Grenzkontinuum wird in der Bohrschen Vorstellung durch den umgekehrten Vorgang dargestellt: Ein Ion und ein freies Elektron bestimmter kinetischer Energie können unter Ausstrahlung der gesamten freiwerdenden Energie zu einem neutralen Atom in einem bestimmten Quantenzustand rekombinieren. Beim Übergang von der Bohrschen Atommechanik zur Wellenmechanik hat man diese Vorstellungen ihrem wesentlichen Inhalt nach in das neue theoretische Bild übernommen.

¹⁾ Vorgetragen am 13. Februar 1937 in Hannover auf der Tagung des Gauess Niedersachsen der deutsch-physikalischen Gesellschaft.

Es macht keine Schwierigkeiten, unser relativ begrenztes Wissen über den Absorptionsvorgang mit diesen Vorstellungen in Einklang zu bringen. Man stößt jedoch überall auf sehr ernste Schwierigkeiten, wenn man versucht, die viel differenzierteren Tatbestände¹⁾, die durch die Untersuchungen der Emissionskontinua beigebracht sind, vom Standpunkt dieser Rekombinationstheorie aus zu deuten. Man hat deshalb mehrfach versucht, die Theorie unter Wahrung des wesentlichen Grundgedankens zu modifizieren. Das Ergebnis dieser Versuche ist jedoch, wie weiter unten gezeigt werden soll, durchaus unbefriedigend.

In der vorliegenden Arbeit soll der Weg zu einer rationellen Theorie für die Anregung und Emission der Grenzkontinua frei gemacht werden. Um einen geeigneten Ausgangspunkt für die Behandlung des Problems zu gewinnen, werden wir zunächst in Abschnitt 2 aus der Fülle des experimentellen Materials diejenigen Eigenschaften der „Serie mit Kontinuum“ herausstellen, die für dies Gebilde ganz allgemein charakteristisch sind. Denn an diesen Grundeigenschaften hat sich eine Theorie in erster Linie zu orientieren und zu bewähren. Erst wenn es gelungen ist, diese Grundeigenschaften im Rahmen unseres theoretischen Bildes richtig wiederzugeben, können wir versuchen, diejenigen Modifikationen der Erscheinung darzustellen, die durch besondere Verhältnisse erzwungen werden. In Abschnitt 3 wird gezeigt, daß die Rekombinationstheorie an der Darstellung dieser Grundeigenschaften scheitert, und daß es gerade der Grundgedanke der Rekombinationstheorie ist, der eine rationelle Darstellung des experimentellen Sachverhalts unmöglich macht. Eine theoretische Deutung der Grenzkontinua ist also nur möglich, wenn man den Gedanken, daß diese Kontinua bei der Rekombination von Ion und freiem Elektron emittiert werden, endgültig fallen läßt. In Abschnitt 4 wird dann auf Grund der Wellenmechanik eine neue Deutung für die Anregung und Emission der Grenzkontinua gegeben, die — im Gegensatz zur Rekombinationstheorie — die Grundeigenschaften der Grenzkontinua richtig beschreibt und sich zur Darstellung der Störungserscheinungen ausbauen läßt. In Abschnitt 5 werden Widersprüche geklärt, die zwischen der in der vorliegenden Arbeit vertretenen Auffassung und der bisherigen Behandlung von Stoßionisation und Photoeffekt zu bestehen scheinen.

2. *Über die Bewertung des experimentellen Befundes.* Daß man für die Deutung der Grenzkontinua bisher keine befriedigende Lösung gefunden hat,

¹⁾ Zusammenstellung der Literatur bei W. Finkelburg, Phys. ZS. **31**, 1, 1930; **34**, 529, 1933.

scheint mir nicht zum wenigsten daran zu liegen, daß man bei der Wertung des weitschichtigen Beobachtungsmaterials gewisse an und für sich ganz untypische Erscheinungen viel zu stark betonte. Es scheint mir deshalb notwendig, der theoretischen Diskussion eine kurze Wertung des experimentellen Tatbestandes vorzuschicken.

Wenn wir eine Serie mit Kontinuum beschreiben wollen, so unterscheiden wir zweckmäßig zwischen drei Bereichen dieses Gebildes, dem langwelligen Teil, in dem die einzelnen Linien als streng voneinander trennbare Individuen mit gleichmäßig abnehmender Intensität aufeinander folgen, dem kurzwelligen Teil, den wir an dem Punkte beginnen lassen, von dem ab der Intensitätsabfall des Kontinuums völlig gleichmäßig geworden ist, und einer Zwischenzone, in der die eine Form in die andere übergeht. Das reine Kontinuum beginnt stets schon wesentlich vor der errechneten Seriengrenze. Diese selbst ist nie in erkennbarer Weise markiert.

Im einzelnen ändert sich das Erscheinungsbild mit den Anregungsbedingungen. Bei hohen Stromdichten und hohen Dampfdichten treten innerhalb der normalen Serien die sogenannten verbotenen Übergänge kräftig hervor. Die Übergangszone zwischen der reinen Linienserie und dem Kontinuum sieht so aus, als ob das Kontinuum in die Serie eingreift und sich nach langen Wellen abklingend den letzten Serienlinien unterlagert. Bei extremen Bedingungen kann dies Eingreifen des Kontinuums so weit gehen, daß die Scheidung zwischen einem reinen Linienteil der Serie und der Zwischenzone keinen Sinn mehr hat. Die Linienfolge der von dem eingreifenden Kontinuum unterlagerten Serie bricht dann plötzlich ab, ehe noch die Linien infolge ihrer endlichen Breite zu einem kontinuierlichen Band zusammenwachsen. Je geringer jedoch Strom- und Dampfdichte werden, desto mehr vereinfacht sich das Bild: Die verbotenen Übergänge treten in zunehmendem Maße gegen die normalen Serienglieder zurück. Die Übergangszone verengt sich, ihre kurzwellige Grenze schiebt sich näher an die errechnete Seriengrenze heran. Ein Eingreifen des Kontinuums und ein Abbrechen der Serie sind nicht mehr festzustellen. Die Übergangszone nimmt vielmehr das Aussehen an, das wir zu erwarten haben, wenn der Übergang von der reinen Linienserie in das Kontinuum nur durch das Zusammenwachsen der endlich breiten und immer näher zusammenrückenden Linien bewirkt wird. Der Intensitätsabfall der Linienserie geht völlig stetig und ganz monoton in den Intensitätsabfall des Kontinuums über.

Wir wissen aus unabhängigen und eindeutigen Versuchen, daß das Erscheinen der verbotenen Linien und das Abbrechen der Serien auf Störungen der Atome durch elektrische Felder zurückzuführen ist. Daraus ergibt sich

der Standpunkt, von dem aus wir das experimentelle Material zu werten haben. Wir präzisieren diese Wertung folgendermaßen: Die Erscheinungsform, der sich die „Serie mit Kontinuum“ nähert, wenn man Druck und Dampfdichte klein werden läßt, entspricht der Emission der Kontinua unter Bedingungen, bei denen der Emissionsvorgang nicht mehr gestört wird durch die Felder anderer an dem Emissionsvorgang nicht beteiligter Partikel. Alle Veränderungen, die wir an dieser Erscheinungsform beobachten, wenn wir Dampfdichte und Strom wachsen lassen, sind auf derartige Störungen zurückzuführen. Sie sind somit für den Emissionsvorgang an sich nicht charakteristisch, sondern nur Kennzeichen einer sekundären Störung dieses Vorgangs.

Aus dieser Wertung dieses Beobachtungsmaterials ergeben sich die Richtlinien für die theoretische Behandlung der Grenzkontinua: Den Rahmen für jede Theorie der Kontinua gibt das theoretische Abbild eines emittierenden Gases. Wir haben dem Aufbau unserer Theorie zunächst das Abbild eines Gases zugrunde zu legen, das unter Bedingungen erregt wird, bei denen Störungen des Emissionsvorganges durch andere an dem Vorgang nicht beteiligte Partikel des Gases zu vernachlässigen sind. In diesem Rahmen haben wir eine theoretische Deutung derjenigen experimentellen Erscheinungsform zu geben, die unserer Auffassung nach der störungsfreien Emission der Serie mit Kontinuum entspricht. Gelingt es, diese Aufgabe zu lösen, so haben wir damit die prinzipiellen Grundlagen für eine Theorie der Grenzkontinua gewonnen. Alle Störungerscheinungen müssen sich ohne Hinzunahme neuer Annahmen aus dieser Darstellung ergeben, wenn man im theoretischen Bild zu größerer Dampfdichte und stärkerer Anregung übergeht. Wir werden uns in der vorliegenden Untersuchung im wesentlichen darauf beschränken, die Theorie für störungsfreie Emission zu entwickeln.

Wir beschränken unsere Betrachtungen zunächst auf das Wasserstoffatom, auf die Alkali- und die Erdmetalle. Diese Beschränkung ist ausschließlich aus praktischen Gesichtspunkten geboten: Nur im Bereich dieser einfachen Spektren ist das Beobachtungsmaterial soweit abgerundet, daß man mit diesem Material eine Theorie der Grenzkontinua wenigstens im Qualitativen hinreichend begründen kann. Über die Grenzkontinua der Triplettspektren liegen im Vergleich zu den Dublettspektren nur relativ wenig Beobachtungen vor. Da die Erscheinungen bei diesen Spektren schon allein wegen des komplizierteren Termsystems eine wesentlich größere Mannigfaltigkeit haben, so ist der experimentelle Befund nicht annähernd so vollständig wie etwa bei den Alkali. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, daß auch die Grenzkontinua in Triplettspektren, soweit sie überhaupt beobachtet

werden konnten, stets die Erscheinungsformen zeigten, die oben ganz allgemein als charakteristisch für die Grenzkontinua präzisiert wurden. Soweit es sich also lediglich um diese Eigenschaften handelt, dürfte die an den Dublettspektren begründete Deutung auf die Triplettsspektren zu übertragen sein. Es fehlt jedoch vorläufig an Material, um diese Deutung an den Triplettsspektren so zu begründen, wie es bei den Dublettspektren zur Zeit schon möglich ist. Vor allem erscheinen mir die Erregungsbedingungen der Grenzkontinua in den Triplettsspektren experimentell noch nicht genügend geklärt zu sein.

3. *Kritik der Rekombinationstheorie.* Wir suchen in diesem Abschnitt Antwort auf die Frage: Wo stecken in den begrifflichen Grundlagen der Rekombinationstheorie diejenigen Elemente, die eine rationelle Deutung des experimentellen Tatbestandes unmöglich machen?

Die Grundlage für die Rekombinationstheorie ist wie für jede Theorie der Kontinua das Bild, mit dem in dieser Theorie das emittierende Gas beschrieben wird. Wir haben also zunächst dieses Bild zu präzisieren. Aus den in Abschnitt 2 erörterten Gründen beziehen wir uns dabei zunächst auf Bedingungen, unter denen Störungen des Emissionsvorganges vernachlässigt werden können.

Im theoretischen Bild der Rekombinationstheorie baut sich das emittierende Gas aus drei verschiedenen Komponenten auf, den neutralen Atomen, den Ionen und den freien Elektronen. Es wird angenommen, daß die Dichte dieses Gases so gering ist, daß die einzelnen Bestandteile im allgemeinen voneinander unabhängig sind. Die Atome sind durch ihren Anregungszustand, die freien Elektronen durch ihre kinetische Energie eindeutig charakterisiert. Der Energieaustausch zwischen den einzelnen Bestandteilen der Komponenten untereinander und mit dem Strahlungsfeld soll sich also beschreiben lassen als das Ergebnis ungestörter, wohldefinierter Elementarprozesse zwischen den einzelnen Partnern. Infolge dieser Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Bestandteilen des leuchtenden Gases stellt sich bei den neutralen Atomen eine bestimmte Verteilung der Anregungszustände, bei den freien Elektronen eine bestimmte Geschwindigkeitsverteilung ein. Beide Verteilungsfunktionen hängen natürlich ab von den äußeren Bedingungen, unter denen das Gas angeregt wird.

Besonders charakteristisch und entscheidend in ihren Auswirkungen ist im Rahmen dieses theoretischen Bildes die Beschreibung derjenigen Elementarakte, bei denen freie Elektronen entstehen oder verschwinden. Die Beschreibung dieser Vorgänge bedarf deshalb einer sorgfältigen Präzisierung:

Wird einem Atom durch Absorption oder Stoß eine Energie zugeführt, die größer ist als die dem Zustand des Atoms entsprechende Ionisierungsenergie, so wird das Leuchtelektron vom Atomrest getrennt. Es nimmt als freies Elektron den Überschuß über die Ionisierungsenergie in Form von kinetischer Energie auf und verliert jede physikalische Beziehung zu dem Atomrest, von dem es losgelöst ist. Es ist jetzt vielmehr unabhängig von seiner Entstehung den Wechselwirkungen mit anderen Bestandteilen des Gases unterworfen, die die Geschwindigkeitsverteilung der freien Elektronen formen. — Der Ionisation entspricht als umgekehrter Vorgang die Rekombination: Ein freies Elektron rekombiniert mit einem Ion unter Abgabe der gesamten frei werdenden Energie zu einem neutralen Atom in einem bestimmten Anregungszustand. Wie bei jedem Stoßprozeß hängt auch die auf Volumen- und Zeiteinheit bezogene Häufigkeit dieser Rekombinationsprozesse von dem Produkt der Dichten beider Partner ab. Diese Eigentümlichkeit der Rekombinationsprozesse findet in vielen Arbeiten ihren Ausdruck darin, daß die spezifische Häufigkeit dieser Prozesse durch Rekombinationsquerschnitte beschrieben wird.

Im Rahmen dieser Vorstellungen deutet die Rekombinationstheorie die Grenzkontinua als die bei den Rekombinationsakten emittierte Strahlung. Es ist ohne weiteres evident, daß durch diese Deutung die Lage (Anschluß an die Seriengrenze) und die Kontinuierlichkeit des Frequenzbandes richtig wiedergegeben werden. Unsere Aufgabe greift aber weiter: Wir haben zu untersuchen, ob sich im Rahmen dieses Bildes auch die wesentlichen Züge der Intensitätsverteilung deuten lassen, die nach Abschnitt 2 für die ungestörte Emission dieser Kontinua so außerordentlich charakteristisch sind; wir haben also insbesondere zu untersuchen, ob sich der völlig monotone Übergang der Linienserie in den Intensitätsabfall des Kontinuums aus den Vorstellungen der Rekombinationstheorie heraus verstehen läßt. Wir werden deshalb zunächst die Aussagen formulieren, die wir aus der Rekombinationstheorie über den Übergang der Linienserie in das Kontinuum ableiten können. Wir vergleichen dann diese Aussagen mit dem experimentellen Tatbestand und schließen endlich aus der Diskrepanz zwischen dem experimentellen Tatbestand und den Aussagen der Theorie auf diejenigen Elemente unseres theoretischen Bildes, die die Ursache dieser Diskrepanz sind und die deshalb beim Aufbau einer neuen Theorie nicht übernommen werden dürfen.

Um diejenige Aussage der Rekombinationstheorie, die uns in erster Linie interessiert, formulieren zu können, betrachten wir alle freien Elektronen, deren kinetische Energie in ein bestimmtes Energieintervall ΔE fällt.

Da die freien Elektronen ausschließlich durch ihre Energie spezifiziert sind, so kann das Verhältnis, in dem sich die Rekombinationen dieser ΔE -Elektronen auf die einzelnen Terme des Atoms verteilen, nur noch Eigenschaft des Atoms sein. Andererseits bestimmt dies Verhältnis aber auch eindeutig das Intensitätsverhältnis der Kontinua untereinander, wenn wir die Intensität in den einzelnen Kontinua jeweils auf den gleichen Frequenzabstand von der Seriengrenze beziehen. Die Rekombinationstheorie führt uns also zwangsläufig zu folgender Feststellung: Das Intensitätsverhältnis der einzelnen Grenzkontinua zueinander ist Eigenschaft des Atoms und muß von den Anregungsbedingungen unabhängig sein. Wenn der monotone Übergang der Linienserie in das Grenzkontinuum seine Deutung im Rahmen der Rekombinationstheorie finden soll, so muß angenommen werden, daß das Verhältnis, in dem in den einzelnen Serien die hohen Anregungszustände besetzt sind, ebenfalls von den Anregungsbedingungen unabhängig ist.

Diese Aussagen der Rekombinationstheorie entsprechen in keiner Weise der experimentellen Erfahrung: das Intensitätsverhältnis der einzelnen Linienserien zueinander ist, soweit sich überhaupt die Serien gegen die Seriengrenzen verfolgen lassen, durchaus von den Anregungsbedingungen abhängig. Sind die Serien so intensiv, daß auch ihre Grenzkontinua erscheinen, so verschieben sich bei Änderung der Anregungsbedingungen die Intensitäten der Grenzkontinua genau so gegeneinander wie die Intensitäten der Linienserien, zu denen sie gehören. An einigen typischen Beispielen aus den Untersuchungen von Kreff¹⁾ sei dieser Tatbestand näher erläutert: Bei den Alkali verschiebt sich das Verhältnis zwischen der Hauptserie und den Nebenserien in außerordentlich auffallender Weise zugunsten der Nebenserien, wenn im Entladungsrohr Stromdichte und Dampfdruck steigen. Ähnliche Verschiebungen wurden bei Erdmetallen beobachtet, wenn auch hier die Verhältnisse gerade umgekehrt liegen: Zunächst erscheinen die Nebenserien mit ihrem Kontinuum, die Hauptserie und ihr Kontinuum tritt jedoch im Verhältnis zu den Nebenserien um so stärker heraus, je mehr Stromdichte und Dampfdruck wachsen. Soweit es sich um das Verhalten der Linienserien handelt, läßt sich dieser Tatbestand auch im Rahmen des oben präzisierten theoretischen Bildes in völlig befriedigender Weise deuten: Die Anregung der Serienterme erfolgt im wesentlichen durch Absorption und Elektronenstoß von unteren Termen aus. Diese Anregung folgt den Auswahlregeln für die Drehimpulsquantenzahl. Bei kleinen Dampfdrucken und geringer Stromdichte werden deshalb fast ausschließlich

¹⁾ H. Kreff, ZS. f. Phys. **77**, 752, 1932.

die Ausgangsterme derjenigen Serie angeregt, deren Grundterm gleichzeitig Grundzustand des Atoms ist. Wenn jedoch Strom- und Dampfdichte wachsen, verschiebt sich die Verteilung der Atomzustände im leuchtenden Dampf. Gegenüber dem Anteil der Atome, die sich im Grundzustand befinden, wächst der Anteil der nächst höheren Anregungsstufen. Infolgedessen verschiebt sich auch die Intensitätsverteilung zugunsten derjenigen Serien, die diese nächst höheren Anregungsstufen zum Grundterm haben. Wir dürfen also erwarten, daß sich diese Intensitätsverschiebungen durchaus nicht nur auf Haupt- und Nebenserien beschränken. Bei dem Alkali z. B. müßte weitere Steigerung von Strom- und Dampfdichte nach Heraustreten der Nebenserien dazu führen, daß die $3D$ -Zustände gegenüber den $2P$ -Zuständen in verstärktem Maße angereichert werden. In der Tat konnte Krefft nachweisen, daß sich in einem Caesiumrohr bei stärkerer Steigerung von Dampf- und Stromdichte das Intensitätsverhältnis zwischen den Nebenserien und der Bergmann-Serie eindeutig zugunsten der Bergmann-Serie verschob. Er konnte aber auch zeigen — und das ist für die Beurteilung der Rekombinationstheorie von ausschlaggebender Bedeutung —, daß das Intensitätsverhältnis der betreffenden Kontinua diese Verschiebung mitmacht.

Der Versuch, aus dem oben entwickelten theoretischen Bild Aussagen über die Intensitätsverteilung in unseren Spektren abzuleiten, hat somit folgendes Ergebnis: Die Aussagen, die sich aus den von Bohr postulierten Rekombinationsprozessen ergeben, stehen in unüberbrückbaren Widerspruch zum experimentellen Befund. Dagegen läßt sich das Verhalten der Linienserien auch im Rahmen des oben präzisierten theoretischen Bildes ohne jede Bezugnahme auf diese Rekombinationsprozesse in durchaus befriedigender Form deuten. Auf den positiven Teil dieser Feststellungen werden wir erst später wieder zurückkommen. Wir ziehen hier lediglich den Schluß, daß es nicht möglich ist, mit Hilfe der von Bohr postulierten Rekombinationsprozesse zu einer richtigen Darstellung des experimentellen Sachverhalts zu kommen. Die Theorie der Grenzkontinua muß also jedenfalls auf anderer Grundlage aufgebaut werden.

Der oben formulierte Einwand gegen die Rekombinationstheorie ist natürlich nicht neu. Er wurde hier nur deshalb so ausführlich herausgestellt, weil seine präzise Formulierung weitere Überlegungen erleichtert. Schon Krefft (l. c.) hat unter Bezugnahme auf seine Beobachtungen an Caesium auf die gleichen Schwierigkeiten hingewiesen, ohne allerdings eine Lösung zu geben. Später versucht dann Jahnke¹⁾, indem er von diesen Schwierig-

¹⁾ H. O. Jahnke, ZS. f. Phys. **99**, 169, 1936.

keiten ausgeht, eine bessere theoretische Darstellung des experimentellen Befundes dadurch zu gewinnen, daß er die ursprüngliche Fassung der Rekombinationstheorie durch Zusatzannahmen erweitert. Wir gehen zunächst auf die Jahnkesche Theorie ein.

Neben dem Elementarakt, der in der ursprünglichen Fassung der Theorie der alleinige Träger des Rekombinationsleuchtens ist, nimmt Jahnke zur Deutung des experimentellen Tatbestandes einen weiteren Elementarakt an, bei dem ebenfalls Frequenzen der Grenzkontinua emittiert werden. Bei diesem neuen Elementarakt tritt ein freies Elektron in Wechselwirkung mit einem hoch angeregten Atom. Jahnke beschreibt diesen Elementarakt als Austauschvorgang zwischen einem freien Elektron und den in einem hohen Anregungszustand gebundenen Elektron, das er als „quasi-frei“ bezeichnet, ohne diesem Begriff einen präzisen physikalischen Inhalt zu geben. Es erscheint mir jedoch zweckmäßiger, diesen Jahnkeschen Elementarvorgang dadurch zu beschreiben, daß man ihn wenigstens in der Idee in zwei Stufen gliedert. Danach verläuft dieser Elementarakt folgendermaßen:

1. Das hoch angeregte Atom wird durch Stoß des freien Elektrons ionisiert, dabei nimmt das aus dem Atom befreite Elektron einen Teil der kinetischen Energie des stoßenden Elektrons auf.

2. Das ionisierende Elektron rekombiniert jetzt mit dem so geschaffenen Ion auf einen Term, der mit dem anfänglichen Anregungszustand des Atoms kombiniert.

Das wesentliche dieses Prozesses besteht also darin, daß ein Ionisierungsprozeß aus hoch angeregtem Zustand heraus mit einem Rekombinationsakt auf die mit diesem Zustand kombinierenden Terme gekoppelt wird. Neben diesem Vorgang soll auch die Rekombination in der von Bohr postulierten Form möglich sein. Die letzte Forderung ist notwendig; denn der umgekehrte Vorgang — die Ionisation durch Absorption eines Lichtquants im Grenzkontinuum muß natürlich ebenfalls möglich sein. Deshalb muß Jahnke die Einführung seines neuen Elementarvorganges ergänzen durch eine zweite Forderung: Trotzdem Rekombinationsprozesse neuer und alter Art möglich sind, soll die Rekombination doch im wesentlichen durch die Rekombinationsprozesse neuer Art getragen werden. Weiter ist man gezwungen, die Möglichkeit eines Elementaraktes anzunehmen, der die Umkehrung der „quasi-freien“ Rekombination darstellt: Ein Quant des Kontinuums wird absorbiert. Gleichzeitig rekombiniert ein in der Nähe befindliches Elektron strahlungslos auf einen mit dem ursprünglichen Term des

Atoms kombinierenden hoch angeregten Zustand, indem es die frei werdende Energie an das durch den Absorptionsakt frei gewordene Elektron abgibt.

Es ist zunächst festzustellen, daß durch diese Postulate rein formal die Emission der Grenzkontinua mit der Emission der hohen Glieder derjenigen Serien gekoppelt wird, zu denen das Grenzkontinuum gehört. Das Intensitätsverhältnis der Kontinua untereinander ist nach der Jahnkeschen Theorie nicht mehr Eigenschaft des Atoms wie in der alten Bohrschen Fassung der Rekombinationstheorie, sondern paßt sich dem Intensitätsverhältnis der Serien an und ändert sich mit diesem. Rein formal wird also diese Seite des experimentellen Befundes durch die Jahnkeschen Ansätze besser dargestellt als in der alten Bohrschen Fassung. Es muß jedoch darauf hingewiesen werden, daß die Postulate, die Jahnke neu einführt, ad hoc konstruiert sind. Sie lassen sich einstweilen nicht durch die Ableitung anderer experimenteller Tatsachen unabhängig stützen. Diese Willkürlichkeit mindert an sich schon den Wert der Theorie. Jahnke hat aber offenbar übersehen, daß seine Theorie durch eine weitere Schwierigkeit belastet wird. Die Intensität der hohen Serienglieder ist proportional zu der Dichte der Atome, die in den entsprechenden Zuständen angeregt sind; die Intensität der Kontinua ist dagegen nach dem Ansatz von Jahnke proportional zu dem Produkt aus der Dichte dieser Atome und der Dichte der freien Elektronen. In der Jahnkeschen Theorie ist also die Intensität der Serienlinien einerseits, die Intensität der Kontinua andererseits durch wesentlich verschiedene Faktoren bestimmt. Infolgedessen kann die Jahnkesche Theorie keine Rechenschaft geben über den Übergang der Linienserie in das Kontinuum, sie kann insbesondere nicht erklären, warum bei jeder Serie mit Kontinuum der Intensitätsabfall der Serie ganz stetig und glatt in den Intensitätsabfall des Kontinuums übergeht. Dieser Einwand wiegt um so schwerer, als dieser monotone Übergang das allgemeinste Charakteristikum der Serie mit Kontinuum ist. Es ist nun aber für die Auswertung der Kritik wesentlich, daß sich dieser Einwand keineswegs nur gegen die speziellen Annahmen richtet, auf denen Jahnke seine Deutung aufbaut: Jeder Versuch, die Emission der Grenzkontinua durch Elementarprozesse zwischen freien Elektronen und anderen Partikeln zu deuten, ist dem gleichen Einwand ausgesetzt.

Wir sind nun in der Lage, auf die Frage, mit der wir diesen Abschnitt eingeleitet haben, eine präzise Antwort zu geben: Alle Schwierigkeiten, die sich der Durchführung der Rekombinationstheorie entgegenstellen, sind ausschließlich notwendige Folgen der Vorstellung, daß die Frequenzen der

Kontinua bei einem Vorgang emittiert werden, bei dem ein Ion oder ein Atom mit einem freien Elektron reagiert.

Es ist zweckmäßig, die Begründung dieser Aussage, die natürlich schon in der oben gegebenen Kritik der Rekombinationstheorie enthalten ist, noch einmal ganz klar herauszustellen, indem wir vom Begriff des freien Elektrons ausgehen. Der Begriff der „Freiheit“ eines Elektrons erhält seinen physikalischen Inhalt durch die Festsetzung, daß dieses Elektron, soweit es nicht in bestimmten Elementarprozessen mit anderen Bestandteilen des leuchtenden Gases in Wechselwirkung tritt, von diesen Bestandteilen physikalisch unabhängig ist¹⁾. Daraus folgen die beiden spezifischen Eigenschaften des freien Elektrons:

1. Es ist durch seine kinetische Energie eindeutig gekennzeichnet.
2. Die Häufigkeit irgendwelcher Elementarprozesse mit anderen Partnern ist stets abhängig von dem Produkt der Dichte beider Partner.

Wie die oben gegebene Kritik der Rekombinationstheorie zeigt, sind es gerade — und zwar ausschließlich — diese beiden spezifischen Eigenschaften des freien Elektrons, die eine rationelle Durchführung der Rekombinationstheorie unmöglich macht. Denn Schwierigkeiten aus anderen Elementen unseres theoretischen Bildes ergeben sich nicht.

Es folgt somit: Eine rationelle Deutung für die Emission der Grenzkontinua kann grundsätzlich nur dadurch gewonnen werden, daß man den Grundgedanken der Rekombinationstheorie aufgibt. Das heißt aber: wir müssen die Vorstellung, daß die Frequenzen der Grenzkontinua bei Vorgängen emittiert werden, bei denen ein Atom oder Ion mit einem „freien“ Elektron reagiert, endgültig fallen lassen. Nun ist aber die Grundannahme der Rekombinationstheorie notwendig gekoppelt mit der Vorstellung, daß das Atom bei Absorption eines Lichtquants im Grenzkontinuum schon infolge dieser Absorption in ein Ion und in ein freies Elektron zerfällt. Auch diese Vorstellung — also unsere Vorstellung über den Ionisierungsprozeß — wird somit wesentlich zu modifizieren sein, wenn wir die Rekombinationstheorie aufgeben müssen.

Wir haben uns bei der Darstellung der Rekombinationstheorie und bei der Kritik an dieser Theorie der Anschauungsformen des Bohrschen Bildes bedient. Es ist nun für die ganze Sachlage außerordentlich charakteristisch, daß sich die Begründung dieser Kritik ohne jede Änderung auf die wellenmechanische Einkleidung der Rekombinationstheorie übertragen läßt.

¹⁾ Diese Kennzeichnung der „Freiheit“ hat natürlich nur Sinn, wenn wir wie hier unendlich kleine Gasdichte annehmen.

Denn man hat die Vorstellungen, die man in dem alten Bohrschen Bilde mit dem Vorgang der Rekombination und der Ionisation verband, in ihren Grundzügen vollkommen unverändert in das neue wellenmechanische Bild übernommen. Ein Unterschied gegenüber der Bohrschen Theorie besteht in dieser Beziehung nur insofern, als nach der wellenmechanischen Einkleidung dieser Vorstellungen wenigstens im Prinzip die Möglichkeit besteht, die Wirkungsquerschnitte für Rekombination- und Ionisationsvorgänge zu berechnen, eine Möglichkeit, die im Rahmen der Bohrschen Theorie nicht gegeben war. Aber es bleibt — auch in der wellenmechanischen Einkleidung — die Vorstellung, daß das Atom schon allein dadurch in ein Ion und ein freies Elektron zerfällt, daß dem Atom eine Energie zugeführt wird, die die Ionisierungsenergie übersteigt. Es bleibt die Vorstellung, daß ein Quant des Grenzkontinuums emittiert wird, wenn sich ein Ion und ein freies Elektron zu einem neutralen Atom vereinigen, und es wird vor allem auch im Bilde der Wellenmechanik das freie Elektron durch die gleichen Eigenschaften gekennzeichnet, die schon oben herausgestellt wurden. Wir können also unsere Kritik mit allen Folgerungen ohne jede Änderung auf die wellenmechanische Einkleidung der Rekombinationstheorie übertragen, denn gerade diese aus der Bohrschen Theorie übernommenen Vorstellungen — und nur sie — waren es ja, die eine rationelle Deutung der Grenzkontinua durch die Rekombinationstheorie unmöglich machten.

4. *Über eine neue Auffassung von der Anregung und der Emission der Grenzkontinua.* Um die Richtlinien für den Neuaufbau der Theorie zu gewinnen, greifen wir aus dem Inhalt der beiden letzten Abschnitte zwei Aussagen heraus und stellen sie in scharf präziser Form nebeneinander:

Erstens heben wir noch einmal das Charakteristische des experimentellen Befundes ganz klar heraus: Die Linienserie und ihr Kontinuum gehen ohne erkennbare Grenze stetig und monoton ineinander über und reagieren auf Änderung der Anregungsbedingungen in völlig gleicher Weise. *Im Bild des experimentellen Befundes erscheinen somit die Linienserie und ihr Kontinuum als völlig einheitliches Gebilde.*

Zweitens erinnern wir uns jetzt, daß der Vergleich zwischen dem experimentellen Befund und den Folgerungen unseres theoretischen Bildes, wie wir ihn im letzten Abschnitt durchgeführt haben, keineswegs nur negative Resultate zeitigte: Die charakteristischen Verschiebungen der Serienintensitäten, die von Krefft und anderen beobachtet wurden, ließen sich im Rahmen unseres theoretischen Bildes durchaus befriedigend deuten, soweit es sich um die Intensität der Linienserien handelte. *In unserem bisherigen*

theoretischen Bild werden also offenbar die Vorgänge bei der Anregung und Emission der Serienlinien richtig beschrieben.

Die Zusammenstellung dieser beiden Aussagen legt uns mit nahezu unabweisbarer Eindringlichkeit folgende Schlußfolgerungen nahe: eine mit der experimentellen Erfahrung übereinstimmende Darstellung der Grenzkontinua dürfen wir nur von einem theoretischen Bild erwarten, bei dem sich innerhalb jeder Serie die Anregungs- und Emissionsprozesse für die Serienlinien als Anregungs- und Emissionsprozesse der Kontinuumsfrequenzen stetig über die Seriengrenze hinaus fortsetzen lassen. Wir werden in diesem Abschnitt zeigen, daß die Wellenmechanik ganz zwanglos auf eine solche Darstellung führt, wenn man die physikalische Deutung des wellenmechanischen Formalismus auch für diejenigen Lösungen der Wellengleichung, die dem kontinuierlichen Eigenwertspektrum zugeordnet sind, wirklich konsequent durchführt und nicht wie bisher durch Übernahme von Vorstellungen aus der Bohrschen Theorie innere Widersprüche in die Deutung dieser Lösungen hereinträgt.

Wir beschreiben das Atom modellmäßig durch einen Kern mit nicht-coulombschem Zentralfeld, in dem sich ein Leuchtelektron bewegt. Wir vernachlässigen die Wirkung des Elektronenspins. Das Termschema dieses Modells entspricht seinem Typus nach der Grobstruktur der Alkalischemata und der Termschemata für die Dublettserien der Erdmetalle, auf deren Behandlung wir uns, wie im Abschnitt 2 näher begründet wurde, einstweilen beschränken. Die Vernachlässigung der Feinstruktur ist unwesentlich, sie spielt für diejenigen Eigenschaften der Kontinua, die uns hier interessieren, keine Rolle.

Die Lösung der Wellengleichung gibt uns zunächst — wie in der Bohrschen Theorie — ein System von stationären Atomzuständen mit diskreten Energiewerten. Die zweidimensionale Mannigfaltigkeit dieses Systems ist dadurch gekennzeichnet, daß die Energie als Funktion zweier ganzzahliger Quantenzahlen n und l auftritt. Zur übersichtlichen Darstellung ordnet man bekanntlich die Energiewerte in den Reihen gleicher l -Quantenzahlen und legt den Nullpunkt der Energieskala in den Häufungspunkt, gegen den auf jeder l -Reihe die diskreten Energiewerte konvergieren. Infolgedessen sind diese Energiewerte alle mit negativen Vorzeichen behaftet. Die Eigenfunktionen, die diesen negativen Energiewerten zugeordnet sind, werden in der Wellenmechanik als Beschreibung der diesen Energiewerten entsprechenden Atomzustände gedeutet, und zwar in folgendem Sinn: Man kann den Eigenfunktionen mit Hilfe bestimmter in der Wellenmechanik festgelegter Rechenoperationen alle Eigenschaften entnehmen, die diese

Atomzustände im Sinne der Wellenmechanik physikalisch charakterisieren, so z. B. Wahrscheinlichkeitsdichte des Systempunktes im Konfigurationsraum, Drehimpuls, Übergangsamplituden usw. — Außer dem Lösungssystem mit diskreten Energiewerten liefert nun aber die Wellengleichung unseres Atommodells noch weitere Lösungen. Jede zu einer Quantenzahl l gehörende Reihe von Eigenfunktionen setzt sich jenseits des Häufungspunktes in eine Reihe von Eigenfunktionen fort, deren Energiewerte auf der Energieskala eine im Nullpunkt beginnende kontinuierliche Folge von positiven Werten bilden. Alle Festsetzungen, auf Grund deren wir im diskreten Eigenwertspektrum aus den Eigenfunktionen die physikalischen Eigenschaften der einzelnen Atomzustände ableiten, lassen sich mit der gleichen physikalischen Begründung auf die Lösungen im kontinuierlichen Teil des Eigenwertspektrums übertragen. Dabei finden die Eigenfunktionen ψ_{slm} des diskontinuierlichen Eigenwertspektrums ihr Analogon in den Eigendifferentialen $\int_E \psi_{l,m}(E) dE$ des kontinuierlichen Eigenwertbereiches. Für die Eigenlösungen der Wellengleichung im kontinuierlichen Eigenwertbereich folgt daraus zwangsläufig folgende Deutung: Das System „Elektron im Zentralfeld“ ist nicht nur stationärer Zustände negativer Energie, sondern auch stationärer Zustände positiver Energie fähig. Sie werden gekennzeichnet durch die Angabe eines bestimmten Intervalls ΔE auf der positiven Energieskala und außerdem — wie bei den Zuständen negativer Energie — durch die Quantenzahlen in l und m . Alle Eigenschaften, die diese Zustände im Sinne der Wellenmechanik physikalisch charakterisieren, sind aus den entsprechenden Eigendifferentialen in gleicher Weise abzuleiten wie bei den Zuständen negativer Energie aus den Energiefunktionen. Unterschiede in der formalen Behandlung sind nur dadurch bedingt, daß die Folge der Energiewerte in dem einen Fall diskontinuierlich, im anderen Fall kontinuierlich ist. Deshalb ist auch eine Deutung der Eigenlösungen, die zwischen den Lösungen im diskontinuierlichen und im kontinuierlichen Bereich grundsätzlich unterscheidet, im Rahmen der Wellenmechanik nicht zu begründen. Eine solche Deutung muß deshalb notwendig zu schweren inneren Widersprüchen führen. Die Gedanken, die hier zunächst ganz allgemein formuliert wurden, sollen nun im einzelnen so weit präzisiert werden, wie es für das Ziel der vorliegenden Untersuchung notwendig erscheint.

Das Amplitudenquadrat der diskreten Eigenfunktionen ist bekanntlich über den ganzen Konfigurationsraum integrierbar und läßt deshalb die Normierung

$$\int \psi \psi^* d\tau = 1$$

zu. Die Deutung der Größe $\psi \psi^* d\tau$ fassen wir — etwas prägnanter wie üblich — in folgende Form: $\psi \psi^* d\tau$ mißt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich gleichzeitig der Systempunkt im Raumelement $d\tau$ und das System im Energiezustand E befindet. Dabei ist die Wahrscheinlichkeit so normiert, daß die Wahrscheinlichkeit, das System überhaupt in E anzutreffen, gleich 1 gesetzt wird. Wollen wir diese Deutung auf die Eigenlösungen im kontinuierlichen Bereich übertragen, so haben wir die Wahrscheinlichkeit dafür zu formulieren, daß sich der Systempunkt im Volumenelement $d\tau$ befindet, während gleichzeitig der energetische Zustand des Systems durch Lage und Größe des Energieintervalls ΔE gekennzeichnet wird. Wir setzen diese Wahrscheinlichkeit gleich $w \cdot \Delta E d\tau$ und normieren sie, indem wir die Wahrscheinlichkeit 1 auf die Einheit der Energieskala beziehen; wir fordern also

$$\int d\tau \cdot w \cdot \Delta E = \Delta E.$$

Die Normierungsforderung für die Eigenfunktionen des kontinuierlichen Bereichs

$$\int d\tau \left[\int_{\Delta E} \psi dE \right]^2 = \Delta E$$

liefert sofort

$$w = \frac{1}{\Delta E} \left[\int_{\Delta E} \psi_{(E)} dE \right]^2.$$

Der Index (E) soll andeuten, daß in dieser Formel $\psi_{(E)}$ die in der E -Skala normierte Eigenfunktion $\psi(E, xyz)$ bedeutet. Man kann natürlich die Wahrscheinlichkeit statt auf die Energieskala auf jede beliebige andere Skala beziehen, deren Werte den Energiewerten umkehrbar eindeutig zugeordnet sind. Für eine beliebige \varkappa -Skala wird dann

$$w_{\varkappa} = \frac{1}{\Delta \varkappa} \left[\int_{\Delta \varkappa} \psi_{(\varkappa)} d\varkappa \right]^2 \quad {}^1).$$

¹⁾ Es fällt zunächst auf, daß die Wahrscheinlichkeit $w \cdot \Delta \varkappa \cdot d\tau$ keine reine Zahl ist, sondern die Dimension der Skalengröße \varkappa hat. Das heißt natürlich nichts weiter, als daß sich das Maß für die gleiche Wahrscheinlichkeit ändert, wenn wir von einer Skala \varkappa_1 auf eine Skala \varkappa_2 übergehen. Diese Maßstabsänderung der Wahrscheinlichkeit ist dadurch bedingt, daß sie für jede \varkappa -Skala jeweils über der Einheit der betreffenden Skala auf 1 normiert wird, daß sich also beim Übergang von der einen Skala auf die andere auch der Bereich, für den die Wahrscheinlichkeit 1 angenommen wird, entsprechend ändert.

Die Komponenten $P_{x,y,z}$ einer Übergangsamplitude, die der Kombination einer positiven Eigenlösung $\psi_{E,l,m}$ mit einer negativen Eigenlösung $\psi_{n',l',m'}$ zugeordnet ist, sind bekanntlich definiert durch

$$P_{x,y,z} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \int d\tau \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \cdot u_{n'l'm'} \cdot \left[\int_{\Delta z} u_{(x)E,l,m} d\kappa \right]^1.$$

Dadurch, daß wir die Eigenlösungen positiver Energie ebenfalls als Beschreibung stationärer Zustände deuten und ihnen wie den Zuständen negativer Energie eine Wahrscheinlichkeitsdichte zuordnen, bekommen auch diese Übergangsamplituden physikalisch den gleichen Inhalt wie die Übergangsamplituden, die zwei diskreten Zuständen zugeordnet sind. Denn ihr

Quadrat $|P_{n'l'm'}^{Elm}|^2$ multipliziert mit dem Faktor $\frac{64\pi^4 e^2 \nu^3}{3hc^3}$ mißt nun wie

bei den diskreten Zuständen die Häufigkeit der Übergänge von einem stationären Zustand E, l, m des Kontinuums in einen stationären Zustand n', l', m' des diskreten Eigenwertspektrums. Diese Häufigkeit wird dabei bezogen auf die Einheit derjenigen Skala, in der die Eigenfunktionen des Kontinuums normiert sind, und auf eine Besetzung der kontinuierlichen Termfolge, bei der auf die Einheit der Normierungsskala ein Atom entfällt. Ist somit I_x die auf die Einheit der Skala x bezogene Intensität, so wird

$$I_x = N_x \cdot \frac{64\pi^4 e^2 \nu^4}{3c^3} \cdot |P_{(x)n'l'm'}^{E,l,m}|^2,$$

wobei $N_x \cdot \Delta z$ die Zahl der Atome ist, deren Anregungszustand durch $\Delta z, l, m$ gegeben ist, und der Index x von $P_{(x)}$ die Normierungsskala der kontinuierlichen Eigenfunktionen andeuten soll. Bei den Übergängen $n, l, m \rightarrow n', l', m'$ zwischen diskreten Zuständen ist die Häufigkeit, die durch $|P_{n',l',m'}^{n,l,m}|^2$ gemessen wird, bezogen auf Besetzung des diskreten Ausgangszustandes mit einem Atom. Die Intensität der entsprechenden Linie ist gegeben durch

$$I = N \cdot \frac{64\pi^4 e^2 \nu^4}{3c^3} |P_{n',l',m'}^{n,l,m}|^2,$$

wenn N die Zahl der Atome im Ausgangszustand gibt. Trägt man die diskreten Energieeigenwerte in einer Skala $n = f(E)$ ein, deren ganzzahlige Werte den Hauptquantenzahlen entsprechen, so ist die durch $|P_{n',l',m'}^{n,l,m}|^2$ gemessene Häufigkeit der Übergänge der Einheit dieser Skala bei der Besetzung¹ zugeordnet, und die Intensität I der Linie kann ebenfalls aufgefaßt

¹) u ist hier bekanntlich die vom Zeitfaktor befreite Eigenlösung ψ .

werden als die auf diese n -Skala bezogene Intensität. Wenn ich nun in einer „Serie mit Kontinuum“ den Übergang der Intensität vom Linienteil in das Kontinuum untersuchen will, so muß ich natürlich in beiden Teilen die Intensität auf die gleiche Skala beziehen. Dazu sei die Frequenzskala gewählt. Eine Normierung der Linienintensitäten auf der Frequenzskala läßt sich dadurch sinnvoll vollziehen, daß man sich die in einer Linie emittierte Intensität auf die ihr zugeordnete Einheit der Skala verteilt denkt. Eine derartige Verschmierung ist ja infolge der endlichen Linienbreite bei genügender Annäherung an die Seriengrenze in der Tat realisiert. Man hat dann nur gemäß der Vorschrift für den Übergang von einer Normierungsskala zu der anderen das in der n -Skala normierte Amplitudenquadrat mit $dn/d\nu$ zu multiplizieren. Wir können also unterhalb der Seriengrenze bei genügender Annäherung an die Grenze schreiben:

$$I_{\nu \text{ Linienserie}} = N_{\nu} \frac{64 \pi^4 e^2 \nu^4}{3 c^3} |P_{(n) n', l', m'}^{n, l, m}|^2 \cdot \frac{dn}{d\nu}.$$

Im Kontinuum aber wird

$$I_{\nu \text{ Kontinuum}} = N_{\nu} \frac{64 \pi^4 e^2 \nu^4}{3 c^2} |P_{(v) n', l', m'}^{E, l, m}|^2.$$

Auf Grund dieser Ansätze haben wir den Durchgang der Intensität durch die Seriengrenze zu verfolgen, wir haben also das Verhalten von I_{ν} zu untersuchen, wenn n gegen ∞ bzw. E gegen Null konvergiert, während n', l', m' sowie l und m festgehalten werden. Die Ansätze zeigen, daß der stetige und glatte Durchgang der Intensität an zwei Bedingungen gebunden ist: Es muß sich $|P_{(n) n', l', m'}^{n, l, m}|^2 \cdot dn/d\nu$ stetig und glatt an $|P_{(v) n', l', m'}^{E, l, m}|^2$ anschließen, und es muß die Besetzungsdichte N_{ν} stetig und glatt durch die Seriengrenze gehen. Daß die Bedingung für das Quadrat der Übergangsamplitude beim Wasserstoffatom erfüllt ist, hat schon Sugiura¹⁾ gezeigt. Sugiura konnte auf Grund dieses Nachweises den stetigen Übergang der Absorptionslinienserie in das Absorptionsgrenzkontinuum schon im Rahmen der alten Auffassung verständlich machen. Wenn wir diese Eigenschaft für den ganzen Kreis der hier behandelten Atome in Anspruch nehmen, so können wir diese Extrapolation damit begründen, daß sich alle uns bekannten Absorptionsserien so verhalten, wie es nach der am Wasserstoffatom von Sugiura durchgeführten Rechnung zu erwarten ist. Über den Durchgang der Besetzungszahlen N_{ν} durch die Seriengrenze ist folgendes zu sagen: Nach der hier vertretenen Auffassung sind die Anregungs- und Zerfalls-

¹⁾ M. Y. Sugiura, Journ. de Phys. et le Radium 8, 113, 1928.

möglichkeiten für Terme unterhalb und oberhalb der Seriengrenze grundsätzlich gleich. Der stetige und glatte Durchgang der N_i ist also in dieser Auffassung schon gewährleistet, wenn nur diejenigen Faktoren, die die spezifische Häufigkeit der Anregungs- und Zerfallsprozesse bestimmen, glatt durch die Seriengrenze hindurchgehen. Soweit dies durch den Durchgang der Übergangswahrscheinlichkeiten bedingt ist, wurde die Begründung bereits oben gegeben. Dagegen dürfte es aus formalen Gründen schwer sein, den Nachweis dieses glatten Durchgangs ganz allgemein zu führen. Wenn wir ihn trotzdem postulieren, so führen wir damit allerdings eine Annahme ein, aber eine Annahme, die beim derzeitigen Stande unserer Kenntnisse in keiner Weise zu wellenmechanischen Erkenntnissen in Widerspruch steht. Damit hat aber das wesentliche Charakteristikum der „Serie mit Kontinuum“ — der unter allen Umständen stetige und glatte Durchgang der Intensität durch die Seriengrenze — seine Deutung gefunden. Daß sich bei Änderung der Anregungsbedingungen die Intensitäten der Kontinua genau so verschieben wie die Intensitäten der zugehörigen Linienserien, ist jetzt auch ohne weiteres evident. Denn wir können die Deutung, die wir in Abschnitt 3 dieser Intensitätsverschiebung für die Serienlinien gaben, in unserer Auffassung ohne jede Änderung auf die Kontinuumsfrequenzen übertragen.

Wir haben damit im Rahmen der Wellenmechanik eine Deutung für die in Abschnitt 2 herausgestellten Grundeigenschaften der Kontinua gewonnen, ohne Zusatzannahmen einführen zu müssen, die der Wellenmechanik fremd sind. Es sei in diesem Zusammenhang besonders hervorgehoben, daß die Grundlagen für diese Deutung nicht etwa ad hoc konstruiert sind, sondern daß sich diese Grundlagen ganz unabhängig von der Deutung der Kontinua aus der Notwendigkeit ergaben, den Formalismus der Wellenmechanik in sich widerspruchsfrei zu deuten. In der vorliegenden Form bezieht sich die Theorie der Kontinua allerdings zunächst nur auf den Grenzfall unendlich kleinen Gasdrucks. Es sei hier nur angedeutet, daß sich die gewonnenen Resultate auf den Fall endlichen Druckes erweitern lassen und daß sich auch die Theorie der in Abschnitt 2 erwähnten Störerscheinungen auf der gleichen Grundlage aufbauen läßt. Denn man kann den Übergang von dem unendlich verdünnten Gas auf das Gas endlicher Dichte durch eine adiabatische Kompression vollziehen. Man kann dann zwar nicht mehr in Strenge die Terme einzelnen Atomindividuen zuordnen, sondern muß dem Gas als Ganzem eine Termmannigfaltigkeit zuordnen. Aber über diese Termmannigfaltigkeit kann man eine Aussage machen: Sie muß, bezogen auf die gleiche Anzahl der Atome und unter Berücksichtigung der

Entartung im Termsystem des ungestörten Einzelatoms, genau so groß sein wie im Fall des unendlich verdünnten Gases. Nur werden die Terme gegenüber der Termlage im unendlich verdünnten Gas sich nach Maßgabe der Kompression stetig verschieben. Die endliche Dichte wird sich also zunächst in Linienverbreiterungen und Linienverschiebungen sowie im Auftreten neuer Übergänge äußern. Natürlich sind diese Störungen, weil sie durch elektrische Felder hervorgerufen werden, im weiteren Sinne Starkeffekte und zeigen qualitativ das gleiche Verhalten wie Starkeffekte in definierten Feldern. Es ist aber kaum anzunehmen, daß diese „Starkeffekte“ auch quantitativ mit den Eigenschaften der Starkeffekte in homogenen Feldern in Zusammenhang gebracht werden können.

Es sei übrigens darauf hingewiesen, daß schon Franck¹⁾ auf Grund anderer Beobachtungen eine Annahme postuliert hat, die der hier entwickelten Theorie der Kontinua in mancher Weise nahesteht: Franck nahm an, daß nur ein Teil der Ionisationsakte zur völligen Trennung vom Rumpf und Elektron führt. Bei einem erheblichen Teil dieser Vorgänge solle dagegen das Elektron unter Ausstrahlung wieder mit dem gleichen Rumpf rekombinieren. Da jedoch die „Rückkehr des Elektrons“ weder theoretisch begründet noch sonst näher spezifiziert wurde, blieb diese Annahme für die Theorie der Kontinua unfruchtbar.

5. *Über die bisherige Deutung der Eigenlösungen im kontinuierlichen Bereich.* Bei der Deutung der Eigenlösungen im kontinuierlichen Bereich ging man bisher von folgender Vorstellung aus: Wenn einem Atom eine Energie zugeführt wird, die die Ionisierungsenergie übersteigt, so muß sich das Elektron stetig vom Rumpf entfernen und zum freien Elektron werden. Man sah offenbar in dieser These eine unabwiesbare Interpretation zahlloser Beobachtungen. Denn wir können, falls wir Licht entsprechender Frequenz oder Elektronen entsprechender Geschwindigkeit auf Atome wirken lassen, den Strom befreiter Elektronen messen. Das Bohrsche Bild von der Parabelbahn entsprach diesen Vorstellungen. Man empfand deshalb den Umstand, daß die den Parabelbahnen entsprechenden Lösungen der Wellengleichung stationäre Lösungen ohne radialgerichteten Teilchenstrom waren, als Widerspruch zur Erfahrung und orientierte die Deutung dieser Lösung nach den im Bohrschen Bild entwickelten Vorstellungen: Man zerlegte die Wellenfunktion additiv in zwei Anteile, von denen der eine asymptotisch für große Kernentfernungen eine auslaufende, der andere eine einlaufende Welle darstellte. Man unterdrückte die einlaufende Welle,

¹⁾ J. Franck, ZS. f. Phys. **47**, 509, 1928.

indem man ihr eine physikalische Bedeutung absprach und deutet die auslaufende Welle als Abbild des auslaufenden Elektrons, dessen Richtungsverteilung man durch den aus der auslaufenden Welle errechneten Teilchenstrom bestimmte. Diese Deutung ist selbstverständlich unvereinbar mit der Deutung, auf die in dieser Arbeit die Theorie der Kontinua aufgebaut wird. Der Widerspruch soll geklärt werden, soweit es zur Begründung der in dieser Arbeit vertretenen Auffassung notwendig ist.

Es sei zunächst darauf hingewiesen, daß die stationäre Natur der Lösungen im kontinuierlichen Eigenwertbereich und die Beobachtung der durch Photoeffekt bzw. Stoßionisation befreiten Elektronen durchaus miteinander vereinbar sind. Die Lösungen der Wellengleichung für das ungestörte Atom beziehen sich in Strenge nur auf den Fall, daß außer dem Elektron und dem Zentralfeld nichts im Raum vorhanden ist. Sie besagen, daß in diesem Fall das zeitliche Verhalten des Atoms auch für Zustände positiver Energie stationär ist. Wenn man jedoch Elektroden in den Raum bringt und dadurch die Elektronen der in positiven Zuständen angeregten Atome absaugt, schafft man neue Randbedingungen, deren Wirkung durch die stationären Lösungen für das ungestörte Atom grundsätzlich nicht dargestellt werden können.

Es muß weiter darauf hingewiesen werden, daß der Ausweg aus diesem Dilemma — die Aufteilung der Wellenfunktion in eine auslaufende und einlaufende Welle — auf schwere Widersprüche führt. Denn die Berechnung eines Teilchenstromes aus der auslaufenden Welle setzt voraus, daß man das Amplitudenquadrat der auslaufenden Welle als Wahrscheinlichkeitsdichte deuten kann. Das geht jedoch nicht, denn Strom und Dichte würden in diesem Falle die Kontinuitätsbedingung nicht erfüllen, deren Gültigkeit wesentliche Voraussetzung für diese Deutung ist. Es ist auch nicht verständlich, warum für die Errechnung der Übergangsamplituden und damit der Ionisierungswahrscheinlichkeit die ganze Eigenfunktion herangezogen wird, während bei der Deutung des durch diesen Vorgang angeregten Zustandes der eine Teil der Funktion keinen physikalischen Sinn mehr haben soll.

Bethe hat versucht, diese Deutung physikalisch zu begründen, indem er einen nicht stationären Zustand betrachtet. Er läßt eine Lichtwelle auf Atome fallen, die sich zu Beginn des Versuches alle im Anfangszustand befindet. Er findet, daß die Wellenfunktion, die dann den zeitlich veränderlichen Zustand des Systems beschreibt, in der Tat eine auslaufende Welle enthält. Aus diesem Resultat darf aber nicht eine Begründung für die oben beschriebene Aufteilung und Deutung der stationären Eigen-

funktionen im kontinuierlichen Bereich abgeleitet werden. Das Resultat ist vielmehr folgendermaßen zu deuten: Infolge fortschreitender Anregung der Atome wird die Wahrscheinlichkeitsdichte, die den Zustand des ganzen Systems darstellt, in weiter nach außen gelegene Bezirke des Konfigurationsraumes verlagert. Diese Verlagerung wird natürlich getragen durch eine nach außen fließende Welle, eben die Welle, die Bethe errechnet hat. Diese radiale Stromkomponente muß jedoch in dem Maße verschwinden, in dem der Zustand des Gesamtsystems stationär wird. In der Betheschen Darstellung tritt dies Stationärwerden des Endzustandes einfach deshalb nicht heraus, weil die von ihm genutzte Näherung nur Gültigkeit hat, solange der Anteil der angeregten Atome sehr klein ist und umgekehrt laufende Vorgänge überhaupt nicht berücksichtigt werden. Bethes Behandlung des Photoeffektes ist also jedenfalls keine Begründung für die oben beschriebene Aufteilung der stationären Eigenfunktionen in einlaufende und auslaufende Wellen.

Hannover, Physikalisches Institut der Techn. Hochschule, März 1937.

Die Ausbeute bei der Ionisierung von Kaliumatomen an glühenden Platin- und Wolframoberflächen.

Von **Herbert Mayer.**

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 3. April 1937.)

Messung der Ionenausbeute beim Auftreffen von Kaliumatomen auf glühendes Platin; Vergleich der Ergebnisse mit Versuchen anderer Autoren für Kalium-glühendes Wolfram.

Die Ausbeute bei der Ionisierung von Alkaliatomen an glühenden Oberflächen von Metallen hoher Austrittsarbeit ist für einige Metallpaare schon bestimmt worden¹⁾, für das Metallpaar Kalium-Platin noch nicht²⁾.

Die Meßmethode ist folgende: Es wird der gesättigte positive Ionenstrom gemessen, der von einem dünnen glühenden Draht bekannter Oberfläche zu einer diesen gleichachsig umgebenden Zylinderelektrode strömt, wenn beide sich in einer Atmosphäre reinen und gesättigten Alkalidampfes bestimmter Temperatur befinden.

Bezeichnet N_a die Zahl der Atome des Grundstoffs A , die in der Zeiteinheit auf die glühende Fläche F eines Grundstoffs B stoßen, und N_i die Zahl der positiven Ionen des Grundstoffs A , die von ihr in der Zeiteinheit wieder verdampfen, so gilt

$$N_i = g_{AB} \cdot N_a.$$

Die Zahl g_{AB} gibt also die Ausbeute der Ionisierung für das Grundstoffpaar AB ; wir bezeichnen sie als den Ionisierungsgrad.

Mit der genannten Versuchsart wird g auf folgende Weise bestimmt: Nach der kinetischen Gastheorie ist die Zahl N_a bei einem der absoluten Temperatur T entsprechenden Dampfdruck p des Grundstoffs A gleich $N_a = p \cdot F / \sqrt{2\pi mkT}$, wo m die Masse eines Atoms A und k die Boltzmann-Konstante ist. Dies ist auch die Höchstzahl der positiven Ionen, die von F in der Zeiteinheit wieder verdampfen würden, wenn $g = 1$; der Höchstwert des positiven Ionenstromes wäre $i_{\max} = N_a \cdot e$, wo e die Elementarladung ist. Der beobachtete positive Ionenstrom ist $i_{\text{beob}} = N_i \cdot e$, wenn durch genügend hohe Felder und einen möglichst dünnen Draht dafür gesorgt ist,

¹⁾ H. Altherthum, H. Krebs u. R. Rompe, ZS. f. Phys. **92**, 1, 1934. Hier auch Schrifttum vorhergehender theoretischer und experimenteller Untersuchungen. — ²⁾ Sie war erforderlich für meine Messungen über die lichtelektrischen Eigenschaften dünnster Kaliumschichten auf Platin (im Druck in Ann. d. Phys.). Siehe auch H. Mayer, Phys. ZS. **36**, 463, 845, 1935; ZS. f. techn. Phys. **16**, 451, 1935.

daß auch alle Ionen die Zylinderelektrode erreichen. Dann ist der Ionisierungsgrad $g = i_{\text{beob}}/i_{\text{max}}$.

Im Hinblick auf die Versuche über die Eigenschaften dünnster Alkalisichten, in der die Ionisierung der Kaliumatome an ebenen Platinflächen erfolgte, wurde im ersten Teil dieser Versuche¹⁾ ein etwas dickerer Draht gewählt, um Werte für g zu erhalten, die diesen Versuchsbedingungen mög-

lichst entsprechen sollten. Im zweiten Teil der Versuche²⁾, in denen auch ein Vergleich des Ionisierungsgrades von Kaliumatomen an Platin- und Wolframoberflächen unter gleichen Versuchsbedingungen gemacht wurde, wurden dünnere Drähte verwendet.

Den verwendeten Apparat zeigt Fig. 1. In einem Rohre aus Hartglas (Durchmesser 20 mm) ist längs der Achse ein Platindraht (Durchmesser 0,29 mm) gespannt. Die Enden desselben sind an den in das Hartglas eingeschmolzenen Wolframdrahtzuführungen mittels Punktschweißer befestigt; über diese Stellen sind kurze Zylinder (Durchmesser 2 mm) aus

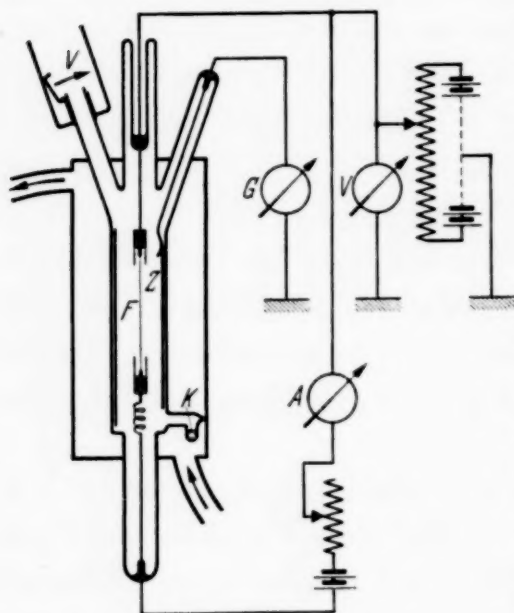


Fig. 1. Apparat und Schaltskizze.

dünnem Platinblech geschoben, um die nicht genügend glühenden Endstücke des Drahtes abzuschirmen. Eine Feder aus Cu-Draht sorgt dafür, daß der Draht auch beim Glühen gespannt bleibt. Die plattinierte Innenwand des Hartglasrohres bildet die Zylinderelektrode Z.

Die Durchmesser der Drähte wurden mit Mikroskop in Abständen von je 1 mm gemessen. Die Durchmesser waren: Platindraht im ersten Apparat $0,29 \pm 0,005$ mm, Platindraht im zweiten Apparat $0,092 \pm 0,002$ mm und Wolframdraht im zweiten Apparat $0,052 \pm 0,002$ mm. Die mit Kathetometer bestimmte Länge $40,5 \pm 0,2$, $31,2 \pm 0,2$ und $37,5 \pm 0,2$ mm, die Flächen F also $0,370$, $0,090$ und $0,061$ cm².

Die Apparate waren über eine Hg-Falle (Kühlung mit CO₂-Schnee) und einen Quecksilberverschluß unmittelbar an die letzte Diffusionspumpe an-

¹⁾ Vorläufige Mitteilung in der Sitzung der Rum. Akad. d. Wissenschaften vom 21. Mai 1936; Compt. Rend. Acad. Scien. Rum. I, S. 165, 1936. — ²⁾ Diese Versuche wurden gemeinsam mit Herrn Gh. Macrin durchgeführt. Vorläufige Mitteilung in den Veröffentl. der Naturw. Fakultät der Universität Cernăuți, Bul. Fac. de Stiinte, Cernăuți 1937.

geschmolzen. Um bei höheren Temperaturen das Hinausdestillieren des Alkalimetalls zu verhindern, ist ein von außen magnetisch betätigter Verschluß *V* angebracht. Vor Einführen des Alkalimetalls wird der ganze Apparat im elektrischen Ofen bei 500° C mehrere Stunden lang entgast, zwischendurch der Platin- bzw. Wolframdraht durch Glühen. Dann wird das vordestillierte Kalium in die letzte Stufe einer vierstufigen Destillationsvorlage eingeführt, der Apparat sofort wieder geschlossen, ausgepumpt und das Kalium langsam in die dritte Stufe hinüberdestilliert. Nun wurde der ganze Apparat — mit Ausnahme des Kaliumbehälters — nochmals kurz bei 500° C entgast und nun zuerst das Kalium durch langsames Destillieren von Stufe zu Stufe in den Apparat eingeführt und der ganze Zylinder *Z* mit einer sichtbaren Kaliumschicht bedeckt. Der Wolframdraht wurde mehrere Stunden lang bei 2400° C, die Platindrähte bei 1500° C geglüht¹⁾.

Das die Drähte enthaltende Mittelstück des Apparates war von einem Mantel mit strömender Heizflüssigkeit umgeben, dessen Temperatur mit einem von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeichten Thermometer gemessen wurde. Um Kriechströme von *Z* zu den Drahtzuleitungen zu verhindern, sind die diese enthaltenden Ansatzrohre mit elektrischen Öfen umgeben²⁾, ebenso das außerhalb des Bades befindliche Verbindungsrohr zu den Pumpen bis zum Verschluß *V*. Ein Einschalten dieser Öfen war erst bei Temperaturen über 70° C nötig.

Die Meßanordnung ist aus Fig. 1 ersichtlich. Die positiven Ionenströme wurden mit einem Spiegelgalvanometer von Siemens & Halske mit einer Höchstempfindlichkeit von $5 \cdot 10^{-10}$ Amp. je Skt. bzw. mit einem Zeigergalvanometer von Hartmann & Braun mit einer Empfindlichkeit von 10^{-7} Amp. je Skt. gemessen. Die Drahttemperaturen wurden mit einem Pyrometer von Siemens & Halske und der von W. Espe und M. Knoll³⁾ gegebenen Korrekturtabelle bestimmt.

Sobald die Temperatur des strömenden Flüssigkeitsbades sich nicht mehr änderte, wurde der Draht durch Einschalten des Heizstromes für einige Sekunden bis auf eine möglichst hohe Temperatur gebracht (Platin auf etwa 1500° C und Wolfram auf etwa 2400° C), um ihn von darauf sitzenden Kaliumatomen zu reinigen, und dann bei einer oder mehreren bestimmten Drahttemperaturen fallender Reihe der zwischen Draht und Zylinder-elektrode *Z* fließende Strom bestimmt.

¹⁾ Altern der Drähte, siehe J. Langmuir, Phys. Rev. **44**, 432, 1933. —

²⁾ In der Figur nicht eingezeichnet. — ³⁾ W. Espe u. M. Knoll, Werkstoffkunde der Hochvakuumtechnik. Berlin 1936.

Dieser Strom besteht bei über 1100°C liegenden Drahttemperaturen aus drei Teilen: 1. Aus dem Strom positiver Kaliumionen, die vom glühenden Draht verdampfen; 2. aus dem Strom der durch die Strahlung des glühenden Drahtes aus der Zylinderelektrode lichtelektrisch ausgelösten Elektronen und 3. aus dem Strom sekundärer Elektronen, die durch den Stoß positiver Ionen aus der Zylinderelektrode ausgelöst werden. Letzterer kann wegen der kleinen Sättigungsspannungen vernachlässigt werden; sie lagen zwischen 5 und 70 Volt für die positiven Ionenströme von 10^{-9} bis 10^{-5} Amp., die den

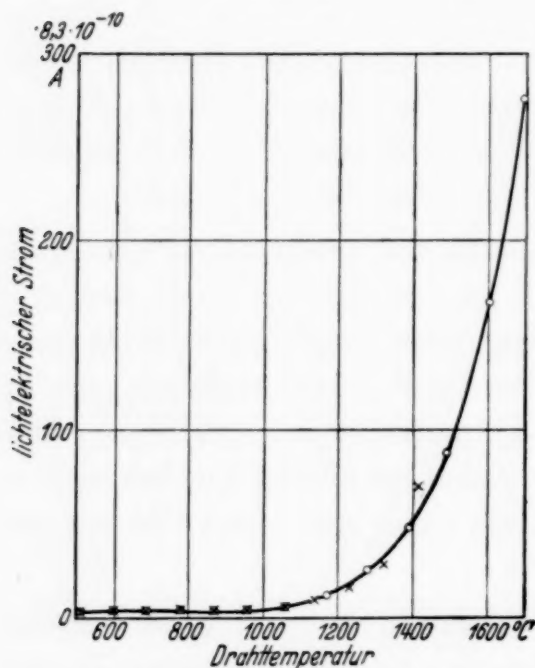


Fig. 2. Lichtelektrischer Strom aus Z, ausgelöst durch die Strahlung des glühenden Drahtes in Abhängigkeit von der Temperatur des letzteren.

Sättigungsdrücken des Kaliums von 0 bis 80°C entsprechen.

Der zweite Stromteil ist, wie Fig. 2 zeigt, bis zu Drahttemperaturen von 1200°C im Verhältnis zu den Ionenströmen klein, während die Sättigung der positiven Ionenströme schon bei 800 bis 900°C beginnt. Dieser lichtelektrische Strom kann so bestimmt werden, daß man den Sättigungsdruck des Kaliums durch tiefere Temperatur des Flüssigkeitsbades soweit vermindert, daß die dann noch vorhandenen positiven Ionenströme klein sind im Verhältnis zu den lichtelektrischen. Auf diese Weise wurden die Werte der

Fig. 2 bestimmt. Der hier unter 1100°C noch vorhandene und bis fast 600°C konstante Restausschlag entspricht dem positiven Ionenstrom bei der Versuchstemperatur von 1°C . Da der lichtelektrische Strom im Gegensatz zu dem positiven Ionenstrom unabhängig ist vom Kaliumdampfdruck¹⁾, läßt er sich auch leicht durch Vergleich der bei verschiedenen Dampfdrücken gemessenen Gesamtströme ermitteln, da das Anwachsen der Stromwerte, das bei Drahttemperaturen von über 1100°C beginnt, bei verschiedenen Dampfdrücken immer das gleiche bleibt. Bei Dampfdrücken der Temperaturen über 70°C ist der lichtelektrische Strom stets gegenüber dem positiven Ionenstrom klein. — Die Sättigungsdrücke des Kaliums wurden mit der Dampfdruckformel des Verfassers berechnet²⁾.

¹⁾ Unter den Versuchsbedingungen dieser Arbeit! — ²⁾ H. Mayer, ZS. f. Phys. 67, 240, 1931.

Ergebnisse. In den Fig. 3, 4 und 5 sind einige der für verschiedene Kaliumsättigungsdrucke aufgenommenen Kurven wiedergegeben. Die aus ihnen berechneten Werte des Ionisierungsgrades g sind in den Tabellen 1, 2 und 3 eingetragen. Da (Fig. 3) keine vollkommene Sättigung des Ionenstromes eintrat, sind, um einen Vergleich der Werte für Platin verschiedener

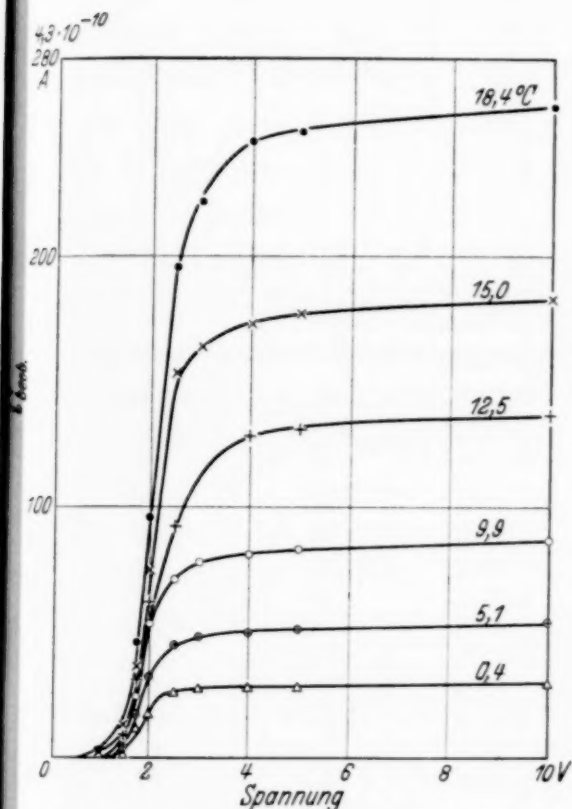


Fig. 3. Die positiven Ionenströme in Abhängigkeit von der zwischen F und Z liegenden Spannung für einige Temperaturen des gesättigten Kaliumdampfes.

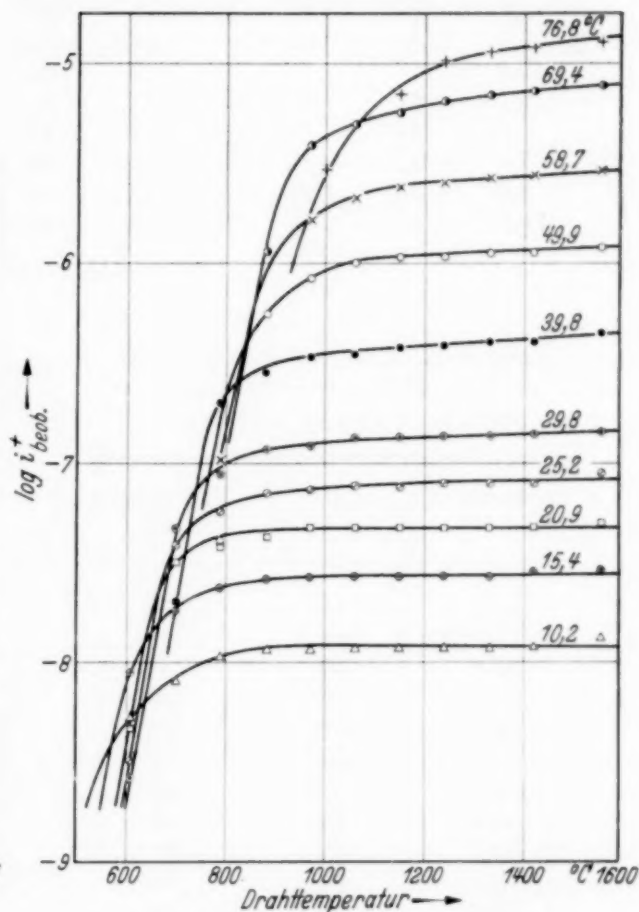


Fig. 4. Sättigung der positiven Ionenströme in Abhängigkeit von der Temperatur des Platindrahtes für einige Temperaturen des gesättigten Kaliumdampfes (an den Kurven vermerkt).

Drahtdicke zu ermöglichen, die zu gleicher Temperatur gehörigen Stromwerte auch bei gleicher Spannung genommen und letztere in der dritten Reihe der Tabellen vermerkt. Die erste Reihe enthält die den Sättigungsdruck des Kaliums bestimmende Temperatur des Flüssigkeitsbades, die zweite die Werte des Ionisierungsgrades g .

Erörterung der Ergebnisse. Der geringe, über die Fehlergrenze hinausgehende Unterschied in den beiden Mittelwerten des Ionisierungsgrades für Kalium-Platin muß dem Unterschied in der Dicke der verwendeten Platindrähte zugeschrieben werden. Erwartungsgemäß sind die Werte für den dünneren Draht etwas höher.

Tabelle 1. Ionisierungsgrad Kalium-Platin.
Drahtdicke 0,29 mm, Fläche $F = 0,37 \text{ cm}^2$.

Temperatur in °C	g in ‰	Spannung in Volt	Temperatur in °C	g in ‰	Spannung in Volt	Temperatur in °C	g in ‰	Spannung in Volt
0,6	44	10	11,4	41	10	29,8	45	10
2,1	46	10	12,5	43	10	35,0	45	20
3,1	44	10	13,6	40	10	40,0	46	20
4,2	46	10	15,0	42	10	45,1	45	20
5,1	43	10	16,2	40	10	50,5	48	40
6,2	43	10	17,3	40	10	55,0	45	40
7,4	42	10	20,3	45	10	60,0	45	40
8,6	44	10	22,4	43	10			
10,0	40	10	25,1	42	10			

Mittelwert: $43\% \pm 3\%$.

Tabelle 2. Ionisierungsgrad
Kalium-Platin. Drahtdicke
0,092 mm, Fläche $F = 0,090 \text{ cm}^2$.

Temperatur in °C	k in ‰	Spannung in Volt
10,2	44	10
15,4	48	10
20,9	49	10
25,2	49	10
29,8	51	10
39,8	53	20
49,9	55	20
58,3	52	40
69,7	53	60
76,8	56	70
80,0	55	70

Mittelwert: $51\% \pm 3\%$.

Tabelle 3. Ionisierungsgrad
Kalium-Wolfram. Drahtdicke
0,052 mm, Fläche $F = 0,061 \text{ cm}^2$.

Temperatur in °C	k in ‰	Spannung in Volt
15,4	54	10
20,8	53	10
25,1	51	10
29,7	51	10
35,4	56	20
48,9	59	40
59,1	57	40
67,5	63	60
72,7	56	70
78,7	61	70

Mittelwert: $56\% \pm 3\%$.

Auffallender ist der geringe Unterschied in den Werten der Ionisierungsgrade von Kalium an Platin und Wolfram. Beide Werte sind viel kleiner als diejenigen, die man nach der Theorie von Langmuir¹⁾ zu erwarten hat. Da für den Ionisierungsgrad Kalium-Wolfram auch Ergebnisse anderer Beobachter²⁾ vorliegen, sollen vor allem diese mit den Ergebnissen dieser Arbeit verglichen werden.

Killian folgert aus seinen Ergebnissen — allerdings ohne durch seine Versuche einen unmittelbaren Beweis dafür zu geben —, daß oberhalb einer

¹⁾ J. Langmuir, Proc. Roy. Soc. London (A) **107**, 61, 1925. — ²⁾ J. Killian, Phys. Rev. **27**, 578, 1926; E. Meyer, Ann. d. Phys. (5) **4**, 357, 1930.

bestimmten Temperatur einer Wolframoberfläche jedes auf diese stoßende Kaliumatom ionisiert wird. Dies bedeutet einen Ionisierungsgrad von 100%. Unter dieser Voraussetzung leitet dann Killian aus dem positiven Ionenstrom eine Formel für den Dampfdruck des Kaliums ab. Aus der in der Einleitung dieser Arbeit gegebenen Beziehung, die zur Berechnung des Ionisierungsgrades dient, ersieht man aber leicht, daß es unmöglich ist, durch Versuche dieser Art sowohl Ionisierungsgrad als auch Dampfdruck zu be-

stimmen. Da die mit der Formel von Killian berechneten Dampfdrucke mit den vom Verfasser (l. c.) gemessenen nicht übereinstimmen, wurde zwecks Vergleich die Tabelle 4 zusammengestellt. Sie enthält in der zweiten senkrechten Reihe die g -Werte, die man erhält, wenn man Killians Werte für den positiven Ionenstrom, die Wolframoberfläche F und die mit seiner Formel berechneten Dampfdrucke für die in der ersten Reihe gegebenen Temperaturen benutzt. Natürlich muß nach dem oben Gesagten der Mittelwert von $g = 100\%$ sein. In der dritten Reihe sind die g -Werte für Kalium-Wolfram eingetragen, die man erhält, wenn man Killians Werte für den positiven Ionenstrom und die Wolframoberfläche F mit meinen Dampfdruckwerten benutzt. Man sieht, daß das Mittel dieser Werte sehr gut mit dem Endwert der Tabelle 3 übereinstimmt.

E. Meyer folgert aus ihren Beobachtungen, daß nicht jedes die Wolframoberfläche treffende Kaliumatom ionisiert wird. Diese Ergebnisse stehen also scheinbar im Widerspruch zu den Ergebnissen von Killian. In Tabelle 5 sind in der zweiten senkrechten Reihe die g -Werte eingetragen,

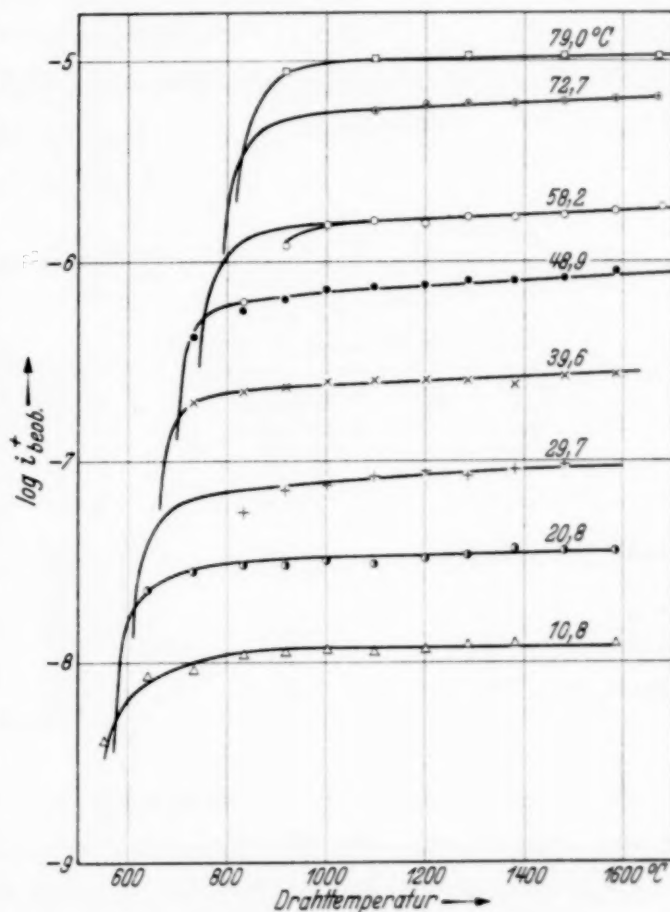


Fig. 5. Sättigung der positiven Ionenströme in Abhängigkeit von der Temperatur des Wolframdrahtes für einige Temperaturen des gesättigten Kaliumdampfes (an den Kurven vermerkt).

die man erhält, wenn man E. Meyers Werte für den positiven Ionenstrom und die Wolframoberfläche, jedoch Killians Dampfdruckwerte benutzt. Meine Dampfdruckwerte ergeben die g -Werte der dritten Reihe. Wieder stimmt das Mittel dieser Werte sehr gut mit dem Endwert der Tabelle 3 überein.

Die widersprechenden Schlußfolgerungen also, die von den Genannten aus ihren Versuchsergebnissen gezogen werden, sind durch die Benutzung verschiedener Dampfdruckwerte verursacht. Die Beobachtungen stimmen dagegen leidlich gut überein in bezug auf die positiven Ionenströme, die von einer bestimmten Wolframoberfläche in gesättigtem Kaliumdampf bestimmter Temperatur ausgehen.

Tabelle 4.

Temperatur in °C	Killians Ionisierungsgrad g für Kalium-Wolfram berechnet mit	
	seinen eigenen Dampfdruck- werten in ‰	H. Meyers Dampfdruck- werten in ‰
55,5	87 ¹⁾	48 ¹⁾
61,0	112	61
68,6	96	59
85,6	105	77
Mittelwert:	100	61

Tabelle 5.

Temperatur in °C	E. Meyers Ionisierungsgrad g berechnet mit	
	Killians Dampfdruck- werten in ‰	H. Meyers Dampfdruck- werten in ‰
60	116 ¹⁾	64 ¹⁾
67	110	60
80	80	59
93	53	41
110	42	39
Mittelwert:	80	55

Es ist daher sinnlos, die so erhaltenen Werte für den Ionisierungsgrad mit den Voraussagen der Theorie von Langmuir zu vergleichen, bevor nicht der Grund für den großen Unterschied in den Dampfdruckwerten verschiedener Beobachter geklärt ist.

Zusammenfassung.

1. Die Ausbeute der Ionisierung von Kaliumatomen an glühenden Platin- und Wolframoberflächen wird gemessen. Die erhaltenen Werte sind:

¹⁾ Weder J. Killian noch E. Meyer teilen Einzelheiten über den Apparat mit. Die ziemlich großen Schwankungen ihrer g -Werte sind wahrscheinlich auf Temperatureinflüsse zurückzuführen, die durch die glühenden Drähte verursacht werden (siehe auch J. Langmuir, Phys. Rev. **44**, 423, 431, 1933). Diese Störungen können nur dann ausgeschaltet werden, wenn der Zylinder Z unmittelbar als Metallbelag auf der Glaswand niedergeschlagen wird.

Für das Paar Kalium-Platin:

$$g_{\text{K-Pt}} = 51 \pm 3\% \text{ (dünner Draht).}$$

Für das Paar Kalium-Wolfram:

$$g_{\text{K-W}} = 56 \pm 3\%.$$

2. Der Wert für Kalium-Wolfram wird mit den von Killian und Meyer gemessenen Werten verglichen und gezeigt, daß gute Übereinstimmung besteht, wenn gleiche Dampfdruckwerte des Kaliums zugrunde gelegt werden.

Herrn Prof. C. Bedreag, der die Hilfsmittel des Instituts bereitwilligst zur Verfügung stellte, sage ich auch an dieser Stelle Dank. Der zweite Teil der Arbeit wurde gemeinsam mit Herrn Gh. Macrin gemacht.

Cernăuți-Czernowitz, Physikalisches Institut der Universität.

(Aus dem Forschungslaboratorium Oppau, physikalisches Laboratorium der I. G. Farbenindustrie A. G. Ludwigshafen a. Rh.)

Die Herstellung von elektronenoptischen Struktur- bildern mit lichtelektrischen Elektronen.

Von H. Groß und G. Seitz ¹⁾.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 13. April 1937.)

Es wird eine Arbeitsweise zur Herstellung lichtelektrischer Emissionsbilder angegeben, welche auch bei tieferen Temperaturen die Kristallstruktur von Nickeloberflächen durch Bariumbedampfung sichtbar macht. Zusätzlich zu der bekannten glühelektrischen Methode der elektronenoptischen Abbildung besteht durch diese Methode heute die Möglichkeit, von Zimmertemperatur bis zur Schmelztemperatur der höchst schmelzenden Metalle elektronenoptische Kristallstrukturbilder zu erzeugen.

Unter elektronenoptischen Strukturbildern versteht man Elektronenbilder der kristallinen Struktur von Metallen. Ihr Zustandekommen beruht darauf, daß die einzelnen Flächen der Kristallite unter Umständen eine verschieden starke Elektronenemission aufweisen²⁾. Die Erzielung derartiger Bilder gelang zunächst nur bei Glüh-temperatur. Daher war die Untersuchungsmethode auf wenige hochschmelzende Metalle wie Molybdän, Platin, Wolfram u. a. beschränkt. Eine Verringerung der Elektronenemissions-Temperatur durch Aufdampfen von sehr feinen Bariumschichten ermöglichte dann die Untersuchung auch anderer Metalle mit tiefer liegenden Schmelzpunkten, wie Nickel und Eisen. Die Verwendung des Caesiums anstelle des Bariums führte abermals einen Schritt weiter in dem Bestreben, die elektronenoptischen Methoden zu Strukturuntersuchungen zu verwenden. So konnten bereits bei 400° C Emissionsbilder erzeugt werden.

Will man bei Zimmertemperatur elektronenoptische Abbildungen erhalten, so muß man die Methode in Anwendung bringen, die mit lichtelektrisch ausgelösten Elektronen arbeitet. Diese Arbeitsweise läßt aber nur in Einzelfällen zufriedenstellende Beobachtungen zu. Z. B. sehen wir in Fig. 1 lichtelektrische Elektronenbilder einer Silberoberfläche vor, bei und nach dem Schmelzen. Durch Auskristallisation sind auf der Oberfläche kleine Unebenheiten (Korngrenzen) entstanden. Dadurch wurde im Emissionsbild das Gefüge erkennbar, wie es schon Pohl³⁾ an Platin gezeigt hat.

¹⁾ Die Untersuchungen wurden von Seitz begonnen und von Groß zu Ende geführt. — ²⁾ E. Brüche u. O. Scherzer, Geometr. Elektronenoptik. Springer, 1934. — ³⁾ J. Pohl, ZS. f. techn. Phys. **15**, 579, 1934.

Gelegentlich konnten auch Strukturbilder von reinen Metalloberflächen auf diese Weise beobachtet werden. Die unterschiedliche Elektronenemission der einzelnen Kristalloberflächen erklärte man daraus, daß sich an die Kristallite in verschiedenem Maße Gas angelagert hatte. Bilder dieser Art zeigt Fig. 2, die eine polierte Nickeloberfläche zu verschiedenen Zeiten wiedergibt. Die Kristallstruktur ist zwar zu erkennen, doch sind diese lichtelektrischen Bilder gegenüber den bekannten glühelektrischen Emissions-



Fig. 1. Lichtelektrische Emissionsbilder einer Silberoberfläche.
a) vor, b) bei, c) nach dem Schmelzen ($V = 20$ fach).



Fig. 2. Lichtelektrische Emissionsbilder einer gasbeladenen Nickeloberfläche zu verschiedenen Zeiten ($V = 20$ fach).

bildern von wesentlich geringerer Schärfe und kontrastloser. Der in der Bildreihe auftretende Intensitätswechsel ist auf wechselnde Gasbeladung der einzelnen Kristallflächen zurückzuführen.

Um nun auch gute lichtelektrische Strukturbilder zu erhalten, die außerdem im Gegensatz zu den Gasbeladungsbildern (Fig. 2) einwandfrei reproduzierbar und leicht herstellbar sind, liegen verschiedene Wege vor. Der Weg, den wir in dieser Mitteilung verfolgen wollen, sieht die Aufbringung dünnster aktiver Schichten in verschiedener Dicke auf die einzelnen Kristallflächen vor. Ähnlich wie von reinen Metallen, die hochgeheizt wurden und deren Kristallite sich beim Abkühlen in verschiedener Stärke mit Gas beladen haben, erhielt man auch von Nickel Kristallstrukturbilder, wenn

man eine Bariumschicht in bestimmter Dicke aufdampfte und hochheizte. In der Fig. 3 sind derart zum ersten Male erhaltene lichtelektrische Emissionsbilder wiedergegeben, wie sie bereits in einer Arbeit von Brüche¹⁾ erwähnt wurden. Fig. 3a zeigt die aktivierte Nickeloberfläche vor dem Glühen, Fig. 3b ist ein Glühbild und Fig. 3c ein lichtelektrisches Bild bei Zimmertemperatur nach dem Glühen. Auf dem letzten Bild ist schwach dieselbe Struktur der Kristalle erkennbar wie auf dem Glühbild. Geometrische Strukturen, wie Unebenheiten, sind zwar auf allen drei Bildern gleich deutlich zu sehen, aber Kristallstruktur zeigen nur die Fig. 3b und 3c, und das Glühbild wiederum besser als das lichtelektrische Bild. Auf Grund dieser Beobachtung, die eine gewisse Verwandtschaft zu den Beobachtungen bei



Fig. 3. Emissionsbilder einer bariumbedampften Nickeloberfläche.

a) lichtelektrisch vor dem Glühen, b) glühelektrisch, c) lichtelektrisch nach dem Glühen ($V = 20$ fach).

der Gasbeladung hat, wurden Versuche über verschieden starke Bedampfung, verschieden langes und verschieden starkes Hochheizen usw. mit dem Ziele durchgeführt, einwandfreie lichtelektrische Kristallstrukturbilder zu erhalten. Dabei hatte sich folgendes Verfahren als brauchbar erwiesen:

Eine heizbare Wolframspirale, in deren Innern sich ein mit Barium gefülltes Kupferröhrchen befand, war auf der Kathode befestigt und diente als Bariumquelle. Nach dem Entgasen des Metalls wurde auf die polierte Oberfläche Barium aufgedampft. Dann zeigte die Oberfläche bei Zimmertemperatur infolge gleichmäßiger und vielleicht zu starker Bedeckung zunächst nur eine gleichmäßige Elektronenemission bei lichtelektrischer Auslösung. Wurde darauf hochgeheizt, so dampfte das Barium von den einzelnen Kristallflächen verschieden stark ab, und man erhielt so beim Glühen das übliche glühelektrische Strukturbild. Wenn man dann anschließend auf Zimmertemperatur abkühlte, blieb das Kristallstrukturbild erhalten. Erst nach längerer Zeit wurde das lichtelektrische Strukturbild

¹⁾ E. Brüche, ZS. f. Phys. **98**, 93, 1935.

wohl infolge zusätzlicher Gasbeladung kontrastloser. Nachträgliches Hochheizen ergab aber immer wieder das kontrastreiche lichtelektrische Emissionsbild.

Wie kontrastreich derartig hergestellte lichtelektrische Elektronenbilder einer aktivierten Nickeloberfläche sind, ersieht man aus den Fig. 4 und 5. Bei den Fig. 5a und 5b, welche die gleiche Oberfläche zu ver-

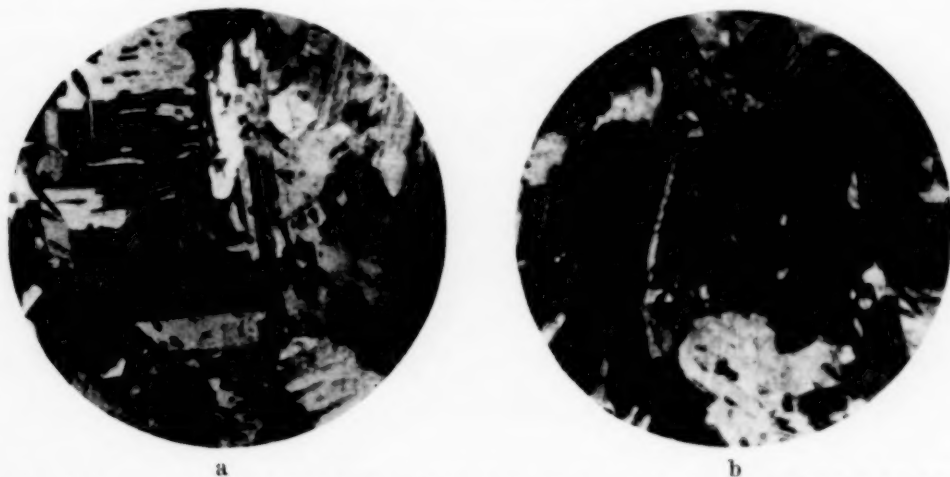


Fig. 4. Änderung der lichtelektrischen Emission von bariumbedampften Nickeloberflächen ($V = 50$ fach).



Fig. 5. Lichtelektrische Emissionsbilder einer bariumbedampften Nickeloberfläche bei Zimmertemperatur zu verschiedenen Zeiten ($V = 27$ fach).

schiedenen Zeiten wiedergeben, fällt die unterschiedliche Emission gleicher Kristallflächen infolge veränderter Bedeckung auf. Die Intensitätsverhältnisse haben sich teilweise umgekehrt.

Bei den Fig. 4 und 5 ist noch bemerkenswert, daß sie durch kein von der Kathode reflektiertes Streulicht gestört sind.

Die Untersuchungen vorliegender Arbeit wurden in den Jahren 1935 und 1936 im AEG-Forschungsinstitut in Berlin-Reinickendorf durchgeführt.

Zur Theorie der β -Umwandlung und der Kernkräfte. II.

Von **Gregor Wentzel** in Zürich.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 7. April 1937.)

Es wird untersucht, wie die in I¹⁾ hypothetisch eingeführten spinlosen Teilchen in einem Kern gebunden werden können; die Bindungskräfte haben als Austauschkräfte Sättigungscharakter. Über die Lage der betreffenden Energieniveaus geben die β -Spektren, da deren Asymmetrie nach I von den Energienennern der Störungsmatrix zweiter Ordnung herrühren soll, weitere Auskunft. Eine unabhängige Prüfung dieser Aussagen kann noch nicht gegeben werden.

C. Kerne mit Singulett-Teilchen; β -Spektren.

1. Kernbindungskräfte der \mathfrak{N} - und \mathfrak{P} -Teilchen. Wie bereits erwähnt wurde²⁾, bestehen zwischen \mathfrak{N} , \mathfrak{P} ³⁾ einerseits und N , P andererseits Austauschkräfte gemäß den Schemata:

$$\left. \begin{aligned} N + \mathfrak{N} &\begin{cases} \nearrow \mathfrak{N}' + n + \mathfrak{N} \\ \searrow N - n + N' \end{cases} \rightarrow \mathfrak{N}' + N', & P + \mathfrak{N} &\begin{cases} \nearrow \mathfrak{N}' - e + \mathfrak{N} \\ \searrow P + e + P' \end{cases} \rightarrow \mathfrak{N}' + P', \\ N + \mathfrak{P} &\begin{cases} \nearrow \mathfrak{P}' + e + \mathfrak{P} \\ \searrow N - e + N' \end{cases} \rightarrow \mathfrak{P}' + N', & P + \mathfrak{P} &\begin{cases} \nearrow \mathfrak{P}' - n + \mathfrak{P} \\ \searrow P + n + P' \end{cases} \rightarrow \mathfrak{P}' + P'. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Von den betreffenden Elementen der Störungsmatrix zweiter Ordnung geben wir als Beispiel dasjenige der N - \mathfrak{N} -Kraft an; auf Grund des Ansatzes (18) (I, S. 41) lautet dieses, wenn die Geschwindigkeiten der schweren Teilchen gegen c vernachlässigt werden:

$$H''(N + \mathfrak{N} \rightarrow \mathfrak{N}' + N') = \int dx \int dy Q(x - y) \cdot (\bar{\Phi}^*(x) \Phi'(y)) \cdot U^*(y) U(x), \quad (30)$$

wo

$$Q(z) = -\frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^3} \int dk e^{i(\vec{k} \cdot \vec{z})} \cdot |A|^2 \left[\frac{1}{hc|\vec{k}| + (E_{\mathfrak{N}} - E_N)} + \frac{1}{hc|\vec{k}| - (E_{\mathfrak{N}} - E_N)} \right]^4. \quad (31)$$

¹⁾ Teil I dieser Arbeit: ZS. f. Phys. **104**, 34, 1936. — ²⁾ I, S. 36, Anmerkung 1. — ³⁾ Bezüglich der Bezeichnungen vgl. I, S. 35. — ⁴⁾ Damit das Integral nicht bei $hc|\vec{k}| = E_{\mathfrak{N}} - E_N$ divergiert, gebe man $E_{\mathfrak{N}}$ einen kleinen Imaginärteil, entsprechend der zeitlichen Abklingung der Wellenfunktion U infolge des Prozesses $\mathfrak{N} \rightarrow N' - n$.

Die Potentialfunktion Q verschwindet im räumlichen Mittel ($\int dz Q(z) = 0$), und zwar ist sie positiv bei großen und negativ bei kleinen Abständen ($Q(0) = -\infty$). Natürlich wird die Wechselwirkung durch die Störungsmatrix zweiter Ordnung allein noch nicht vollständig beschrieben; doch wird man in der Annahme kaum fehlgehen, daß die N - \mathfrak{N} -Kraft in der Hauptsache eine Austauschkraft ist, deren Potential Q bei kleinen Abständen [$\ll \hbar c/(E_{\mathfrak{N}} - E_N)$] negativ ist. Entsprechendes wird für die Teilchenpaare P - \mathfrak{N} , N - \mathfrak{P} und P - \mathfrak{P} gelten.

Vermöge dieser Kräfte können sich die spinlosen Teilchen an normale (nur aus N und P bestehende) Kerne anlagern. Daß die Bindungskräfte als Austauschkräfte *Sättigungscharakter* besitzen, ist zu erwarten, soll aber anhand der Hartree-Näherung für die Kern-Wellenfunktionen noch näher geprüft werden. Wir beschränken uns dabei auf solche Kernzustände, in denen nur eine einzige \mathfrak{N} - oder \mathfrak{P} -Partikel vorhanden ist; diese seien kurz als \mathfrak{N} - bzw. \mathfrak{P} -Zustände bezeichnet. Für einen \mathfrak{N} -Zustand lautet die potentielle Energie des Singulett-Neutrons mit allen übrigen Kern-Neutronen N in der Hartree-Näherung:

$$\int dx \int dy Q(x-y) \varrho_N(x, y) \cdot U^*(y) U(x), \quad (32)$$

wo $\varrho_N(x, y)$ die Diracsche „gemischte Dichte“ der Neutronen N ist. Bei den energetisch tiefsten \mathfrak{N} -Zuständen, die allein interessieren, ist $U^*(y) U(x)$ eine im Kernbereich langsam veränderliche Funktion; jedenfalls variiert sie langsam verglichen mit den übrigen Funktionen im Integranden von (32), die für $\vec{x} = \vec{y}$ starke Maxima besitzen. Ersetzt man demgemäß $U^*(y) U(x)$ durch $\left| U\left(\frac{x+y}{2}\right) \right|^2$, und setzt man ferner, in üblicher

Näherung, innerhalb des Kerns (d. h. für $\left| \frac{\vec{x} + \vec{y}}{2} \right| < \text{Kernradius}$) $\varrho_N(x, y) = f(x-y)$, so erhält man für (32) den Näherungswert $\int dz Q(z) f(z)$ (< 0). Bekanntlich hat nun aber die Funktion $f(z)$ für alle stabilen Kerne (außer den leichtesten) praktisch denselben Verlauf¹⁾, und daran wird auch die Anwesenheit eines \mathfrak{N} -Teilchens nichts ändern; folglich ist die potentielle Energie (32) vom Atomgewicht im wesentlichen unabhängig²⁾. Das gleiche gilt selbstverständlich von der Wechselwirkung der \mathfrak{N} -Partikel mit den Kernprotonen P . Sieht man von der kinetischen Energie des \mathfrak{N} -Teilchens

¹⁾ Vgl. etwa H. A. Bethe u. R. F. Bacher, *Reviews of modern physics* **8**, 82, 1936, § 25. — ²⁾ Etwa noch vorhandene gewöhnliche Potentiale (ohne Austauschcharakter) haben diese Eigenschaft im allgemeinen nur, falls ihre Reichweite genügend klein ist.

ab, die im Falle der energetisch tiefsten Zustände bei schweren Kernen sicher nicht von Belang ist, so ergibt sich demnach die Bindungsenergie einer \mathfrak{N} -Partikel (für die Anlagerung an einen normalen Kern ohne Singulett-Teilchen) als im wesentlichen unabhängig vom Atomgewicht. Vergleichen wir ferner den tiefsten \mathfrak{N} -Zustand (oder einen der tiefsten \mathfrak{N} -Zustände) mit dem Grundzustand des zu ihm isobaren und isotopen Kerns (\mathfrak{N} durch N ersetzt), so wird auch die Energiedifferenz dieser beiden Zustände für alle höheren (stabilen) Kerne die gleiche Größenordnung haben; nur bei den leichteren Kernen dürfte die kinetische Energie des Singulett-Neutrons, wegen des kleineren Kernradius, eine merkliche Erhöhung des \mathfrak{N} -Niveaus bewirken. — Entsprechendes muß für die \mathfrak{P} -Zustände gelten, wenigstens bei nicht zu hohen Kernladungen; bei den schweren Kernen werden die \mathfrak{P} -Niveaus infolge der Coulomb-Abstoßung nach oben verschoben sein.

Die absolute Größe der betrachteten Niveaubstände bestimmt sich durch die Zahlwerte der für die Größe der Wechselwirkungen maßgebenden Konstanten A, B, C, D [vgl. (18)] und namentlich durch die Massenunterschiede der vier schweren Teilchen $N, P, \mathfrak{N}, \mathfrak{P}$. Hierüber können nur Experimente Aufschluß geben. Um wenigstens Qualitatives über die Niveau-Abstände zu erfahren, gehen wir zur Diskussion der β -Spektren über.

2. β -Spektren: *Theoretische Formeln.* Das für die β^- -Umwandlung maßgebende Element der Störungsmatrix wurde schon in Gleichung (21) (I, S. 43) angegeben. Im Falle zusammengesetzter Kerne ist dort unter E_N die Energie des Anfangskerns (N + Rumpfkern) und unter E_P diejenige des Endkerns (P + Rumpfkern) zu verstehen; $E_{\mathfrak{N}}$ und $E_{\mathfrak{P}}$ bedeuten die Energien derjenigen Zwischenzustände (\mathfrak{N} bzw. \mathfrak{P} + Rumpfkern), die am stärksten mit Anfangs- und Endzustand kombinieren [vgl. den Absatz nach Gleichung (21)]. Mit Hilfe der Matrix (21) berechnet sich die Intensitätsverteilung des β^- -Spektrums in bekannter Weise; wir geben sie nur an in der Näherung, daß die Coulomb-Kraft auf das Elektron vernachlässigt wird (nicht zu hohe Kernladung), und daß die Wellenfunktionen der leichten Teilchen im Kernbereich als konstant gelten können („erlaubte Übergänge“); ferner sind die Geschwindigkeiten der schweren Teilchen Null gesetzt. Unter diesen Bedingungen ergibt sich für die auf das Energieintervall E bis $E + dE$ entfallende Elektronenzahl:

$$dE J^-(E) = dE S(E) \left(1 + \frac{E_0}{E} \right) \cdot \left[\frac{3}{4} \left| \frac{A^* C}{E_{\mathfrak{N}} - E_P - E} + \frac{B^* D}{E_{\mathfrak{P}} - E_N + E} \right|^2 + \frac{1}{4} \left| \frac{A^* C}{E_{\mathfrak{N}} - E_P - E} - \frac{B^* D}{E_{\mathfrak{P}} - E_N + E} \right|^2 \right] \cdot \text{const.} \quad (33)$$

Die Neutrinomasse ist hier bereits als Null angenommen. $S(E)$ bedeutet den „statistischen Faktor“, der von den Phasenvolumina der leichten Teilchen herrührt:

$$\left. \begin{aligned} S(E) &= E \sqrt{E^2 - E_0^2} (|E_N - E_P| - E)^2, \\ \text{wo } |E_0| &= mc^2 = \text{Ruheenergie des Elektrons.} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Der Faktor $(1 + E_0/E)$ ist durch die besondere Spinkopplung zwischen schweren und leichten Teilchen bedingt¹⁾. Dabei ist zu beachten, daß man über das Vorzeichen von E_0 noch verfügen kann, nämlich durch eventuelle Vertauschung von Partikel und Antipartikel: während wir in I das Elektron als echtes Teilchen und das Positron als Diracsche Lücke behandelt haben, kann man diese Rollen auch vertauschen²⁾; im ersteren Falle gilt $E_0 = +mc^2$, im zweiten $E_0 = -mc^2$ (sofern Proton und Neutron als echte Teilchen gelten).

Die entsprechende Rechnung für den β^+ -Zerfall liefert folgende Energieverteilung der Positronen:

$$\begin{aligned} dE J^+(E) &= dE S(E) \left(1 - \frac{E_0}{E}\right) \cdot \left[\frac{3}{4} \left| \frac{A^* C}{E_N - E_P + E} + \frac{B^* D}{E_N - E_P - E} \right|^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \left| \frac{A^* C}{E_N - E_P + E} - \frac{B^* D}{E_N - E_P - E} \right|^2 \right] \cdot \text{const.} \quad (35) \end{aligned}$$

Bezeichnungen und Voraussetzungen sind hier dieselben wie in (33); nur bezieht sich jetzt natürlich E_P auf den Anfangskern und E_N auf den Endkern ($E_P > E_N$). Der Spinkopplungsfaktor lautet hier $(1 - E_0/E)$ statt $(1 + E_0/E)$, wobei betont sei, daß E_0 in (33) und (35) das gleiche Vorzeichen erhalten muß.

Bei nicht verschwindender Neutrinomasse würden (33), (35) je noch einen weiteren Faktor $(1 + E'_0/E')$ bzw. $(1 - E'_0/E')$ enthalten, wo $E' = |E_N - E_P| - E$ und $\pm E'_0 =$ Ruheenergie des Neutrinos; der statistische Faktor wäre dann:

$$S(E) = E \sqrt{E^2 - E_0^2} \cdot E' \sqrt{E'^2 - E'_0{}^2}.$$

Erfahrungsgemäß münden aber die Energieverteilungskurven bei der Maximalenergie $E = |E_N - E_P| - |E'_0|$ ($E' = |E'_0|$) horizontal aus (Berührung der E -Achse), und zwar gilt dies anscheinend sowohl für die Elektronen- als für die Positronenspektren. Da dies nur mit $E'_0 = 0$

¹⁾ Vgl. M. Fierz, ZS. f. Phys. **104**, 553, 1937, Abschnitt 2. — ²⁾ Formal kann man statt dessen auch die Masse m negativ wählen.

vereinbar ist¹⁾, rechnen wir im folgenden wieder mit der Neutrinomasse Null.

3. β -Spektren: Vergleich mit der Erfahrung. Wir diskutieren zunächst die β -Umwandlungen *niederer Kerne* (Atomgewicht ≤ 20), wo verhältnismäßig viele Spektren genauer ausgemessen sind²⁾. Da hier β -Spektren sehr hoher Maximalenergie bekannt sind (bis zu 11 MV im Falle der Umwandlung ${}_5\text{B}^{12} \rightarrow {}_6\text{C}^{12}$), müssen die \mathfrak{R} - und \mathfrak{P} -Niveaus relativ hoch über den Grundniveaus angenommen werden (z. B. im Falle ${}_5\text{B}^{12} \rightarrow {}_6\text{C}^{12}$ mindestens 11 MV); denn sonst müßte man nach dem in A, Abschnitt 2 Gesagten (I, S. 36 und 37, siehe auch Fig. 1) das Auftreten von β -Linienpektren erwarten, die tatsächlich nicht gefunden werden. Andererseits haben die bei den niederen Kernen beobachteten β^+ -Spektren relativ kleine Energien (1 bis 2 MV); in diesen Spektren bleibt also E vermutlich immer klein verglichen mit $E_{\mathfrak{R}} - E_{\mathfrak{P}}$ und $E_{\mathfrak{P}} - E_{\mathfrak{N}}$, und daher werden die Energienenner in (35) die spektrale Verteilung nicht wesentlich verzerren; setzen wir sie konstant, so erwarten wir für die betreffenden β^+ -Spektren Energieverteilungskurven der ungefähren Form

$$J^+(E) = S(E) \left(1 - \frac{E_0}{E}\right) \cdot \text{const.} \quad (36)$$

Danach sollte also die Asymmetrie dieser Spektren lediglich durch die Massenungleichheit der leichten Teilchen bedingt sein. Zur Prüfung geben wir in Fig. 3 für die Umwandlung ${}_7\text{N}^{13} \rightarrow {}_6\text{C}^{13}$ ($E_{\mathfrak{P}} - E_{\mathfrak{N}} - mc^2 = 1,25$ MV) die theoretischen Kurven für $J^+(E)$ mit $E_0 = +mc^2$ (Kurve I) und $E_0 = -mc^2$ (Kurve II) zusammen mit Daten aus zwei experimentellen Arbeiten. Nur mit

$$E_0 = -mc^2 \quad (37)$$

ist die Übereinstimmung befriedigend³⁾. Bei den Positronen von ${}_6\text{C}^{11}$, ${}_8\text{O}^{15}$ und ${}_9\text{F}^{17}$ sind die Verhältnisse ähnlich.

¹⁾ Die Faktoren $(1 \pm E'_0/E')$ würden nur für Elektronen *oder* Positronen die verlangte Berührung ergeben! — ²⁾ Vgl. u. a. W. A. Fowler, L. A. Delsasso, C. C. Lauritsen, Phys. Rev. **49**, 561, 1936; F. N. D. Kurie, J. R. Richardson, H. C. Paxton, ebenda **49**, 368, 1936. — ³⁾ Mit einer etwas kleiner angenommenen Maximalenergie (höchstens 1,20 MV) wird die Übereinstimmung noch besser, sofern die oberhalb dieser Energie gezählten Wilson-Spuren als fehlerhaft gelten können (vgl. hierzu Fowler, Delsasso u. Lauritsen, l. c., S. 568, 569). Man darf wohl allgemein annehmen, daß die aus den experimentellen Intensitätskurven („by inspection“) abgelesenen Grenzenergien infolge der Meßfehlerstreuung eher zu hoch als zu tief sind; vgl. hierzu auch H. C. Paxton, Phys. Rev. **51**, 170, 1937. Nach diesem Verfasser (l. c., S. 176) ist auch die Energiebilanz der Prozesse ${}_6\text{C}^{12} + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_7\text{N}^{13} + \text{N}$ und ${}_6\text{C}^{12} + {}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_6\text{C}^{13} + \text{P}$ mit einer kleineren Maximalenergie verträglich ($1,27 \pm 0,10$ MV).

Dagegen kann bei den *Elektronenspektren* niederer Kerne, wo (wegen $|E_N - E_P| \gg |E_0|$) im größten Teil des Spektrums $|E_0|$ gegen E vernachlässigbar ist, die Asymmetrie nach unserer Auffassung wesentlich nur durch die Energienenner bedingt sein. Dies gilt übrigens auch noch, falls es sich um „verbotene“ Übergänge handelt ($\int dx \bar{\Phi}^* \Psi = 0$), was hier wohl in einigen Fällen zutreffen dürfte. Da in allen bekannten Spektren die kleineren Elektronenenergien bevorzugt sind (mittlere Energie $< \frac{1}{2}$ Maximalenergie), müssen wir annehmen, daß in (33) die Terme $\sim (E_{\mathfrak{B}} - E_N + E)^{-2}$ überwiegen verglichen mit denjenigen $\sim (E_{\mathfrak{R}} - E_P - E)^{-2}$, sei es weil

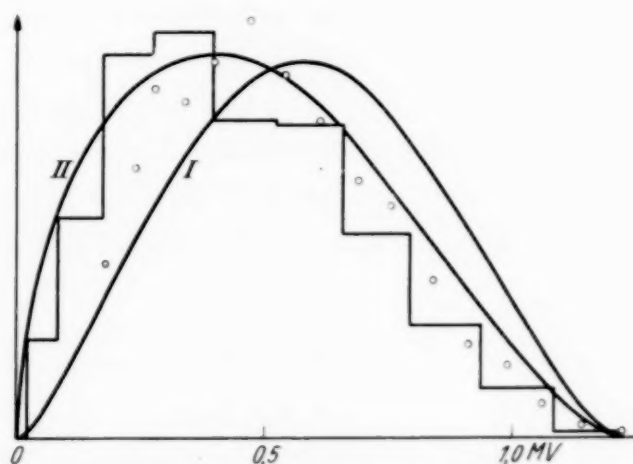


Fig. 3. Positronenspektrum von ${}^7\text{N}^{13}$. Abszisse: $E - mc^2$ in MV. Ordinate: J^+ in willkürlichen Einheiten.

Kurve I: J^+ nach (36) mit $E_0 = +mc^2$; $E_P - E_N - mc^2 = 1,25$ MV.

Kurve II: J^+ nach (36) mit $E_0 = -mc^2$; $E_P - E_N - mc^2 = 1,25$ MV.

Treppenkurve nach Messungen von Kurie, Richardson und Paxton (l. c., S. 373, Fig. 1, in Energieskala umgerechnet); im ganzen 723 Wilson-Spuren. Kreise = Meßpunkte von Fowler, Delsasso und Lauritsen (l. c., S. 568, Fig. 5); im ganzen 1762 Wilson-Spuren.

$|B^* D| > |A^* C|$ ist oder weil das \mathfrak{B} -Niveau wesentlich tiefer liegt als das \mathfrak{R} -Niveau. Für eine Entscheidung zwischen diesen Möglichkeiten sind die vorliegenden Messungen nicht genau genug. Für ${}^3\text{Li}^8 \rightarrow {}^4\text{Be}^8$ erhält man z. B. eine hinreichend asymmetrische Energieverteilung auf Grund des in Fig. 4 angedeuteten Niveauschemas, wenn man $A^* C = -B^* D$ setzt: in Fig. 5 ist die betreffende theoretische Intensitätskurve $J^-(E)$ nach (33) mit den Beobachtungen¹⁾ verglichen. Aber auch bei anderer Wahl der Konstanten $A^* C/B^* D$ und $E_{\mathfrak{R}}$ kann man eine befriedigende Übereinstimmung erzielen, wenn nur $E_{\mathfrak{B}} - E_N$ genügend klein angenommen wird; dies gilt sowohl für erlaubte als für verbotene Übergänge.

¹⁾ H. R. Crane, L. A. Delsasso, W. A. Fowler, C. C. Lauritsen, Phys. Rev. **47**, 971, 1935.

Bei mittleren und höheren Kernen ist die ausgeprägte Bevorzugung der kleineren Elektronenenergien, soweit sie nicht auf die Coulomb-Anziehung zurückzuführen ist, in vielen Fällen zweifellos nur scheinbar, weil durch Überlagerung mehrerer Spektren bedingt, wofür auch die begleitende γ -Emission spricht. Aber auch alle einfachen Spektren — die Elektronen von ${}_{15}\text{P}^{32}$ dürften z. B. dazugehören — sehen nach den bisherigen Erfahrungen dem in Fig. 5 wiedergegebenen ${}_3\text{Li}^8$ -Spektrum ziemlich ähnlich, was auf ähnliche Niveauabstandsverhältnisse wie in Fig. 4 schließen läßt; jedenfalls muß das \mathfrak{P} -Niveau in solchen Fällen immer relativ nahe über



Fig. 4.

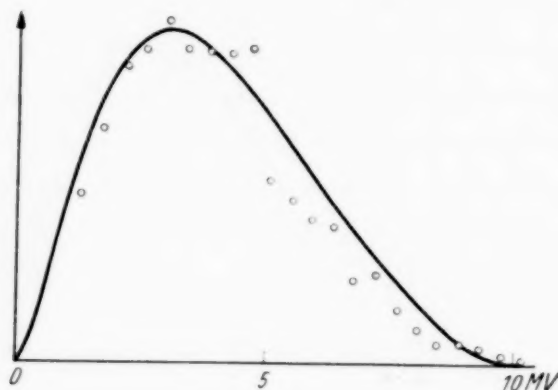


Fig. 5. Elektronenspektrum von ${}_3\text{Li}^8$. Abszisse: $E - mc^2$ in MV. Ordinate: J^- in willkürlichen Einheiten. Ausgezogene Kurve: J^- nach (33) mit $A \cdot C = -B \cdot D$, Niveauschema Fig. 4 und $E_0 = -mc^2$. Kreise = Meßpunkte von Crane, Delsasso, Fowler und Lauritsen (l. c., Fig. 1); im ganzen 1646 Wilson-Spuren.

dem N-Niveau (Anfangsniveau) angenommen werden¹⁾. Diese Annahme ist zwar theoretisch nicht näher begründbar, immerhin aber mit den in C, Abschnitt 1 gewonnenen allgemeinen Regeln verträglich.

Ähnlich verhält es sich mit den Folgerungen, die wir aus den *Positronenspektren mittlerer Kerne* ziehen müssen. Auch die β^+ -Spektren mit großer Maximalenergie, in denen die Massenasymmetrie keine wesentliche Rolle spielen kann, zeigen in der beobachteten Energieverteilung dieselbe Art von Asymmetrie wie die β^- -Spektren (mittlere Energie $< \frac{1}{2}$ Maximalenergie); allerdings sind bisher nur zwei derartige Spektren genauer ausgemessen

¹⁾ Vermutlich sollte es dann auch einmal gelingen, Kerne herzustellen, bei denen ein \mathfrak{P} -Niveau *unter* dem tiefsten N-Niveau liegt, so daß der Prozeß $N \rightarrow \mathfrak{P} + e$ beobachtbar würde (Emission einer β^- -Linie nach sehr kurzer Lebensdauer; vgl. I, Fig. 1). Am ehesten dürften hierfür Kerne mittleren Atomgewichts mit prozentual vielen Neutronen, wie ${}_{22}\text{Ti}^{51}$, ${}_{30}\text{Zn}^{71}$, ${}_{34}\text{Se}^{83}$, in Betracht kommen.

(${}_{15}\text{P}^{30} \rightarrow {}_{14}\text{Si}^{30}$ und ${}_{17}\text{Cl}^{34} \rightarrow {}_{16}\text{S}^{34}$)¹⁾, welche überdies zu Kernen von ähnlicher Struktur gehören (sie unterscheiden sich um ein α -Teilchen). Vergleichen wir z. B. die beiden Umwandlungen ${}_{15}\text{P}^{30} \rightarrow {}_{14}\text{Si}^{30}$ (β^+) und ${}_{14}\text{Si}^{31} \rightarrow {}_{15}\text{P}^{31}$ (β^-)²⁾, bei denen sich die Rumpfkern nur um ein Neutron (N) unterscheiden, und nehmen wir dem experimentellen Augenschein nach an, daß diese beiden Spektren die gleiche Art von Asymmetrie besitzen, so müssen wir aus (35) und (33) schließen, daß im Falle ${}_{15}\text{P}^{30} \rightarrow {}_{14}\text{Si}^{30}$ $E_{\mathfrak{P}} < E_{\mathfrak{N}}$, im Falle ${}_{14}\text{Si}^{31} \rightarrow {}_{15}\text{P}^{31}$ dagegen $E_{\mathfrak{P}} < E_{\mathfrak{N}}$ ist, mit anderen Worten, daß das hinzukommende Neutron N die Bindung des \mathfrak{P} -Teilchens merklich verfestigt, während die Bindung des \mathfrak{N} -Teilchens eher gelockert wird. Daß die Absättigung der Bindungskräfte bei so kleinen Protonen- und Neutronenzahlen noch recht unvollständig ist, dürfte an sich glaubhaft sein; dagegen wird man — wegen der Schwierigkeit der rechnerischen Durchführung — schwer beurteilen können, ob die obigen Schlüsse aus den Spektren auch im einzelnen mit der Theorie der Bindungskräfte vereinbar sind. Die Kenntnis weiterer einfacher Spektren hoher Energie könnte zur Klärung wesentlich beitragen.

Schlußbemerkung. Da eine unabhängige Bestimmung der \mathfrak{N} - und \mathfrak{P} -Niveaus noch nicht möglich ist, können wir keine positiven Zeugnisse für die Richtigkeit unserer Auffassung des β -Prozesses beibringen. Immerhin darf behauptet werden, daß sie für die quantitative Darstellung der β -Spektren mehr zu leisten verspricht als die Fermische Theorie, welche den β -Zerfall als einen Elementarprozeß deutet. Die theoretisch möglichen Verallgemeinerungen dieser Theorie sind neuerdings in zwei Arbeiten von Fierz³⁾ diskutiert worden. Aus den Ergebnissen von Fierz geht aber hervor, daß die Fermische Theorie auch in ihrer allgemeinsten Form zu einer quantitativen Darstellung der β -Spektren nicht ausreicht. Der viel diskutierte Wechselwirkungsansatz von Konopinski und Uhlenbeck⁴⁾, welcher Ableitungen der Wellenfunktionen der leichten Teilchen enthält, erweist sich nämlich als unvereinbar mit den Vertauschungsrelationen dieser Wellenfunktionen, die im Hinblick auf das Paulische Ausschlußprinzip

¹⁾ P^{30} : C. D. Ellis, W. J. Henderson, Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 206, 1934; A. I. Alichanow, A. I. Alichanian, B. S. Dželepov, ZS. f. Phys. **93**, 350, 1935; Nature **137**, 314, 1936. Cl^{34} : R. Sagane, Phys. Rev. **50**, 1141, 1936. Beide Spektren sind anscheinend einfach und haben Maximalenergien zwischen 3 und 4 MV. — ²⁾ F. N. D. Kurie, J. R. Richardson, H. C. Paxton, l. c. und Phys. Rev. **49**, 203, 1936. — ³⁾ M. Fierz, l. c. und Helvetica Physica Acta **10**, 123, 1937. — ⁴⁾ E. J. Konopinski u. G. E. Uhlenbeck, Phys. Rev. **48**, 7, 107, 1935.

gefordert werden müssen, und scheidet daher aus¹⁾. Andererseits liefert der allgemeinste Ansatz ohne Ableitungen stets Spektren, die für kleine Kernladungen und hohe mittlere Energie praktisch symmetrisch werden (mittlere Energie $\simeq \frac{1}{2}$ Maximalenergie)²⁾, was der Erfahrung widerspricht.

Danach scheint es, daß die Asymmetrie der Spektren im Rahmen der heutigen theoretischen Vorstellungen überhaupt nur verständlich ist, wenn die Existenz von Zwischenzuständen mit Bose-Teilchen zugelassen wird. Bewährt sich diese Annahme nicht, so stellen uns die β -Spektren vor ein Problem, das ohne grundsätzlich neue, über die Quantentheorie hinausführende Gedanken kaum lösbar sein wird.

¹⁾ Auch experimentell hat sich inzwischen ergeben, daß die Konopinski-Uhlenbecksche Intensitätsformel nicht ausreicht; vgl. E. M. Lyman, Phys. Rev. **51**, 1, 1937; H. C. Paxton, ebenda, S. 170. — ²⁾ Vgl. M. Fierz, ZS. f. Phys. **104**, 553, 1937, Gleichung (2. 1).

Bemerkung

zur Arbeit: „Über die Polarisation der Elektronen bei der Streuung an Kristallen“ von V. Weisskopf¹⁾.

Von E. David in Hamburg.

(Eingegangen am 17. April 1937.)

Im letzten Teil seiner Arbeit hat V. Weisskopf gezeigt, daß bei gleichzeitigem Erfülltsein der Braggschen Bedingung für zwei Sekundärstrahlen bereits in der Ordnung v^2/c^2 eine Polarisation auftritt. Durch die folgende kurze Rechnung ergibt sich leider eine ungünstige Abhängigkeit von den Streuwinkeln. Bei experimentell in Betracht kommenden Streuwinkeln ist die Polarisation so extrem schwach, daß sie nicht beobachtbar sein wird.

Für unsere Untersuchung greifen wir willkürlich den einen, als Strahl Nr. 2 bezeichneten Sekundärstrahl heraus. Seine Polarisation wird durch die Ausdrücke A_2^i in Gleichung (41), S. 580, der Weisskopfschen Arbeit bestimmt. Wir formen A_2^i um, indem wir den Nenner aus der zweiten Gleichung auf S. 580 oben berechnen und einsetzen. Dabei wird sich ergeben, daß A_2^i sich zerspalten läßt in zwei Bestandteile, einen, der wegen ungünstiger Abhängigkeit von den Streuwinkeln sehr klein wird, und einen, der zwar groß ist, aber keine Polarisation bewirkt.

Da dieses Ergebnis unabhängig von den bei Weisskopf angenommenen Kristallsymmetrien ist, lassen wir diese unberücksichtigt. Einzige Voraussetzung bleibt, daß der Primärstrahl und die beiden Sekundärstrahlen in einer Normalebene zur Kristalloberfläche liegen. Aus dem zweiten Gleichungspaar auf S. 580, das noch allgemein gilt, berechnen wir den allgemeinen Ausdruck A_2^i :

$$A_2^i = i \frac{(\zeta_{23} + \zeta_{31}) A_{32} - \zeta_{12} \left(\frac{w_{12}}{w_{13}} + \frac{w_{21}}{w_{23}} A_{12}^i \right)}{\frac{w_{12}}{w_{13}} + \frac{1}{w_{23}} (2 d^{(i)} |K| \cos \vartheta_2 - \xi_2)} \quad (\text{I})$$

Den Nenner bestimmen wir aus der zweiten Gleichung auf S. 580 oben. Sie lautet in nullter Näherung [wir setzen die A_{ik} nach (30) und an Stelle der W_{ik} die w_{ik} nullter Näherung ein]:

$$-\frac{w_{21}}{2|K| \cos \vartheta_2} {}^0\psi_1^i + \left(d^{(i)} - \frac{\xi_2}{2|K| \cos \vartheta_2} \right) {}^0\psi_2^i - \frac{w_{23}}{2|K| \cos \vartheta_2} {}^0\psi_3^i = 0.$$

¹⁾ V. Weisskopf, ZS. f. Phys. **93**, 561, 1935. Das Ergebnis der vorliegenden Arbeit hatte ich auf einem umständlicheren Wege gefunden. Auf den hier eingeschlagenen viel eleganteren Weg hat mich Herr Weisskopf selbst aufmerksam gemacht. Ich möchte ihm dafür an dieser Stelle meinen besten Dank aussprechen.

Unter Verwendung der Abkürzung (40) für den Quotienten zweier ${}^0\psi_k^i$ ergibt sich der Nenner von (I) zu

$$\frac{w_{12}}{w_{13}} + \frac{1}{w_{23}} (2 d^{(0)} |K| \cos \vartheta_2 - \xi_2) = \frac{w_{12}}{w_{13}} + \frac{w_{21}}{w_{23}} A_{12}^i + A_{32}^i.$$

Durch Eintragen dieses Nenners wird ohne weiteres ersichtlich, daß der Ausdruck (I) identisch ist mit

$$\Delta_2^i = i (\zeta_{12} + \zeta_{23} + \zeta_{31}) \frac{A_{32}^i}{\frac{w_{12}}{w_{13}} + \frac{w_{21}}{w_{23}} A_{12}^i + A_{32}^i} - i \zeta_{12}. \quad (\text{II})$$

Da wir nur Effekte erster Ordnung in den ζ_{ik} bestimmen wollen, können wir den Einfluß der beiden Summanden von (II) auf die Polarisation getrennt untersuchen. Zunächst weisen wir die Kleinheit des ersten Summanden nach; wenn das erledigt ist, zeigen wir, daß der zweite Summand $-i\zeta_{12}$ keine Polarisation bewirkt.

Nach Gleichung (24) auf S. 574 der Weisskopfschen Arbeit ist:

$$\zeta_{ik} = \frac{\hbar^2}{m^2 c^2} |K|^2 \sin(\vartheta_i - \vartheta_k),$$

denn es gilt recht genau $|k_i| = |k_k| = |K|$, und der Winkel (k_i, k_k) zwischen den beiden Strahlen ist gleich der Differenz der gegen die Normale gemessenen Einfallswinkel ϑ_i und ϑ_k .

Mit Hilfe von goniometrischen Formeln läßt sich der Ausdruck

$$(\zeta_{12} + \zeta_{23} + \zeta_{31}) = \frac{\hbar^2}{m^2 c^2} |K|^2 \{ \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2) + \sin(\vartheta_2 - \vartheta_3) + \sin(\vartheta_3 - \vartheta_1) \}$$

umformen zu:

$$(\zeta_{12} + \zeta_{23} + \zeta_{31}) = 4 \frac{\hbar^2}{m^2 c^2} |K|^2 \sin \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2} \sin \frac{\vartheta_2 - \vartheta_3}{2} \sin \frac{\vartheta_3 - \vartheta_1}{2}. \quad (\text{III})$$

Bei 100 kV Primärenergie ist $\frac{\hbar^2}{m^2 c^2} |K|^2 = 0,40$. Da experimentell nur Abbeugungswinkel von wenigen Grad in Betracht kommen, hat der Ausdruck (III) allerbestenfalls die Größenordnung 10^{-3} . Bei höherer Primärenergie wird das Anwachsen von $|K|^2$ durch das Kleinerwerden der Winkeldifferenzen unwirksam gemacht.

Der Ausdruck (III) wird in (II) mit einem Faktor multipliziert, der nach einem numerisch gerechneten Probebeispiel zu schließen, durchaus die Größenordnung 1 hat. Außerdem hat dieser Faktor die ungünstige Eigenschaft, sein Vorzeichen beim Hindurchgehen durch den Selektivreflexionsbereich zu wechseln, so daß in eventuell wesentlichem Ausmaß

ein Wegheben des Polarisationseffektes stattfindet. Aber selbst, wenn man das nicht berücksichtigt, hat der erste Summand von (II) nur einen Polarisationsgrad des Sekundärstrahls Nr. 2 zur Folge, der dieselbe Größenordnung hat wie $(\zeta_{12} + \zeta_{23} + \zeta_{31})^1$, also 10^{-3} . Es ist bereits äußerst unwahrscheinlich, daß Fälle realisierbar sind, in denen der Polarisationsgrad 1% erreicht. Da man beim Versuch polarisieren und analysieren muß, ist das Quadrat der bei einmaliger Reflexion auftretenden Polarisation der zu beobachtende Effekt, der mit 10^{-4} bei extrem günstiger Abschätzung hoffnungslos zu klein ist. Tatsächlich zu erwarten ist nur ein Effekt von der Größenordnung 10^{-8} .

Als letztes ist zu zeigen, daß der zweite, nicht sehr kleine Summand von (II) keinen Beitrag zur Polarisation liefert. Da der Summand $-i\zeta_{12}$ rein imaginär ist, bewirkt er in erster Ordnung in ζ_{12} nur eine Phasenverschiebung der i -ten Partialwelle des Sekundärstrahls Nr. 2. Wesentlich ist, daß diese Phasenverschiebung unabhängig vom Index i ist, d. h. daß sämtliche Partialwellen eines Sekundärstrahls dieselbe Phasenverschiebung erleiden. Wenn das nicht der Fall wäre, würden die Grenzbedingungsgleichungen (32), (33) auf S. 576 der Weisskopfschen Arbeit in komplizierter Weise geändert werden, und es könnte Polarisation auftreten. So aber erfahren nur die austretenden Sekundärstrahlen die entsprechenden Phasenverschiebungen; die Koeffizienten c_i bleiben ungeändert. Diese Phasenverschiebungen von der Ordnung v^2/c^2 nützen uns nichts, da sie experimentell nicht faßbar sind.

Hamburg 36, Physikalisches Staatsinstitut.

¹⁾ Siehe die Überlegungen auf S. 581 der Weisskopfschen Arbeit.

Bemerkung
zu meiner Arbeit: „Über elektromagnetische Wellen
im Friedmannschen Raum“¹⁾.

Von **B. C. Mukerji**, Calcutta.

Ich bin auf eine schon vor mehreren Jahren veröffentlichte Arbeit von Prof. v. Laue über „Die Lichtfortpflanzung in Räumen mit zeitlich veränderlicher Krümmung nach der allgemeinen Relativitätstheorie“²⁾ aufmerksam gemacht worden, in der auf Grund allgemeiner Überlegungen dieselben Schlüsse gezogen werden wie in meiner kürzlich veröffentlichten Arbeit über elektromagnetische Wellen im Friedmannschen Raum. Die obengenannte Arbeit von Prof. v. Laue und die von ihm erzielten Ergebnisse sind mir erst jetzt bekannt geworden, nachdem es mir unabhängig gelungen war, die Wellengleichung im Friedmannschen Raum auf bekannte Funktionen zurückzuführen, wie das in meiner Arbeit dargelegt ist. Es sei noch angefügt, daß die Aufgabe von mir in völlig verschiedener Weise behandelt wurde wie von Prof. v. Laue.

¹⁾ B. C. Mukerji, ZS. f. Phys. **101**, 270, 1936. — ²⁾ M. v. Laue, Berl. Ber. **1931**, S. 123.

Autorenregister.

- Alfvén, Hannes. Versuch zu einer Theorie über die Entstehung der kosmischen Strahlung. S. 319.
- Wie entstehen die Nordlichtteilchen? S. 633.
- Aoki, Hiroo s. Kikuchi, Seishi.
- Ardenne, Manfred von. Messungen über das Nachleuchten von Elektronenstrahloszillogrammen an Schirmen mit langer Abklingzeit. S. 193.
- Bahrs, S. und Engl, J. Zum piezoelektrischen Effekt an Ammoniumchloridkristallen beim Umwandlungspunkt — 30,5°. S. 470.
- Banerjee, S. S. und Singh, B. N. Über einige Beobachtungen der Änderung der äquivalenten Höhen der Ionosphäre. S. 309.
- Barnóthy, J. Bemerkungen zu den Arbeiten von A. Ehmert: „Zum Richtungseffekt der Ultrastrahlung. I.“ und „Über den Sternzeitgang der Ultrastrahlungsintensität. II.“ S. 642.
- Bartels, Hans. Über Anregung und Emission der Atomgrenzkontinua. S. 704.
- Barwich, H. und Schütze, W. Anreicherung der leichten Argonisotope durch Diffusion. S. 395.
- Brill, R. Über die quantitative Bestimmung von Gitterstörungen aus Debye-Scherrer-Aufnahmen. S. 378.
- Brummack, Werner. Über die Wirkung langsamer positiver Kaliumionen auf metallische Oberflächen. S. 468.
- Budó, A. Rotationsstruktur von $^4\Sigma \rightarrow ^4\Pi$ -Banden. S. 73.
- Intensitätsformeln für die Triplettbanden. S. 579.
- Chakravarty, Manindra Kumar und Khastgir, S. R. Einige Experimente über die unipolare elektrische Leitfähigkeit von Carborund. S. 88.
- Cordes, Heinrich. Über ein neues Absorptionsspektrum des zweiatomigen Schwefels. S. 251.
- Courvoisier, L. Tageskurve des Effektes der Lorentz-Kontraktion nach Beobachtungen an einem drehbaren Libellenapparat. S. 122.
- David, E. Bemerkung zur Arbeit: „Über die Polarisierung der Elektronen bei der Streuung an Kristallen“ von V. Weisskopf. S. 747.
- Dehlinger, U. Über Umwandlungen von festen Metallphasen. VI. Allotrope Umwandlungen. S. 21.
- Zur Verformungsempfindlichkeit der metallischen Überstrukturen. S. 588.
- Engl, J. s. Bahrs, S.
- Euler, H. Über die Art der Wechselwirkung in den schweren Atomkernen. S. 553.
- Fleischmann, R. Ein Zusammenhang zwischen Wirkungsquerschnitten für langsame Neutronen. S. 698.
- Flüge, S. Die Massendefekte der leichtesten Atomkerne auf Grund der neuen Annahmen über die Kräfte. S. 522.
- Fölsche, Trutz. Bestimmung des mechanischen Kernmomentes von Cesium aus dem inversen Zeeman-Effekt der Hyperfeinstruktur. S. 133.
- Geiger, H. und Zeiller, O. Die räumliche Verteilung der kosmischen Ultraschauerstrahlen. S. 517.
- Gerö, L. s. Schmid, R.
- Gross, B. Zum Breiten effekt der Ultrastrahlung. S. 334.
- Groß, H. und Seitz, G. Die Herstellung von elektronenoptischen Strukturbildern mit lichtelektrischen Elektronen. S. 734.

- Haalck, H. Kann bei sehr hohen Drucken in einer Masse durch einen Druckgradienten eine Ladungstrennung hervorgerufen werden? S. 81.
- Haberland, H. und Walcher, W. Die Untersuchung der Glühelktronenemission an einzelnen Elektronen mit einem geheizten Zählrohr. S. 348.
- Heimer, Alf. Das rote Bandenspektrum des Nickelhydrids. S. 56.
- Hintenberger, H. Über die Bahnen geladener Teilchen im Wechselfeld eines Kondensators, mit Rücksicht auf die Wirkung der Streufelder. S. 501.
- Hund, F. Symmetrieeigenschaften der Kräfte in Atomkernen und Folgen für deren Zustände, insbesondere der Kerne bis zu sechzehn Teilchen. S. 202.
- Husimi, Kodi s. Kikuchi, Seishi.
- Jacyna, Witold. Bemerkung zu meiner Arbeit: „Über die U-Effekte von H. Amagat und P. Weiss“ in der Verbindung mit der Frage über die Zustandsgleichung auf Grund des Joule-Thomson-Effektes. S. 267.
- Jordan, P. Beiträge zur Neutrinotheorie des Lichtes. II. S. 114.
- Beiträge zur Neutrinotheorie des Lichtes. III. Ergänzung zu den Ausführungen von II; Berichtigung eines dortigen Fehlers. S. 229.
- Khastgir, S. R. s. Chakravarty, Manindra Kumar.
- Kikuchi, Seishi, Husimi, Kodi und Aoki, Hiroo. Bemerkung zu der Arbeit von Herrn Fleischmann: „Energietönung bei der Anlagerung von Neutronen“. S. 265.
- Kopfermann, Hans und Wittke, Heinz. Über das magnetische Moment des Scandiumkernes. S. 16.
- und Krüger, Hubert. Über die Anreicherung des Argonisotops Ar^{36} und den Isotopieverschiebungseffekt im Spektrum des Ar I. S. 389.
- Korsching, H. s. Schüler, H.
- Kretschmann, Erich. Über die spektrale Intensität schwarzer Strahlung im Bereiche hoher Schwingungszahlen. S. 645.
- Krüger, Hubert s. Kopfermann, Hans.
- Larsén, Tage. Refraktion und Dispersion des schweren Methans (CD_4). S. 164.
- Linhart, Theodor. Untersuchungen über Diffusion in Flüssigkeiten. XI. Neue Versuche über die gegenseitige Diffusion von Elektrolytlösungen. S. 45.
- Lochte-Holtgreven, W. und Maecker, H. Temperaturbestimmung an frei brennenden Kohlelichtbögen mit Hilfe der CN-Banden. S. 1.
- Lutze, Erich. Über die gegenseitige Anregung von Wasserstoff und Argon beim Atomstoß. S. 445.
- Maecker, H. s. Lochte-Holtgreven, W.
- March, Arthur. Zur Grundlegung und Anwendung einer statistischen Metrik. S. 620.
- Mayer, Herbert. Die Ausbeute bei der Ionisierung von Kaliumatomen an glühenden Platin- und Wolframoberflächen. S. 725.
- Messerschmidt, W. Anmerkung zur Arbeit „Untersuchungen über den Reststrom von Ionisationsdruckkammern und über die Druckabhängigkeit der Ionisation durch Ultrastrahlung“. S. 268.
- Meye, Albert. Untersuchungen zur künstlichen Radioaktivität leichter Atomkerne nach Beschießen mit α -Strahlen. S. 232.
- Middel, V. Lichtelektrische Messungen an metallischem Antimon. S. 358.
- Mukerji, B. C. Bemerkung zu meiner Arbeit: „Über elektromagnetische Wellen im Friedmannschen Raum“. S. 750.
- Müller, F. Horst. Bemerkung zu einer Arbeit von G. Rösseler, Köln: „Über eine Präzisionsmeßanordnung zur Bestimmung der Molekularpolarisation nicht dissoziierender Flüssigkeiten“. S. 513.

- Pryce, M. H. L. Zur Neutrinotheorie des Lichtes. S. 127.
- Reinsberg, C. Zur Theorie der Verbreiterung der Spektrallinien einer Serie durch Fremdgase. S. 460.
- Riewe, K. H. und Rompe, R. Über die Wärmeleitung von Gasen bei hohen Temperaturen. I. S. 478.
- Rompe, R. s. Riewe, K. H.
- Schaaffs, Werner. Ein Schlierenversuch über die Schwingungsform einer dünnen Quarzscheibe. S. 576.
- Die Schallgeschwindigkeiten von Lösungen und ihre Beziehungen zur Schallgeschwindigkeit des gelösten Stoffes. S. 658.
- Schade, R. Die Charakteristik des Townsend-Stromes und die Beeinflussung der Zündspannung einer Glimmentladung durch Bestrahlung. S. 595.
- Schiller, Alfred. Absorptionsmessungen an organischen Farbstoffen im nahen Ultrarot. S. 175.
- Schmid, R. und Gerö, L. Zur Vervollständigung des Termschemas von Kohlenoxyd. I. Schwingungsterme und Rotationskonstanten des $a'^3\Sigma^+$ -Zustandes. S. 36.
- Schüler, H. und Korsching, H. Eine Gesetzmäßigkeit beim Aufbau des Atomkerns und Bestimmung des Quadrupolmomentes von $^{187}_{76}\text{Re}$ und $^{185}_{75}\text{Re}$. S. 168.
- Über die Veränderlichkeit der magnetischen Momente der Atomkerne beim Einbau von Teilchenpaaren. S. 495.
- Schütze, W. s. Barwich, H.
- Seitz, G. s. Groß, H.
- Sen Gupta, A. K. Das Bandenspektrum vom Germaniumoxyd. S. 487.
- Singh, B. N. s. Banerjee, S. S.
- Takaki, H. Über die Magnetostraktion der Eisenkristalle bei hoher Temperatur. S. 92.
- Trost, Adolf. Über Zählrohre mit Dampfzusatz. S. 399.
- Trumpy, B. Zur Struktur der kosmischen Ultrastrahlung. III. S. 341.
- Volland, Werner. Die Reichweiten-gruppen der natürlichen H-Strahlen. S. 104.
- Volz, H. Über die Größe der Kernkräfte. S. 537.
- Wajnkranc, Renia. Berichtigung zu der Arbeit: Über das Absorptions- und Fluoreszenzspektrum des Indiumdampfes. S. 516.
- Walcher, W. s. Haberland, H.
- Weber, K. H. R. Beiträge zur Analyse des Vorganges der technischen Magnetisierung. II. Teil: Bedeutung der Wechselwirkung der Elementarbereiche für die technischen Magnetisierungskurven, insbesondere für solche mit makroskopischen Sprüngen. S. 676.
- Wentzel, Gregor. Zur Theorie der β -Umwandlung und der Kernkräfte. II. S. 738.
- Wittke, Heinz s. Kopfermann, Hans.
- Wolter, H. Zur Optik dünner Metallfilme. S. 269.
- Zeiller, O. s. Geiger, H.

Namenregister zu Band 101 bis 105.

- Adam, H. s. Rausch von Trauben-
berg, H. **104**, 442.
- Alfvén, Hannes. Versuch zu einer
Theorie über die Entstehung der
kosmischen Strahlung **105**, 319.
— Wie entstehen die Nordlichtteilchen?
105, 633.
- Antunes, M. T. s. Catalán, M. A.
102, 432.
- Aoki, Hiroo s. Kikuchi, Seishi **105**,
265.
- Ardenne, Manfred von. Messungen
über das Nachleuchten von Elek-
tronenstrahloszillogrammen an Schir-
men mit langer Abklingzeit **105**, 193.
- Arkadijew, W. Kontinuierliches magne-
tisches Spektrum des Transformator-
bleches in Tonfrequenz **101**, 527.
- Bachem, Ch. Über die Kompressi-
bilität elektrolytischer Lösungen
101, 541.
- Bahrs, S. und Engl, J. Zum piezo-
elektrischen Effekt an Ammonium-
chloridkristallen beim Umwand-
lungspunkt — 30,5° **105**, 470.
- Banerjee, S. S. und Singh, B. N.
Über einige Beobachtungen der Än-
derung der äquivalenten Höhen der
Ionosphäre **105**, 309.
- Barnóthy, J. Bemerkungen zu den
Arbeiten von A. Ehmert: „Zum
Richtungseffekt der Ultrastrahlung.
I.“ und „Über den Sternzeitgang
der Ultrastrahlungsintensität. II.“
105, 642.
- und Forró, M. Meteorologisch-
magnetische Einflüsse auf die Ultra-
strahlungsintensität aus Dauerregi-
strierungen mit Koinzidenzanord-
nungen. II. Tagesgang **104**, 534.
- — Messung der Ultrastrahlung im
Bergwerk mit Koinzidenzmethode
104, 744.
- Bartels, Hans. Über Anregung und
Emission der Atomgrenzkontinua
105, 704.
- Barth, G. s. Suhrmann, R. **103**, 133.
- Barwich, H. und Schütze, W. An-
reicherung der leichten Argonisotope
durch Diffusion **105**, 395.
- Basu, Sudhendu s. Prosad, K. **102**,
259.
- Baumann, Werner. Wechselstrom-
untersuchungen an anodisch oxy-
diertem Aluminium **102**, 59.
- Bay, Z. Untersuchungen über die
kondensierte Entladung **102**, 507.
- Bechert, Karl. Über ein einfaches
Kernmodell **101**, 721. Berichtigung
103, 276.
- Becken, O. und Sommermeyer, K.
Über die Vorgänge an der Kathode
von Bogenentladungen **102**, 551.
- Behne, R. Beitrag zur Kenntnis der
elektronenoptischen Immersions-
linse. II. **101**, 521.
- Betz, Hans. Bemerkung zu der Arbeit
von Herrn Rummel: „Versuche über
den Aufbau dünner elektrolytisch
erzeugter Oxydschichten“ **102**, 548.
— s. Güntherschulze, A. **101**, 277; **104**,
440.
- Beutler, H. und Jünger, H.-O.
Prädissoziation und Autoionisierung
in den Termfolgen des Wasserstoff-
(H₂)-Spektrums **101**, 285.
- — Die Bindungsfestigkeiten im H₂-
Molekül. Vergleich der spektro-
skopischen mit den wellenmecha-
nischen Ergebnissen **101**, 304.
- Bewersdorff, Oskar. Deutung des
anormalen Intensitätsverlaufs im Ban-
denzug $2p\ ^1\Sigma_u \rightarrow 1s\ ^1\Sigma_g$ ($v' = 3$
 $\rightarrow v'' = 0$ bis 11) des Wasserstoff-
moleküls HD. **103**, 598.
- Bey, H. s. Hagen, C. **104**, 681.

- Billing, Heinz. Über einen Stufenkompensator für den Jaminschen Interferentialrefraktor bei Beleuchtung mit weißem Licht **103**, 57.
- Bluschke, H. s. Matossi, F. **104**, 580.
- Bolla, G. Polarisierungseffekte in Quarzspektrographen **103**, 756.
- Bondy, Hugo und Vanicek, Viktor. Ionenemission der Alkalimetalle aus Glasschmelzen und Ergebnisse von massenspektrometrischen Messungen der relativen Häufigkeit der Isotope von Lithium, Kalium und Rubidium **101**, 186.
- Bothe, W. und Gentner, W. Eine Anlage für schnelle Korpuskularstrahlen und einige damit ausgeführte Umwandlungsversuche **104**, 685.
- s. Klarmann, H. **101**, 489.
- und Maier-Leibnitz, H. Eine neue experimentelle Prüfung der Photonenvorstellung **102**, 143.
- — Koinzidenzmessungen an den β - und γ -Strahlen des RaC **104**, 604.
- Bozóky, L. v. Rotationsanalyse von O_2^+ , $^2\Pi \rightarrow ^2\Pi$ -Banden **104**, 275.
- Brandt, O., Freund, H. und Hiedemann, E. Schwebstoffe im Schallfeld **104**, 511.
- Braun, Winfried s. Senftleben, Hermann **102**, 480.
- Braunbek, Werner. Aussagen des Energie- und Impulssatzes über den Teilchenstoß mit Ausstrahlung und mit Paarerzeugung **104**, 619.
- Brill, R. Über die quantitative Bestimmung von Gitterstörungen aus Debye-Scherrer-Aufnahmen **105**, 378.
- Brodersen, P. H. Das Spektrum des Calciumoxyds **104**, 135.
- Brummack, Werner. Über die Wirkung langsamer positiver Kaliumionen auf metallische Oberflächen **105**, 468.
- Budó, A. Rotationsstruktur von $^4\Sigma \rightarrow ^4\Pi$ -Banden **105**, 73.
- Intensitätsformeln für die Triplettbanden **105**, 579.
- s. Schmid, R. **103**, 250.
- Bumann, Helmut. Die Lichtanregung in Helium durch Stoß positiver Kaliumionen zwischen 2500 und 8000 Volt **101**, 1.
- Burgsmüller, Wilhelm. Festigkeitsuntersuchungen an Steinsalzkristallen. I. Einfluß von Temperatur und eingebauten Fremdatomen **103**, 633. II. Hochvakuum-Festigkeit und Einfluß adsorbierter Fremdatome **103**, 655.
- Cario, G. und Stille, U. Über die Entstehung des Nachleuchtens im aktiven Stickstoff **102**, 317.
- Catalán, M. A. und Antunes, M. T. Beziehungen zwischen den tiefen Termen der Elemente der Eisenreihe **102**, 432.
- und Poggio, F. Beziehungen zwischen den Rydbergschen Nennern der tiefen Terme in der Eisenreihe **102**, 461.
- Chakravarty, Manindra Kumar und Khastgir, S. R. Einige Experimente über die unipolare elektrische Leitfähigkeit von Carborund **105**, 88.
- Chakravorti, S. K. Stark-Effekt des Rotationsspektrums und elektrische Suszeptibilität bei hoher Temperatur **102**, 102.
- Childs, W. H. J. und Jahn, H. A. Bemerkungen über die Deformationsschwingungen des Acetylenmoleküls **104**, 804.
- Claesson, Herbert. Eine Neuuntersuchung der *L*-Reihe von Uran **101**, 499.
- Cordes, Heinrich. Über ein neues Absorptionsspektrum des zweiatomigen Schwefels **105**, 251.
- Courvoisier, L. Untersuchungen über die Lorentz-Kontraktion einer Flüssigkeit **101**, 422.
- Bestimmungen der Lorentz-Kontraktion mit drehbaren Libellenapparaten **101**, 437.
- Tageskurve des Effektes der Lorentz-Kontraktion nach Beobachtungen an einem drehbaren Libellenapparat **105**, 122.
- Cram, S. Winston. Einfluß der Temperatur der Uraninlösung auf die Abklingzeit der Fluoreszenz **103**, 551.

- Dahlke, W. Kernschwingungsbanden des festen Kohlendioxyds **102**, 360.
- Das, D. L. Messung der Wellenlänge des Lichts mit divergentem Strahlenbündel und ebenem Gitter **101**, 447.
- Versuche mit auf ein ebenes Beugungsgitter fallenden konvergenten, divergenten und parallelen Lichtbündeln **102**, 272.
- Datta, B. Eine Verallgemeinerung des Schwarzschildschen Problems **103**, 546.
- David, E. Bemerkung zur Arbeit: „Über die Polarisation der Elektronen bei der Streuung an Kristallen“ von V. Weisskopf **105**, 747.
- Dehlinger, U. Eine thermodynamische Erweiterung der Diffusionsgleichung **102**, 633.
- Über Umwandlungen von festen Metallphasen. VI. Allotrope Umwandlungen **105**, 21.
- Zur Verformungsempfindlichkeit der metallischen Überstrukturen **105**, 588.
- Derewjankin, S. s. Jacyna, W. **101**, 77.
- Deutschbein, O. Zur Fluoreszenz Seltener Erden in Gläsern **102**, 772.
- Dobroljubski, A. Über die Wechselbeziehung zwischen der sekundären Elektronenemission mit Photoempfindlichkeit und dem Thermioneneffekt **102**, 626.
- Döpel, R. Über die Neutronenemission von Beryllium beim Bombardement mit H, D, He **104**, 666.
- Döring, W. Über die Temperaturabhängigkeit der Magnetostriktion von Nickel **103**, 560.
- Dolch, Heino. Berichtigungen zu der Arbeit: Zur Theorie der leichtesten Kerne **101**, 404; **104**, 473.
- Droste, Gottfried Frhr. v. Über die Bremsstrahlung der β -Strahlen des RaE **104**, 335.
- Berichtigung zu der Arbeit: „Über die Anzahl der Ausschläge eines Zählrohres“ **104**, 474.
- Durau, F. Über den Ausbau der volumenometrischen Adsorptionsmethode **101**, 27.
- Durau, F. und Reckers, J. Über Adsorption von Gasen bei geringen Drucken an Bleichlorid **101**, 755.
- und Tschoepe, G. Über Adsorption von C_6H_6 , C_6H_{14} und CH_3COCH_3 an Bleichlorid von bekannter Oberfläche **102**, 67.
- Ebert, H. Nachruf. Karl Scheel **104**, S. I.
- Edlén, Bengt. Mg I-ähnliche Spektren der Elemente Titan bis Cobalt, Ti XI, V XII, Cr XIII, Mn XIV, Fe XV und Co XVI **103**, 536.
- S I-ähnliche Spektren der Elemente Titan bis Eisen, Ti VII, V VIII, Cr IX, Mn X und Fe XI **104**, 188.
- Zur Kenntnis der ClI-ähnlichen Spektren Cl I, A II, K III, Ca IV, Ti VI, V VII, Cr VIII, Mn IX, Fe X und Co XI **104**, 407.
- und Tyrén, Folke. Die optischen L-Spektren der Elemente Kalium bis Chrom K X, K XI, Ca XI, Ca XII, Sc XII, Ti XIII, V XIV und Cr XV **101**, 206.
- Ehmert, Alfred. Über den Sternzeitgang der Ultrastrahlungsintensität **101**, 260.
- Elg, Sven. Die Gitterkonstante von Topas **101**, 113.
- Engl, J. s. Bahrs, S. **105**, 470.
- Euler, H. Über die Art der Wechselwirkung in den schweren Atomkernen **105**, 553.
- Faessler, A. s. Pahl, M. **102**, 562.
- Fierz, Markus. Zur Fermischen Theorie des β -Zerfalls **104**, 553.
- Flegler, E. und Raether, H. Die Ionisierungsvorgänge in Gasen bei Stoßspannung nach Untersuchungen mit der Nebelkammer **103**, 315.
- — Zu der Bemerkung von R. Holm zu unserem Aufsatz: „Der elektrische Durchschlag in Gasen nach Untersuchungen mit der Nebelkammer“ **104**, 219.
- Fleischmann, R. Energietönung bei der Anlagerung von Neutronen **103**, 113.
- Ein Zusammenhang zwischen Wirkungsquerschnitten für langsame Neutronen **105**, 698.

- Flügge, S. Die Massendefekte der leichtesten Atomkerne auf Grund der neuen Annahmen über die Kräfte **105**, 522.
- Fölsche, Trutz. Bestimmung des mechanischen Kernmomentes von Caesium aus dem inversen Zeeman-Effekt der Hyperfeinstruktur **105**, 133.
- Forró, M. s. Barnóthy, J. **104**, 534, 744.
- Fränz, Kurt. Über die funktechnische Expedition der Gesellschaft zur Förderung des Funkwesens nach Tromsö und deren Ergebnisse **103**, 671.
- Freund, H. s. Brandt, O. **104**, 511.
- Fröhlich, P. und Gyulai, Z. Beiträge zur Kenntnis der Erregung von Gelatinefarbephosphoren **104**, 549.
- Fu, Cheng Yi s. Huang, Tzu Ching **102**, 422.
- Fucks, W. Zündung bei Wechselspannung. Zündung bei pulsierender Bestrahlung **103**, 709.
- und Seitz, W. Zündspannungsänderung durch Bestrahlung. I. Teil **103**, 1.
- Funk, Paul und Glaser, Walter. Berechnung elektronenoptischer Konstanten als Eigenwertproblem **102**, 603.
- Funke, Gösta W. Das Absorptionsspektrum des NH **101**, 104.
- Feinstruktur und Störungen im Rotationsschwingungsspektrum von Acetylen **104**, 169.
- Gailer, K. Ein Beitrag zur Lichtanregung beim Korpuskularstoß **103**, 303.
- Geiger, H. und Zeiller, O. Die räumliche Verteilung der kosmischen Ultraschauerstrahlen **105**, 517.
- Gentner, W. s. Bothe, W. **104**, 685.
- Gerö, L. Rotationsanalyse der $(1,0)b^3\Sigma \rightarrow a^3\Pi$ CO-Bande **101**, 311.
- s. Schmid, R. **101**, 343; **104**, 724; **105**, 36.
- Ghosh, B. N. s. Prosad, K. **102**, 259.
- Glaser, Walter. Zur Störungstheorie **104**, 157.
- s. Funk, Paul **102**, 603.
- Görlich, P. Über zusammengesetzte, durchsichtige Photokathoden **101**, 335.
- Gollnow, H. Über ein zweites Isotop des Cassiopeiiums und über das magnetische Moment und Quadrupolmoment des $^{175}_{71}\text{Cp}$ -Kernes **103**, 443.
- Gombás, Paul. Zur Theorie der metallischen Bindung. III. **104**, 81. IV. **104**, 592.
- Goos, F. Die optischen Konstanten dünner Silberschichten. Entgegnung auf eine Arbeit von H. Murmann **102**, 702.
- Gratsiatos, J. Zur Bildfehlertheorie der elektronenoptischen Systeme **102**, 641.
- Grisebach, Lothar. Experimentelle Beiträge zum Problem der polarisierten Fluoreszenz organischer Farbstofflösungen **101**, 13.
- Groetzinger, Gerhart und Kretsch, Hans. Über die permanente Polarisation des Elektreten **103**, 337.
- Gross, B. Zum Breiteneffekt der Ultrastrahlung **105**, 334.
- Groß, H. und Seitz, G. Die Herstellung von elektronenoptischen Strukturbildern mit lichtelektrischen Elektronen **105**, 734.
- Güntherschulze, A. und Betz, H. Bemerkung zu der Notiz von Herrn Rummel „Kaltes Temperaturleuchten?“ **101**, 277.
- — Versuche über elektrolytische Ventilwirkung in flüssigem Ammoniak als Lösungsmittel **104**, 440.
- und Schnitger, Herbert. Vergleichende Messung der Konstanten des normalen Kathodenfalls in leichtem und schwerem Wasserstoff **103**, 491.
- — Das Gleichgewicht $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightleftharpoons 2\text{H}_2\text{O}$ in der Glimmentladung **103**, 627.
- — Vergleichende Messung des Anodenfalles und der optischen und elektrischen Dicke des Anodenfallgebiets in leichtem und schwerem Wasserstoff **104**, 395.

- Guntsch, Arnold. Neue Untersuchungen über das Bandenspektrum des Magnesiumhydrids **104**, 584.
- Gyulai, Z. s. Fröhlich, P. **104**, 549.
- Haalek, H. Kann bei sehr hohen Drucken in einer Masse durch einen Druckgradienten eine Ladungstrennung hervorgerufen werden? **105**, 81.
- Haberland, H. und Walcher, W. Die Untersuchung der Glühelktronenemission an einzelnen Elektronen mit einem geheizten Zählrohr **105**, 348.
- Haefer, René. Durch Anodenrückstrahlung stabil geheizte Großflächenkathode **103**, 277.
- Hagen, C. und Bey, H. Aufladepotentiale elektronenbestrahlter Isolatoren **104**, 681.
- Hartmann, Werner. Elektrische Untersuchungen an oxydischen Halbleitern **102**, 709.
- Haxel, O. Die Kernumwandlungen des Bors durch langsame Neutronen **104**, 540.
- Heimer, Alf. Über das Bandenspektrum des Wismutdeutrids **103**, 621.
- Das Bandenspektrum des Kobalthydrids **104**, 448.
- Das rote Bandenspektrum des Nickelhydrids **105**, 56.
- , Tage. Das Termschema des Golddeutrids **101**, 121.
- Das Bandenspektrum des Goldhydrids **104**, 303.
- Heisenberg, W. Zur Theorie der „Schauer“ in der Höhenstrahlung **101**, 533.
- Hellermann, Max. Über die Hochfrequenz- (Kurzwellen-) anregung einiger Spektren im fernen Ultraviolett **104**, 417.
- Hellmig, Ehrhard. Beitrag zur Berechnung der Terme des Wasserstoffmolekülions **104**, 694.
- Hennig, Johannes. Eine Teillinse elektrischer Linsensysteme **102**, 629.
- Hermans, J. J. Der Born-Effekt der Ionenbeweglichkeit. Die Waldensche Regel. Die Konzentrationsabhängigkeit der elektrolytischen Leitfähigkeit **104**, 100.
- Herzberg, G., Patat, F. und Verleger, H. Rotationsschwingungen im photographischen Ultrarot von Molekülen, die das Wasserstoffisotop der Masse 2 enthalten. II. Das C_2H_2 -Spektrum und der C—C- und C—H-Abstand im Acetylen (weitere Ergebnisse) **102**, 1.
- Hiedemann, E. und Hoesch, K. H. Ultraschallstroboskope **102**, 253.
- — Optische Untersuchungen von Ultraschallfeldern in Flüssigkeiten und Gläsern **104**, 197.
- s. Brandt, O. **104**, 511.
- Hilke, Otto. Untersuchungen über den Einfluß verschiedener Substituenten und ihrer Stellung auf den Kerr-Effekt. Teil I. Reinigung des Nitrobenzols zur Verminderung der Leitfähigkeit, Untersuchungen über den Einfluß des Plattenmaterials auf die Leitfähigkeit und über die Feldverbiegung im Kerr-Zellenspalt **103**, 350.
- Dasselbe. Teil II. Die Wirkung positiver und negativer Gruppen in para-Stellung auf die Größe des Kerr-Effekts **103**, 368.
- Dasselbe. Teil III. Untersuchungen über die Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante des Nitrobenzols und Beiträge zur Theorie des Kerr-Effekts **103**, 387.
- Hiltcher, Rudolf. Piezoelektrische Schwingversuche mit Seignettesalzkristallen **104**, 672.
- Hintenberger, H. Über die Bahnen geladener Teilchen im Wechselfeld eines Kondensators, mit Rücksicht auf die Wirkung der Streufelder **105**, 501.
- Hippel, A. v. Einige prinzipielle Gesichtspunkte zur Spektroskopie der Ionenkristalle und ihre Anwendung auf die Alkalihalogenide **101**, 680.
- Hirone, Tokutarô s. Honda, Kotarô **102**, 132.

- Hlučka, Franz. Die selektive Reflexion von Silber und Zink im polarisierten Licht und deren Beziehung zum selektiven lichtelektrischen Effekt **103**, 237.
- Das optische Verhalten des Fuchsin im polarisierten Licht **103**, 246.
 - Ergänzung zu meinen lichtelektrischen bzw. optischen Messungen an Silber, Zink und Fuchsin **104**, 653.
- Hoerlin, Hermann. Die Breitenabhängigkeit der Ultrastrahlung in Meereshöhe und ihre Änderung mit der Höhe bis 6000 m **102**, 652.
- Hoesch, K. H. s. Hiedemann, E. **102**, 253; **104**, 197.
- Holm, R. Einige Bemerkungen zu dem Aufsatz „Der elektrische Durchschlag in Gasen nach Untersuchungen mit der Nebelkammer“ von E. Flegler und H. Raether **102**, 138.
- Holzappel, Wilhelm. Bemerkungen zur „statistischen Auffassung“ in der Quantenmechanik **104**, 357.
- Honda, Kôtarô und Hirone, Tokutarô. Der magnetokalorische Effekt nach der Honda-Ôkuboschen Theorie des Ferromagnetismus **102**, 132.
- und Nishina, Tamotsu. Über die Temperaturabhängigkeit der Magnetisierungsintensität der ferromagnetischen Substanzen im schwachen magnetischen Felde **103**, 728.
- Hori, Takeo und Huruiti, Jirô. Der Isotopieeffekt des ionisierten Quecksilberhydrids ($\text{Hg}+\text{H}/\text{Hg}+\text{D}$) **101**, 279.
- Hottenroth, G. Über Elektronenspiegel **103**, 460.
- Huang, Tzu Ching, Lin, Feng und Fu, Cheng Yi. Berichtigung zu der Arbeit: „Der Joule-Thomson-Koeffizient des Kohlenoxyds“ **102**, 422.
- Hund, F. Symmetrieeigenschaften der Kräfte in Atomkernen und Folgen für deren Zustände, insbesondere der Kerne bis zu sechzehn Teilchen **105**, 202.
- Huruiti, Jirô s. Hori, Takeo **101**, 279.
- Husimi, Kôdî s. Kikuchi, Seishi **105**, 265.
- Ievič, A. s. Straumanis, M. **102**, 353.
- Iwanenko, D. und Sokolow, A. Zur Wechselwirkung der schweren Teilchen **102**, 119.
- Jabłoński, A. Über die Abklingungsgesetze der polarisierten Fluoreszenz II. **103**, 526.
- Jacobsen, J. C. Absorption von harten γ -Strahlen in leichten Elementen **103**, 747.
- Jacyna, Witold. Überkausale Natur der „statistischen Gesetzlichkeit“ **101**, 135.
- Bemerkung über den Beweis des Auswahltheorems **101**, 139.
 - Bemerkung zu der Arbeit: „Über die Temperaturabhängigkeit der zur Temperaturmessung dienenden Eigenschaften“ **101**, 785.
 - Kompensationszustände („Basislinie“) bei Helium und Kohlensäure. I. **103**, 61.
 - Über die U-Effekte von H. Amagat und P. Weiss. Die Zustandsgleichung auf Grund des Auswahltheorems und des Joule-Thomson-Effektes. II. **103**, 67.
 - Bemerkung zu meiner Arbeit: „Über die U-Effekte von H. Amagat und P. Weiss“ in der Verbindung mit der Frage über die Zustandsgleichung auf Grund des Joule-Thomson-Effektes **105**, 267.
- , Derewjankin, S., Obnorsky, A. und Parfentjew, T. Die allgemeinen physikalischen Grundlagen der reellen Thermodynamik **101**, 77.
- Jaeckel, Rudolf. Über die Resonanzeinfangung von langsamen Neutronen durch Wolframkerne und die Form des wirksamen Resonanzniveaus **104**, 762.
- Jahn, H. A. s. Childs, W. H. J. **104**, 804.
- Jánossy, Ludwig. Zur Umrechnung von Höhenstrahlenintensitäten auf parallelen Einfall bei Messungen von Einzelstößen und Koinzidenzen mit Zählrohren **101**, 129.
- Eine neue Zählrohr- und Koinzidenztheorie. II. Azimutale Effekte **104**, 68.

- Jánossy, Ludwig. Über einen möglichen Einfluß des Magnetfeldes der Sonne auf die in Erdnähe beobachtete Höhenstrahlung **104**, 430.
— s. Kolhörster, W. **101**, 418.
- Jaumann, Johannes und Kinder, Ernst. Die Elektrostriktion von stark verdichteten Gasen **103**, 263.
- Jensen, H. Über die Existenz negativer Ionen im Rahmen des statistischen Modells **101**, 141.
— Quantentheoretische Berechnung der Alkalihalogenidgitter **101**, 164.
- Joglekar, M. S. Röntgenstrahlung und das Polarisationsfeld in Di-, Tetra- und Dekahydronaphthalin **101**, 398.
- Johnson, Nils G. Über Gesetzmäßigkeiten zwischen Ordnungszahl und Einfluß der chemischen Bindung auf das $K\alpha_{1,2}$ -Dublett einiger leichteren Elemente **102**, 428.
- Jordan, P. Beiträge zur Neutrinotheorie des Lichtes. I. **102**, 243. II. **105**, 114. III. Ergänzung zu den Ausführungen von II; Berichtigung eines dortigen Fehlers **105**, 229.
- Jünger, H.-O. s. Beutler, H. **101**, 285, 304.
- Juilfs, Johannes und Masuch, Viktor †. Die Ionisierung durch Gamma- und Höhenstrahlen in verschiedenen Gasen **104**, 458.
- Kaischew, R. Zur Theorie des Kristallwachstums **102**, 684.
- Kalandyk, S. Negative Elektrizitätsmission beim Glühen von Platin in Chlor **103**, 583.
- Kessel, W. Über den Einfluß der Molekülrotationen auf die Messungen der Fluoreszenzabklingungszeit **103**, 125.
- Khastgir, S. R. s. Chakravarty, Manindra Kumar **105**, 88.
- Kikuchi, Seishi, Husimi, Kōdi und Aoki, Hiroo. Bemerkung zu der Arbeit von Herrn Fleischmann: „Energietönung bei der Anlagerung von Neutronen“ **105**, 265.
- Kinder, Ernst s. Jaumann, Johannes **103**, 263.
- Klarmann, H. und Bothe, W. Nebelkammerversuche mit γ - und β -Strahlen in Xenon und Krypton **101**, 489.
- Kleen, W. und Rothe, H. Die Raumladegleichung für Elektronen mit Anfangsgeschwindigkeit. II. Teil **104**, 711.
— s. Plato, G. **101**, 509.
- Klughardt, A. s. Nagel, Max **101**, 372.
- Körner, Hermann. Dielektrizitätskonstante, Leitfähigkeit und Piezoeffekt von Seignettesalzkristallen **103**, 170.
- Kolhörster, W. und Jánossy, L. Beobachtungen über Asymmetrien in der Richtungsverteilung der Höhenstrahlung **101**, 418.
- Kopfermann, Hans und Krebs, Karl. Zur Hyperfeinstruktur der Platinisotope. III. Mitteilung. Bestimmung des Mischungsverhältnisses der Platinisotope durch Intensitätsmessung an den Hyperfeinstrukturkomponenten einiger Pt I-Linien **101**, 193.
— und Krüger, Hubert. Paschen-Back-Effekt der Hyperfeinstruktur an der Caesiumresonanzlinie $\lambda = 8522 \text{ Å}$ **102**, 527.
— — Zur Hyperfeinstruktur der Resonanzlinien des Rubidiums **103**, 485.
— — Über die Anreicherung des Argonisotops Ar^{36} und den Isotopieverschiebungseffekt im Spektrum des Ar I **105**, 389.
— und Wittke, Heinz. Über das magnetische Moment des Scandiumkernes **105**, 16.
- Korsching, H. s. Schüler, H. **102**, 373; **103**, 434; **105**, 168, 495.
- Krause, F. Elektronenoptische Aufnahmen von Diatomeen mit dem magnetischen Elektronenmikroskop **102**, 417.
- Krebs, Karl. Anwendung der Wechsellichtmethode zur Untersuchung angeregter Atomzustände **101**, 604.
— s. Kopfermann, Hans **101**, 193.
- Kretsch, Hans s. Groetzinger, Gerhart **103**, 337.

- Kretschmann, Erich. Über die spektrale Intensität schwarzer Strahlung im Bereiche hoher Schwingungszahlen **105**, 645.
- Kries, B. Zwei Folgerungen aus dem Bernoullischen Theorem **101**, 657.
- Krügel, Kurt †. Zur Temperaturabhängigkeit der Zerreißfestigkeit von Steinsalzkristallen **104**, 194.
- Krüger, Hubert s. Kopfermann, Hans **102**, 527; **103**, 485; **105**, 389.
- Kujumzelis, Th. G. Die Elektronenauslösung durch harte γ -Strahlen aus festen Substanzen **102**, 762.
- Kullenberg, B. Zum Stark-Effekt der Heliumlinie λ 4686. **102**, 423.
- Kurzke, Herbert. Der normale Kathodenfall an Einkristallflächen verschiedener Orientierung. I. **104**, 735.
- Landshoff, Rolf. Quantenmechanische Berechnung des Verlaufes der Gitterenergie des Na-Cl-Gitters in Abhängigkeit vom Gitterabstand **102**, 201.
- Larsén, Tage. Refraktion und Dispersion des schweren Methans (CD_4) **105**, 164.
- Laue, M. v. Bemerkung zur gleichnamigen Arbeit von B. C. Mukerji: „Über elektromagnetische Wellen im Friedmannschen Raum“ **102**, 550.
- Leonhardt, J. und Tiemeyer, R. Das Aufreihungsgesetz der Gitterblöcke im Mosaikkristall, untersucht am NaNO_3 -Schmelzflußkristall **102**, 781.
- Lin, Feng s. Huang, Tzu Ching **102**, 422.
- Linhart, Theodor. Untersuchungen über Diffusion in Flüssigkeiten. XI. Neue Versuche über die gegenseitige Diffusion von Elektrolytlösungen **105**, 45.
- Lochte-Holtgreven, W. Über den Einfluß des Druckes auf die Prädissoziation **103**, 395.
- und Maecker, H. Temperaturbestimmung an frei brennenden Kohlelichtbögen mit Hilfe der CN-Banden **105**, 1.
- Lohr, E. Eine neue Ableitung des Wienschen Verschiebungsgesetzes **103**, 454.
- Lundquist, Osvald. Röntgenemissionsspektrum und chemische Bindung. IV. Untersuchungen über die $K\alpha_1\alpha_2$ -Linien einiger Phosphorverbindungen **102**, 768.
- Lutze, Erich. Über die gegenseitige Anregung von Wasserstoff und Argon beim Atomstoß **105**, 445.
- Lyshede, Jens M. und Rasmussen, Ebbe. Über die Kernmomente des Zinkisotops Zn^{67} **104**, 434.
- Madsen, C. B. Über die Methode zur Messung von Radioaktivitäten mittels Zählrohr und Kompensationsverstärker **101**, 72.
- , J. C. Ein Proportionalverstärker nach dem Spannungsteilerprinzip **101**, 68. Zuschrift hierzu **102**, 550.
- Mächler, Walter. Über Druck- und Temperaturabhängigkeit des Wiedervereinigungskoeffizienten und der Ionisation durch Gammastrahlen in Luft und Kohlensäure **104**, 1.
- Maecker, H. s. Lochte-Holtgreven, W. **105**, 1.
- Mahl, H. und Schenk, D. Einfluß der Gleitebenenspur auf die Glühemission. II. **101**, 117.
- Maier-Leibnitz, H. Koinzidenzversuche zur Neutronen- und Gammastrahlung des Berylliums **101**, 478.
- s. Bothe, W. **102**, 143; **104**, 604.
- March, Arthur. Die Geometrie kleinster Räume. I. **104**, 93. II. **104**, 161.
- Zur Grundlegung und Anwendung einer statistischen Metrik **105**, 620.
- Margolin, J. M. s. Messkin, W. S. **101**, 456.
- Marketu, M. s. Schüler, H. **102**, 703.
- Martens, Jens. Veränderung der Dielektrizitätskonstante des Bromsilbers bei Belichtung **103**, 217.
- Masuch, Viktor † s. Juilfs, Johannes **104**, 458.
- Matossi, F. und Bluschke, H. Das Reflexionsvermögen von H_2O , HDO und D_2O im ultraroten Spektrum **104**, 580.

- Maurer, W. Über Lichtanregung in Helium durch Stoß von Kaliumionen **101**, 323.
- Über Lichtanregung beim Stoß von positiven Caesiumionen gegen He-Atome **104**, 113.
- Über Lichtanregung durch Stoß von Lithium-Ionen gegen Helium-Atome mit einem Beitrag zum Spinerhaltungssatz **104**, 658.
- Mayer, Herbert. Die Ausbeute bei der Ionisierung von Kaliumatomen an glühenden Platin- und Wolframoberflächen **105**, 725.
- Mecke, R. Die allgemeine Berechnung von Eigenfrequenzen mehratomiger Moleküle **104**, 291.
- und Ziegler, R. Das Rotations-schwingungsspektrum des Acetylen (C_2H_2) **101**, 405.
- Medicus, G. Über die Eigenerregung von Geiger-Müllerschen Zählrohren. I. Experimenteller Teil **103**, 76. Bemerkung hierzu **104**, 472.
- Messerschmidt, W. Untersuchungen über den Reststrom von Ionisationsdruckkammern und über die Druckabhängigkeit der Ionisation durch Ultrastrahlung **103**, 18. Anmerkung hierzu **105**, 268.
- Untersuchungen über Ultrastrahlungsstöße **103**, 27.
- Messkin, W. S. und Margolin, J. M. Über die magnetische Stabilität von ferromagnetischen Eisen-Legierungen **101**, 456.
- Meurers, Joseph. Zum Grundaxiom der speziellen Relativitätstheorie **102**, 611.
- Meye, Albert. Untersuchungen zur künstlichen Radioaktivität leichter Atomkerne nach Beschießen mit α -Strahlen **105**, 232.
- Meyer, Walter. Strom, Durchschlag und Ultraschall in dielektrischen Flüssigkeiten **102**, 279.
- Middel, V. Lichtelektrische Messungen an metallischem Antimon **105**, 358.
- Miehl nickel, Erwin und Osterwisch, Herbert. Zur Frage der Abhängigkeit des Ionisationsstromes von den Dimensionen geschlossener Kleinkammern **101**, 352.
- Mitra, S. M. Eine Bemerkung über das Raman-Spektrum des Piperidins **102**, 697.
- Über das Raman-Spektrum des Dekahydronaphthalins **103**, 542.
- Montgomery, C. G. und Montgomery, D. D. Über Koinzidenzen von Ultrastrahlungsstößen **102**, 534.
- , D. D. s. Montgomery, C. G. **102**, 534.
- Mrozowski, S. Der Isotopieeffekt des ionisierten Quecksilberhydrids (HgH^+/HgD^+). Bemerkung zu der Arbeit der Herren Takeo Hori und Jirô Huruiti **102**, 545.
- Über die Struktur des Bandenspektrums des Quecksilberdampfes. II. **104**, 228.
- Müller, Erwin W. Die Abhängigkeit der Feldelektronenemission von der Austrittsarbeit **102**, 734.
- , F. Horst. Bemerkung zu einer Arbeit von G. Rösseler, Köln: „Über eine Präzisionsmeßanordnung zur Bestimmung der Molekularpolarisation nicht dissozzierender Flüssigkeiten“ **105**, 513.
- , Heinz O. Die Abhängigkeit der Sekundärelektronenemission einiger Metalle vom Einfallswinkel des primären Kathodenstrahls **104**, 475.
- Mukerji, B. C. Über elektromagnetische Wellen im Friedmannschen Raum **101**, 270. Bemerkung hierzu **105**, 750.
- Murmann, H. Der spektrale Verlauf der anomalen optischen Konstanten dünnen Silbers **101**, 643.
- Nagel, Max und Klughardt, A. Über Messungen der Dämmerungspupille des Auges mittels Ultrarotphotographie **101**, 372.
- Neugebauer, Th. Über die Berechnung der Polarisationsellipsoide der Molekeln **102**, 305.
- Über die Berechnung der ultravioletten Absorptionsfrequenzen der Alkalihalogenide **104**, 207.

- Nie, Heinz. Über Koinzidenzen von Ultrastrahlungsstößen. (Zur gleichlautenden Untersuchung von C. G. Montgomery und D. D. Montgomery.) **102**, 537.
- Nishina, Tamotsu s. Honda, Kôtarô **103**, 728.
- Norling, Folke. Über die Bandenspektren der ionisierten Halogenwasserstoffe. II. Chlorhydrid- und Chlordeutridspektren **104**, 638.
- Obnorsky, A. s. Jacyna, W. **101**, 77.
- Olsson, E. Der sogenannte Druckeffekt bei den Hydridspektren **104**, 402.
- Orowan, E. Zur Temperaturabhängigkeit der Kristallplastizität **102**, 112.
- Osterwisch, Herbert s. Miehl nickel, Erwin **101**, 352.
- Pahl, M. und Faessler, A. Über die Anwendung des Geigerschen Spitzenzählers bei der Messung kleiner Röntgenintensitäten **102**, 562.
- Papapetrou, A. Freie Weglänge der Leitungselektronen **102**, 539.
- Parfentjew, T. s. Jacyna, W. **101**, 77.
- Patat, F. s. Herzberg, G. **102**, 1.
- Pfotzer, Georg. Dreifachkoinzidenzen der Ultrastrahlung aus vertikaler Richtung in der Stratosphäre. I. Meßmethode und Ergebnisse **102**, 23. — II. Analyse der gemessenen Kurve **102**, 41.
- Plato, G., Kleen, W. und Rothe, H. Die Raumladegleichung für Elektronen mit Anfangsgeschwindigkeit **101**, 509.
- Poggio, F. s. Catalán, M. A. **102**, 461.
- Pohlman, R. und Schumacher, H. J. Über die Struktur des Cl_2O -Moleküls **102**, 678.
- Pose, H. Messung einzelner Korpuskularstrahlen bei Anwesenheit intensiver γ -Strahlen **102**, 379.
- Potapenko, G. und Sänger, R. Ein neues Meßverfahren zur Bestimmung der ferromagnetischen Eigenschaften von Metallen im Gebiete sehr hoher Frequenzen (Drahtbrückenverfahren) **104**, 779.
- Prosad, K., Basu, Sudhendu und Ghosh, B. N. Photographische Umkehrung mit monochromatischer und heterogener Röntgenstrahlung **102**, 259.
- Pryce, M. H. L. Zur Neutrinotheorie des Lichtes **105**, 127.
- Przibram, Karl. Verfärbung und Lumineszenz durch Becquerelstrahlen. IV. **102**, 331.
- Raether, H. s. Flegler, E. **103**, 315; **104**, 219.
- Randolph, A. Über die Digestion peptisierten Bromsilbers **103**, 414.
- Rasmussen, Ebbe. Über die Kernspinaufspaltung einiger Cobaltterme **102**, 229.
- s. Lyshede, Jens M. **104**, 434.
- Rausch von Traubenberg, H. und Adam, H. Über die Rückstreuung von Neutronen und die Herstellung von Räumen mit erhöhter Neutronenkonzentration **104**, 442.
- Reckers, J. s. Durau, F. **101**, 755.
- Recknagel, A. Zur Theorie des Elektronenspiegels **104**, 381.
- Reger, K. Die chemischen Bedingungen der lichtelektrisch wirksamen Wasserstoffbeladung des Platins und Tantals **102**, 156.
- Reinsberg, C. Zur Theorie der Verbreiterung der Spektrallinien einer Serie durch Fremdgase **105**, 460.
- Richtmann, Z. Kritische Bemerkungen zur sogenannten „Inneren Thermodynamik“ **101**, 649.
- Riedmiller, R. Über die Struktur dünner Metallschichten **102**, 408.
- Riewe, K. H. und Rompe, R. Über die Wärmeleitung von Gasen bei hohen Temperaturen. I. **105**, 478.
- Robinson, Howard A. Nachtrag zu meinen „Bemerkungen über die Spektralintensitäten im fernen Ultraviolett und Schätzung von Temperaturen und Drucken im Vakuumfunken“ **101**, 658.

- Rochester, George D. Die Bandenspektren von SiH und SiD **101**, 769.
- Rösseler, G. Über eine Präzisionsmeßanordnung zur Bestimmung der Molekularpolarisation nichtdissozierender Flüssigkeiten **103**, 191.
- Rogowski, W. und Wallraff, A. Bestrahlung und Durchschlag **102**, 183.
- Rompe, R. Einige Untersuchungen über die Entladung in Tellurdampf **101**, 214.
- s. Riewe, K. H. **105**, 478.
- Rothe, H. s. Kleen, W. **104**, 711.
- s. Plato, G. **101**, 509.
- Rummel, Theodor. Kaltes Temperaturleuchten? Bemerkung zu der Arbeit der Herren A. Güntherschulze und H. Betz **101**, 276.
- Erwiderung auf die Bemerkung der Herren Güntherschulze und Betz zu der Notiz betr. „Kaltes Temperaturleuchten?“ **101**, 278.
- Antwort auf die Bemerkung von H. Betz zu meiner Arbeit: „Versuche über den Aufbau dünner elektrolytisch erzeugter Oxydschichten“ **102**, 549.
- Sänger, R. s. Potapenko, G. **104**, 779.
- Sasiadek, M. Untersuchungen über Ionisation und Druck während der Explosionen fester Sprengstoffe **104**, 566.
- Saur, Eugen. Über den Einfluß der chemischen Bindung auf die Form der $L\alpha$ -Linie von Kupfer und Nickel **103**, 421.
- Schaafts, Werner. Ein Schlierenversuch über die Schwingungsform einer dünnen Quarzscheibe **105**, 576.
- Die Schallgeschwindigkeiten von Lösungen und ihre Beziehungen zur Schallgeschwindigkeit des gelösten Stoffes **105**, 658.
- Schade, Rudolf. Über die Aufbauzeit einer Glimmentladung **104**, 487.
- Die Charakteristik des Townsend-Stromes und die Beeinflussung der Zündspannung einer Glimmentladung durch Bestrahlung **105**, 595.
- Schenk, D. s. Mahl, H. **101**, 117.
- Scherzer, O. Die schwache elektrische Einzellinse geringster sphärischer Aberration **101**, 23.
- Über einige Fehler von Elektronenlinsen **101**, 593.
- Schiller, Alfred. Absorptionsmessungen an organischen Farbstoffen im nahen Ultrarot **105**, 175.
- Schintlmeister, Josef. Bemerkung zu der Mitteilung von J. C. Madsen: „Ein Proportionalverstärker nach dem Spannungsteilerprinzip“ **102**, 700.
- Schmid, R. und Budó, A. Über den Zeeman-Effekt der atmosphärischen Sauerstoffbandenlinien. Mit Versuchsergebnissen der Dissertation von Jolánthe Zemplén **103**, 250.
- und Gerö, L. Über die Rotationskonstanten der IV. pos. CO-Banden **101**, 343.
- — Über die Grenzkurve der Dissoziation auf bandenspektroskopischer Grundlage **104**, 724.
- — Zur Vervollständigung des Term-schemas von Kohlenoxyd. I. Schwingungsterme und Rotationskonstanten des $a'^3\Sigma^+$ -Zustandes **105**, 36.
- Schmidt, Th. Das magnetische Kernmoment von $^{195}_{78}\text{Pt}$ **101**, 486.
- s. Schüler, H. **104**, 468.
- Schmolke, H. Über den Gültigkeitsbereich des Wärmesatzes von Nernst **104**, 221.
- Schnitger, Herbert. Untersuchungen über die Spitzentladung **102**, 163.
- s. Güntherschulze, A. **103**, 491, 627; **104**, 395.
- Schottky, W. Zusammenhänge zwischen korpuskularen und thermischen Schwankungen in Elektronenröhren **104**, 248.
- Schüler, H. und Korsching, H. Über Beziehungen im Atomkern aus der Hyperfeinstruktur **102**, 373.

- Schüler, H. und Korsching, H. Über Quadrupolmoment und magnetisches Moment von $^{69}_{31}\text{Ga}$ und $^{71}_{31}\text{Ga}$ **103**, 434.
- — Eine Gesetzmäßigkeit beim Aufbau des Atomkerns und Bestimmung des Quadrupolmomentes von $^{187}_{75}\text{Re}$ und $^{185}_{75}\text{Re}$ **105**, 168.
- — Über die Veränderlichkeit der magnetischen Momente der Atomkerne beim Einbau von Teilchenpaaren **105**, 495.
- und Marketu, M. Quadrupolmoment und magnetisches Moment von $^{75}_{33}\text{As}$ **102**, 703.
- und Schmidt, Th. Quadrupolmoment und magnetisches Moment von $^{115}_{49}\text{In}$ **104**, 468.
- Schütze, W. s. Barwich, H. **105**, 395.
- Schumacher, H. J. s. Pohlman, R. **102**, 678.
- Schwegler, A. Russische Koinzidenzen hinter dicken Bleischichten **101**, 93.
- Seidl, F. Elektrische Leitfähigkeit von mechanisch beanspruchten Seignettesalz-Einkristallen **101**, 234.
- Seitz, W. s. Fucks, W. **103**, 1.
- , G. s. Groß, H. **105**, 734.
- Senftleben, Hermann und Braun, Winfried. Der Einfluß elektrischer Felder auf den Wärmestrom in Gasen **102**, 480.
- Sen Gupta, A. K. Das Bandenspektrum vom Germaniumoxyd **105**, 487.
- Siebertz, K. Über Edelgas-Quecksilberlampen. II. **101**, 255.
- Singh, B. N. s. Banerjee, S. S. **105**, 309.
- Smekal, Adolf. Absorptionsbanden und Energiebänder von Alkalihalogenid-Kristallen **101**, 661.
- Bruchtheorie spröder Körper **103**, 495.
- Sokolow, A. s. Iwanenko, D. **102**, 119.
- Sommermeyer, K. s. Becken, O. **102**, 551.
- Stille, U. s. Cario, G. **102**, 317.
- Straumanis, M. und Ieviņš, A. Die Gitterkonstanten des NaCl und des Steinsalzes **102**, 353.
- Suhrmann, R. und Barth, G. Über die Änderung des elektrischen Widerstandes und des Reflexionsvermögens von bei tiefer Temperatur kondensierten Metallspiegeln **103**, 133.
- Takaki, H. Über die Magnetostriktion der Eisenkristalle bei hoher Temperatur **105**, 92.
- Teichmann, Hellmut. Untersuchungen am Koronamotor **103**, 738.
- Thorsen, V. Ein neues Verfahren zur Eichung eines Kondensatormikrophons **101**, 578.
- Tiemeyer, R. s. Leonhardt, J. **102**, 781.
- Țițeica, Ș. Über die Absorption der Korpuskularstrahlen **101**, 378.
- Trost, Adolf. Über Zählrohre mit Dampfzusatz **105**, 399.
- Trumpy, B. Zur Struktur der kosmischen Ultrastrahlung. II. **102**, 691. III. **105**, 341.
- Tschoepe, G. s. Durau, F. **102**, 67.
- Tüxen, O. Massenspektrographische Untersuchungen negativer Ionen in Gasentladungen bei höheren Drucken **103**, 463.
- Tyrén, Folke s. Edlén, Bengt **101**, 206.
- Vand, Vladimír. Über zeitliche Widerstandsänderungen dünner, im Hochvakuum aufgedampfter Metallschichten **104**, 48.
- Vanicek, Viktor s. Bondy, Hugo **101**, 186.
- Verleger, H. s. Herzberg, G. **102**, 1.
- Volland, Werner. Die Reichweiten- gruppen der natürlichen H-Strahlen **105**, 104.
- Völz, H. Über die Größe der Kernkräfte **105**, 537.
- Wajnkranc, Renia. Über das Absorptions- und Fluoreszenzspektrum des Indiumdampfes **104**, 122. Berichtigung **105**, 516.
- Walcher, W. s. Haberland, H. **105**, 348.